

MATEMÁTICAS

1.º ESO

PARA QUE LAS COSAS OCURRAN

SOLUCIONES AL LIBRO DEL ALUMNO

Unidad 2. Potencias y raíces

Unidad 2. Potencias y raíces

PÁGINA 43

1 POTENCIAS DE BASE Y EXPONENTE NATURAL

1. Expresa en forma de potencia las siguientes multiplicaciones:

a. $9 \cdot 9 \cdot 9$

c. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

b. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

d. $19 \cdot 19 \cdot 19 \cdot 19$

a. 9^3

c. 5^6

b. 3^5

d. 19^4

2. Identifica la base y el exponente de las siguientes potencias:

a. 3^4

c. 6^4

e. 7^2

g. 4^3

b. 12^2

d. 3^5

f. 8^3

h. 9^6

a. Base 3, exponente 4.

e. Base 7, exponente 2.

b. Base 12, exponente 2.

f. Base 8, exponente 3.

c. Base 6, exponente 4.

g. Base 4, exponente 3.

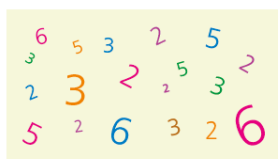
d. Base 3, exponente 5.

h. Base 9, exponente 6.

3. Escribe cómo se leen las potencias de la actividad anterior y resuélvelas con ayuda de la calculadora, si es preciso.

Potencia	Lectura	Valor
3^4	Tres a la cuarta o tres elevado a cuatro	81
12^2	Doce al cuadrado o doce elevado a dos	144
6^4	Seis a la cuarta o seis elevado a cuatro	1 296
3^5	Tres a la quinta o tres elevado a cinco	243
7^2	Siete al cuadrado o siete elevado a dos	49
8^3	Ocho al cubo u ocho elevado a tres	512
4^3	Cuatro al cubo o cuatro elevado a tres	64
9^6	Nueve a la sexta o nueve elevado a seis	531 441

4. Identifica las potencias que ves en este dibujo, agrupando las veces que aparece cada número. Calcula dichas potencias.



Las potencias que aparecen son:

$2^7 = 128$

$3^5 = 243$

$5^4 = 625$

$6^3 = 216$

5. Escribe en forma de potencia las siguientes lecturas de números:

a. Trece al cuadrado.

d. Dos a la sexta.

b. Nueve a la quinta.

e. Once a la cuarta.

c. Cincuenta y dos al cubo.

f. Veinte a la sexta.

a. 13^2

d. 2^6

b. 9^5

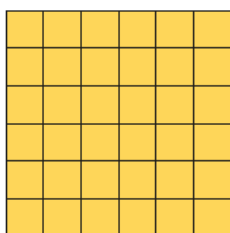
e. 11^4

c. 52^3

f. 20^6

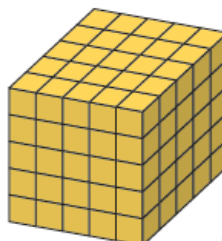
6. Expresa los siguientes dibujos en forma de potencia y calcula su resultado:

a.



a. $6^2 = 36$

b.



b. $5^3 = 125$

7. Los números de las tiras son las bases de las potencias que puedes ver a continuación. En tu cuaderno, une cada base con su potencia.

a. $a^3 = 125$

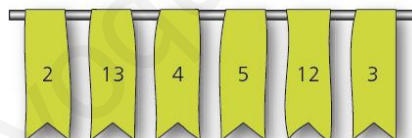
d. $d^{10} = 1\ 024$

b. $b^2 = 169$

e. $e^2 = 144$

c. $c^5 = 1\ 024$

f. $f^6 = 729$



a. $a = 5$

d. $d = 2$

b. $b = 13$

e. $e = 12$

c. $c = 4$

f. $f = 3$

PÁGINA 44

8. Calcula los exponentes de las siguientes potencias:

a. $2^x = 256$

c. $6^x = 1\ 296$

e. $16^x = 256$

b. $5^x = 625$

d. $9^x = 729$

f. $21^x = 441$

a. $x = 8$

c. $x = 4$

e. $x = 2$

b. $x = 4$

d. $x = 3$

f. $x = 2$

9. Indica el elemento que falta en estas potencias de base 10:

a. $10^x = 1\ 000\ 000$

c. $10^8 = x$

b. $10^x = 100\ 000$

d. $10^{12} = x$

a. $x = 6$

c. $x = 100\ 000\ 000$

b. $x = 5$

d. $x = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$

10. Realiza la descomposición polinómica de los siguientes números:

a. 56 242 423

c. 625 254 634

b. 24 000 295

d. 300 707 052

a. $5 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$

b. $2 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 5$

c. $6 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 4$

d. $300\ 707\ 052 = 3 \cdot 10^8 + 7 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10 + 2$

11. Las potencias de base diez se utilizan para expresar números muy grandes. Por ejemplo: $6\ 000\ 000 = 6 \cdot 10^6$

Escribe en forma de potencias de base 10 los siguientes números:

a. 850 000 000

c. 31 000 000 000

b. 79 000 000

d. 120 000 000 000

a. $85 \cdot 10^7$

c. $31 \cdot 10^9$

b. $79 \cdot 10^6$

d. $12 \cdot 10^{10}$

12. Resuelve estas operaciones con potencias:

a. $6^2 + 5^2 + 10^2$

c. $7 \cdot 4^3 - 3^2 \cdot 5^2$

b. $8^2 : 4 + 15^3 : 5^2$

d. $8^3 - 8^2 - 8 - 8^0$

a. $36 + 25 + 100 = 161$

c. $7 \cdot 64 - 9 \cdot 25 = 448 - 225 = 223$

b. $64 : 4 + 3\ 375 : 25 = 16 + 135 = 151$

d. $512 - 64 - 8 - 1 = 439$

13*. En el instituto de Lucía hay cinco clases de 1.º de ESO, cada una de las cuales dispone de cinco filas que tienen cinco sillas por fila. ¿A cuántos alumnos pueden acoger como máximo esas aulas? Exprésalo en forma de potencia y calcula el resultado.

$5^3 = 125$. Pueden acoger como máximo a 125 alumnos.

14*. Luis, Pedro y Juan han ido a ver una película. Cada uno de ellos se la cuenta luego a tres amigos, que, a su vez, se la cuentan a otros tres. ¿Cuántas personas conocen al final la película? Exprésalo en forma de potencia.

$3^3 = 27$. La película la conocen 27 personas.

15*. Una empresa de artículos de escritorio tiene nueve camiones. Cada camión tiene capacidad para nueve palés, en cada uno de los cuales se apilan nueve cajas. Las cajas contienen nueve paquetes y en cada paquete hay nueve rotuladores.

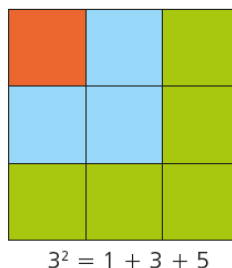
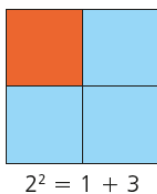
a. Escribe en forma de potencia el número de rotuladores cargados en los camiones.

b. ¿Cuántos rotuladores hay en total en los camiones?

a. 9^5

b. $9^5 = 59\,049 \Rightarrow$ La empresa tiene 59 049 rotuladores.

16.** Observa estos dibujos:



a. ¿Qué tienen en común los cuadrados?

b. Descompón como en el ejemplo los cuadrados de los números 4, 5 y 6.

a. Son suma de tantos números impares consecutivos como su número indica, comenzando por el 1.

b. $4^2 = 16 = 1 + 3 + 5 + 7$

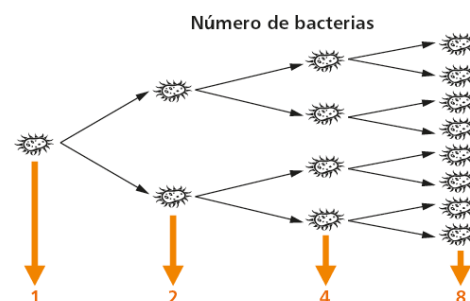
$5^2 = 25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$

$6^2 = 36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

17.** Las bacterias son seres microscópicos que pueden reproducirse por bipartición, es decir, que cada cierto tiempo se dividen en dos. De este modo, a medida que avanza el proceso de división, tendríamos:

a. El número de bacterias resultante en cada división siempre es la potencia de una misma base con distinto exponente; ¿cuál es la base de dicha potencia?

b. Suponiendo que se dividen cada 10 minutos, ¿cuántas bacterias habría al cabo de una hora? ¿Y transcurridas 4 horas?



a. La base es 2, ya que: $2^0 = 1$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

b. Cada 10 minutos se dividen, entonces cuando pasan:

- Al pasar 10 minutos se produce la primera división y tenemos $\Rightarrow 2^1 = 2$ bacterias

- Al cabo de 20 minutos se lleva a cabo la segunda división y se obtienen $\Rightarrow 2^2 = 4$ bacterias

- Si ha pasado 1 hora = 60 minutos, tendremos 6 divisiones $\Rightarrow 2^6 = 64$ bacterias

Cuando pasen 4 horas = 240 minutos, tendremos 24 divisiones $\Rightarrow 2^{24} = 16\,777\,216$ bacterias

18.** Observa las siguientes potencias:

$$\begin{array}{lll} 7^0 = 1 & 7^1 = 7 & 7^2 = 49 \\ 7^3 = 343 & 7^4 = 2\,401 & 7^5 = 16\,807 \\ 7^6 = 117\,649 & 7^7 = 823\,543 & \end{array}$$

Indica en qué dos cifras terminarán las siguientes potencias:

- a. $7^8 \Rightarrow 01$ b. $7^9 \Rightarrow 07$ c. $7^{10} \Rightarrow 49$ d. $7^{11} \Rightarrow 43$

19.** Observa las potencias propuestas:

$$\begin{array}{ll} 11^1 = 11 & 11^2 = 121 \\ 11^3 = 1\,331 & 11^4 = 14\,641 \end{array}$$

Teniendo en cuenta lo anterior, indica en qué dos cifras terminarán las siguientes potencias:

- a. 11^5 b. 11^6 c. 11^7 d. 11^8
a. 51 b. 61 c. 71 d. 81

2-3 OPERACIONES CON POTENCIAS CON LA MISMA BASE Y CON EL MISMO EXPONENTE

20. Comprueba las siguientes igualdades, calculando primero las potencias:

- a. $6^2 \cdot 6^3 = 6^5$ d. $13^2 \cdot 13^2 = 13^4$
b. $2^5 \cdot 2^4 = 2^9$ e. $3^3 \cdot 3^3 = 3^6$
c. $5^3 \cdot 5 = 5^4$ f. $12^0 \cdot 12^2 = 12^2$
a. $36 \cdot 216 = 7\,776 \Rightarrow 7\,776 = 7\,776$ d. $169 \cdot 169 = 28\,561 \Rightarrow 28\,561 = 28\,561$
b. $32 \cdot 16 = 512 \Rightarrow 512 = 512$ e. $27 \cdot 27 = 729 \Rightarrow 729 = 729$
c. $125 \cdot 5 = 625 \Rightarrow 625 = 625$ f. $1 \cdot 144 = 144 \Rightarrow 144 = 144$

21. Expresa como una potencia única estas multiplicaciones con potencias y calcula su valor:

- a. $4^2 \cdot 4$ d. $7^2 \cdot 7^0$
b. $2^2 \cdot 2^3$ e. $10^6 \cdot 10^3$
c. $5 \cdot 5^2$ f. $8^2 \cdot 8^0$
a. $4^3 = 64$ d. $7^2 = 49$
b. $2^5 = 32$ e. $10^9 = 1\,000\,000\,000$
c. $5^3 = 125$ f. $8^2 = 64$

PÁGINA 45

22. Comprueba estas igualdades, calculando primero las potencias:

- a. $7^5 : 7^3 = 7^2$ d. $4^4 : 4^3 = 4$
b. $2^9 : 2^6 = 2^3$ f. $11^3 : 11 = 11^2$
c. $9^3 : 9 = 9^2$ e. $6^4 : 6^3 = 6$

a. $16\ 807 : 343 = 49 \Rightarrow 49 = 49$

d. $256 : 64 = 4 \Rightarrow 4 = 4$

b. $512 : 64 = 8 \Rightarrow 8 = 8$

e. $1\ 296 : 216 = 6 \Rightarrow 6 = 6$

c. $729 : 9 = 81 \Rightarrow 81 = 81$

f. $1\ 331 : 11 = 121 \Rightarrow 121 = 121$

23. Expresa en forma de una única potencia estas divisiones con potencias y calcula su valor:

a. $5^9 : 5^4$

c. $9^9 : 9^5$

e. $2^8 : 2^0$

b. $10^{12} : 10^3$

d. $3^7 : 3^2$

f. $7^6 : 7^4$

a. $5^{9-4} = 5^5 = 3\ 125$

c. $9^{9-5} = 9^4 = 6\ 561$

e. $2^{8-0} = 2^8 = 256$

b. $10^{12-3} = 10^9 = 1\ 000\ 000\ 000$

d. $3^{7-2} = 3^5 = 243$

f. $7^{6-4} = 7^2 = 49$

24. Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de las letras para que las operaciones sean correctas.

a. $A^2 \cdot A^2 = 6^C$

d. $A^6 : 3^B = 3^4$

b. $5^4 \cdot 5^A = 625$

e. $11^7 : 11^A = 11^2$

c. $15^2 \cdot A^3 = A^C$

f. $15^4 : 15^A = 225$

a. A tiene la misma base, es 6. Como es una multiplicación de potencias de la misma base, se suman los exponentes.

$$2 + 2 = C \Rightarrow C = 4$$

b. $A = 0$ porque $5^{4+A} = 5^4 \Rightarrow A = 4 - 4 = 0$

c. A tienen la misma base, 15. Como es una multiplicación de potencias de la misma base, se suman los exponentes.

$$2 + 3 = C \Rightarrow C = 5$$

d. A tiene base 3. Como es una división de potencias de la misma base, se restan los exponentes.

$$6 - B = 4 \Rightarrow B = 2$$

e. Es una división de potencias de la misma base, por lo que se restan los exponentes.

$$11^{7-A} = 11^2 \Rightarrow 7 - A = 2 \Rightarrow A = 5$$

f. $A = 2$ porque $15^{4-A} = 15^2 \Rightarrow A = 4 - 2 = 2$

25. Expresa en forma de una única potencia estas multiplicaciones y divisiones de potencias:

a. $m^6 \cdot m^4$

c. $n^3 \cdot n$

e. $x^6 : x^3$

b. $c^4 : c^4$

d. $a^5 \cdot a^3$

f. $y^9 : y^8$

a. $m^{6+4} = m^{10}$

c. $n^{3+1} = n^4$

e. $x^{6-3} = x^3$

b. $c^{4-4} = c^0$

d. $a^{5+3} = a^8$

f. $y^{9-8} = y$

26. Efectúa las operaciones, como en el ejemplo:

$$2^8 : 2^5 \cdot 2^3 = 2^{8-5+3} = 2^6 = 64$$

a. $5^3 \cdot 5 \cdot 5^0 \cdot 5^2$

c. $11^7 : 11^5 \cdot 11^2 : 11^3$

b. $6^9 : 6^2 : 6^3$

d. $8^5 : 8^2 : 8^0 : 8$

a. $5^{3+1+0+2} = 5^6 = 15\,625$

c. $11^{7-5+2-3} = 11$

b. $6^{9-2-3} = 6^4 = 1\,296$

d. $8^{5-2-0-1} = 8^2 = 64$

27. Indica qué operaciones de las siguientes son correctas y corrige las que no lo sean:

a. $6^3 \cdot 6 \cdot 6^2 = 6^5$

d. $5^4 : 5^2 \cdot 5 = 5^3 = 125$

b. $7^6 : 7^2 : 7^4 = 7$

e. $8^4 : 8^2 = 1^2$

c. $15^3 \cdot 15^2 = 30^5$

f. $13^5 \cdot 13^2 : 13^7 = 1$

a. $6^{3+1+2} = 6^5 \Rightarrow 6^6 \neq 6^5$. Es incorrecta.

d. $5^{4-2+1} = 5^3 \Rightarrow 5^3 = 5^3$. Es correcta.

b. $7^{6-2-4} = 7 \Rightarrow 7^0 \neq 7$. Es incorrecta.

e. $8^{4-2} = 1^2 \Rightarrow 8^2 \neq 1^2$. Es incorrecta.

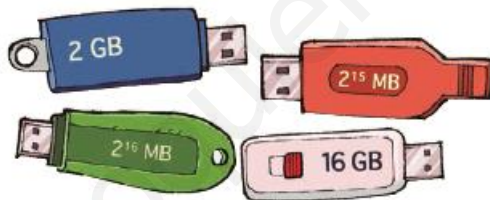
c. $15^{3+2} = 30^5 \Rightarrow 15^5 \neq 30^5$. Es incorrecta.

f. $13^{5+2-7} = 1 \Rightarrow 13^0 = 1$. Es correcta.

28. La capacidad de la memoria de los aparatos electrónicos se mide en *gigabytes* (GB) y *megabytes* (MB). Si 1 GB equivale a 2^{10} MB, expresa las memorias de los siguientes *pen drives* en *megabytes* o en *gigabytes* como en el ejemplo:

$$4 \text{ GB} = 4 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^2 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{12} \text{ MB}$$

$$2^{13} \text{ MB} = 2^3 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 8 \text{ GB}$$



$$2 \text{ GB} = 2 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{11} \text{ MB}$$

$$2^{16} \text{ MB} = 2^6 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 64 \text{ GB}$$

$$2^{15} \text{ MB} = 2^5 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 32 \text{ GB}$$

$$16 \text{ GB} = 16 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^4 \cdot 2^{10} \text{ MB} = 2^{14} \text{ MB}$$

29. Reduce a una única potencia, teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

a. $6^2 \cdot 5^2$

d. $625^2 : 25^2 : 5^2$

b. $24^5 : 8^5$

e. $144^2 : 4^2 : 3^2$

c. $4^5 \cdot 3^5 \cdot 5^5$

f. $6^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10^2$

a. $(6 \cdot 5)^2 = 30^2$

d. $25^2 : 5^2 = 5^2$

b. $(24 : 8)^5 = 3^5$

e. $(144 : 4 : 3)^2 = 12^2$

c. $(4 \cdot 3 \cdot 5)^5 = 60^5$

f. $(6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10)^2 = 360^2$

30. Escribe en forma de una única potencia las siguientes operaciones:

a. $(3^2)^4$

d. $20^6 \cdot (5^2)^3$

b. $(5^3)^2$

e. $(2^3 \cdot 3^3)^2$

c. $[(30)^2]^3$

f. $(3^3 \cdot 3^2)^2$

a. 3^8

d. $20^6 \cdot 5^6 = (20 \cdot 5)^6 = 100^6$

b. 5^6

e. $(6^3)^2 = 6^6$

c. 30^6

f. $(3^5)^2 = 3^{10}$

31. Expresa como potencia única.

a. $3^n \cdot 6^n$

b. $40^m \cdot 8^m$

c. $(y^3 \cdot y^2)^5$

a. 18^n

b. 5^m

c. $(y^5)^5 = y^{25}$

32. Averigua el valor de las letras para que estas operaciones con potencias sean correctas:

a. $(6^3)^2 = 6^A$

d. $(12^D)^2 = 12^{12}$

b. $(15^B)^3 = 15^{12}$

e. $8^{15} = (8^3)^E$

c. $(C^8)^3 = 9^{24}$

f. $30^{45} = (30^{15})^F$

a. $(6^3)^2 = 6^A \Rightarrow 6^6 = 6^A; A = 6$

d. $(12^D)^2 = 12^{12} \Rightarrow 12^{D \cdot 2} = 12^{12}; D = 12 : 2 = 6$

b. $(15^B)^3 = 15^{12} \Rightarrow 15^{B \cdot 3} = 15^{12}; B = 12 : 3 = 4$

e. $8^{15} = (8^3)^E \Rightarrow 8^{15} = 8^{3 \cdot E}; E = 15 : 3 = 5$

c. $(C^8)^3 = 9^{24} \Rightarrow C^{24} = 9^{24}; C = 9$

f. $30^{45} = (30^{15})^F \Rightarrow 30^{45} = 30^{15 \cdot F}; F = 45 : 15 = 3$

33. Escribe en forma de una única potencia.

a. $(18^4 \cdot 18^8) : (3^5 \cdot 3^7)$

b. $(3^4)^2 \cdot 3^0 \cdot (4^5 \cdot 4^6 : 4^3)$

c. $6^{10} : (3^5)^2 \cdot (2^6 : 2^0 : 2^3)$

d. $(50^2 : 5^2)^6 \cdot (12^4 : 6^4)^3$

e. $(3^5)^2 \cdot (15 \cdot 2)^{10}$

f. $(2^3 \cdot 4^3)^6 : (4^2 \cdot 4^4)^3$

a. $18^{4+8} : 3^{5+7} = 18^{12} : 3^{12} = (18 : 3)^{12} = 6^{12}$

b. $3^{4 \cdot 2} \cdot 1 \cdot 4^{5+6-3} = 3^8 \cdot 4^8 = (3 \cdot 4)^8 = 12^8$

c. $6^{10} : (3^5 \cdot 2) \cdot (2^{6-0-3}) = 6^{10} : 3^{10} \cdot 2^3 = (6 : 3)^{10} \cdot 2^3 = 2^{10} \cdot 2^3 = 2^{10+3} = 2^{13}$

d. $(10^2)^6 \cdot (2^4)^3 = 10^{12} \cdot 2^{12} = 20^{12}$

e. $3^{10} \cdot 30^{10} = 90^{10}$

f. $(8^3)^6 : (4^6)^3 = 8^{18} : 4^{18} = 2^{18}$

34. Corrige las siguientes operaciones incorrectas:

a. $4^5 + 4^2 + 4^3 = 4^{10}$

b. $7^2 \cdot 7^0 = 343$

c. $8^4 \cdot 8^3 \cdot 8 \cdot 8^2 \cdot 8^2 = 8^{11}$

d. $10^4 \cdot (10^3)^2 = 1\,000\,000\,000$

e. $9^4 - 9^2 - 9 = 9$

f. $(10^2)^3 : 2^6 = 8^6$

g. $11^5 \cdot 2^5 \cdot 5^5 = 18^5$

h. $150^2 : 30^2 = 125$

a. Hay que operar cada potencia:

$1\,024 + 16 + 64 = 1\,104 \neq 4^{10} \quad (4^{10} = 1\,048\,576)$

b. $7^2 \cdot 7^0 = 7^2 = 49 \neq 343$

c. $8^4 \cdot 8^3 \cdot 8 \cdot 8^2 \cdot 8^2 = 8^{12} \neq 8^{11}$

d. $10^4 \cdot (10^3)^2 = 10^4 \cdot 10^6 = 10^{10} = 10\,000\,000\,000 \neq 1\,000\,000\,000$

e. Hay que operar cada potencia:

$6\,561 - 81 - 9 = 6\,471 \neq 9$

f. $10^6 : 2^6 = 5^6 \neq 8^6$

g. $11^5 \cdot 2^5 \cdot 5^5 = 110^5 \neq 18^5$

h. $150^2 : 30^2 = 5^2 = 25 \neq 125$

35. En las siguientes operaciones se han cometido algunos errores. Identifica las operaciones correctas y corrige en tu cuaderno las erróneas.

a. $3^4 \cdot 2^4 = 6^{16}$

e. $(3^4)^2 = 3^6$

b. $16^2 : 2^2 : 4^2 = 4$

f. $3^2 \cdot 2^2 = 12$

c. $(5^3 \cdot 6^3 \cdot 7^3 \cdot 8^3)^2 = 26^6$

g. $25^4 : 5^4 : 5^4 = 1$

d. $(2^3 \cdot 4^3)^4 = 8^{36}$

h. $(24^5 : 8^5)^3 = 3^{15}$

a. $(3 \cdot 2)^4 = 6^{16} \Rightarrow 6^4 \neq 6^{16}$

Es incorrecta.

b. $(16 : 2)^2 : 4^2 = 4 \Rightarrow 8^2 : 4^2 = 4 \Rightarrow 2^2 = 4 \Rightarrow 4 = 4$

Es correcta.

c. $[(5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8)^3]^2 = 26^6 \Rightarrow (1\,680^3)^2 = 26^6 \Rightarrow 1\,680^6 \neq 26^6$

Es incorrecta.

d. $[(2 \cdot 4)^3]^4 = 8^{36} \Rightarrow (8^3)^4 = 8^{36} \Rightarrow 8^{12} \neq 8^{36}$

Es incorrecta.

e. $3^4 \cdot 2 = 3^6 \Rightarrow 3^8 \neq 3^6$

Es incorrecta.

f. $3^2 \cdot 2^2 = 12 \Rightarrow 6^2 = 12 \Rightarrow 36 \neq 12$

Es incorrecta.

g. $25^4 : 5^4 : 5^4 = 1 \Rightarrow 5^4 : 5^4 = 1 \Rightarrow 5^0 = 1 \Rightarrow 1 = 1$

Es correcta.

h. $[(24 : 8)^5]^3 = 3^{15} \Rightarrow (3^5)^3 = 3^{15} \Rightarrow 3^{15} = 3^{15}$

Es correcta.

PÁGINA 46

36. La casa de Ana cuenta con tres habitaciones con tres estanterías cada una. Cada estantería tiene cinco baldas y en cada balda hay cinco libros.

a. Expresa en una operación combinada de potencias el número total de libros y calcula el resultado, indicándolo primero como potencia única con las operaciones de las potencias estudiadas.

b. Escribe en forma de potencia única el número de estanterías y el número de baldas.

a. $3^2 \cdot 5^2 = 15^2 = 225$ libros

b. $3^2 = 9$ estanterías y $3^2 \cdot 5 = 45$ baldas



CUADRADOS PERFECTOS Y RAÍCES CUADRADAS EXACTAS

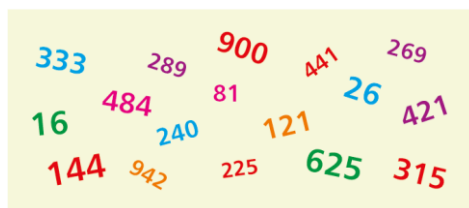
37. Indica los cuadrados perfectos de los números comprendidos entre el 1 y el 20 como en el ejemplo.

Número	Cuadrado perfecto		
1	1	porque	$1^2 = 1$
2	4	porque	$2^2 = 4$

Número	Cuadrado perfecto		
1	1	porque	$1^2 = 1$
2	4	porque	$2^2 = 4$
3	9	porque	$3^2 = 9$
4	16	porque	$4^2 = 16$
5	25	porque	$5^2 = 25$
6	36	porque	$6^2 = 36$
7	49	porque	$7^2 = 49$
8	64	porque	$8^2 = 64$
9	81	porque	$9^2 = 81$
10	100	porque	$10^2 = 100$

Número	Cuadrado perfecto		
11	121	porque	$11^2 = 121$
12	144	porque	$12^2 = 144$
13	169	porque	$13^2 = 169$
14	196	porque	$14^2 = 196$
15	225	porque	$15^2 = 225$
16	256	porque	$16^2 = 256$
17	289	porque	$17^2 = 289$
18	324	porque	$18^2 = 324$
19	361	porque	$19^2 = 361$
20	400	porque	$20^2 = 400$

38. Entre esta maraña de números se esconden diez cuadrados perfectos.



a. Encuentra los diez cuadrados perfectos.

b. Indica de qué número son cuadrados perfectos.

a. 144, 16, 484, 289, 81, 900, 225, 121, 441, 625.

b. $144 = 12^2$ $16 = 4^2$ $484 = 22^2$ $289 = 17^2$ $81 = 9^2$
 $900 = 30^2$ $225 = 15^2$ $121 = 11^2$ $441 = 21^2$ $625 = 25^2$

39*. Responde a las siguientes cuestiones:

a. Si un cuadrado perfecto acaba en 4, ¿en qué puede terminar el número del que es cuadrado perfecto?

b. ¿Y si acaba en 1?

c. ¿Puede acabar un cuadrado perfecto en 3?

d. ¿En qué cifra tiene que finalizar un número para que su cuadrado perfecto acabe en esa misma cifra?

e. Indica en qué cifras puede acabar un cuadrado perfecto.

Las terminaciones de los cuadrados perfectos son:

Número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Terminación del cuadrado	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

a. Si el cuadrado perfecto acaba en 4 el número del que es cuadrado puede terminar en 2 o en 8.

b. Si acaba en 1, el número puede terminar en 1 o en 9.

c. No, como se puede observar al comprobar la tabla.

d. Para que el cuadrado de un número acabe en la misma cifra que dicho número, este tiene que terminar en 0, en 1, en 5 o en 6.

e. Ver tabla.

40. Halla estas raíces cuadradas exactas como en el ejemplo.

$\sqrt{16} = 4, \text{ porque } 4^2 = 16$

a. $\sqrt{225} = 15$, porque $15^2 = 225$

e. $\sqrt{196} = 14$, porque $14^2 = 196$

b. $\sqrt{289} = 17$, porque $17^2 = 289$

f. $\sqrt{169} = 13$, porque $13^2 = 169$

c. $\sqrt{324} = 18$, porque $18^2 = 324$

g. $\sqrt{361} = 19$, porque $19^2 = 361$

d. $\sqrt{441} = 21$, porque $21^2 = 441$

h. $\sqrt{961} = 31$, porque $31^2 = 961$

41. Calcula el valor de R para que se cumplan las siguientes igualdades:

a. $\sqrt{R} = 7$

d. $\sqrt{R} = 52$

g. $\sqrt{R} = 43$

b. $\sqrt{R} = 14$

e. $\sqrt{R} = 0$

h. $\sqrt{R} = 30$

c. $\sqrt{R} = 22$

f. $\sqrt{R} = 20$

i. $\sqrt{R} = 11$

a. $R = 7^2 = 49$

d. $R = 52^2 = 2\,704$

g. $R = 43^2 = 1\,849$

b. $R = 14^2 = 196$

e. $R = 0^2 = 0$

h. $R = 30^2 = 900$

c. $R = 22^2 = 484$

f. $R = 20^2 = 400$

i. $R = 11^2 = 121$

42. Efectúa con la calculadora.

a. $\sqrt{1\,225}$

c. $\sqrt{15\,376}$

e. $\sqrt{40\,804}$

b. $\sqrt{275\,625}$

d. $\sqrt{3\,481}$

f. $\sqrt{103\,041}$

a. 35

c. 124

e. 202

b. 525

d. 59

f. 321

43. Comprueba si las siguientes igualdades son ciertas, realizando las operaciones de cada uno de los miembros de la igualdad:

a. $\sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9}$

b. $\sqrt{225} - \sqrt{64} = \sqrt{225 - 64}$

c. $\sqrt{196} : \sqrt{49} = \sqrt{196 : 49}$

a. $\left. \begin{array}{l} \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{144} = 12 \\ \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12 \end{array} \right\} \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9}$

b. $\left. \begin{array}{l} \sqrt{225} - \sqrt{64} = 15 - 8 = 7 \\ \sqrt{225 - 64} = \sqrt{161}, \text{ raíz entera} \end{array} \right\} \sqrt{225} - \sqrt{64} \neq \sqrt{225 - 64}$

c. $\left. \begin{array}{l} \sqrt{196} - \sqrt{49} = 14 - 7 = 7 \\ \sqrt{196 : 49} = \sqrt{4} = 2 \end{array} \right\} \sqrt{196} : \sqrt{49} = \sqrt{196 : 49}$

44*. Teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones, calcula estas expresiones:

a. $\sqrt{900} : \sqrt{9} \cdot 2^5 \cdot 5^5$

d. $\sqrt{144} : 6 + 3 \cdot \sqrt{225}$

b. $3^4 \cdot \sqrt{256} - 6^3 \cdot 6^0 \cdot 6$

e. $\sqrt{256} \cdot (2^2)^2 \cdot 4^3 : 2^5$

c. $4^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot \sqrt{25}$

f. $8^3 : \sqrt{25} + 3 - \sqrt{49}$

a. $30 : 3 \cdot 10^5 = 10 \cdot 10^5 = 10^6 = 1\,000\,000$

d. $12 : 6 + 3 \cdot 15 = 2 + 45 = 47$

b. $3^4 \cdot 16 - 6^3 \cdot 6^0 \cdot 6 = 3^4 \cdot 2^4 - 6^4 = 6^4 - 6^4 = 0$

e. $16 \cdot 2^4 \cdot (2^2)^3 : 2^5 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^6 : 2^5 = 2^8 \cdot 2 = 2^9 = 512$

c. $16 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 64 + 20 = 84$

f. $512 : (5 + 3) - 7 = 512 : 8 - 7 = 64 - 7 = 57$

45. Pedro ha enlosado una habitación cuadrada con filas de 30 baldosas cuadradas.

a. ¿Cuántas baldosas ha necesitado?

b. ¿Cuántas baldosas tendrá que añadir para tener una habitación cuadrada un poco más grande?

c. ¿Cuántas baldosas tendría que quitar de la primera habitación para tener enlosada otra habitación cuadrada más pequeña?

a. El área de un cuadrado es: $A = l^2$

Hallamos el área de un cuadrado de lado 30: $30^2 = 900$

Ha necesitado 900 baldosas.

b. Para tener una habitación más grande puede añadir una baldosa en cada lado. Por tanto, el área será: $31^2 = 961$

$$961 - 900 = 61$$

Tendría que añadir 61 baldosas.

c. Para tener una habitación cuadrada más pequeña puede quitar una baldosa de cada lado. Entonces el área será: $29^2 = 841$

$$900 - 841 = 59$$

Tendría que quitar 59 baldosas.

46. Calcula el lado de este cuadrado, cuya área es 2 500 cm².

El área de un cuadrado es: $A = l^2$. Para hallar el valor del lado calculamos la raíz cuadrada del área:

$$2\,500 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{2\,500} = 50$$

El lado mide 50 cm.



PÁGINA 47

47. Para decorar su salón, Elena quiere hacer un mosaico cuadrado de 12 544 cm² de área con cuadraditos cerámicos de colores.

a. ¿Cuántos centímetros tiene de lado el mosaico?

b. Ha comprado una caja con 3 100 piezas cerámicas cuadradas de 4 cm² de área, ¿tendrá suficientes?

c. ¿Cuántas piezas le sobrarán o le faltarán?

d. Si dispusiera de todas las piezas para completar el mosaico, ¿cuántas habría por cada lado?

e. ¿Qué área tendrían que tener las piezas para que el mosaico estuviera compuesto por 784?

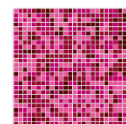
f. En ese caso, ¿cuántas piezas habría por cada lado?

a. $12\,544 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{12\,544} = 112$ cm de lado

b. $3\,100 \cdot 4 = 12\,400$ cm² de área cubrirán las 3 100 piezas, con lo que no tendrá suficientes piezas.

c. $12\,544 - 12\,400 = 144$ cm² de área falta.

$144 : 4 = 36$ piezas cerámicas faltarán.



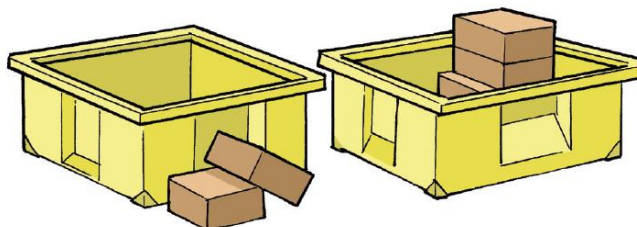
d. $3\,100 + 36 = 3\,136$ piezas tendría.

$\sqrt{3136} = 56$ piezas cerámicas habría por cada lado.

e. $12\,544 : 784 = 16 \text{ cm}^2$ de área tendría que tener cada pieza.

f. $\sqrt{784} = 28$ piezas cerámicas por lado.

48. Félix tiene un contenedor de base cuadrada de 25 m^2 de área.



a. ¿Cuántos metros tiene de lado el contenedor?

b. ¿Cuántas cajas de base cuadrada y 20 cm de lado entrarían en la base del contenedor?

c. ¿Cuántas cajas de 1 m^2 de área podrían coger? ¿Cuántos metros mide el lado de estas cajas?

a. El área de un cuadrado es: $A = l^2$. Si $25 = l^2$; $l = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$ de lado.

b. $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$

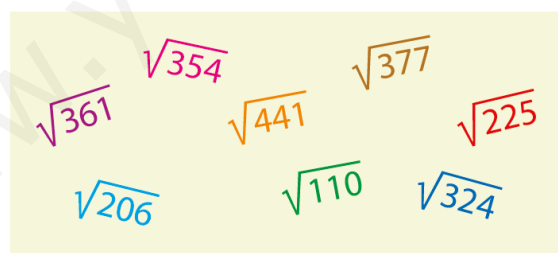
$500 : 20 = 25$ cajas por lado $\Rightarrow 25^2 = 625$ cajas entrarían en la base cuadrada del contenedor.

c. $25 : 1 = 25$ cajas cogerían.

$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 \Rightarrow 10\,000 = l^2$; $l = \sqrt{10\,000} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$ de lado mide el lado de estas cajas.

5 RAÍCES CUADRADAS ENTERAS

49. Clasifica las siguientes raíces cuadradas en exactas o enteras y resuélvelas indicando el resto:



Raíces exactas:

$$\sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{324} = 18$$

$$\sqrt{361} = 19$$

$$\sqrt{441} = 21$$

Raíces enteras:

$$\sqrt{110} = 10, \text{ resto } 10$$

$$\sqrt{206} = 14, \text{ resto } 10$$

$$\sqrt{354} = 18, \text{ resto } 30$$

$$\sqrt{377} = 19, \text{ resto } 16$$

50. Calcula las siguientes raíces cuadradas por tanteo:

a. $\sqrt{65}$

d. $\sqrt{141}$

g. $\sqrt{2\,377}$

b. $\sqrt{96}$

e. $\sqrt{190}$

h. $\sqrt{3\,010}$

c. $\sqrt{75}$

f. $\sqrt{845}$

i. $\sqrt{5\,525}$

a. 8, resto 1

d. 11, resto 20

g. 48, resto 73

b. 9, resto 15

e. 13, resto 21

h. 54, resto 94

c. 8, resto 11

f. 29, resto 4

i. 74, resto 49

51. Comprueba si las siguientes raíces cuadradas son correctas. Si no es así, corrige los errores cometidos.

a. $\sqrt{123} = 11$, resto 3

d. $\sqrt{361} = 18$, resto 37

b. $\sqrt{228} = 15$, resto 3

e. $\sqrt{445} = 21$, resto 3

c. $\sqrt{167} = 13$, resto 2

f. $\sqrt{289} = 17$, resto 0

a. $11^2 = 121$

$123 - 121 = 2 \Rightarrow$ Es incorrecta porque el resto debería ser 2.

b. $15^2 = 225$

$228 - 225 = 3 \Rightarrow$ Es correcta.

c. $13^2 = 169$, nos pasamos.

$12^2 = 144$

$167 - 144 = 23 \Rightarrow$ Es incorrecta, con lo que la raíz sería 12 con resto 23.

d. $18^2 = 324$

$19^2 = 361 \Rightarrow$ Es incorrecta porque la raíz de 361 es 19 y resto 0.

e. $21^2 = 441$

$445 - 441 = 4 \Rightarrow$ Es incorrecta ya que el resto sería 4 y no 3.

f. $17^2 = 289 \Rightarrow$ Es correcta.

52. Teniendo en cuenta estos cuadrados perfectos, calcula por tanteo las raíces cuadradas:

$62^2 = 3\,844$	$89^2 = 7\,921$
$63^2 = 3\,969$	$90^2 = 8\,100$
$64^2 = 4\,096$	$91^2 = 8\,281$
$65^2 = 4\,225$	$92^2 = 8\,464$

a. $\sqrt{8\,375}$

e. $\sqrt{4\,004}$

b. $\sqrt{4\,102}$

f. $\sqrt{8\,003}$

c. $\sqrt{8\,113}$

g. $\sqrt{3\,890}$

d. $\sqrt{3\,830}$

h. $\sqrt{8\,470}$

- | | |
|------------------|-----------------|
| a. 91, resto 94 | e. 63, resto 35 |
| b. 64, resto 6 | f. 89, resto 82 |
| c. 90, resto 13 | g. 62, resto 46 |
| d. 61, resto 109 | h. 92, resto 6 |

53. En las siguientes raíces cuadradas falta el resto, r . Con ayuda de la prueba de la raíz calcula dicho resto.

a. $\sqrt{127} = 11$, resto r

b. $\sqrt{275} = 16$, resto r

c. $\sqrt{569} = 23$, resto r

d. $\sqrt{764} = 27$, resto r

e. $\sqrt{1\ 286} = 35$, resto r

f. $\sqrt{2\ 005} = 44$, resto r

- a. $127 - 11^2 = 127 - 121 = 6 \Rightarrow$ resto = 6
 b. $275 - 16^2 = 275 - 256 = 19 \Rightarrow$ resto = 19
 c. $569 - 23^2 = 569 - 529 = 40 \Rightarrow$ resto = 40
 d. $764 - 27^2 = 764 - 729 = 35 \Rightarrow$ resto = 35
 e. $1\ 286 - 35^2 = 1\ 286 - 1\ 225 = 61 \Rightarrow$ resto = 61
 f. $2\ 005 - 44^2 = 2\ 005 - 1\ 936 = 69 \Rightarrow$ resto = 69

54. Calcula el radicando, R , de las siguientes raíces cuadradas con ayuda de la prueba de la raíz, conociendo la raíz y el resto:

a. $\sqrt{R} = 13$, resto 11

b. $\sqrt{R} = 87$, resto 63

c. $\sqrt{R} = 44$, resto 67

- a. $13^2 + 11 = 169 + 11 = 180$
 b. $87^2 + 63 = 7\ 569 + 63 = 7\ 632$
 c. $44^2 + 67 = 1\ 936 + 67 = 2\ 003$

d. $\sqrt{R} = 50$, resto 96

e. $\sqrt{R} = 31$, resto 33

f. $\sqrt{R} = 91$, resto 151

- d. $50^2 + 96 = 2\ 500 + 96 = 2\ 596$
 e. $31^2 + 33 = 961 + 33 = 994$
 f. $91^2 + 151 = 8\ 281 + 151 = 8\ 432$

55. Calcula las siguientes raíces cuadradas por el algoritmo de la raíz, indicando la raíz y el resto:

a. $\sqrt{13\ 571}$

b. $\sqrt{57\ 446}$

c. $\sqrt{23\ 726}$

d. $\sqrt{471\ 979}$

e. $\sqrt{84\ 720}$

f. $\sqrt{284\ 972}$

g. $\sqrt{187\ 349}$

h. $\sqrt{324\ 912}$

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{13571} \overline{)116} \\
 \underline{-1} \\
 035 \\
 \underline{21 \cdot 1 = 21} \\
 035 \\
 \underline{226 \cdot 6 = 1356} \\
 115
 \end{array}$$

a. $\underline{-21}$

$$\begin{array}{r}
 1471 \\
 \underline{-1356} \\
 115
 \end{array}$$

Raíz: 116

Resto: 115

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{57446} \overline{)239} \\
 \underline{-4} \\
 174 \\
 \underline{43 \cdot 3 = 129} \\
 174 \\
 \underline{469 \cdot 9 = 4221} \\
 325
 \end{array}$$

b. $\underline{-129}$

$$\begin{array}{r}
 4546 \\
 \underline{-4221} \\
 325
 \end{array}$$

Raíz: 239

Resto: 325

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{23726} \overline{)154} \\
 \underline{-1} \\
 137 \\
 \underline{25 \cdot 5 = 125} \\
 137 \\
 \underline{304 \cdot 4 = 1216} \\
 10
 \end{array}$$

c. $\underline{-125}$

$$\begin{array}{r}
 1226 \\
 \underline{-1216} \\
 10
 \end{array}$$

Raíz: 154

Resto: 10

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{471979} \overline{)687} \\
 \underline{-36} \\
 1119 \\
 \underline{128 \cdot 8 = 1024} \\
 1119 \\
 \underline{1367 \cdot 7 = 9569} \\
 10
 \end{array}$$

d. $\underline{-1024}$

$$\begin{array}{r}
 9579 \\
 \underline{-9569} \\
 10
 \end{array}$$

Raíz: 687

Resto: 10

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{84720} \overline{)291} \\
 \underline{-4} \\
 447 \\
 \underline{49 \cdot 9 = 441} \\
 447 \\
 \underline{581 \cdot 1 = 581} \\
 39
 \end{array}$$

e. $\underline{-441}$

$$\begin{array}{r}
 620 \\
 \underline{-581} \\
 39
 \end{array}$$

Raíz: 291

Resto: 39

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{284972} \overline{)533} \\
 \underline{-25} \\
 349 \\
 \underline{103 \cdot 3 = 309} \\
 349 \\
 \underline{1063 \cdot 3 = 3189} \\
 883
 \end{array}$$

f. $\underline{-309}$

$$\begin{array}{r}
 4072 \\
 \underline{-3189} \\
 883
 \end{array}$$

Raíz: 533

Resto: 883

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{187349} \overline{)432} \\
 \underline{-16} \\
 273 \\
 \underline{83 \cdot 3 = 249} \\
 273 \\
 \underline{862 \cdot 2 = 1724} \\
 725
 \end{array}$$

g. $\underline{-249}$

$$\begin{array}{r}
 2449 \\
 \underline{-1724} \\
 725
 \end{array}$$

Raíz: 432

Resto: 725

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{324912} \overline{)570} \\
 \underline{-25} \\
 749 \\
 \underline{107 \cdot 7 = 749} \\
 749 \\
 \underline{1140 \cdot 0 = 0} \\
 012
 \end{array}$$

h. $\underline{749}$

$$\begin{array}{r}
 012
 \end{array}$$

Raíz: 570

Resto: 12

PÁGINA 48

56. Copia en tu cuaderno y encuentra el valor de las letras para que las siguientes operaciones sean correctas:

$$\begin{array}{r} \sqrt{A2\ 5B} \quad 9C \\ -81 \\ \hline 11\ 5B \\ -11\ 16 \\ \hline 35 \end{array}$$

a.

$$\begin{array}{r} \sqrt{92\ 51} \quad 96 \\ -81 \\ \hline 11\ 51 \\ -11\ 16 \\ \hline 35 \end{array}$$

a.

$$\begin{array}{r} \sqrt{A\ 04\ BC} \quad 1DG \\ -1 \\ \hline 2\ 04 \\ -1\ 89 \\ \hline 15\ BC \\ -13\ 76 \\ \hline 1\ 59 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} \sqrt{3\ 04\ 35} \quad 174 \\ -1 \\ \hline 2\ 04 \\ -1\ 89 \\ \hline 15\ 35 \\ -13\ 76 \\ \hline 1\ 59 \end{array}$$

b.

57. Indica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas y corrige las erróneas:

- Si el radicando de una raíz termina en 3, la raíz no es exacta.
 - Todas las raíces cuyo radicando acabe en 0 son exactas.
 - Si se eleva al cuadrado el resultado de una raíz y se le quita el resto, se obtiene el radicando.
 - El resultado de la raíz de 99 es 10, con resto 1.
 - La raíz de 25 tiene 2 resultados: 5, con resto 0, y 4, con resto 9.
- Verdadero, porque no hay ningún número cuyo cuadrado acabe en 3.
 - Falso. No siempre, por ejemplo, la raíz de 20 es entera, siendo igual a 4 con resto 4.
 - Falso. Para hallar el radicando tengo que sumar, y no restar, el resto al cuadrado de la raíz.
 - Falso, la raíz de 99 es 9 con resto 18, ya que: $9^2 + 18 = 81 + 18 = 99$
 - Falso. La raíz tiene que ser el mayor número que al cuadrado iguale o se acerque sin pasarse al radicando, con lo que la raíz de 25 es 5, resto 0.

58. Lourdes quiere plantar en una parcela 17 árboles formando un cuadrado.

- ¿Cuántos árboles le sobrarán al realizar el cuadrado?
 - ¿Cuántas filas de árboles tendrá el cuadrado?
 - ¿Cuántos árboles deberá añadir Lourdes para que el cuadrado sea completo?
- Se formará un cuadrado de 4 árboles de lado y se añade un árbol más. Es decir: $4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$, con lo que: $\sqrt{17} = 4$, resto 1. Le sobrarán 1 árbol.
 - El cuadrado tendrá 4 filas.
 - Deberá añadir 8 árboles para completar el cuadrado.



59*. Alejandra quiere poner las velas en la tarta de cumpleaños de su padre, que acaba de cumplir 42 años, formando un cuadrado, de modo que haya el mismo número de velas en cada fila y en cada columna.

a. ¿Cuántas velas le sobrarán para formar un cuadrado?

b. ¿Cuántos años tendrán que pasar para que no sobre ninguna vela?

a. Para formar un cuadrado con el mismo número de velas en cada fila y columna se utilizarían 36 velas ($6^2 = 36$), por lo que sobrarían 6 velas ($42 - 36 = 6$).

b. Cuando tenga 49 años no sobrarán ninguna vela para formar un cuadrado. Tendrán que pasar 7 años ($49 - 42 = 7$).

60.** Enrique quiere construir una pirámide de base cuadrada, utilizando cubos, de modo que cada piso tenga una fila y una columna menos que el anterior, como se observa en la figura:

Si te fijas, para realizar esta figura, se han necesitado:

$$1 + 4 + 9 + 16 = 30 \text{ cubos}$$

Cada piso tenía los siguientes cubos por lado:

Si Enrique dispusiera de 200 cubos, indica cuántos cubos tendría que colocar por piso para que estos tuvieran la mayor base posible en los siguientes casos:

a. Si solo hubiera 1 piso.

b. Si hubiera 2 pisos.

c. Si hubiera 3 pisos.

Si Enrique quisiera ahora que el piso más alto tuviera solo un cubo, ¿cuántos pisos tendría que construir para utilizar el mayor número de cubos posible? ¿Cuántos cubos necesitaría?

Hay que tener en cuenta que cada piso tendrá una fila y una columna más que el de arriba.

$$\sqrt{200} = 14, \text{ resto } 4$$

a. $14^2 = 196$

En este caso al haber solo un piso tendrá 14 cubos de lado, con lo que estará formado por 196 cubos y sobrarán 4.

b. Si hubiera dos pisos probamos con:

$$10^2 + 11^2 = 100 + 121 = 221 \text{ cubos, me paso.}$$

$$9^2 + 10^2 = 81 + 100 = 181 \text{ cubos}$$

Con lo que, para tener 2 pisos lo más grandes posibles, tendré: un piso de abajo con 10 cubos de lado (un total de 100 cubos) y un piso de arriba con 9 cubos de lado (un total de 81 cubos).

c. Para que haya tres pisos:

$$6^2 + 7^2 + 8^2 = 36 + 49 + 64 = 149 \text{ cubos}$$

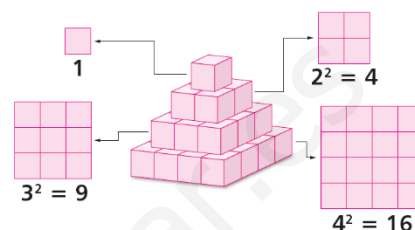
$$7^2 + 8^2 + 9^2 = 49 + 64 + 81 = 194 \text{ cubos}$$

Con lo que, para tener 3 pisos lo más grandes posibles, tendré: un piso de abajo con 9 cubos de lado (un total de 81 cubos); encima un piso con 8 cubos de lado (un total de 64 cubos) y encima un piso con 7 cubos de lado (un total de 49 cubos).

$$d. 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204 \text{ cubos, me paso.}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 140 \text{ cubos}$$

Con lo que, necesitaría 140 cubos y tendría 7 pisos.



$\sqrt{16} = 4$ cubos por lado $\rightarrow$ 1.º piso
$\sqrt{9} = 3$ cubos por lado $\rightarrow$ 2.º piso
$\sqrt{4} = 2$ cubos por lado $\rightarrow$ 3.º piso
$\sqrt{1} = 1$ cubo por lado $\rightarrow$ 4.º piso