

8 Tablas y gráficas

Piensa y saca conclusiones

Las coordenadas “cartesianas” se llaman así en su honor. Se utilizan mucho en matemáticas, pero también en otras situaciones. Describe alguna en la que se empleen ejes y coordenadas cartesianas.

Respuesta libre. Para localizar posiciones en un mapa, para indicar jugadas en el ajedrez, ...

En el juego de los barcos se utiliza un tablero con una cuadrícula. ¿Cómo se identifica cada posición? ¿Son coordenadas cartesianas?

Se identifica la posición horizontal mediante letras y la vertical mediante números. Es un sistema de coordenadas cartesianas.

Investiga y analiza datos

La latitud y la longitud de una ciudad son coordenadas sobre la superficie terrestre similares a las cartesianas. Localiza en un mapa Estocolmo y encuentra sus coordenadas. ¿Está cerca del Polo Norte como dice el autor?

$59^{\circ} 20' \text{ N } 18^{\circ} 04' \text{ E}$. Está mas cerca del Polo Norte que otras grandes ciudades europeas.

Investiga en qué país nació René Descartes y si es cierta esa afición a levantarse muy tarde.

Nació en La Haye en Touraine, Turena, en Francia, el 31 de marzo de 1596.

Si era cierta. Durante su juventud estuvo exento de acudir a clase a primera hora debido a su débil estado de salud.

Actividades

1. Actividad resuelta

2. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos e indica en qué cuadrante se encuentra cada uno.

$A(6, -1)$

$B(0, -3)$

$C(4, 3)$

$A(6, -1)$: cuarto cuadrante

$B(0, -3)$: eje de ordenadas

$C(4, 3)$: primer cuadrante

$D(-3, 4)$

$E(-4, -3)$

$F(0, 2)$

$D(-3, 4)$: segundo cuadrante

$E(-4, -3)$: tercer cuadrante

$F(0, 2)$: eje de ordenadas

$G(1, 3)$

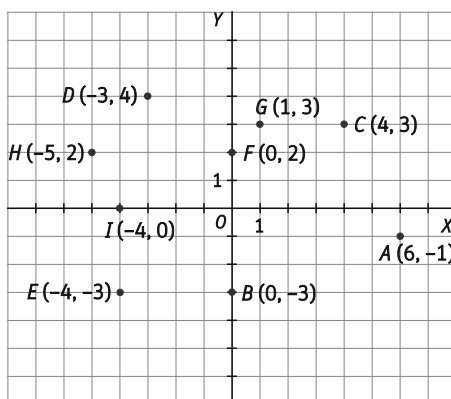
$H(-5, 2)$

$I(-4, 0)$

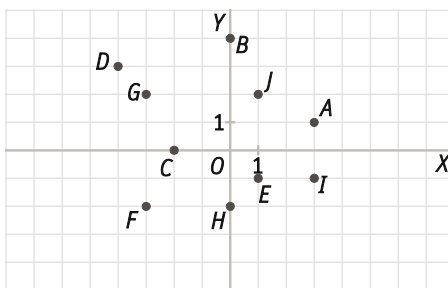
$G(1, 3)$: primer cuadrante

$H(-5, 2)$: segundo cuadrante

$I(-4, 0)$: eje de abscisas

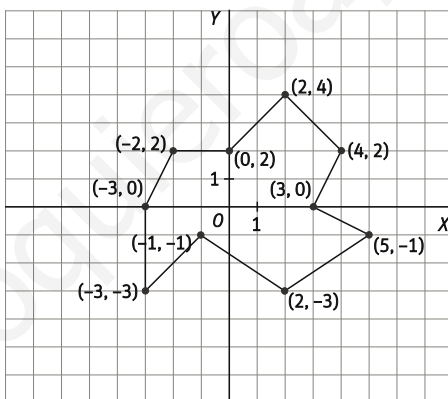
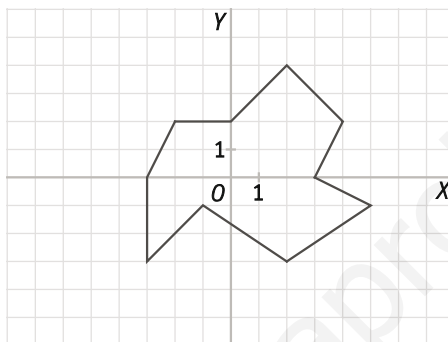


3. Escribe las coordenadas de los puntos que aparecen en la figura.



$A(3, 1)$ $C(-2, 0)$ $E(1, -1)$ $G(-3, 2)$ $I(3, -1)$
 $B(0, 4)$ $D(-4, 3)$ $F(-3, -2)$ $H(0, -2)$ $J(1, 2)$

4. Indica las coordenadas de los puntos correspondientes a los vértices de esta figura.



5. Realiza un dibujo similar al del ejercicio anterior. A continuación, intercambia con un compañero las coordenadas de los vértices de vuestros respectivos dibujos y tratad de reproducirlos.

Respuesta libre

6. Dibuja en el plano cartesiano puntos que cumplan las siguientes condiciones.

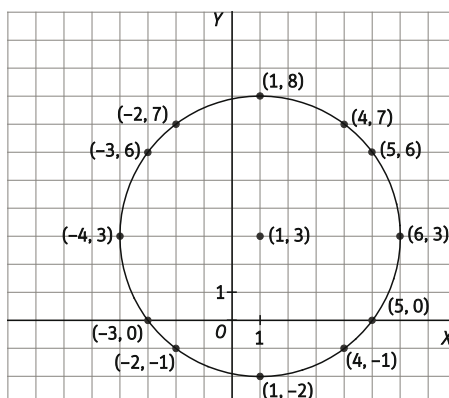
- Dos puntos que tengan la misma ordenada, pero diferente abscisa.
- Dos puntos que tengan la misma abscisa, pero diferente ordenada.
- Dos puntos con la misma abscisa y ordenadas opuestas.
- Dos puntos sobre el eje de ordenadas.
- Dos puntos con la misma abscisa que estén a tres unidades de distancia.
- Dos puntos que estén a la misma distancia del punto $(-3, 2)$.

Respuesta modelo:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| a) $(3, 2)$ y $(1, 2)$ | c) $(5, 6)$ y $(5, -6)$ | e) $(2, 4)$ y $(2, 7)$ |
| b) $(3, -4)$ y $(3, 0)$ | d) $(0, 3)$ y $(0, -8)$ | f) $(-3, 1)$ y $(-3, 3)$ |

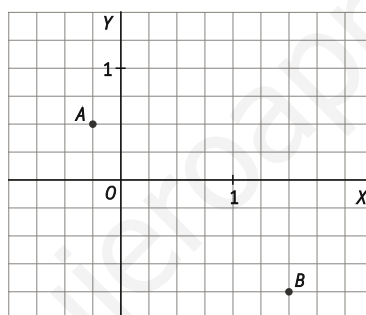
7. Representa en los ejes cartesianos el punto $(1, 3)$. Dibuja con el compás una circunferencia de radio 5 centrada en ese punto. ¿Cuántos puntos de coordenadas enteras hay en esa circunferencia? Escribe las coordenadas de cada uno de ellos.

Hay 12 puntos de coordenadas enteras en esta circunferencia.



8. Actividad resuelta

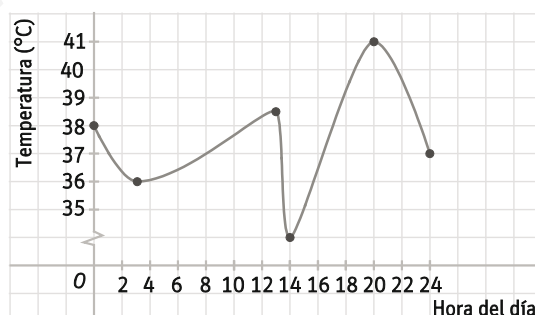
9. Representa en los ejes cartesianos los puntos $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ y $B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$.



10. Actividad interactiva

11. Actividad resuelta

12. La temperatura de un paciente en la UCI es registrada de forma automática. Esta es la gráfica obtenida:



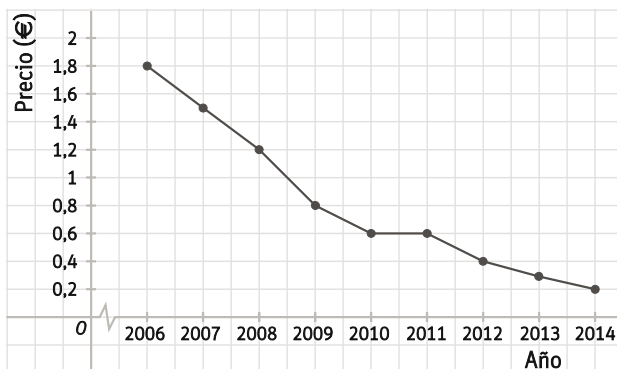
- ¿Cuál era su temperatura a las 8 de la mañana?
 - ¿A qué hora tomó el paciente un medicamento que le produjo un brusco descenso de la temperatura?
 - ¿A qué hora tuvo la fiebre más alta?
- 37 °C
 - A las 13 h, aproximadamente
 - A las 20 h

13. Durante este último año Marisa ha apuntado cada mes el peso de su bebé en esta tabla:

Edad (meses)	1	2	3	6	9	12
Peso (kg)	4	5	6,2	8,2	9,5	11

- ¿Qué magnitud depende de la otra?
 - ¿Cuánto pesaba el bebé a los seis meses?
 - ¿Ha variado de la misma forma el peso del bebé en cada semestre?
- El peso depende de la edad.
 - 8,2 kg
 - No. En el segundo semestre el aumento de peso ha sido menor.

14. La variación del precio de un DVD grabable se refleja en la siguiente gráfica:



- ¿Cuánto valía un DVD en 2006? ¿Y en 2014?
- ¿En qué año bajó el precio hasta 1,25 €?
- ¿Cuánto hubieran costado 10 DVD en 2007?
- ¿Cuántos se podrían comprar con ese dinero en 2014?

- 1,8 y 0,2 €, respectivamente
- Entre 2007 y 2008
- 15 €
- $15:0,2 = 75$ DVD

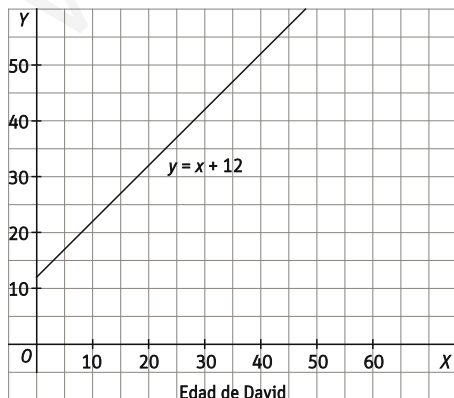
15. Si David tiene doce años menos que su hermana Julia, completa la tabla.

Edad de David	10	•	15	•	30	•
Edad de Julia	•	24	•	32	•	52

- ¿Qué fórmula relaciona las edades de ambos?
- Representa la gráfica correspondiente.
- ¿Ha sido la edad de Julia el triple que la de David en algún momento?

Edad de David	10	12	15	20	30	40
Edad de Julia	22	24	27	32	42	52

- Llamando y a la edad de Julia y x a la de David, $y = x + 12$.
-



- $3x = x + 12$ si $x = 6$, es decir, cuando David tenía 6 años.

16. "Piensa un número, multiplícalo por 3 y suma 5 al resultado."

Luis se confunde y hace las operaciones al revés: primero suma 5 y después multiplica por 3.

- ¿Obtendrá el resultado que le pidió el mago?
- Escribe las fórmulas que relacionan el número pensado con el resultado de las operaciones indicadas por el mago y con las que ha hecho Luis.
- Completa la tabla en tu cuaderno y comprueba si los valores coinciden.

Número	1	3	5	10	20	100
Resultado del mago	•	•	•	•	•	•
Resultado de Luis	•	•	•	•	•	•

- No, el resultado será distinto.
- Mago: $3x + 5$. Luis: $3(x + 5)$
-

Número	1	3	5	10	20	100
Resultado del mago	8	14	20	35	65	305
Resultado de Luis	18	24	30	45	75	315

Luis siempre obtiene un número 10 unidades mayor.

17. Identifica en cada caso la variable independiente y la variable dependiente.

- Dinero pagado en el aparcamiento y tiempo que ha estado aparcado el coche.
 - Altura de un cohete y tiempo transcurrido desde su lanzamiento.
 - Golosinas vendidas y dinero obtenido.
- Variable independiente: tiempo. Variable dependiente: dinero.
 - Variable independiente: tiempo. Variable dependiente: altura.
 - Variable independiente: golosinas. Variable dependiente: dinero.

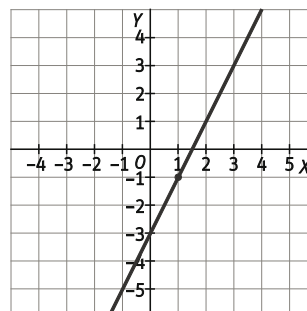
18. Halla el valor de la variable dependiente en la fórmula $y = x^2 - 3$ para los siguientes valores de la variable independiente.

- | | | |
|------------|-------------|----------------------|
| a) $x = 1$ | c) $x = -1$ | e) $x = 0,25$ |
| b) $x = 2$ | d) $x = -2$ | f) $x = \frac{1}{2}$ |
| a) -2 | c) -2 | e) $-2,375$ |
| b) 1 | d) 1 | f) $-\frac{11}{4}$ |

19. La fórmula de una función es $y = 2x - 3$. Completa la tabla y representa la función.

x	-1	0	1	2	3
y	•	•	•	•	•

x	-1	0	1	2	3
y	-5	-3	-1	1	3

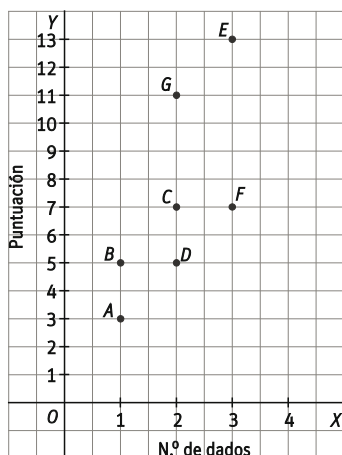


20. Pedro y Clara juegan con varios dados. En cada tirada pueden elegir cuántos dados tiran para superar al contrario; anotan en una tabla el número de dados que han usado cada vez y la puntuación obtenida.

Dados	1	1	2	2	3	3	2	2
Puntuación	3	5	7	5	13	7	5	11

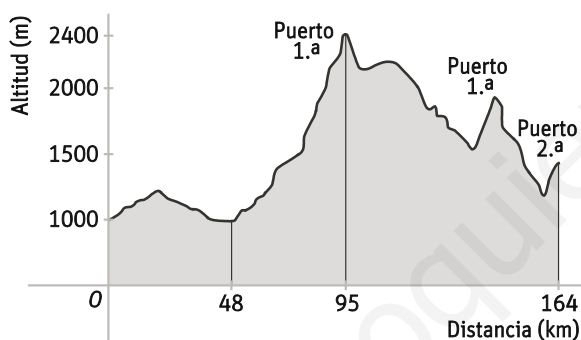
- a) Representa la gráfica correspondiente.
b) Explica si la relación es una función.

a)



- b) No es una función, a algunos valores de x les corresponden varios valores de y .

21. En la Vuelta Ciclista a España, el perfil de una de las etapas es el siguiente.



- a) La relación entre la distancia recorrida y la altitud sobre el nivel del mar, ¿es una función?
b) ¿A qué distancia de la salida se halla el punto más alto?
c) ¿Cuántos kilómetros tiene la etapa?
- a) La relación entre la distancia recorrida y la altitud sobre el nivel del mar es una función. A cada valor de la distancia le corresponde una única altitud.
b) A 95 km
c) 164 km

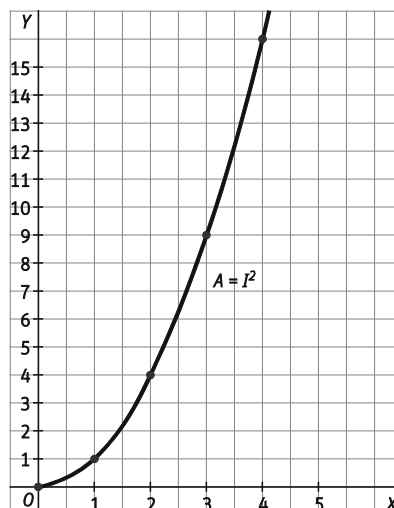
22. La fórmula de la función que relaciona el área de un cuadrado con su lado es: $A = l^2$

- a) Construye una tabla de valores y representa esta función.
b) ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica? ¿Por qué?

a)

l	0	1	2	3	4
A	0	1	4	9	16

- b) Sí, ya que el lado de un cuadrado puede tomar cualquier valor entre cada número natural y el siguiente.



23. La relación que asocia a cada valor el número 3 es una función.

a) ¿Cómo es su tabla de valores?

b) Representa su gráfica.

a)

x	1	2	3	4	5
y	3	3	3	3	3

Para todos los valores de x se obtiene el mismo valor de y , 3.

b) Recta horizontal a la altura $y = 3$.

24. El tutor de un grupo pregunta a cada alumno su número de lista y su año de nacimiento.

a) ¿La relación entre el número de lista y el año de nacimiento es una función?

b) Si representas la gráfica, ¿tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?

a) Sí, cada alumno tiene un único año de nacimiento.

b) No, el número de lista solo puede ser un número natural.

25. Actividad resuelta.

26. Indica si la gráfica de cada una de las siguientes funciones pasa por el punto (2, 3).

a) $y = 2x - 1$

c) $y = 3$

b) $y = 2 \cdot (x - 1)$

d) $y = x^2 - 1$

a) Sí, $3 = 2 \cdot 2 - 1$

c) Sí, $y = 3$ para cualquier x

b) No, $2 \cdot (2 - 1) = 2$

d) Sí, $2^2 - 1 = 3$

27. Rosa va a celebrar su cumpleaños. En el local donde va a celebrar la fiesta le piden 30 € fijos y 5 € más por cada invitado que asista.

a) Escribe la fórmula de la función.

b) Construye una tabla indicando lo que le costaría la fiesta según el número de invitados, hasta un máximo de 20 personas.

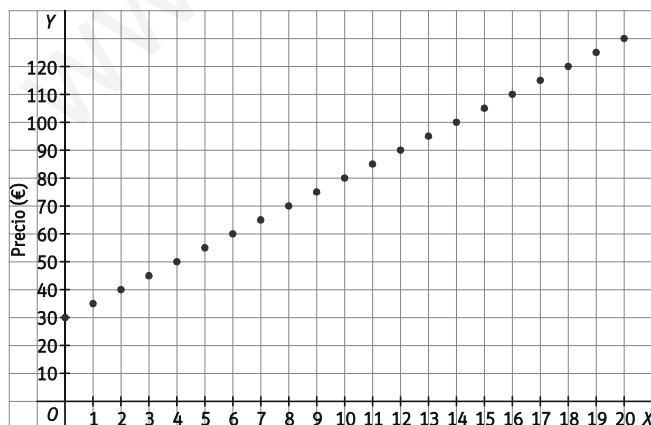
c) Dibuja la gráfica.

a) Llamando x al número de invitados e y al coste de la fiesta: $y = 30 + 5x$

b)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130

c)



28. Escribe la fórmula de las funciones de proporcionalidad directa cuyas razones de proporcionalidad son las siguientes.

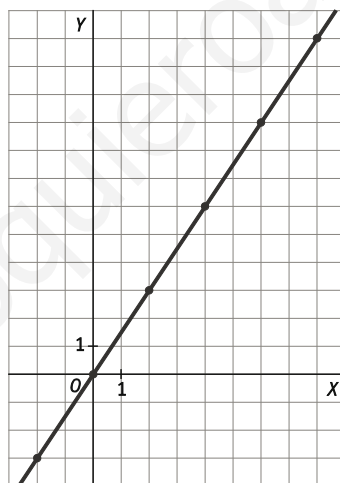
- | | | |
|-------------|--------------|-----------------------|
| a) 6 | c) -3 | e) $\frac{2}{3}$ |
| b) 5 | d) -5 | f) $\frac{5}{2}$ |
| a) $y = 6x$ | c) $y = -3x$ | e) $y = \frac{2}{3}x$ |
| b) $y = 5x$ | d) $y = -5x$ | f) $y = \frac{5}{2}x$ |

29. Indica el valor de la pendiente en las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

- | | | |
|----------------|-------------|------------------------|
| a) $y = 4x$ | c) $y = x$ | e) $y = -2x$ |
| b) $y = 0,75x$ | d) $y = -x$ | f) $y = -\frac{1}{2}x$ |
| a) 4 | c) 1 | e) -2 |
| b) 0,75 | d) -1 | f) $-\frac{1}{2}$ |

30. Dibuja la gráfica de la función asociada a esta tabla. ¿Cuál es la razón de proporcionalidad?

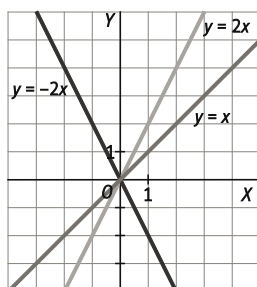
x	-2	0	2	4	6	8
y	-3	0	3	6	9	12



La razón de proporcionalidad es $\frac{3}{2}$.

31. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

- | | | |
|-------------|------------|--------------|
| a) $y = 2x$ | b) $y = x$ | c) $y = -2x$ |
|-------------|------------|--------------|



32. La razón de proporcionalidad de dos magnitudes directamente proporcionales es $\frac{3}{4}$.

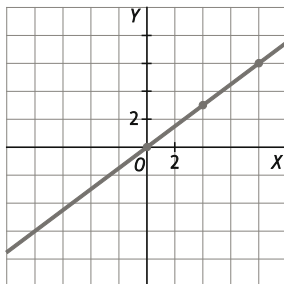
- Escribe la fórmula de la función.
- Construye una tabla de valores.
- Representa la función.

a) $y = \frac{3}{4}x$

b)

x	-8	-4	0	4	8
y	-6	-3	0	3	6

c)



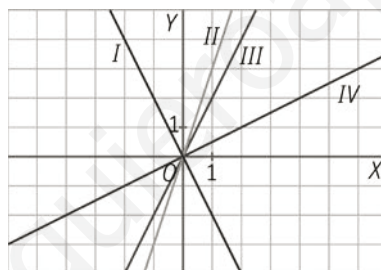
33. Asocia a cada una de las siguientes fórmulas su gráfica correspondiente.

a) $y = 2x$

b) $y = 3x$

c) $y = -2x$

d) $y = \frac{1}{2}x$



a) III

b) II

c) I

d) IV

34. Actividad resuelta

35. Halla el valor de la variable dependiente para los valores -2, -1, 0, 1 y 2 en las siguientes funciones, e indica cuáles son funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = x - 3$

c) $y = 5x$

e) $y = x^2$

b) $y = -3x$

d) $y = \frac{1}{2}x$

f) $y = -\frac{1}{2}x$

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-4	-3	-2	-1

d)

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	-0,5	0	0,5	1

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	0	-3	-6

e)

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	-10	-5	0	5	10

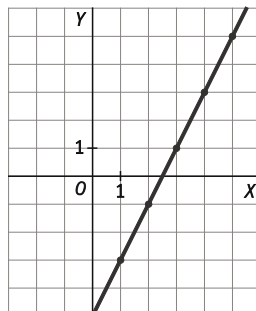
f)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	0,5	0	-0,5	-1

Son funciones de proporcionalidad directa b), c), d) y f).

36. A partir de la siguiente tabla, representa la gráfica de la función. ¿Es una función de proporcionalidad directa?

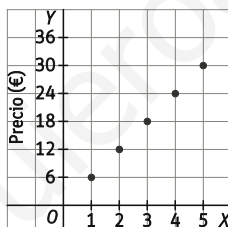
x	1	2	3	4	5
y	-3	-1	1	3	5



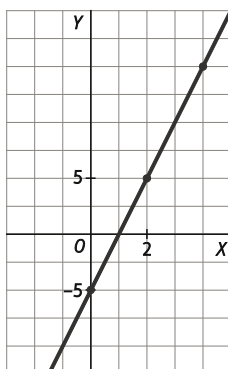
No es de proporcionalidad directa. La recta no pasa por (0, 0).

37. Javier invita al cine a varios amigos para celebrar su cumpleaños. La entrada al cine cuesta 6 €.

- Halla la fórmula de la función que relaciona el número de entradas compradas y el precio que hay que pagar.
 - ¿Es una función de proporcionalidad directa?
 - Representa la gráfica de la función. ¿Tiene sentido unirlos puntos?
- Llamando x al número de entradas e y al precio que hay que pagar, $y = 6x$.
 - Es una función de proporcionalidad directa.
 - No tiene sentido unir los puntos, el número de amigos es un número natural.



38. Una recta pasa por los puntos (2, 5) y (4, 15). Averigua gráficamente el punto en el que corta al eje de ordenadas. ¿Es una función de proporcionalidad directa?



Corta en (0, -5). No es una función de proporcionalidad directa porque no pasa por (0,0).

39. Un litro de gasolina cuesta 1,20 €.

a) Copia y completa la tabla de valores.

Litros (L)	0	10	20	30	50
Precio (€)	•	•	•	•	•

b) ¿Qué escala conviene utilizar en cada eje para representarla gráfica?

c) Representa la gráfica.

d) A partir de la gráfica, ¿cuánto cuestan 40 L?

e) Escribe la fórmula de la función.

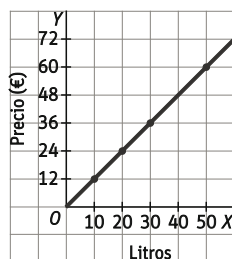
f) Para calcular el precio de 17 L, ¿utilizarías la gráfica o la fórmula? ¿Por qué?

a)

Litros(L)	0	10	20	30	50
Precio(€)	0	12	24	36	60

b) En el eje X, de 10 en 10 L, y en el eje Y, de 12 en 12 €.

c)



d) 40 L cuestan 48 €.

e) $y = 1,2x$

f) Se utiliza la fórmula, el punto correspondiente a $x = 17$ no se determina con exactitud con esta escala.

40. El peso de un objeto en la Luna es la sexta parte de su peso en la Tierra.

a) Si la báscula de Andrea en la Tierra marca 54, ¿cuánto marcará en la Luna?

b) Escribe la fórmula de la función que relaciona el peso de un objeto en la Luna con su peso en la Tierra. ¿Es una función de proporcionalidad directa?

c) Construye una tabla de valores. Si quieres obtener valores enteros de y , ¿qué valores de x debes tomar?

d) ¿Cuál es la variable independiente?

e) Representa la gráfica de la función.

f) Si la hermana menor de Andrea pesa la mitad que ella en la Tierra, ¿pesaría la mitad también en la Luna? Calcúlalo.

a) Pesaría $54 : 6 = 9$ kg.

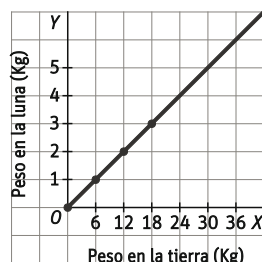
b) $y = \frac{x}{6}$. Es una función de proporcionalidad directa.

c) Deben tomarse valores múltiplos de 6.

x	0	6	12	18	24
y	0	1	2	3	4

d) La variable independiente es el peso en la Tierra.

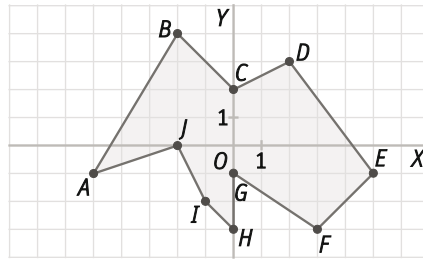
e)



f) Sí, ya que en la Tierra pesan 54 y 27 kg, y en la Luna, 9 y 4,5 kg, respectivamente.

41. Actividad interactiva

42. Escribe las coordenadas de los puntos representados en la siguiente figura.

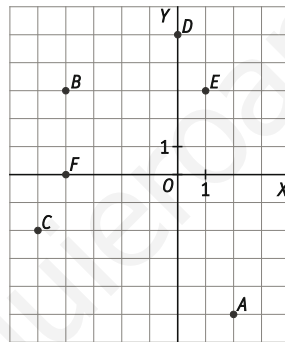


$A(-5, -1)$	$C(0, 2)$	$E(5, -1)$	$G(0, -1)$	$I(-1, -2)$
$B(-2, 4)$	$D(2, 3)$	$F(3, -3)$	$H(0, -3)$	$J(-2, 0)$

43. Actividad resuelta

44. Representa en el plano cartesiano los siguientes puntos.

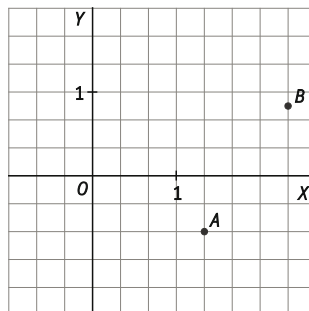
$A(2, -5)$	$C(-5, -2)$	$E(1, 3)$
$B(-4, 3)$	$D(0, 5)$	$F(-4, 0)$



45. Indica, sin representarlos, en qué cuadrante están los siguientes puntos.

$A(3, -1)$	$C(-2, -2)$	$E(1, 25; 1)$
$B(-4, 3)$	$D(-2, 5; 0, 5)$	$F(0, -3)$
A: Cuarto	C: Tercero	E: Primero
B: Segundo	D: Segundo	F: Eje de ordenadas

46. Representa los puntos $A\left(\frac{4}{3}, \frac{-2}{3}\right)$ y $B\left(\frac{7}{3}, \frac{5}{6}\right)$.



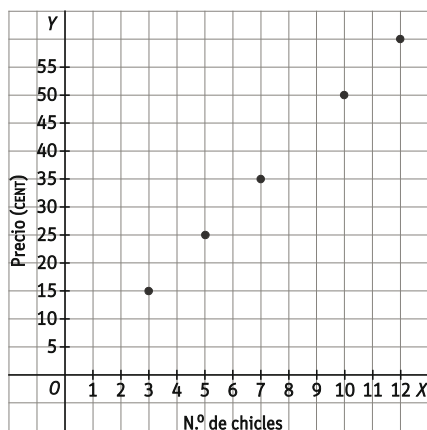
47. En la siguiente tabla aparece la relación entre el número de chicles comprados y el precio pagado por ellos.

N.º de chicles	3	5	7	10	12
Precio (CENT)	15	25	35	50	60

a) Representa los puntos en el plano cartesiano.

b) ¿Tiene sentido unir los puntos?

a)



b) No, el número de chicles es un número natural.

48. La relación entre dos magnitudes se expresa mediante la fórmula $y = \frac{1}{2}x - 1$.

a) Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

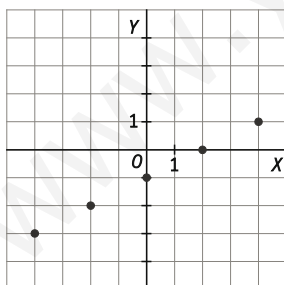
x	-4	-2	0	2	4
y	•	•	•	•	•

b) Representa los puntos en los ejes cartesianos.

a)

x	-4	-2	0	2	4
y	-3	-2	-1	0	1

b)



49. Un coche circula a 100 kilómetros por hora (km/h). Copia la tabla en tu cuaderno y complétala.

Tiempo (horas)	0	1	•	•	8
Espacio recorrido (km)	•	•	200	500	•

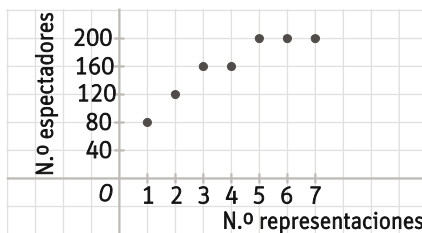
¿Cuál es la fórmula que relaciona las dos variables?

Tiempo(horas)	0	1	2	5	8
Espacio recorrido (km)	0	100	200	500	800

La fórmula es: $y = 100x$, siendo x el tiempo e y el espacio recorrido.

50. Actividad resuelta

51. En la gráfica se refleja el número de espectadores que tuvo una obra de teatro durante sus primeras representaciones.



- ¿Cuántos espectadores tuvo la obra en su primera representación? ¿Y en la quinta?
- ¿Tiene sentido unir los puntos de la gráfica?
- ¿Dirías que la obra ha tenido éxito?
- El número de espectadores no ha seguido subiendo. ¿Qué razón puede haber?
 - 80 en la primera. 200 en la quinta.
 - No, el número de representaciones es un número natural.
 - Parece que la obra ha tenido éxito, el número de espectadores ha ido aumentando o manteniéndose.
 - Podría ser la capacidad máxima del teatro.

52. A partir de los valores de la tabla, escribe la fórmula que relaciona las dos magnitudes.

x	1	2	3	6	9	12
y	3	4	5	8	11	14

La fórmula es $y = x + 2$.

53. Explica si las siguientes relaciones dadas por tablas o gráficas son funciones.

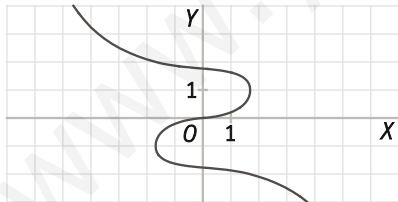
a)

x	-2	-1	0	1	2
y	3	4	28	-6	3

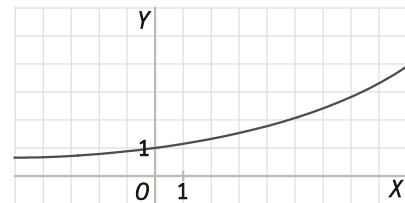
b)

X	0	1	2	1	3
Y	3	4	28	-6	3

c)



d)



- Es una función, a cada valor de x le corresponde un único valor de y .
- No es una función, para $x = 1$ hay dos valores de y .
- No es una función, hay más de un punto con la misma abscisa.
- Es una función, a cada valor de x le corresponde un único valor de y .

54. Una función asigna a cada valor su cubo.

a) Escribe su fórmula.

b) Halla los valores de la variable dependiente para $x = 0$, $x = 2$ y $x = -3$.

a) $y = x^3$

b) Los valores son 0, 8 y -27, respectivamente.

55. Una función asigna a cada valor de x el número 10.

a) Construye una tabla con cinco valores.

b) Escribe la fórmula de la función.

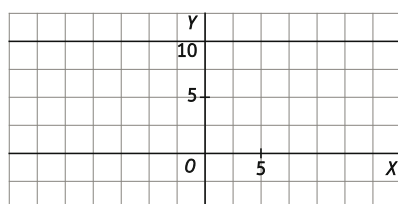
c) Representa la función.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	10	10	10	10	10

b) $y = 10$

c)



56. Escribe las fórmulas de las funciones de proporcionalidad directa correspondientes a las siguientes razones de proporcionalidad.

a) $m = 3$

b) $m = -4$

c) $m = \frac{2}{3}$

d) $m = -\frac{3}{4}$

a) $y = 3x$

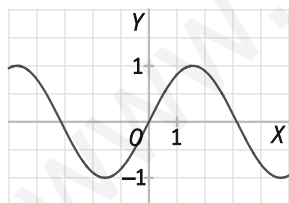
b) $y = -4x$

c) $y = \frac{2}{3}x$

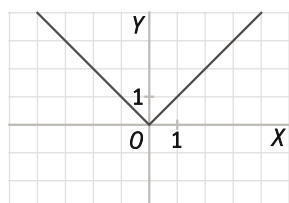
d) $y = -\frac{3}{4}x$

57. ¿Cuáles de las siguientes gráficas no se corresponden con funciones de proporcionalidad directa? Razona tu respuesta.

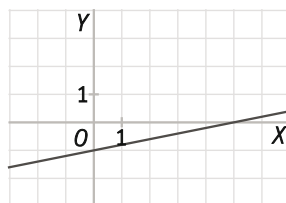
a)



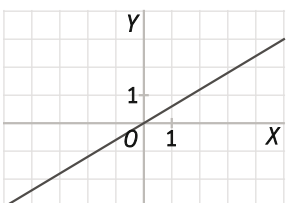
b)



c)



d)



Las gráficas a) y b) no son, porque no son rectas.

La c) no es porque, aunque es recta, no pasa por el origen.

La única función de proporcionalidad directa es la d), ya que su gráfica es la única recta que pasa por (0, 0).

58. La fórmula de una función de proporcionalidad directa es $y = \frac{1}{3}x$.

a) Copia en tu cuaderno y completa la tabla.

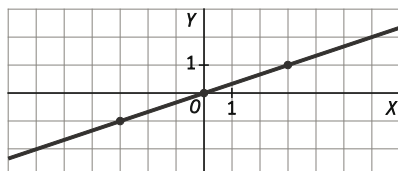
x	-6	3	•	•	•
y	•	•	0	-1	2

b) Representa la función.

a)

x	-6	3	0	-3	6
y	-2	1	0	-1	2

b)



59. Las siguientes tablas corresponden a funciones de proporcionalidad directa. Complétalas en tu cuaderno.

a)

x	12	-6	0	1	•
y	•	•	•	-1	2

b)

x	-4	0	2	•	•
y	•	•	1	6	8

a)

x	12	-6	0	1	-2
y	-12	6	0	-1	2

b)

x	-4	0	2	12	16
y	-2	0	1	6	8

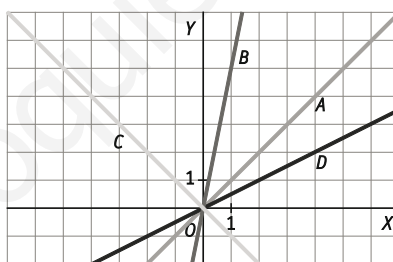
60. Representa las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) $y = x$

b) $y = 5x$

c) $y = -x$

d) $y = \frac{1}{2}x$

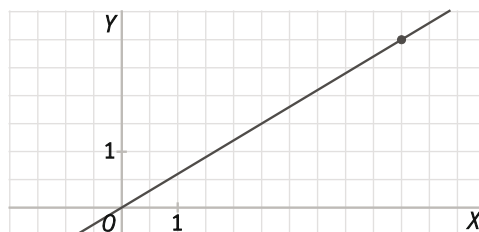


61. Halla la fórmula de cada una de las siguientes funciones de proporcionalidad directa.

a) Su pendiente es -5.

b) Pasa por el punto $(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$.

c) Su gráfica es la siguiente:

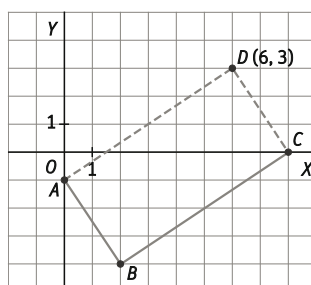


a) $y = -5x$

b) $y = 5x$

c) $y = \frac{3}{5}x$

62. Los puntos $A(0, -1)$, $B(2, -4)$ y $C(8, 0)$ son vértices consecutivos de un rectángulo. Representalos y halla las coordenadas del cuarto vértice.

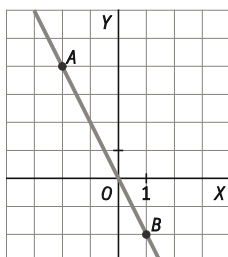


El vértice es $D(6, 3)$.

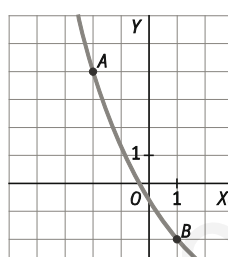
63. Dibuja en cada apartado una gráfica que pase por los puntos $A(-2, 4)$ y $B(1, -2)$ y que cumpla la condición pedida en cada caso.

- Que sea una función de proporcionalidad directa.
- Que sea una función, pero no de proporcionalidad directa.
- Que no sea una función.

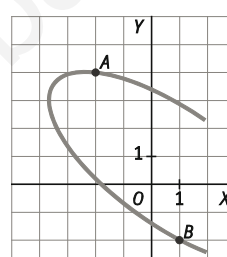
a)



b)



c)

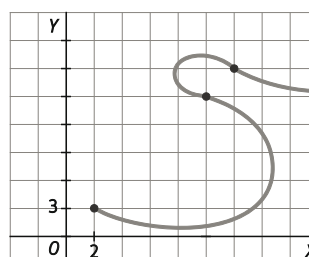


64. La gráfica de una función pasa por los puntos $(2, 3)$, $(10, 15)$ y $(12, 18)$.

- ¿Puede ser una función de proporcionalidad directa?
- Dibuja la gráfica de una función que pase por esos puntos y no sea de proporcionalidad directa.

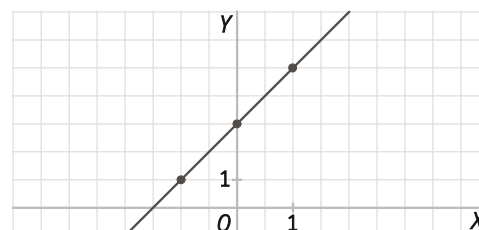
a) Sí, $y = \frac{3}{2}x$

b) Respuesta modelo:



65. La siguiente gráfica representa la relación entre dos magnitudes.

- Construye una tabla de valores en la que aparezcan los puntos marcados en la gráfica.
- Construye la tabla de otra función, que asigne a cada valor de x tres unidades menos que la función anterior.
- ¿De qué tipo es la función que has obtenido? Halla su fórmula.
- A partir de esa fórmula, ¿cuál sería el valor de la primera función para $x = 10$?



a)

x	-1	0	1
y	1	3	5

b)

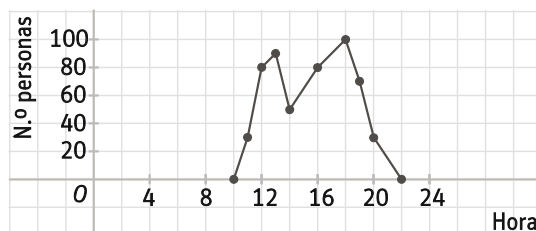
x	-1	0	1
y	-2	0	2

c) Es la función de proporcionalidad directa $y = 2x$.

d) Sería $y = 2 \cdot 10 + 3 = 23$.

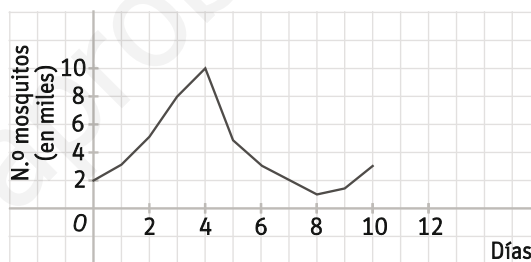
66. Actividad resuelta

67. La gráfica muestra el número de personas en una piscina durante un día de verano.



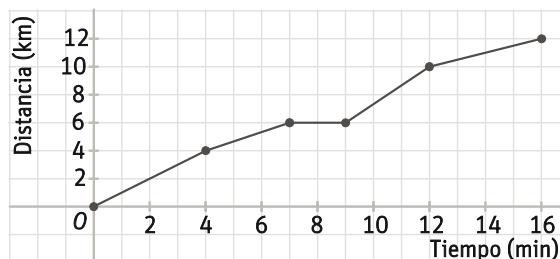
- ¿Qué horario tiene la piscina?
 - ¿A qué hora había más gente?
 - ¿A qué hora salió más gente a comer fuera de la piscina?
- De 10 a 22 h
 - A las 18 h
 - A las 14 h

68. La gráfica muestra la evolución del número de mosquitos en un pantano durante unos días.



- ¿Cuál era el número inicial de mosquitos?
 - En un determinado momento se libera un insecticida para eliminar esos mosquitos. ¿En qué momento?
 - ¿Ha conseguido el insecticida acabar con la plaga de mosquitos?
- Había 2000 mosquitos.
 - A los 4 días
 - No, el número no llega a 0 y vuelve a crecer.

69. La siguiente gráfica representa la distancia que ha recorrido Gabriela con su tabla de snow en una estación de esquí.



- ¿Cuánto tiempo dura su recorrido?
 - ¿Qué distancia ha recorrido en total?
 - ¿Ha hecho más kilómetros en la primera mitad del recorrido o en la segunda?
 - ¿Ha parado en alguna ocasión? ¿Durante cuánto tiempo?
- 16 minutos
 - 12 km
 - Ha hecho los mismos.
 - Paró en el minuto 7, durante 2 minutos.

70. Actividad resuelta

71. José ha comprado en la frutería una sandía de 8 kg por 9,60 €. Su amiga Teresa ha comprado otra de 10 kg por 12 €.

- Calcula el precio que cada uno de ellos paga por cada kilogramo.
- Halla la fórmula que relaciona el peso y el precio de la sandía.
- Usa esa fórmula para calcular el precio de una sandía de 12 kg.

a) José paga $\frac{9,60}{8} = 1,20$ €/kg, y Teresa paga $\frac{12}{10} = 1,20$ €/kg.

b) $y = 1,20x$, siendo x el peso e y el precio.

c) $1,20 \cdot 12 = 14,4$ €

72. Jorge trabaja como vendedor y una parte de su sueldo depende de las ventas que consiga. Por cada 100 € que consiga vender, le corresponde una comisión de 8 €.

- Construye una tabla relacionando la cantidad vendida con el dinero que gana como comisión.
- ¿Es una función de proporcionalidad directa?
- Representa la gráfica de la función.
- Escribe la fórmula de la función.

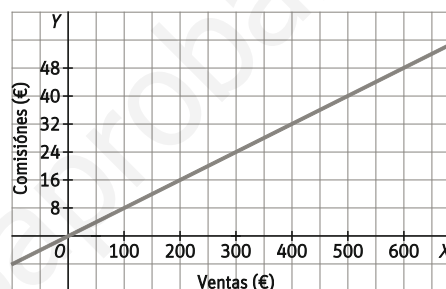
a)

x	0	100	200	300	400	500
y	0	8	16	24	32	40

b) Es una función de proporcionalidad directa.

d) $y = \frac{8}{100}x$

c)



73. Julio está cocinando siguiendo las instrucciones de un libro de recetas. En el libro aparecen las siguientes indicaciones:

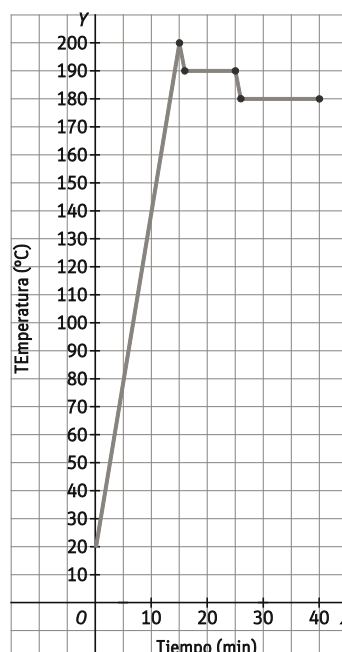
Instrucciones de cocción

Precalienta el horno 15 minutos, hasta que alcance los 200°; introduce el pastel y baja la temperatura a 190°. Cocínalo durante 10 minutos, y después baja la temperatura 10° y termina de cocinar durante otros 15 minutos.

Representa gráficamente la temperatura del horno, suponiendo que al principio estaba a temperatura ambiente (20 °C).

La gráfica podría ser similar a la siguiente:

Hay que tener en cuenta que la temperatura no bajará inmediatamente, cuando bajemos el programador tardará algo en enfriarse.



74. La longitud de una circunferencia se calcula mediante la fórmula $L = 2\pi r$.

a) Completa la siguiente tabla de valores en tu cuaderno.

r (cm)	1	2	3	4	5
L (cm)	•	4π	•	•	•

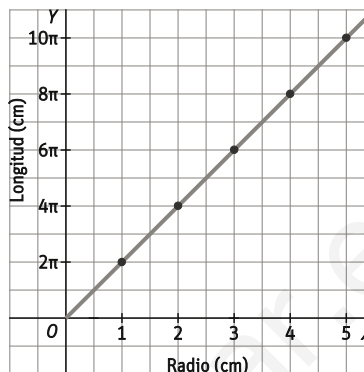
b) Representa la función graduando el eje Y utilizando π como unidad.

c) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

a)

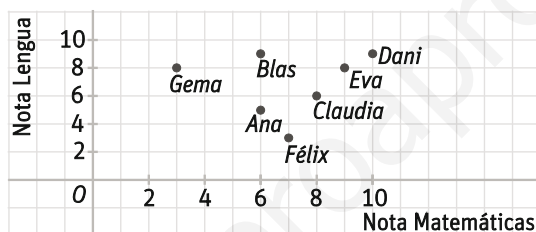
r (cm)	1	2	3	4	5
L (cm)	2π	4π	6π	8π	10π

b)



c) Es una función de proporcionalidad directa.

75. Varios alumnos de la clase han representado en unos ejes de coordenadas sus notas en Matemáticas y en Lengua, señalando su nombre junto al punto que los representa.



a) ¿Quién tiene la mejor nota en Matemáticas? ¿Y en Lengua?

b) ¿Quién es mejor en Matemáticas, Ana o Blas? ¿Y en Lengua?

c) ¿Es la gráfica de una función? Razona la respuesta.

a) Dani tiene la mejor nota en Matemáticas, y Dani y Blas tienen la mejor nota en Lengua.

b) Son iguales en Matemáticas, y Blas es mejor en Lengua.

c) No es una función, ya que a una nota de Matemáticas no corresponde una única nota de Lengua.

76. En un parque de atracciones hay diferentes tarifas en función de la edad.

Niños menores de 5 años	No pagan
Niños hasta los 12 años	6 €
Jóvenes, entre 13 y 18 años	20 €
Adultos, hasta 65 años	30 €
Mayores de 65 años	3 €

a) ¿Puede haber dos personas de distinta edad que paguen lo mismo?

b) La familia de Arturo quiere entrar en el parque. Los miembros de la familia son: Arturo, que tiene 11 años; su hermana Alba, que tiene 4 años; sus padres, que tienen 35 y 38 años; y su abuelo, que tiene 66 años. ¿Cuánto tendrán que pagar en total?

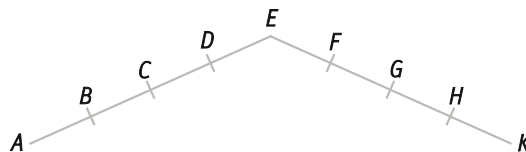
c) ¿La relación entre la edad y el precio de la entrada es una función?

a) Sí. Por ejemplo, dos personas de 14 y 15 años.

b) Arturo paga 6 €, Alba no paga, cada padre paga 30 € y el abuelo paga 3 €. En total pagan 69 €.

c) Sí, a cada edad le corresponde un único precio.

77. Entrenándose para una carrera, cuyo recorrido es el que se indica en la figura, Lucía comienza en lugares diferentes y no recorre siempre la misma distancia, pero siempre va más deprisa bajando que subiendo. En el camino, y a distancias iguales, están marcados los controles A, B, C, D, E (cima), F, G, H, K (meta).
¿En cuál de los siguientes trayectos tardará menos tiempo?



A. CEGF

B. BEG

C. CEH

D. DEKH

Contamos los tramos de subida (S) y bajada (B) en cada caso:

A. $3S + 2B$

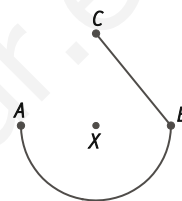
B. $3S + 2B$

C. $2S + 3B$

D. $2S + 4B$

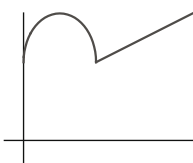
C es más rápido que A y B (los mismos tramos totales, pero más de bajada) y que D (una bajada más). La respuesta es C.

78. Un barco navega desde A hasta B, describiendo una semicircunferencia centrada en la isla X; luego navega en línea recta desde B hasta C.

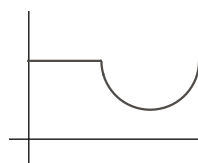


¿Cuál de las siguientes gráficas muestra la distancia del barco a la isla según la distancia recorrida?

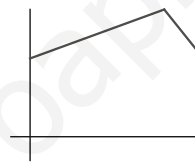
A.



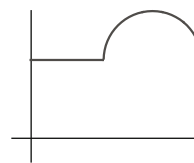
B.



C.



D.



La gráfica B. La distancia es constante hasta llegar a B, luego se acerca y después se aleja.

79. Una función asigna a cada entero positivo el producto del entero anterior por el número que le asigna la función a ese anterior. Si $f(1) = 1$, ¿cuánto vale $f(4)$?

A. $\frac{1}{6}$

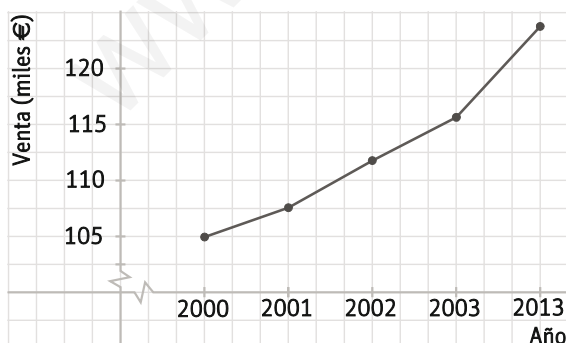
B. $\frac{1}{24}$

C. 24

D. 6

D. $f(2) = 1 \cdot f(1) = 1 \cdot 1 = 1$; $f(3) = 2 \cdot f(2) = 2 \cdot 1 = 2$; $f(4) = 3 \cdot f(3) = 3 \cdot 2 = 6$

80. Manuel es el encargado de una empresa desde 2003. Sus jefes quieren valorar su trabajo, y le han pedido un informe. Manuel presenta el siguiente gráfico.



Manuel comenta el gráfico a sus jefes:

“Como pueden ver, la empresa va estupendamente, y los beneficios han ido creciendo más rápidamente que en los años anteriores.”

¿Es correcto su análisis? ¿Dónde está el error?

No. Manuel ha falseado los resultados, graduando mal el eje x. En sus 10 años la empresa ha ganado unos 11 000 €, aproximadamente lo mismo que entre 2000 y 2003, por lo que el ritmo de crecimiento ha sido mucho menor.

PONTE A PRUEBA

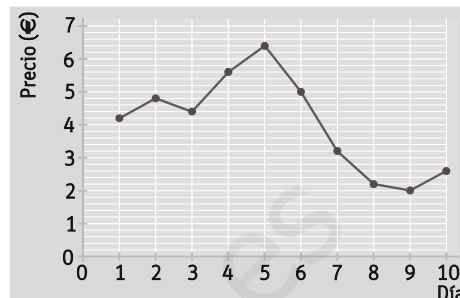
Las margaritas

Actividad resuelta

La Bolsa

La gráfica siguiente representa el precio de las acciones de una empresa en la Bolsa durante varios días.

- Carlos compró acciones de la empresa el 2º día. ¿A qué precio?
- Si las vendiera el 6º día, ¿ganaría o perdería dinero? ¿Y si esperara al 7º día?
- ¿Cuándo debería comprar y cuándo debería vender para obtener el mayor beneficio? ¿Cuánto ganaría por cada acción? Una amiga suya tuvo peor suerte, y perdió 3 euros por acción. ¿En qué días compró y vendió sus acciones?



- Las compró a 4,80 €.
- El 6º día ganaría dinero, pero el 7º perdería.
- Comprando el primer día y vendiendo el 5.º se obtienen 2,20 € por acción. La amiga compró el 6.º día y vendió el 9.º día.

Temperaturas

En la siguiente tabla aparecen las temperaturas en dos ciudades durante 24 horas.

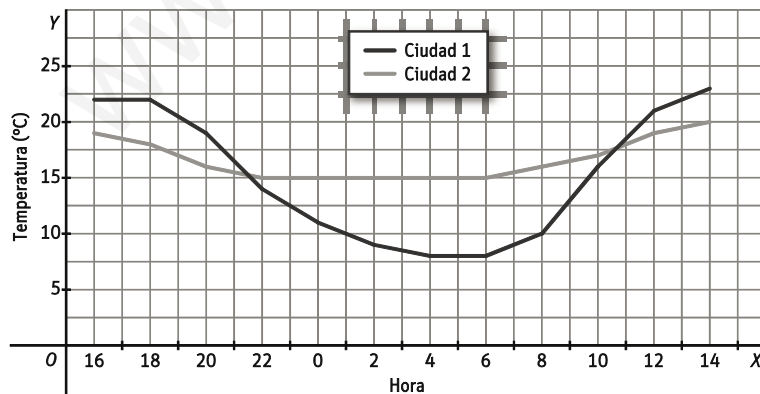
	Hora	16	18	20	22	00	02	04	06	08	10	12	14
Temp (°C)	Ciudad 1	22	22	19	14	11	9	8	8	10	16	21	23
	Ciudad 2	19	18	16	15	15	15	15	15	16	17	19	20

- Representa gráficamente los datos de la tabla.
- Responde verdadero o falso en tu cuaderno.

	V	F
En la ciudad 1, se alcanzaron 11 °C a medianoche.		
En la Ciudad 2 se llegó a 15 °C a las 10 de la mañana.		
La temperatura máxima de la ciudad 1 superó a la de la ciudad 2.		
La temperatura mínima de la ciudad 2 se mantuvo durante más de 5 horas.		
Entre la medianoche y el mediodía, en la ciudad 1 hubo mayor diferencia de temperatura que en la ciudad 2.		

- ¿Qué variación de temperatura ha habido en cada ciudad?

1.



2.

	V	F
En la ciudad 1, se alcanzaron 11 °C a medianoche.	V	
En la Ciudad 2 se llegó a 15 °C a las 10 de la mañana.		F
La temperatura máxima de la ciudad 1 superó a la de la ciudad 2.	V	
La temperatura mínima de la ciudad 2 se mantuvo durante más de 5 horas.	V	
Entre la medianoche y el mediodía, en la ciudad 1 hubo mayor diferencia de temperatura que en la ciudad 2.	V	

3. En la ciudad 1 la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima fue de 15 °C. En la ciudad 2 fue solo de 5°C.

Los fontaneros

El abuelo de Filo le explica algunas aplicaciones de las coordenadas cartesianas.

La semana pasada necesitaba un fontanero para hacer unos arreglos y pidió presupuesto a dos distintos para ver cuál era más económico. Ambos fontaneros cobraban una cantidad fija por el desplazamiento y otra en función del número de horas trabajadas, pero sus tarifas eran distintas.

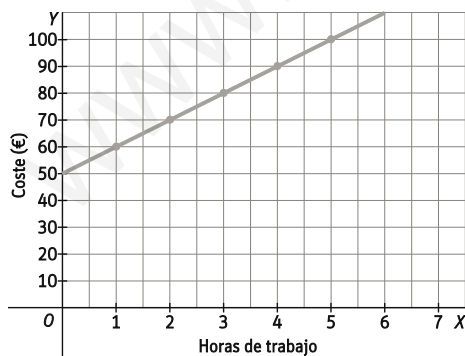
El abuelo construyó una tabla, dibujó la gráfica y encontró la fórmula para cada fontanero. De ese modo comparó las tarifas y decidió cuál es el fontanero más barato según el número de horas trabajadas.

- El primer fontanero cobra un fijo de 50 € y además 10 € por cada hora trabajada.
 - Construye una tabla que relacione varias horas de trabajo y el coste correspondiente.
 - Representa los valores obtenidos. ¿Los puntos están alineados? Únelos.
 - Si el fontanero no cobrara el desplazamiento, ¿el precio y el número de horas serían directamente proporcionales? ¿Cómo sería la fórmula de esa función?
 - Si ahora le añadimos el desplazamiento, ¿qué fórmula obtenemos para el primer fontanero?
- Repite los pasos anteriores con las tarifas del segundo fontanero: 20 € de desplazamiento más 16 € por hora.
- ¿Cuándo coinciden ambas tarifas? ¿En qué tramos es más barato cada fontanero?
- Si ambas tarifas hay que añadirles el IVA, ¿qué fontanero es más barato si el abuelo supone que van a tardar 3 horas?

1. a)

Horas de trabajo	1	2	3	4	5
Coste en euros	60	70	80	90	100

b)



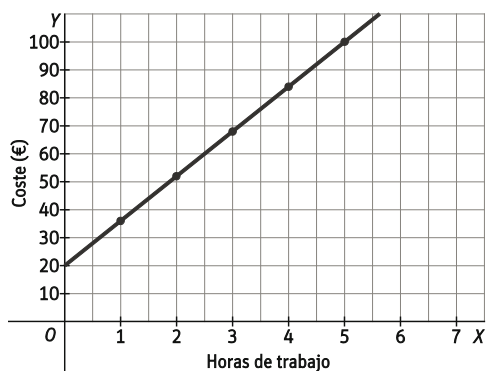
Los puntos están alineados.

- Sin contar el desplazamiento, sería una función de proporcionalidad directa. Su fórmula sería $y = 10x$.
- Añadiendo el desplazamiento, queda $y = 10x + 50$.

2. a)

Horas de trabajo	1	2	3	4	5
Coste en euros	36	52	68	84	100

b)

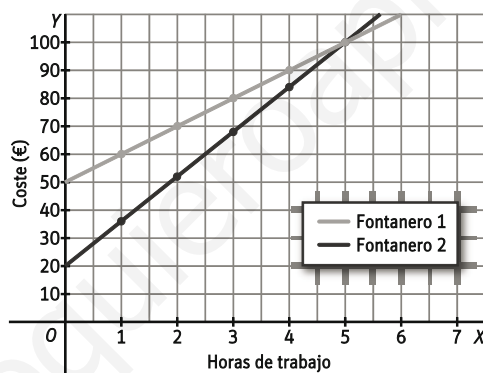


Los puntos están alineados.

c) Sin contar el desplazamiento, sería una función de proporcionalidad directa. Su fórmula sería $y = 16x$.

d) Añadiendo el desplazamiento, queda $y = 16x + 20$.

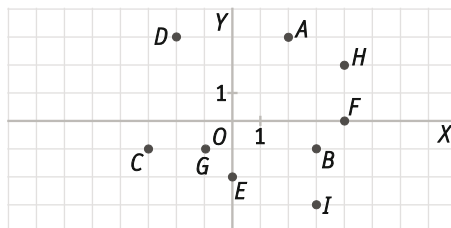
3. Representando las dos funciones en los mismos ejes, se observa que coinciden a las 5 horas. Si el trabajo dura menos, el segundo fontanero es más barato, y si dura más, es más económico el primero.



4. Al añadir el IVA las tarifas de ambos fontaneros incrementan en el mismo porcentaje, 21%. Por lo tanto si van a tardar 3 horas en realizar la reparación, el 2º fontanero resultará más económico.

AUTOEVALUACIÓN

1. Escribe las coordenadas de los puntos de la gráfica e indica en qué cuadrante está cada uno de ellos.



$A(2, 3)$ 1.º $C(-3, -1)$ 3.º $E(0, -2)$ Eje ordenadas $G(-1, -1)$ 3.º $I(3, -3)$ 4.º
 $B(3, -1)$ 4.º $D(-2, 3)$ 2.º $F(4, 0)$ Eje abscisas $H(4, 2)$ 1.º

2. La siguiente tabla recoge la relación entre el número de lápices comprados y el precio total.

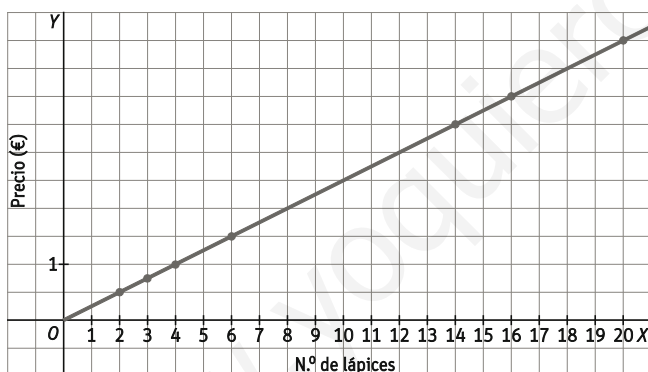
N.º de lápices	2	6	3	•	•	•
Precio (€)	0,5	•	•	3,5	4	5

- a) Copia y completa la tabla en tu cuaderno.
 b) Representa gráficamente los valores obtenidos.
 c) ¿Tiene sentido unir los puntos?
 d) ¿Es una función de proporcionalidad directa?

a)

N.º de lápices	2	6	3	14	16	20
Precio(€)	0,5	1,5	0,75	3,5	4	5

b)



- c) No, el número de lápices es un número natural.
 d) Sí, la razón de proporcionalidad es 0,25.

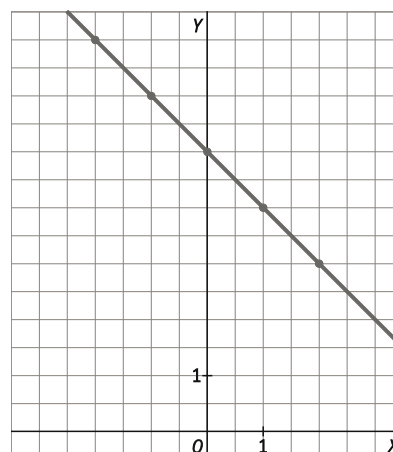
3. La fórmula de una función es $y = 5 - x$.

- a) Construye una tabla dando cinco valores a x .
 b) Representa gráficamente la función.

a)

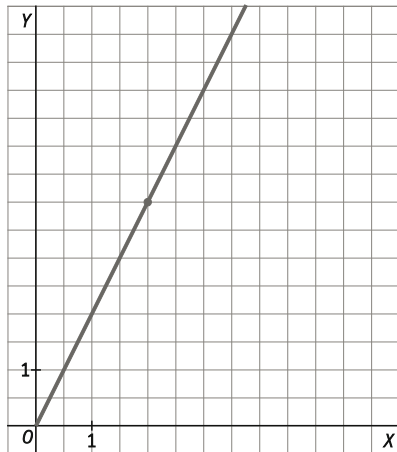
x	-2	-1	0	1	2
y	7	6	5	4	3

b)

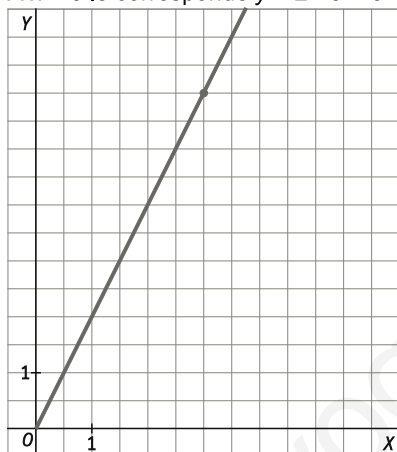


4. La gráfica de una función de proporcionalidad directa pasa por el punto (2, 4).

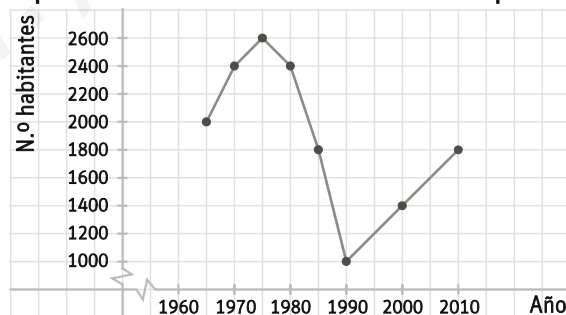
- Representa la gráfica.
- Calcula la fórmula de la función.
- Halla gráficamente y mediante la fórmula el valor de y que se corresponde con $x = 3$.



- $y = 2x$
- A $x = 3$ le corresponde $y = 2 \cdot 3 = 6$



5. En la siguiente gráfica se representa el número de habitantes de un pueblo durante varios años.



- ¿En qué año fue mayor la población? ¿Cuántos habitantes tenía el pueblo ese año?
 - ¿Qué periodo de tiempo se observa en la gráfica?
 - Describe brevemente la evolución de la población en dicho periodo.
- En 1975 tenía 2600 habitantes.
 - Desde 1965 a 2010
 - La población creció entre 1965 y 1975, hasta alcanzar el máximo, y después decreció cada vez más rápidamente hasta 1990, año en el que solo quedaban 1000 habitantes. En los últimos años se observa un aumento a un ritmo constante de la población, hasta alcanzar los 1800 habitantes en 2010.