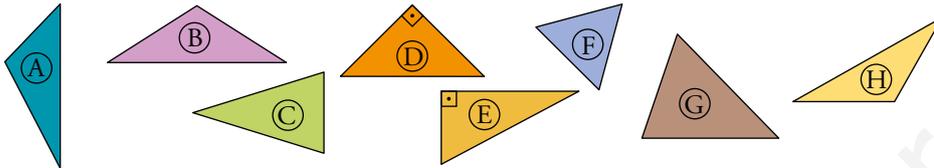


12 FIGURAS GEOMÉTRICAS

Página 212

1 Di cuáles de estos triángulos son:

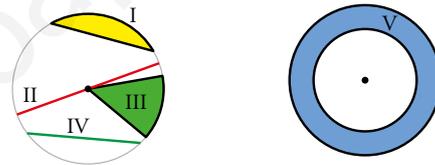
- Acutángulos.
- Obtusángulos isósceles.
- Rectángulos escalenos.



- Acutángulos → C, F, G
- Obtusángulos isósceles → B, H
- Rectángulos escalenos → E

2 Asocia su nombre a cada una de las figuras dibujadas:

- Sector circular.
- Cuerda.
- Segmento circular.
- Diámetro.
- Corona circular.



- Sector circular → III
- Cuerda → IV
- Segmento circular → I
- Diámetro → II
- Corona circular → V

Página 213

3  ¿En cuál de estos casos se puede obtener un cuadrado? ¿Cómo?

En el caso I, poniendo la banda transparente (que tiene el mismo ancho) perpendicular a la banda verde.

4 ¿Cómo tendrían que ser las bandas transparentes para obtener un rectángulo y cómo habría que colocarlas?

En el caso I, poniendo bandas transparentes (de anchos distintos) perpendiculares a la banda verde.

5 Indica una característica del tipo de cuadrilátero que se consigue en cada caso.

En el caso I:

Bandas del mismo ancho perpendiculares → cuadrado

Bandas del mismo ancho no perpendiculares → rombo

Bandas de anchos distintos perpendiculares → rectángulo

Bandas de anchos distintos no perpendiculares → romboide

En el caso II:

Bandas con aristas perpendiculares a un lado del triángulo → trapecio rectángulo

Bandas que forman el mismo ángulo con dos lados del triángulo → trapecio isósceles

6  ¿Cuántas rectas determinan tres puntos no alineados? ¿Y cuatro puntos no alineados?

Tres puntos no alineados determinan 3 rectas.

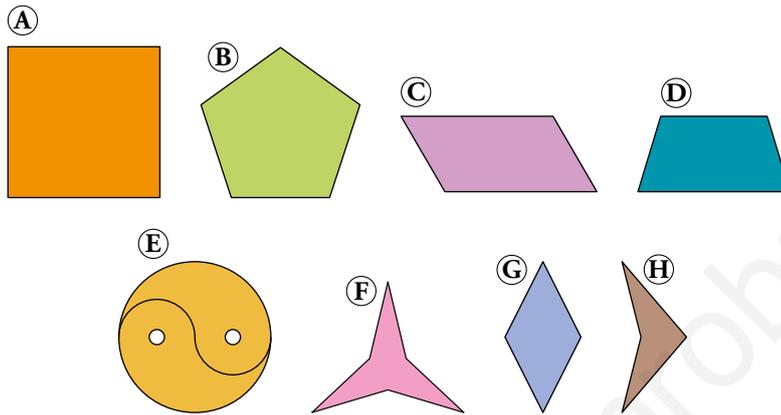
Cuatro puntos no alineados determinan 6 rectas.

2 ▶ SIMETRÍAS EN LAS FIGURAS PLANAS

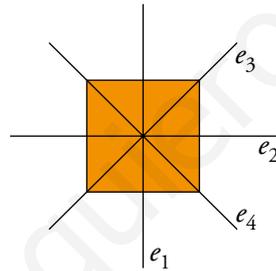
Página 215

Para practicar

- 1 Di cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto a algún eje. Dibuja en tu cuaderno cada eje de simetría y, si tienes un pequeño espejo a mano, comprueba que lo es. Si tiene más de un eje de simetría, averigua qué ángulo forman cada dos de ellos contiguos:

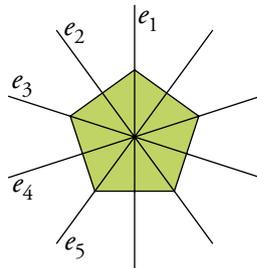


- a) El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría: e_1 , e_2 , e_3 y e_4 .



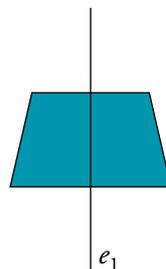
Cada dos ejes contiguos forman 45° .

- b) El pentágono regular tiene cinco ejes de simetría: e_1 , e_2 , e_3 , e_4 y e_5 .



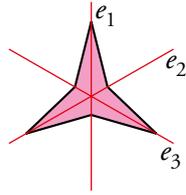
Cada dos ejes contiguos forman 36° .

- c) No tiene ejes de simetría.
d) El trapecio isósceles tiene un eje de simetría: e_1 .



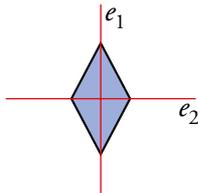
e) No tiene ejes de simetría.

f) Tiene tres ejes de simetría: e_1 , e_2 y e_3 .



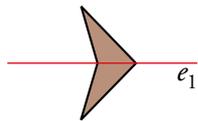
Cada dos ejes contiguos forman 60° .

g) Tiene dos ejes de simetría: e_1 y e_2 .



Cada dos ejes contiguos forman 90° .

h) Tiene un eje de simetría: e_1 .



www.yoquieroaprobar.es

3 ▶ TRIÁNGULOS

Página 216

Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

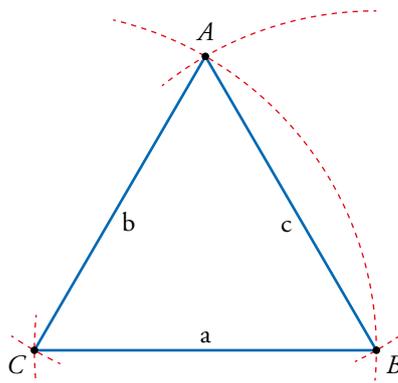
- a) Un triángulo puede tener dos ángulos rectos.
 - b) Un triángulo puede ser escaleno y rectángulo.
 - c) Un triángulo isósceles siempre es acutángulo.
 - d) Un triángulo equilátero siempre es acutángulo
 - e) **Cuanto más grandes sean los lados de un triángulo equilátero, más grandes son sus ángulos.**
- a) Falso. En un triángulo no puede haber dos ángulos rectos porque la suma de todos sus ángulos sería mayor de 180° .
 - b) Verdadero.
 - c) Falso. Puede ser rectángulo y obtusángulo.
 - d) Verdadero.
 - e) Falso. En un triángulo equilátero, todos sus ángulos miden lo mismo, 60° .

2 Construye con regla y compás un triángulo cuyos lados miden:

- a) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$.
- b) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$.
- c) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$.
- d) $a = 7 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$.

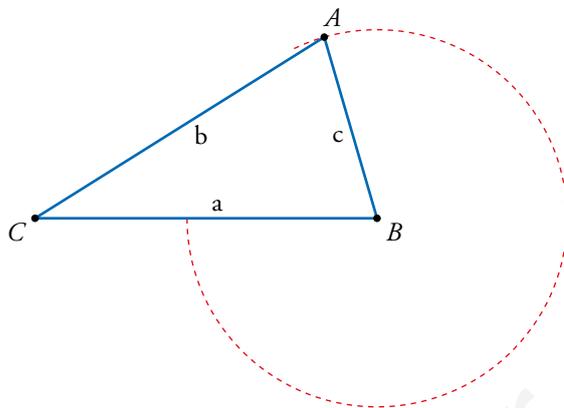
Estudia, en cada caso, la relación entre sus ángulos.

- a) Como todos los lados son iguales, sus ángulos son iguales.



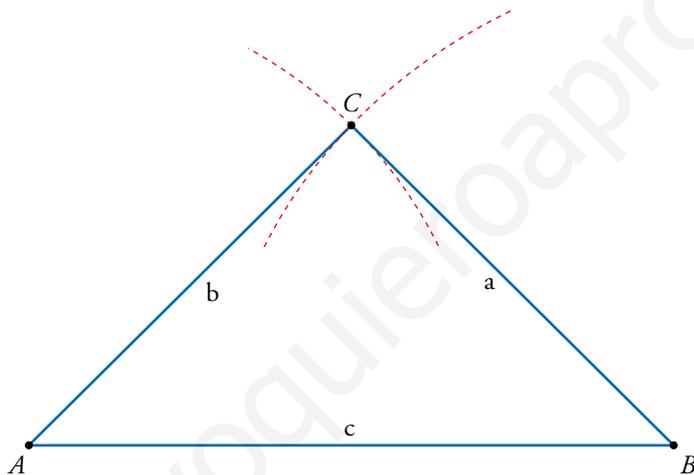
Nota: gráfica reducida al 75 %.

- b) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes \hat{A} y \hat{B} también son iguales. Sin embargo, el lado c es menor que a y b ; por tanto, el ángulo \hat{C} es menor que los otros dos ángulos.

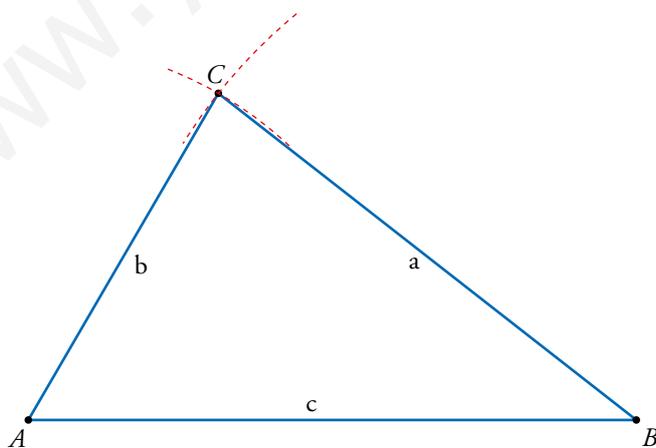


Nota: gráfica reducida al 75%.

- c) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes \hat{A} y \hat{B} también son iguales. Sin embargo, el lado c es mayor que a y b ; por tanto, el ángulo \hat{C} es mayor que los otros dos ángulos.



- d) $b < a < c$. Por tanto, los ángulos correspondientes son $\hat{B} < \hat{A} < \hat{C}$.

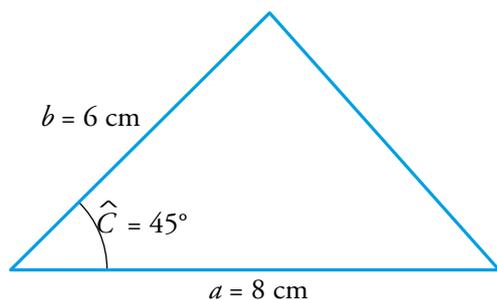


3 Construye con regla y transportador de ángulos:

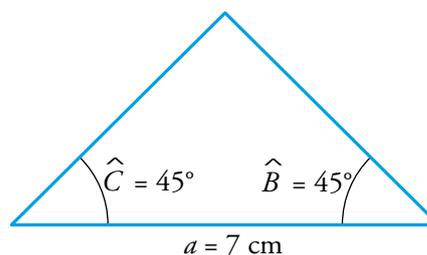
a) Un triángulo de lados $a = 8$ cm y $b = 6$ cm, y ángulo $\hat{C} = 45^\circ$.

b) Un triángulo de lado $a = 7$ cm y ángulos $\hat{B} = 45^\circ$ y $\hat{C} = 45^\circ$.

a)



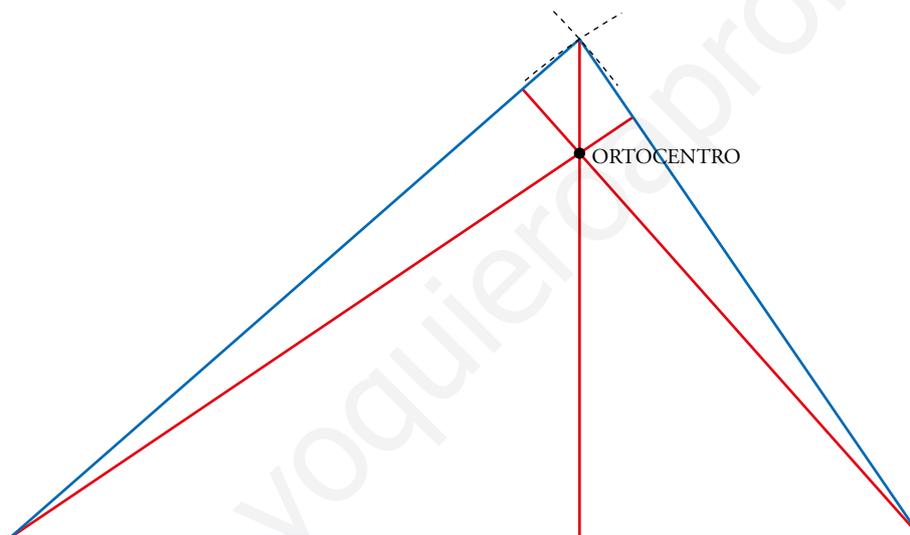
b)



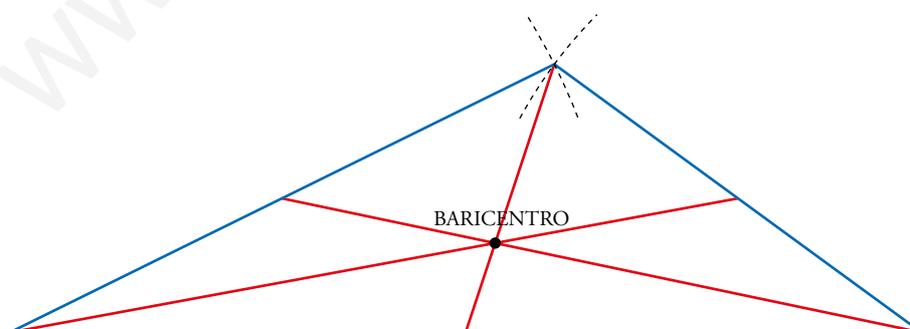
Página 217

Para practicar

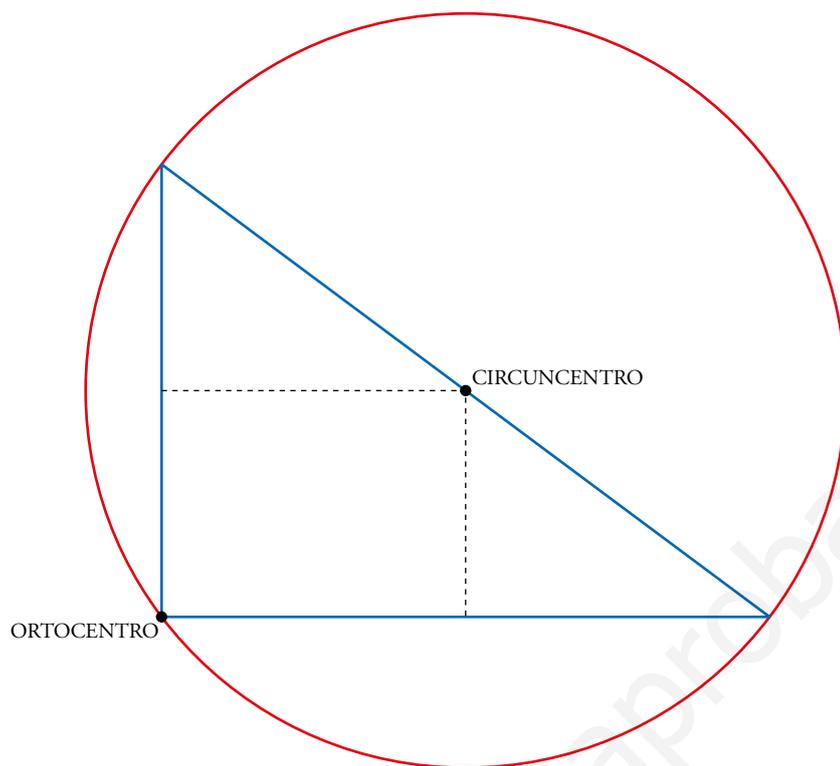
4 Dibuja el triángulo de lados 8 cm, 10 cm y 12 cm. Observa que es acutángulo. Traza sus tres alturas y señala su ortocentro.



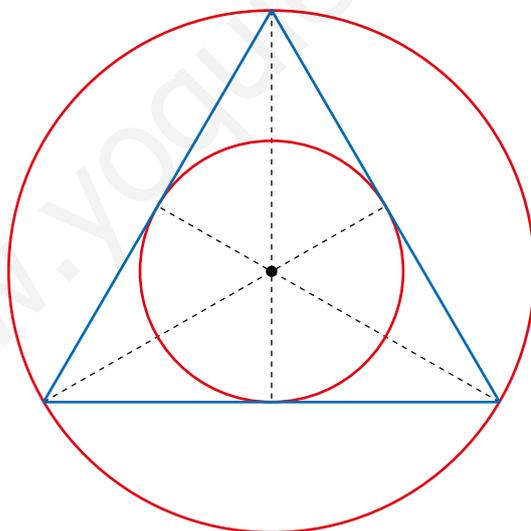
5 Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 12 cm. Observa que es obtusángulo. Traza sus medianas y señala su baricentro.



- 6 Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 10 cm. Observa que es rectángulo. Localiza su ortocentro y su circuncentro. Traza la circunferencia circunscrita.



- 7 Dibuja el triángulo equilátero de lado 6 cm. Traza la circunferencia inscrita y la circunferencia circunscrita.

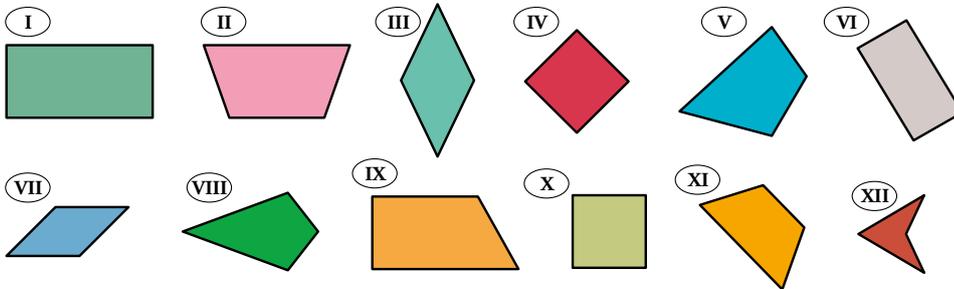


4 ▶ CUADRILÁTEROS

Página 218

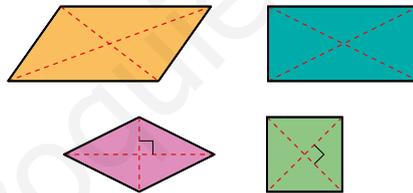
Para fijar ideas

1 Para clasificar estos cuadriláteros, copia y completa en tu cuaderno.



- | | |
|------------------------|----------------------------|
| • Cuadrados → IV, X | • Rectángulos → ... |
| • Rombos → ... | • Romboides → ... |
| • Trapecios → ... | • Trapezoides → ... |
| Cuadrados → IV, X | Rectángulos → I, VI |
| Rombos → III, VII | Romboides → No hay |
| Trapecios → II, IX, XI | Trapezoides → V, VIII, XII |

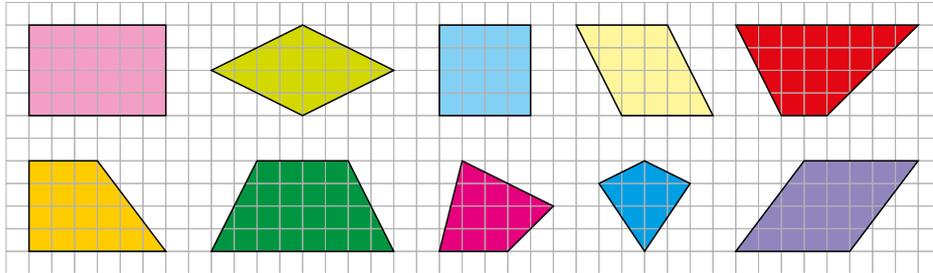
2 Observa los cuatro tipos de paralelogramos, copia y completa en tu cuaderno.



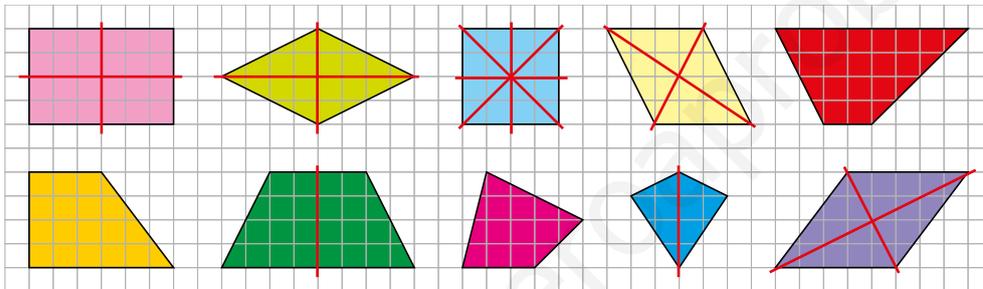
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios en todos ellos.
- Las diagonales son perpendiculares en el ... y en el...
- Las diagonales son iguales en el ... y en el...
- Los ángulos son iguales dos a dos en el ... y en el...
- Los cuatro ángulos son iguales en ... y en el...
- Los cuatro ángulos son rectos en el ... y en el...
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios en todos ellos.
- Las diagonales son perpendiculares en el rombo y en el cuadrado.
- Las diagonales son iguales en el rectángulo y en el cuadrado.
- Los ángulos son iguales dos a dos en el rombo y en el romboide.
- Los cuatro ángulos son iguales en el rectángulo y en el cuadrado.
- Los cuatro ángulos son rectos en el rectángulo y en el cuadrado.

Para fijar ideas

3 Reproduce en papel cuadrículado estos cuadriláteros y traza sus ejes de simetría, si los hay. Después, copia y completa:



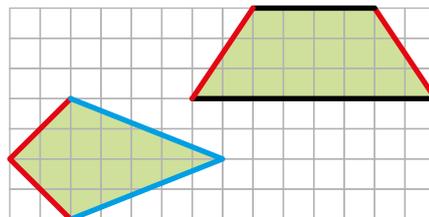
- Los rectángulos y los rombos tienen ... ejes de simetría.
- Los ... tienen cuatro ejes de simetría.
- Los ... no tienen ejes de simetría.
- Hay algunos ... y también algunos ... con simetrías.



- Los rectángulos y los rombos tienen 2 ejes de simetría.
- Los cuadrados tienen cuatro ejes de simetría.
- Los trapecoides no tienen ejes de simetría.
- Hay algunos trapecios y también algunos romboides con simetrías.

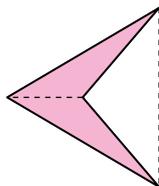
4 Observa las figuras de la derecha y reflexiona. ¿Verdadero o falso?

- Si un cuadrilátero tiene los cuatro ángulos iguales, entonces es un rectángulo.
- Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales, entonces es un paralelogramo.
- Si un cuadrilátero tiene los lados iguales dos a dos, entonces es un paralelogramo.
- Si un cuadrilátero tiene las diagonales perpendiculares, entonces es un rombo.



- Verdadero. Podría decirse que es un cuadrado, pero en realidad un cuadrado es un rectángulo con todos sus lados iguales.
- Falso. Si los lados no son paralelos no tiene por qué ser un paralelogramo.
- Falso. Un trapecioide con forma de cometa tiene los lados iguales dos a dos y no es un paralelogramo.
- Falso. Por ejemplo, un trapecioide con forma de cometa no es un rombo y tiene las diagonales perpendiculares.

- 5 Los polígonos en los que una diagonal queda fuera se llaman polígonos cóncavos. ¿Qué clases de cuadriláteros pueden ser cóncavos? Dibuja alguno en tu cuaderno.

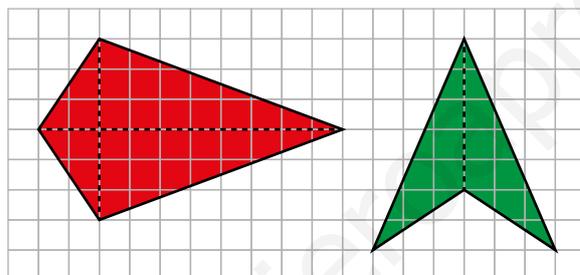


Los trapezoides.

- 6 Observa. De la figura roja podemos decir:

- Es un trapezoide con los lados iguales dos a dos.
- Sus diagonales son perpendiculares.
- Tiene un eje de simetría que coincide con la diagonal mayor.
- Los ángulos cuyos vértices coinciden con los extremos de la diagonal menor son iguales y obtusos.

Describe de igual forma las características de la figura verde.



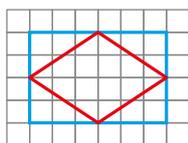
- Es un trapezoide con los lados iguales dos a dos.
- Tiene dos diagonales, una interior y otra exterior, y son perpendiculares.
- Tiene un eje de simetría que coincide con la diagonal menor.
- Los ángulos cuyos vértices coinciden con los extremos de la diagonal mayor son iguales y agudos.

Para practicar

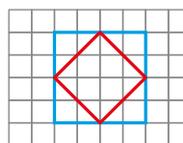
1 Dibuja y di qué polígono tiene sus vértices en:

- Los puntos medios de los lados de un rectángulo.
- Los puntos medios de los lados de un cuadrado.
- Los puntos medios de los lados de un rombo.
- Los puntos medios de los lados de un romboide.
- Los extremos de dos diámetros de una circunferencia.

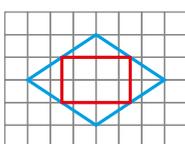
a) Un rombo.



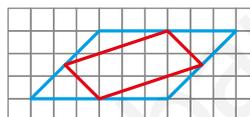
b) Un cuadrado.



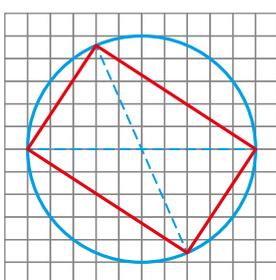
c) Un rectángulo.



d) Un romboide.

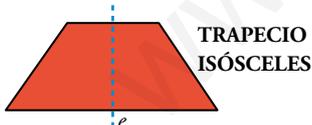


e) Un rectángulo.



2 Completa en tu cuaderno y responde.

- Un trapecio rectángulo tiene, iguales, ...
- Un trapecio isósceles tiene, iguales, ...
- ¿Puede un trapecio ser a la vez rectángulo e isósceles?



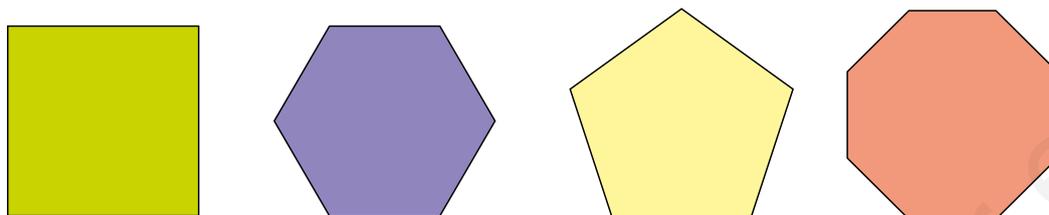
- Un trapecio rectángulo tiene, iguales, dos de sus ángulos.
- Un trapecio isósceles tiene, iguales, los ángulos dos a dos.
- No.

5 ▶ POLÍGONOS REGULARES Y CIRCUNFERENCIAS

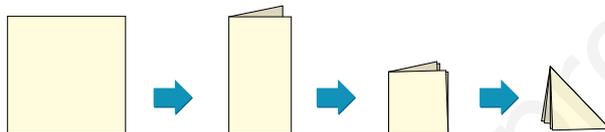
Página 221

Para fijar ideas

- 1  Calca las siguientes figuras y recórtalas. Señala, mediante pliegues, todos sus ejes de simetría:

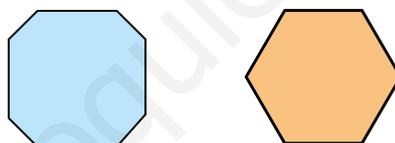


Observa que en el cuadrado puedes hacerlo mediante tres pliegues, y en el octógono, mediante cuatro.



Respuesta abierta.

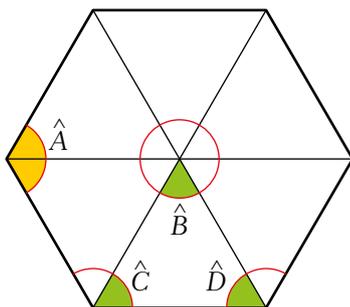
- 2 El octógono tiene todos sus ángulos iguales, y el hexágono, todos los lados iguales. ¿Son regulares? Explica tu respuesta.



El octógono no es regular porque sus lados no son iguales.

El hexágono es regular porque sus lados son iguales y sus ángulos son también iguales.

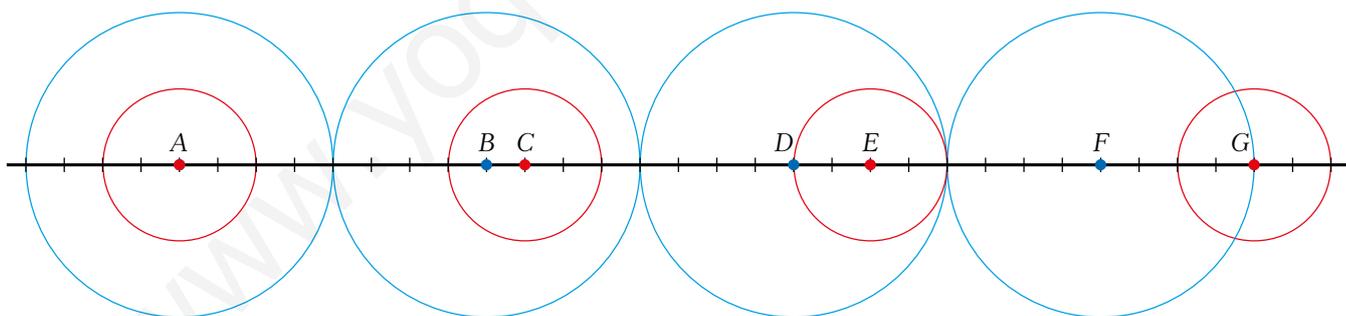
- 3** Recuerda cómo se calcula la suma de los ángulos de un polígono. Reflexiona y completa en tu cuaderno.



- a) La suma de los ángulos del hexágono es: $180^\circ \cdot (6 - 2) = 720^\circ$
 b) La medida de cada uno de los ángulos del hexágono regular es: $\hat{A} = 720^\circ : \dots = \dots$
 c) El ángulo \hat{B} es la sexta parte del ángulo completo: $\hat{B} = 360^\circ : 6 = \dots$
 d) Los ángulos \hat{C} y \hat{D} son iguales y miden: $\hat{C} = \hat{D} = \hat{A} : 2 = \dots : 2 = \dots$
 e) Sabiendo la medida de los ángulos \hat{B} , \hat{C} y \hat{D} , diremos que ese triángulo es: ...

- f) El hexágono regular se divide en seis triángulos ... iguales.
 b) $\hat{A} = 720^\circ : 6 = 120^\circ$
 c) $\hat{B} = 360^\circ : 6 = 60^\circ$
 d) $\hat{C} = \hat{D} = \hat{A} : 2 = 120^\circ : 2 = 60^\circ$
 e) Equilátero.
 f) El hexágono regular se divide en seis triángulos equiláteros iguales.

- 4** Copia y completa.



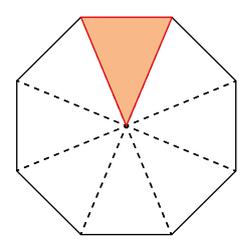
- a) Las dos circunferencias que tienen sus centros en el punto A son concéntricas.
 b) La circunferencia que tiene su centro en el punto C es ... a la que lo tiene en B .
 c) Las circunferencias que tienen sus centros en los puntos A y B son...
 d) Las circunferencias que tienen sus centros en ... y ... son secantes.
 e) Las circunferencias ... son tangentes interiores.
 b) La circunferencia que tiene su centro en el punto C es interior a la que lo tiene en B .
 c) Las circunferencias que tienen sus centros en los puntos A y B son exteriores.
 d) Las circunferencias que tienen sus centros en F y G son secantes.
 e) Las circunferencias que tienen sus centros en D y E son tangentes interiores.

6 ▶ TRIÁNGULO CORDOBÉS Y FIGURAS RELACIONADAS CON ÉL

Página 222

Para practicar

- 1 Justifica que cada uno de los ocho «gajos» de un octógono regular es un triángulo cordobés. Es decir, justifica que es isósceles y que el ángulo menor mide 45° .



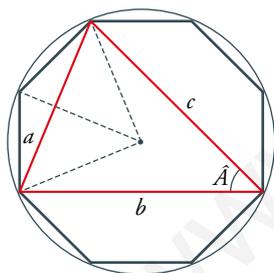
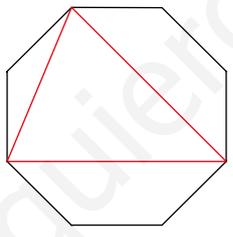
Un octógono regular es un polígono de ocho lados y ocho ángulos iguales.

Cada uno de los «gajos» que forma el octógono tendrá dos ángulos iguales.

El tercer ángulo del «gajo» es un ángulo central, que mide $360^\circ : 8 = 45^\circ$.

Por tanto, cada «gajo» es un triángulo isósceles acutángulo con ángulo menor de 45° .

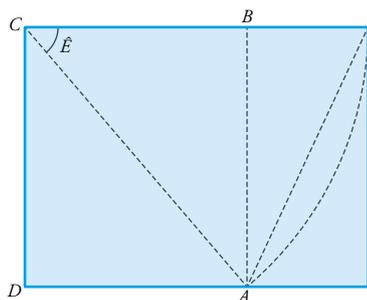
- 2 Explica por qué este otro triángulo construido sobre octógono regular es también cordobés.



Por construcción, los lados b y c son iguales. \hat{A} es un ángulo inscrito que abarca un arco igual al que abarcan dos ángulos centrales (45° cada uno). Mide, por tanto, 45° .

El triángulo es, por tanto, isósceles.

- 3 Justifica por qué el triángulo construido a partir de una hoja DIN A4 es cordobés.



El ángulo \hat{E} mide 45° por ser la mitad de un ángulo recto.

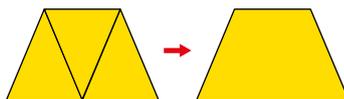
Uno de los lados del triángulo coincide con la diagonal del cuadrado $ABCD$ y esta diagonal es igual al lado mayor del rectángulo. El triángulo es, por tanto, isósceles.

Página 223

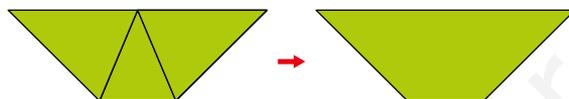
- 4 Sabiendo que los lados menores de los triángulos que forman los trapecios cordobeses que hemos estudiado antes miden 1 dm (en el segundo trapecio se trata del lado menor del triángulo pequeño), calcula el perímetro de cada uno de los trapecios.

Para el segundo trapecio, puedes obtener el lado mayor de cada triángulo grande mediante la siguiente proporción:

$$\frac{1}{1,3} = \frac{1,3}{l}$$



$$P = 1 + 1,3 + 1 + 1 + 1,3 = 5,6 \text{ dm}$$



$$\frac{1}{1,3} = \frac{1,3}{l} \rightarrow l = 1,3^2$$

$$P = 1,3^2 + 1,3^2 + 1,3^2 + 1 + 1,3^2 = 7,76 \text{ dm}$$

7 ► TEOREMA DE PITÁGORAS

Página 224

Para practicar

1 Averigua si cada uno de los siguientes triángulos es acutángulo, rectángulo u obtusángulo:

a) $a = 20$ km, $b = 30$ km, $c = 40$ km.

b) $a = 26$ cm, $b = 24$ cm, $c = 10$ cm.

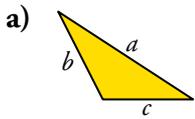
c) $a = 20$ cm, $b = 17$ cm, $c = 19$ cm.

$$a) \left. \begin{array}{l} c^2 = 1600 \\ a^2 + b^2 = 400 + 900 = 1300 \end{array} \right\} c^2 > a^2 + b^2 \rightarrow \text{triángulo obtusángulo.}$$

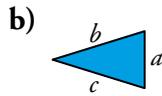
$$b) \left. \begin{array}{l} a^2 = 676 \\ b^2 + c^2 = 576 + 100 = 676 \end{array} \right\} a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \text{triángulo rectángulo.}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} a^2 = 400 \\ b^2 + c^2 = 289 + 361 = 650 \end{array} \right\} a^2 < b^2 + c^2 \rightarrow \text{triángulo acutángulo.}$$

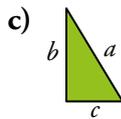
2 Copia y completa con los signos $>$, $<$, $=$.



$$a^2 \square b^2 + c^2$$



$$a^2 \square b^2 + c^2$$



$$a^2 \square b^2 + c^2$$

a) $a^2 > b^2 + c^2$

b) $a^2 < b^2 + c^2$

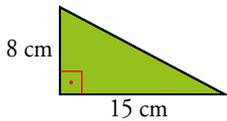
c) $a^2 = b^2 + c^2$

8 ► APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

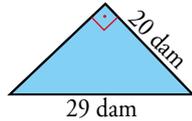
Página 225

Para practicar

- 1 Halla la longitud de la hipotenusa en el triángulo verde y del cateto desconocido en el azul.



$$\begin{aligned} \text{Hipotenusa} &= a \\ a^2 &= 8^2 + 15^2 = 289 \\ a &= \sqrt{289} = 17 \text{ cm} \end{aligned}$$

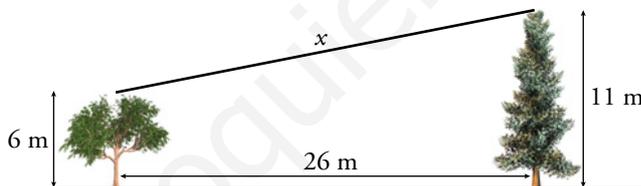


$$\begin{aligned} \text{Cateto desconocido} &= c \\ 29^2 &= 20^2 + c^2 \\ c^2 &= 29^2 - 20^2 = 441 \rightarrow c = \sqrt{441} = 21 \text{ dam} \end{aligned}$$

- 2 Una escalera de 2,5 m de longitud se apoya en el suelo y en una pared. ¿Qué altura alcanza el extremo superior si el inferior está a un metro de la pared?

$$\begin{aligned} h^2 + 1 &= (2,5)^2 \rightarrow h = \sqrt{6,25 - 1} = 2,29 \\ \text{Alcanza una altura de } &2,29 \text{ m.} \end{aligned}$$

- 3 Un gorrión ha volado desde lo más alto de uno de estos árboles hasta lo más alto del otro. ¿Qué distancia separa esos dos puntos, en línea recta?



$$\begin{aligned} x^2 &= 5^2 + 26^2 = 25 + 676 \rightarrow x = \sqrt{701} = 26,48 \\ \text{Los puntos están a } &26,48 \text{ m de distancia.} \end{aligned}$$

Página 226

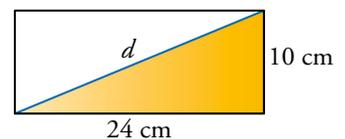
Para fijar ideas

- 1 Las dimensiones de un rectángulo son 10 cm y 24 cm. Calcula la longitud de la diagonal.

$$\begin{aligned} d^2 &= 24^2 + \square^2 \rightarrow d^2 = \dots \\ d &= \sqrt{\dots} = \dots \end{aligned}$$

La diagonal mide 26 cm.

$$\begin{aligned} d^2 &= 24^2 + 10^2 \rightarrow d^2 = 576 + 100 = 676 \\ d &= \sqrt{676} = 26 \text{ cm} \end{aligned}$$



- 2** El lado de un rombo mide 14 cm, y una de sus diagonales, 20 cm. Halla la longitud de la otra diagonal.

El lado del rombo es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son las semidiagonales.

$$x^2 = 14^2 - 10^2 \rightarrow x^2 = 196 - 100 = 96$$

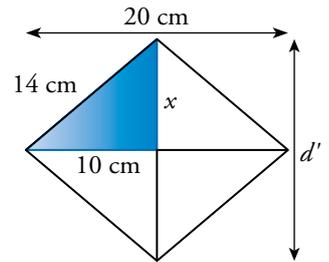
$$x = \sqrt{96} = 9,8 \text{ cm} \rightarrow d' = 2 \cdot 9,8 = 19,6 \text{ cm}$$

La otra diagonal mide 19,6 cm.

$$x^2 = 14^2 - 10^2 \rightarrow x^2 = 196 - 100 = 96$$

$$x = \sqrt{96} = 9,8 \text{ cm}$$

$$d' = 2 \cdot 9,8 = 19,6 \text{ cm}$$



- 3** Halla la altura de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 43 m y 28 m, y el lado oblicuo, 25 m.

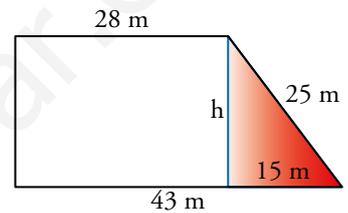
La hipotenusa es el lado oblicuo, 25 m. Un cateto es la diferencia entre las bases; es decir, $43 - 28 = 15 \text{ m}$.

$$h^2 = 25^2 - 15^2 \rightarrow h^2 = 625 - 225 = 400$$

$$h = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$

La altura mide 20 m.

$$h^2 = 25^2 - 15^2 \rightarrow h^2 = 625 - 225 = 400 \rightarrow h = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$$



- 4** Las bases de un trapecio isósceles miden 23 m y 37 m. Su altura es de 11 m. Halla su perímetro.

La diferencia de las bases, $37 - 23 = 14 \text{ m}$, se reparte en los dos triángulos de los extremos.

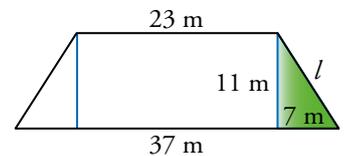
El cateto horizontal mide $14 : 2 = 7 \text{ m}$.

$$l^2 = 11^2 + 7^2 \rightarrow l = \sqrt{170} = 13,04 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} \rightarrow 23 + 37 + 13,04 + 13,04 = 86 \text{ m}$$

$$l^2 = 11^2 + 7^2 \rightarrow l = \sqrt{170} = 13,04 \text{ m} \approx 13 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} \rightarrow 23 + 37 + 13 + 13 = 86 \text{ m}$$

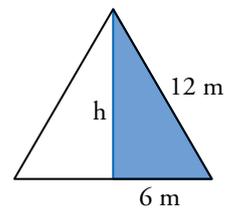


- 5** Halla la altura de un triángulo equilátero de 12 m de lado.

$$h^2 = 12^2 - 6^2 \rightarrow h = \sqrt{108} = 10,4 \text{ m}$$

La altura mide 10,4 m.

$$h^2 = 12^2 - 6^2 \rightarrow h = \sqrt{108} = 10,4 \text{ m}$$



Para fijar ideas

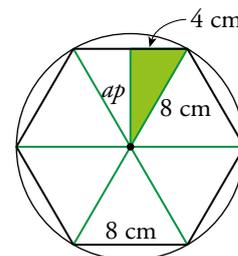
- 6 Halla la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado.

Recuerda que un hexágono regular se divide en seis triángulos equiláteros iguales y, por tanto, el radio es igual al lado: $r = l$

$$ap = \sqrt{r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,9 \text{ cm}$$

La apotema mide 6,9 cm.

$$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,9 \text{ cm}$$



- 7 En un octógono regular, el radio mide 13 cm, y la apotema, 12 cm. Halla su perímetro.

$$x = \sqrt{r^2 - ap^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Lado $\rightarrow 2 \cdot x = 10 \text{ cm}$

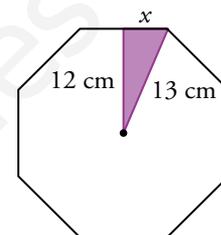
Perímetro $\rightarrow 8 \cdot 10 = 80 \text{ cm}$

El perímetro es 80 cm.

$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Lado $\rightarrow 2 \cdot 5 = 10 \text{ cm}$

Perímetro $\rightarrow 8 \cdot 10 = 80 \text{ cm}$



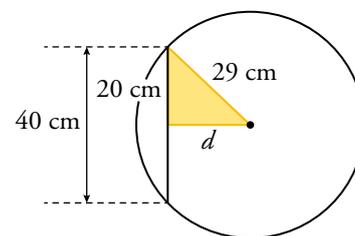
- 8 En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 40 cm. ¿Cuál es la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda?

$$c = 40 \text{ cm} \rightarrow c/2 = 20 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{r^2 - (c/2)^2} = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{441} = 21 \text{ cm}$$

La distancia es 21 cm.

$$d = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{441} = 21 \text{ cm}$$



- 9 Las dos diagonales de este trapecioide con forma de cometa miden 16 dm y 10 dm, y se cortan a 4 dm de un extremo de la mayor. Halla su perímetro.

Cálculo del lado pequeño:

$$l_1 = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} = 6,4 \text{ dm}$$

Cálculo del lado grande:

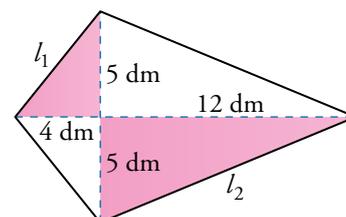
$$l_2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ dm}$$

Perímetro $\rightarrow 2 \cdot 6,4 + 2 \cdot 13 = 38,8 \text{ dm}$

$$l_1 = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} = 6,4 \text{ dm}$$

$$l_2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ dm}$$

Perímetro $\rightarrow 2 \cdot 6,4 + 2 \cdot 13 = 38,8 \text{ dm}$



Para practicar

- 4** La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su perímetro.

El lado que falta mide $l = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56$ cm.

Perímetro = $2 \cdot 56 + 2 \cdot 33 = 178$ cm

- 5** Las diagonales de un rombo miden 130 cm y 144 cm. Calcula su perímetro.

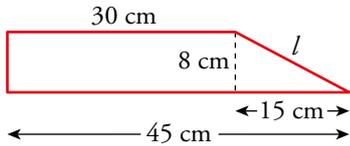
La mitad de las diagonales serían los catetos del triángulo cuya hipotenusa es igual al lado del rombo, l .

Por tanto:

$$l = \sqrt{\left(\frac{130}{2}\right)^2 + \left(\frac{144}{2}\right)^2} = \sqrt{9409} = 97 \text{ cm}$$

Perímetro = $4 \cdot 97 = 388$ cm

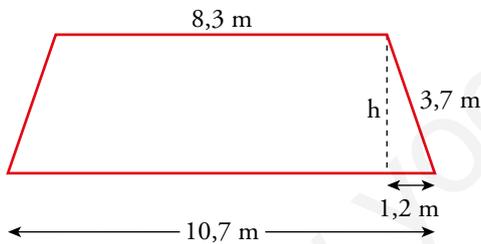
- 6** En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 cm y 30 cm, y su altura, 8 cm. Halla su perímetro.



$$l = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

$$\text{Así: } P = 8 + 30 + 17 + 45 = 100 \text{ cm}$$

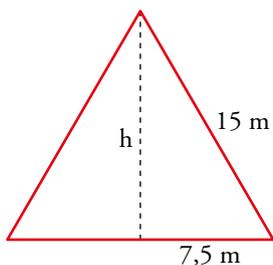
- 7** Halla la altura de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.



$$1,2^2 + h^2 = 3,7^2$$

$$h = \sqrt{3,7^2 - 1,2^2} = \sqrt{12,25} = 3,5 \text{ m}$$

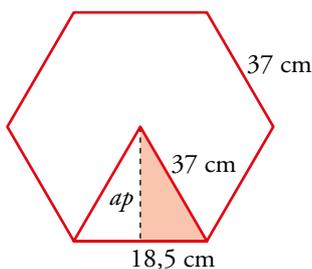
8 Halla la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 45 m.



$$45 = 3l \rightarrow l = \frac{45}{3} = 15 \text{ m}$$

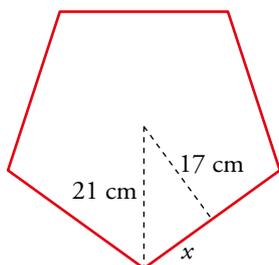
$$h = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ m}$$

9 Calcula la apotema de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$$ap = \sqrt{37^2 - 18,5^2} = \sqrt{1026,75} \approx 32,04 \text{ cm}$$

10 Calcula el perímetro de un pentágono regular de radio 21 cm y apotema 17 cm.

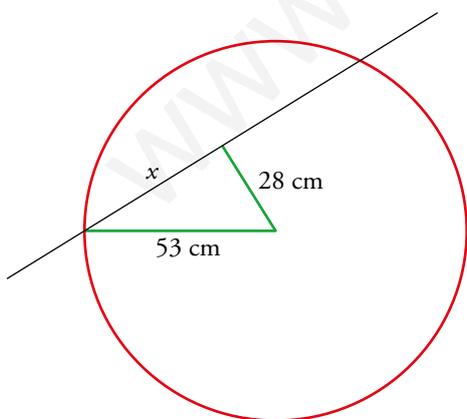


$$x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12,33 \text{ cm}$$

El lado mide $2 \cdot 12,33 = 24,66 \text{ cm}$.

El perímetro del pentágono mide $5 \cdot 24,66 = 123,3 \text{ cm}$.

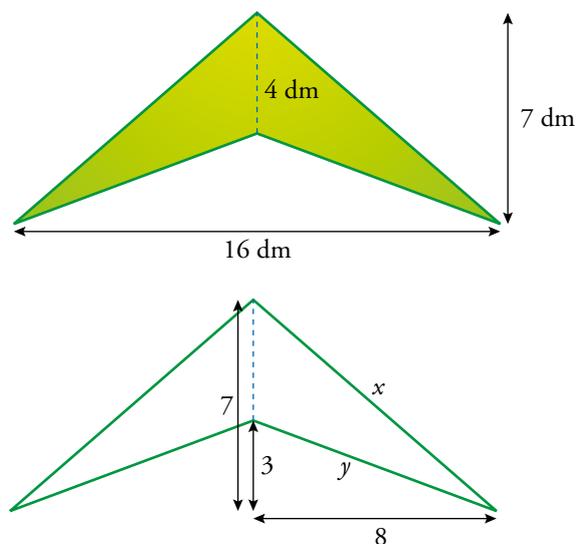
11 ¿Cuánto mide una cuerda de una circunferencia de 53 cm de radio si dista del centro 28 cm?



$$x = \sqrt{53^2 - 28^2} = \sqrt{2025} = 45 \text{ cm}$$

La cuerda mide $2 \cdot 45 = 90 \text{ cm}$.

- 12** Halla el perímetro de este trapezoide con forma de ala delta sabiendo que sus diagonales miden 16 dm y 4 dm.



$$x = \sqrt{7^2 + 8^2} = 10,63 \text{ dm}$$

$$y = \sqrt{3^2 + 8^2} = 8,54 \text{ dm}$$

$$P = 2 \cdot 10,63 + 2 \cdot 8,54 = 38,34 \text{ dm}$$

www.yoquieroaprobar.es

9 ► CUERPOS GEOMÉTRICOS

Página 228

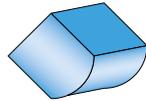
Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

a) Esta figura es cuerpo de revolución porque es redondita.



b) Esta figura es un poliedro porque algunas de sus caras son polígonos.



a) Falso. No se puede generar haciendo girar una figura plana alrededor de un eje.

b) Falso. Para ser un poliedro debe tener todas las caras planas.

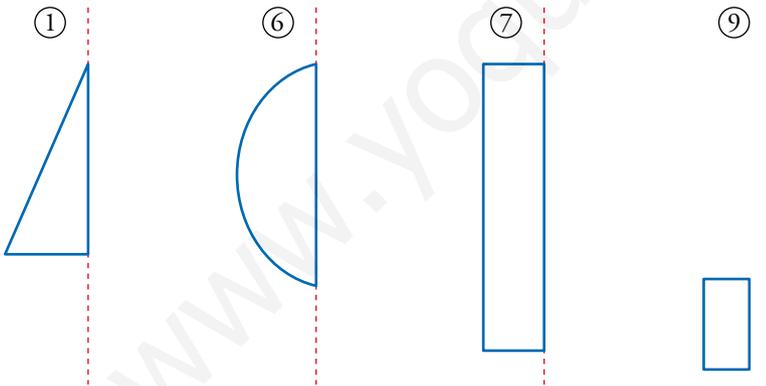
2 Señala, entre los cuerpos de arriba, dos poliedros (aparte del 2 y el 3).

Son poliedros, además del 2 y el 3, el 5 y el 8.

3 Entre los cuerpos de arriba, señala dos cuerpos de revolución (aparte del 1 y el 6).

Dibuja, para cada uno, la figura plana que lo genera con el correspondiente eje de giro.

Son cuerpos de revolución el 7 el 9.

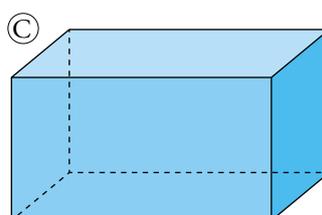
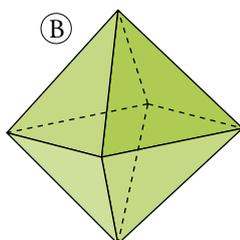
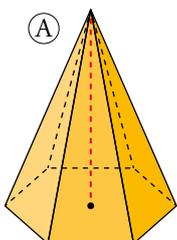


10 ► POLIEDROS

Página 229

Para practicar

- 1 Describe los poliedros siguientes: nombre, cómo son sus caras y cuántas tienen, número de aristas, de vértices...



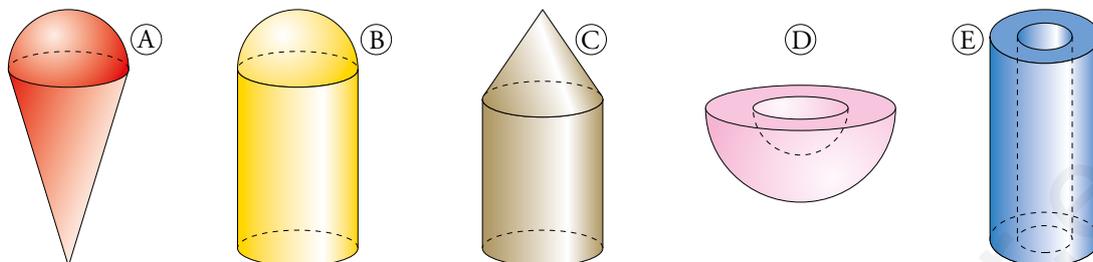
- (A) Es una pirámide hexagonal regular. La base es un hexágono regular y las caras laterales son triángulos isósceles. Tiene 7 caras, 12 aristas y 7 vértices.
- (B) Es un octaedro regular. Sus caras son triángulos equiláteros. Tiene 8 caras, 12 aristas y 6 vértices.
- (C) Es un ortoedro (prisma). Sus caras son 4 rectángulos y 2 cuadrados. Tiene 6 caras, 12 aristas y 8 vértices.

11 ► CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Página 230

Para practicar

1 Utilizando las palabras *cilindro*, *cono* y *esfera*, describe los siguientes cuerpos geométricos:



- (A) Es un cono unido a media esfera.
- (B) Es un cilindro unido a media esfera.
- (C) Es un cilindro unido a un cono por su base.
- (D) Es media esfera a la que se le ha quitado media esfera concéntrica a la anterior de radio menor.
- (E) Es un cilindro al que se le ha quitado otro cilindro de radio menor y concéntrico al anterior.

Página 231

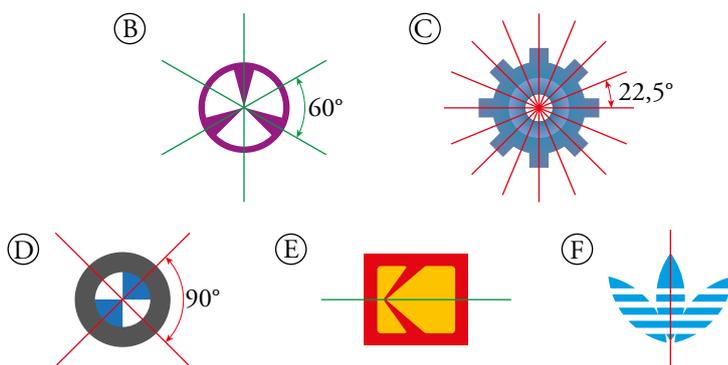
Ejercicios y problemas

Simetrías

1 Señala, cuando existan, todos los ejes de simetría en estas figuras. Si hay más de uno, halla el ángulo que forman dos de los ejes contiguos:



- (A) no tiene simetrías.
- (B) tiene tres ejes de simetría.
- (C) tiene dieciséis ejes de simetría.
- (D) tiene dos ejes de simetría.
- (E) y (F) tienen un eje de simetría.



2 Observa las letras del abecedario.



Di cuáles no tienen ejes de simetría (hay 10), cuáles tienen un eje de simetría (hay 13), cuáles tienen dos (hay 3) y cuál tiene infinitos ejes de simetría.

Dibuja cada una de ellas en tu cuaderno señalando los ejes que tenga.

Representa las 10 cifras de nuestro sistema de numeración e indica cuáles de ellas tienen ejes de simetría.

No tienen ejes de simetría: F, G, J, L, N, Ñ, P, Q, R, S, Z.

Tienen un eje de simetría: A, B, C, D, E, K, M, T, U, V, W, Y. Así:



Tienen dos ejes de simetría: H, I, X. Así:

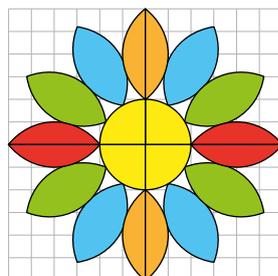
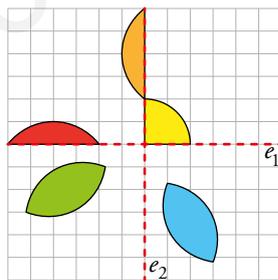


La O tiene infinitos ejes de simetría. Todas las rectas que pasen por el centro de la circunferencia son ejes de simetría.

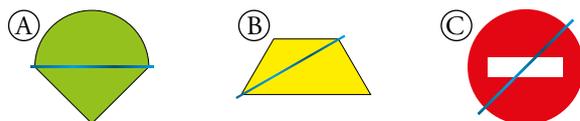
El 0 y el 8 tienen dos ejes de simetría, y el 3, uno. El resto, ninguno.



3 Copia en tu cuaderno y completa la siguiente figura para que tenga los dos ejes de simetría que se indican.

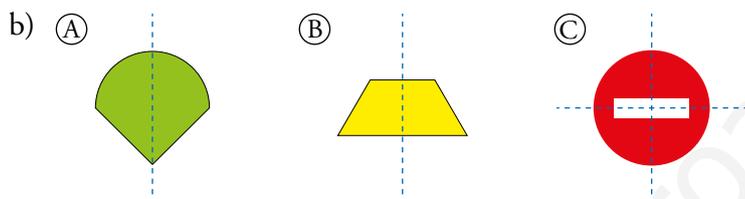
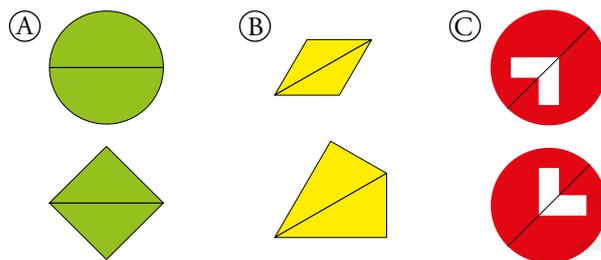


4 Imagina que pones un espejo sobre la línea azul de las siguientes figuras:



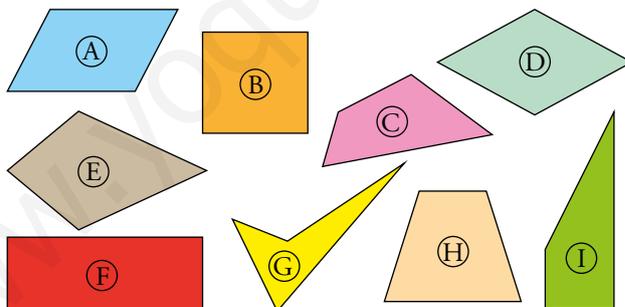
- a) Dibuja en tu cuaderno lo que crees que se verá mirando por cada una de sus dos caras.
b) ¿Cómo hay que situar el espejo en cada figura para que se vea lo mismo por las dos caras?

a) El círculo y el cuadrado se obtienen de la figura A; los trapecoides, de la B, y las otras dos, de la C.



Polígonos. Clasificación

5 Pon nombre a cada uno de estos cuadriláteros:



A → Romboide, paralelogramo.

B → Cuadrado, paralelogramo.

C, E, G → Trapezoide.

D → Rombo, paralelogramo.

F → Rectángulo, paralelogramo.

H → Trapecio isósceles.

I → Trapecio rectángulo.

6 Indica qué propiedades de la derecha tienen las figuras de la izquierda.

CUADRADO

RECTÁNGULO
(no cuadrado)

ROMBO
(no cuadrado)

ROMBOIDE

PARALELOGRAMO

TRAPEZOIDE

- ① Cuatro lados iguales.
- ② Cuatro ángulos rectos.
- ③ Ángulos opuestos iguales.
- ④ Diagonales perpendiculares.
- ⑤ Diagonales que se cortan en sus puntos medios.
- ⑥ Diagonales no perpendiculares.
- ⑦ Cuatro ejes de simetría.
- ⑧ Dos ejes de simetría.

CUADRADO → 1, 2, 4, 5, 7.

RECTÁNGULO (no cuadrado) → 2, 5, 6, 8.

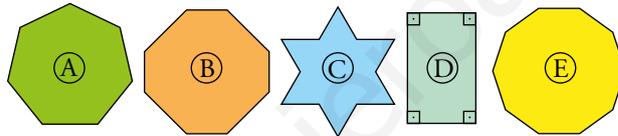
ROMBO (no cuadrado) → 1, 3, 4, 5, 8.

ROMBOIDE → 3, 5, 6.

PARALELOGRAMO → 5.

TRAPEZOIDE → 6.

7 ¿Cuáles de estos polígonos son regulares?

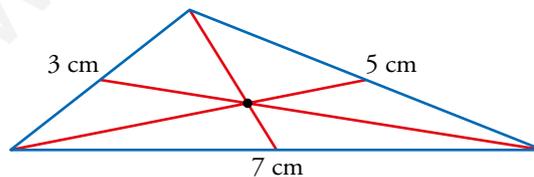


Los polígonos que son regulares son el A (heptágono regular) y el E (decágono regular).

Construcciones

8 Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 7 cm, y traza sus medianas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?

El punto donde se cortan las medianas se llama baricentro.



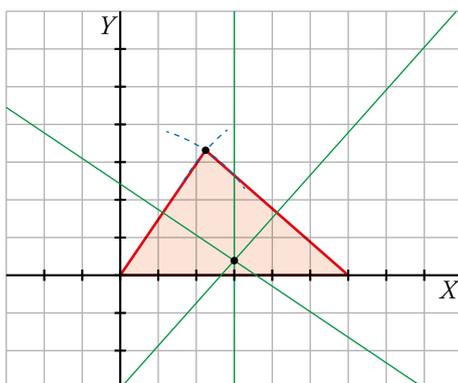
9 Dibuja estos triángulos, clasifícalos y encuentra el circuncentro de cada uno:

- a) 4 cm, 6 cm y 5 cm.
- b) 12 cm, 13 cm y 5 cm.
- c) 8 cm, 6 cm y 12 cm.
- d) 5 cm, 5 cm y 5 cm.

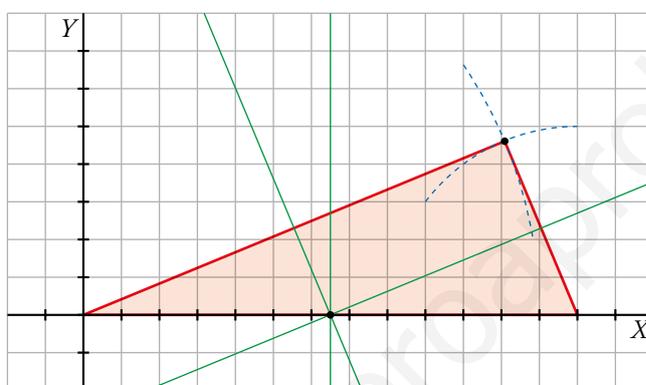
Intenta formular una propiedad que relacione la posición del circuncentro y el tipo de triángulo.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

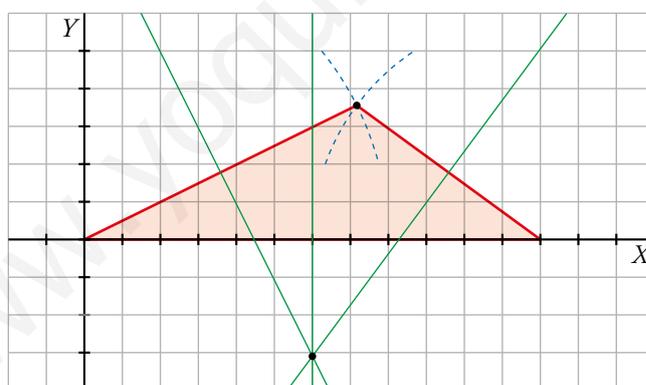
- a) Es un triángulo acutángulo y el circuncentro se sitúa en su interior.



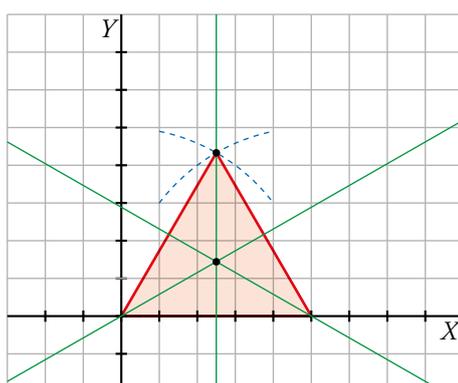
- b) Es un triángulo rectángulo y el circuncentro está en el punto medio de la hipotenusa.



- c) Es un triángulo obtusángulo y el circuncentro está en el exterior del triángulo.



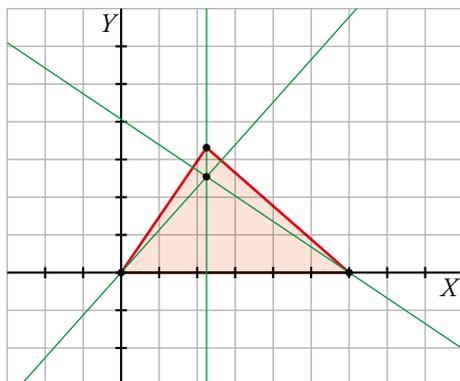
- d) Es un triángulo equilátero y el circuncentro coincide con el incentro, el baricentro y el ortocentro en el centro de gravedad del triángulo.



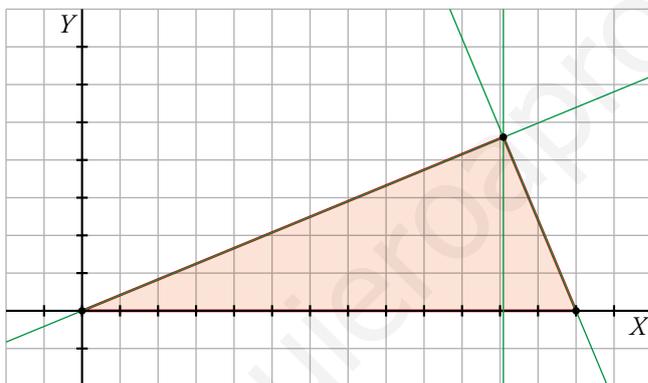
10 Haz lo mismo que en la actividad anterior pero en lugar del circuncentro, encuentra el **ortocentro**.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

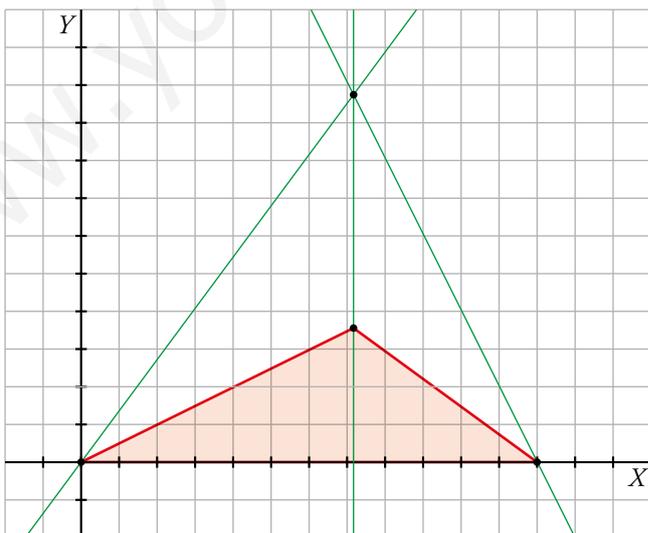
a) Es un triángulo acutángulo y el ortocentro se sitúa en su interior.



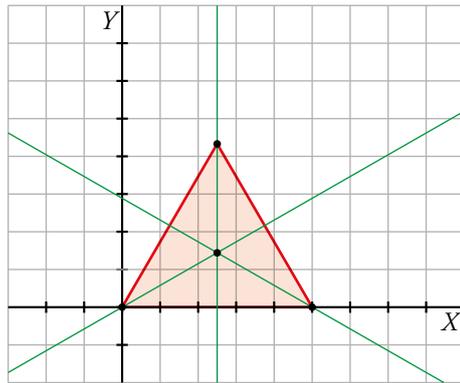
b) Es un triángulo rectángulo y el ortocentro está en el vértice del ángulo recto.



c) Es un triángulo obtusángulo y el ortocentro está en el exterior del triángulo.



- d) Es un triángulo equilátero y el ortocentro coincide con el incentro, el baricentro y el circuncentro en el centro de gravedad del triángulo.



Página 232

Propiedades de las figuras planas

Para resolver las siguientes actividades, te puedes ayudar de un dibujo.

11 ¿Por qué no pueden construirse estos triángulos?

a) Sus lados miden 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm.

b) Dos de sus ángulos miden 95° y 88° .

a) Porque el lado que mide 15,3 cm es mayor que la suma de los otros dos lados.

$$(8,6 + 5,2 = 13,8 \text{ cm})$$

b) Porque la suma de esos dos ángulos es mayor que 180° , que es lo que suman los tres ángulos de un triángulo.

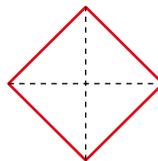
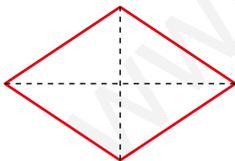
12 Si dibujas dos segmentos que sean perpendiculares en sus puntos medios y unes sus extremos, obtienes un cuadrilátero. ¿De qué tipo es...

a) ... si los dos segmentos tienen distinta longitud?

b) ... si los dos segmentos tienen la misma longitud?

a) Es un rombo.

b) Es un cuadrado.



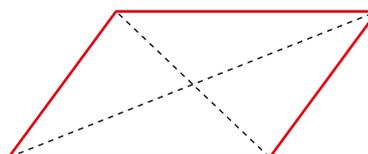
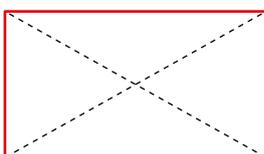
13 Imagina dos segmentos que se cortan en sus puntos medios y no son perpendiculares. Al unir sus extremos se obtiene un cuadrilátero. ¿Cuál es...

a) ... si los dos segmentos son iguales?

b) ... si un segmento es más largo que el otro?

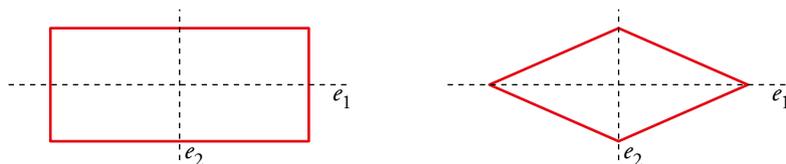
a) Es un rectángulo.

b) Es un romboide.

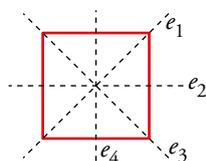


14 Dibuja y clasifica, cuando sea posible, un ejemplo de cada cuadrilátero:

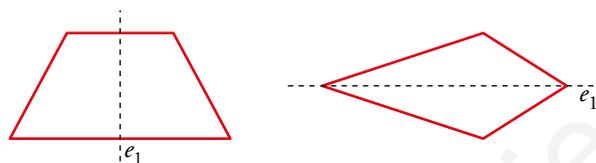
- Con dos ejes de simetría.
 - Con cuatro ejes de simetría.
 - Con un eje de simetría.
 - Paralelogramo sin ejes de simetría.
 - No trapezoides con un eje de simetría.
- a) Puede ser un rectángulo o un rombo.



b) Cuadrado.



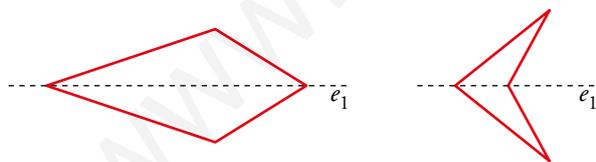
c) Por ejemplo:



d) Por ejemplo:



e) Por ejemplo:



15 Escribe el nombre de cada cuadrilátero:

- Paralelogramo con diagonales perpendiculares.
 - No paralelogramo con diagonales perpendiculares.
 - Paralelogramo con diagonales iguales.
 - No paralelogramo con diagonales iguales.
- Cuadrado o rombo.
 - Una «cometa».
 - Cuadrado o rectángulo.
 - Trapezoides isósceles.

16 ¿De qué cuadrilátero se trata?

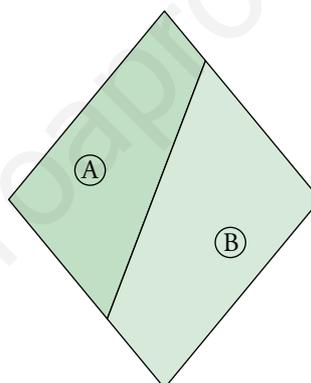
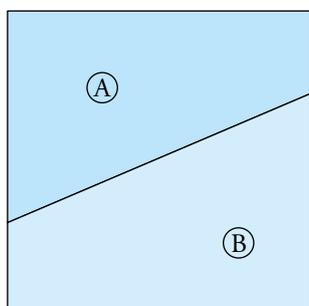
- a) Dos pares de lados iguales y paralelogramo.
- b) Dos pares de lados iguales y no paralelogramo.
- c) Dos pares de ángulos iguales y paralelogramo.
- d) Dos pares de ángulos iguales y no paralelogramo.

- a) Rectángulo o romboide.
- b) Una «cometa».
- c) Rombo.
- d) Trapecio isósceles.

17 Dibuja dos trapecios que, al unirlos, den lugar a las siguientes figuras:

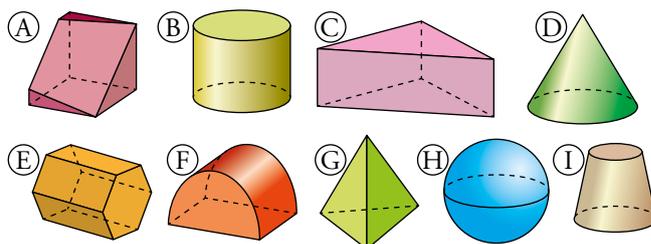
- a) Un cuadrado.
- b) Un rombo.

Te puedes ayudar, en cada caso, de un dibujo de la figura e intentar dividirla en dos trapecios.



Cuerpos geométricos

21 Observa estos cuerpos:



a) ¿Cuáles son poliedros? De ellos, nombra los prismas y la pirámide. ¿Hay alguno que no sea prisma ni pirámide?

b) ¿Cuáles son cuerpos de revolución? Nómbralos.

c) ¿Hay alguno que no sea poliedro ni cuerpo de revolución?

a) Son poliedros: A, C, E y G.

C → Prisma triangular.

G → Pirámide cuadrangular regular.

E → Prisma hexagonal.

A → No es ni prisma ni pirámide.

b) Son cuerpos de revolución: B, D, H e I.

B → Cilindro.

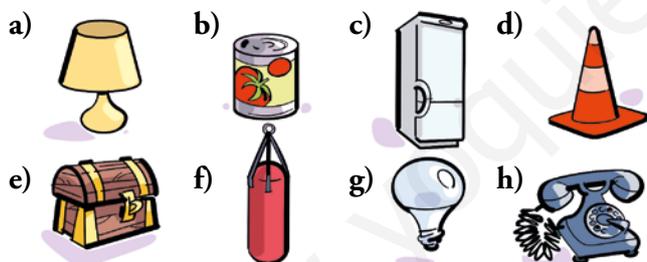
H → Esfera.

D → Cono.

I → Tronco de cono.

c) F

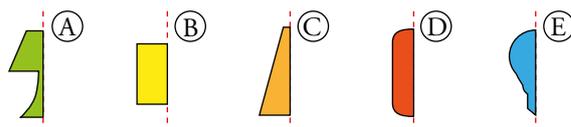
22 ¿Cuáles de estas figuras son cuerpos de revolución? ¿De cuáles conoces el nombre?



Son cuerpos de revolución: b) y d).

b) es un cilindro y d) un tronco de cono.

23 Si giras estas figuras en torno al eje indicado, se generan figuras del ejercicio anterior. Identificalas.



A → a)

B → b)

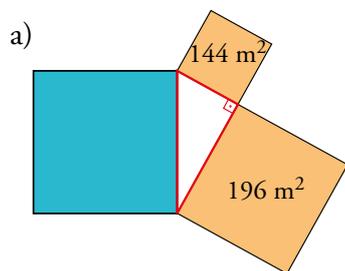
C → d)

D → f)

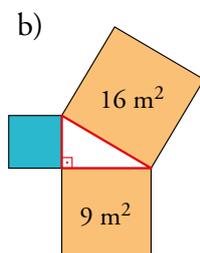
E → g)

Teorema de Pitágoras. Aplicaciones

24 Di el valor del área de cada cuadrado azul:

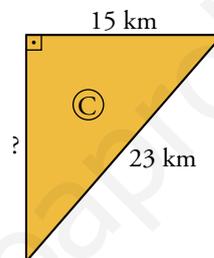
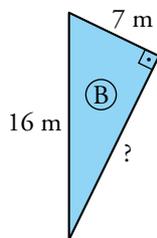
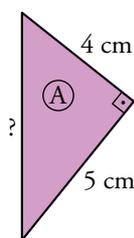


a) $A = 144 + 196 = 340 \text{ m}^2$



b) $A = 16 - 9 = 7 \text{ m}^2$

25 Calcula el lado desconocido de estos triángulos rectángulos, aproximando hasta las décimas:



Llamamos x a la longitud del lado desconocido:

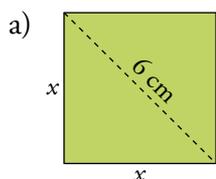
A: $x = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ cm}$

B: $x = \sqrt{16^2 - 7^2} = \sqrt{207} \approx 14,4 \text{ m}$

C: $x = \sqrt{23^2 - 15^2} = \sqrt{304} \approx 17,4 \text{ km}$

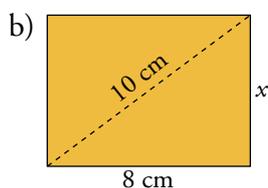
26 Dibuja cada situación y marca el triángulo rectángulo que debes resolver para hallar lo que te piden:

- ¿Cuánto mide el lado del cuadrado cuya diagonal mide 6 cm?
- La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y uno de sus lados, 8 cm. Halla la longitud del otro lado.
- Halla el lado de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm.
- De un rombo se conocen una de sus diagonales, 16 cm, y el lado, 17 cm. Calcula la otra diagonal.



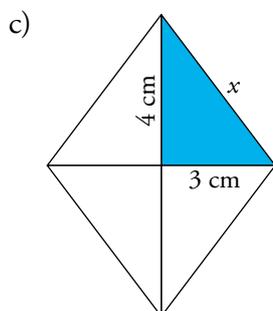
$$6^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 36 = 2x^2 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x \approx 4,2 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 4,2 cm.



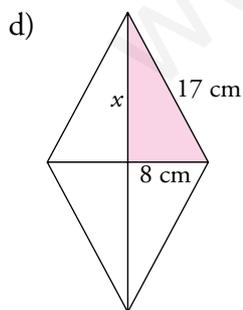
$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

El lado que falta del rectángulo mide 6 cm.



$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

El lado del rombo mide 5 cm.



$$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

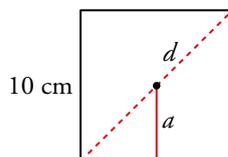
La otra diagonal del rombo mide $2 \cdot 15 = 30$ cm.

27 ¿Cómo es la longitud de la apotema de un cuadrado con relación a su lado?

Halla el radio de un cuadrado cuyo lado mide 10 cm, con dos cifras decimales.

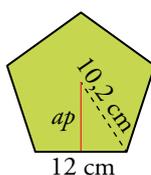
La longitud de la apotema de un cuadrado es la mitad de su lado.

El radio del cuadrado es la mitad de su diagonal.

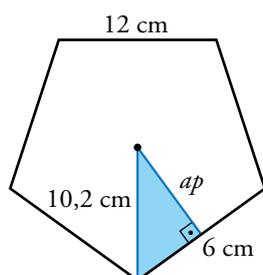


La diagonal mide $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14$ cm por lo que el radio mide 7,7 cm.

28 El lado de un pentágono regular mide 12 cm, y su radio, 10,2 cm.



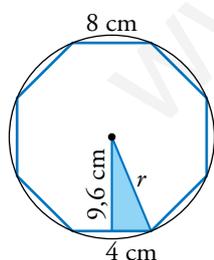
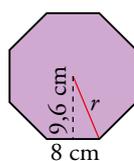
Halla su apotema con una cifra decimal.



$$ap = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2 \text{ cm}$$

La apotema del pentágono mide 8,2 cm.

29 El lado de un octógono regular mide 8 cm, y su apotema, 9,6 cm. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.

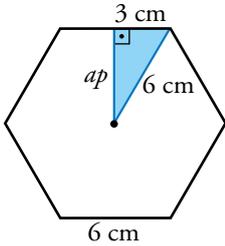


$$r = \sqrt{9,6^2 + 4^2} = \sqrt{108,16} \approx 10,4 \text{ cm}$$

El radio de la circunferencia circunscrita es igual al radio del octógono, y mide 10,4 cm.

30 En el hexágono regular, el lado es igual al radio. Calcula la longitud de la apotema de un hexágono regular de lado 6 cm, con una cifra decimal.

 Ver ejercicio n.º 6 de la página 225.

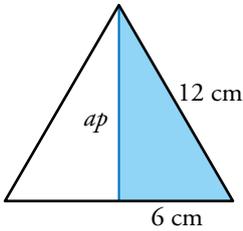


$$ap = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5,2 \text{ cm}$$

La apotema del hexágono mide 5,2 cm.

31 Halla, con una cifra decimal, la altura de un triángulo equilátero de 12 cm de lado. ¿Cuánto miden su apotema y su radio?

 En un triángulo equilátero, la apotema es 1/3 de la altura.



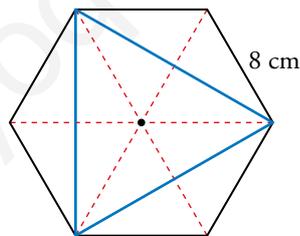
$$ap = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10,4 \text{ cm}$$

La altura mide 10,4 cm.

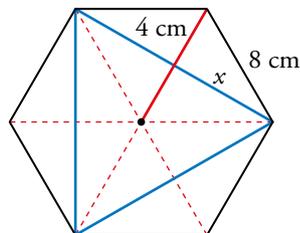
La apotema es $\frac{1}{3}$ de la altura del triángulo, y el radio es $\frac{2}{3}$ de la altura.

Por tanto: apotema = $\frac{1}{3}(10,4) \approx 3,5 \text{ cm}$ radio = $\frac{2}{3}(10,4) \approx 6,9 \text{ cm}$

32 El lado del hexágono exterior mide 8 cm.



Halla el radio, la apotema y el lado del triángulo azul.



Al ser un hexágono, su radio mide igual que el lado. Por tanto:

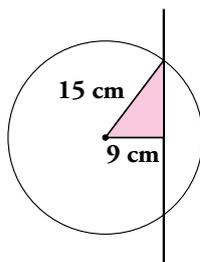
$$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6,9 \text{ cm}$$

El lado del triángulo mide $2 \cdot 6,9 = 13,8 \text{ cm}$.

El radio del triángulo coincide con el radio del hexágono, por lo que mide 8 cm.

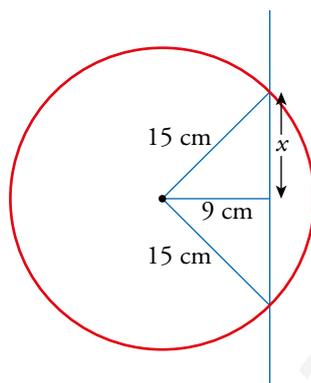
La apotema del triángulo mide la mitad del radio; es decir, 4 cm.

33 Una recta pasa a 9 cm del centro de una circunferencia de radio 15 cm.



Halla la longitud de la cuerda que determina en ella.

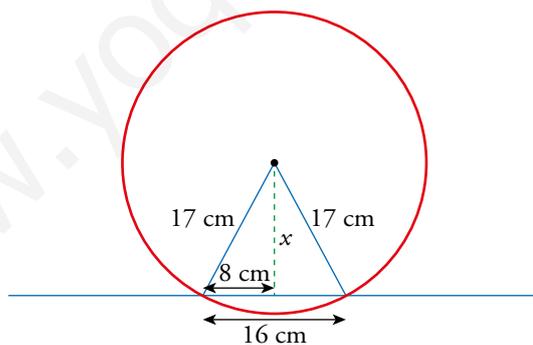
La recta corta a la circunferencia, ya que la distancia de la recta a su centro es menor que el radio.



$$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ cm}$$

La cuerda mide $2 \cdot 12 = 24$ cm.

34 Una circunferencia de 17 cm de radio corta a una recta. La cuerda originada mide 16 cm. ¿A qué distancia de la recta está el centro de la circunferencia?



$$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \text{ cm}$$

El centro de la circunferencia está a 15 cm de la recta.

35 Di si los triángulos siguientes son rectángulos, acutángulos u obtusángulos:

a) $a = 61$ m, $b = 60$ m, $c = 11$ m.

b) $a = 18$ cm, $b = 15$ cm, $c = 12$ cm.

c) $a = 30$ m, $b = 24$ m, $c = 11$ m.

d) $a = 25$ m, $b = 20$ m, $c = 30$ m.

a) $a^2 = 3721$, $b^2 + c^2 = 3600 + 121 = 3721$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es rectángulo.

b) $a^2 = 324$, $b^2 + c^2 = 225 + 144 = 369$

Como $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es acutángulo.

c) $a^2 = 900$, $b^2 + c^2 = 576 + 121 = 697$

Como $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es obtusángulo.

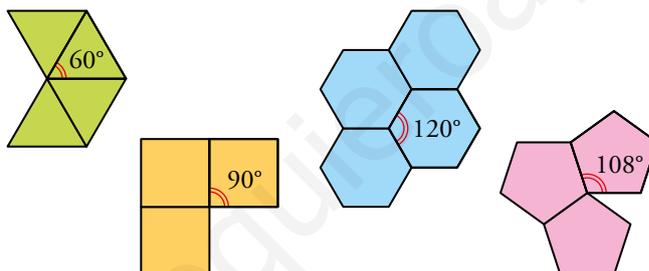
d) $d^2 = 900$, $c^2 + b^2 = 1025$

Como $d^2 < c^2 + b^2$, el triángulo es acutángulo.

Página 234

Piensa, justifica, describe

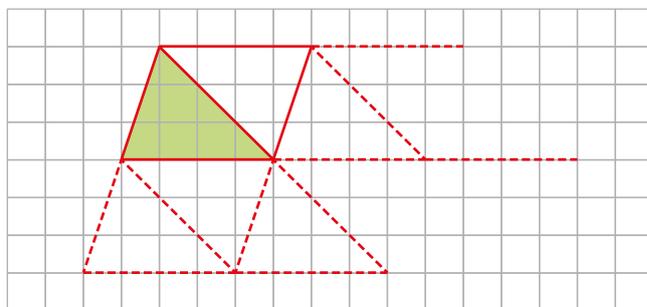
36 Podemos embaldosar el suelo con losetas cuadradas o triangulares regulares. También encajan bien, unas con otras, las losetas hexagonales regulares.



Sin embargo, los pentágonos regulares no sirven para embaldosar el suelo. Explica por escrito qué tiene que ver esto con el ángulo de los polígonos regulares.

El ángulo del pentágono regular es de 108° , que no es divisor de 360° ; por tanto, un número entero de losetas no encajarán sin dejar huecos o producirse solapamientos.

37 Reproduce y amplía sobre papel cuadriculado.



Ahora, dibuja en una cartulina un triángulo irregular cualquiera, recórtalo y reproduce-lo varias veces.

¿Puedes construir con las piezas que has recortado un mosaico, cubriendo el tablero de la mesa? Explica qué tiene que ver eso con los ángulos del triángulo.

Respuesta abierta. No, porque los triángulos no tienen ningún ángulo recto.

38 Justifica si son regulares los siguientes polígonos:

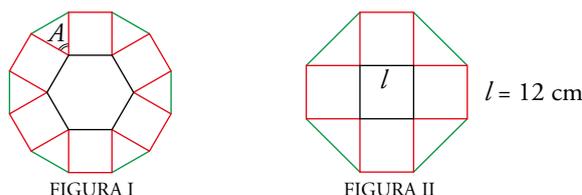


Figura I: Sobre cada lado del hexágono regular construimos un cuadrado. Uniendo los vértices sueltos se obtiene un polígono de 12 lados (dodecágono).

 *Razona por qué el ángulo A es de 60° , y el triángulo, equilátero.*

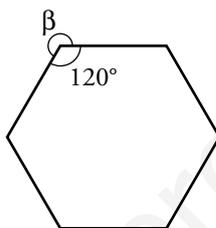
Figura II: Sobre cada lado del cuadrado construimos otro cuadrado. Uniendo los vértices sueltos se obtiene un polígono de 8 lados (octógono).

FIGURA I

El ángulo interior del hexágono mide $\frac{4 \cdot 180^\circ}{6} = 120^\circ$.

β medirá $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

Pero $\beta = 90^\circ + 90^\circ + A \rightarrow A = \beta - 2 \cdot 90^\circ \rightarrow A = 60^\circ$



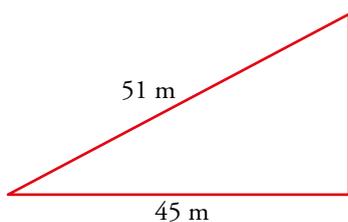
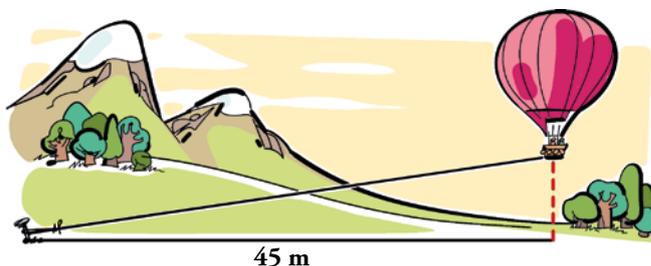
Sabiendo que $A = 60^\circ$, sabemos que los triángulos de la figura han de ser equiláteros. Por eso sabemos que los lados del dodecágono que resulta son iguales. Como los ángulos que forman el dodecágono son la suma del ángulo de un cuadrado más el de un triángulo, son todos iguales. Por tanto, es regular.

FIGURA II

Los triángulos de la figura son rectángulos, por lo que no son equiláteros. La hipotenusa de cada triángulo es mayor que los catetos, que son iguales que el lado del cuadrado. Como el octógono tiene lados formados por los lados de los cuadrados y otros formados por las hipotenusas de los triángulos, no tiene todos sus lados iguales. Por tanto, no es regular.

Resuelve problemas (con el teorema de Pitágoras)

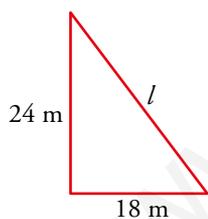
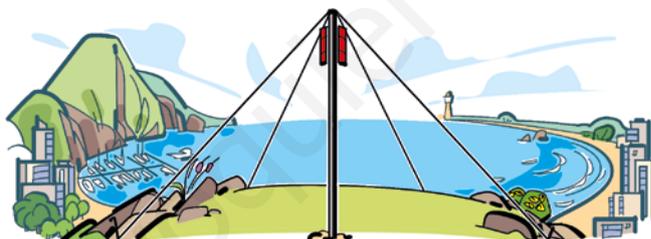
39 Un globo cautivo está sujeto con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 51 m de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 45 m del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?



$$h = \sqrt{51^2 - 45^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

El globo está hoy a 24 m de altura.

40 ODS Meta 9.c. Para proporcionar el acceso a Internet a los habitantes de un pueblo se va a instalar una nueva antena de 24 m de altura. Para afianzarla se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán en tierra, a 18 m de la base. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?

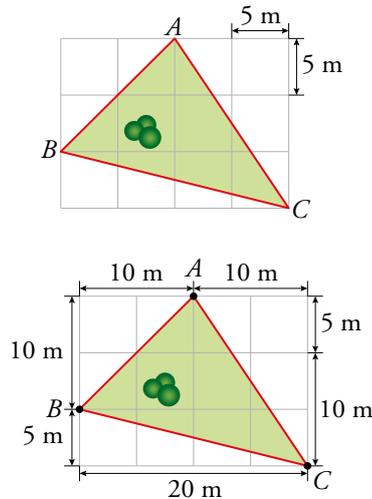


$$l = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30 \text{ m}$$

La longitud de uno de los tirantes es 30 m.

Se necesita $4 \cdot 30 = 120$ m de cable para los tirantes.

- 41** En una foto aérea se puede ver la finca de María. Si cada cuadrado tiene 5 m de lado, ¿cuántos metros mide la valla que la protege?



Cada uno de los tres lados de la finca es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Calculemos las hipotenusas aplicando el teorema de Pitágoras:

$$AC = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18,03 \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20,62 \text{ m}$$

$$BA = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ m}$$

Por tanto, la valla mide $18,03 + 20,62 + 14,14 = 52,79$ metros.

- 42** Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer brotes tiernos de un árbol. Para ello, se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco recto del árbol. Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.

¿Cuánto tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.

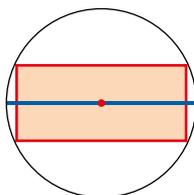
El caracol tardará por este nuevo camino $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ minutos.

Página 235

- 43** ¿Cuánto mide el perímetro del cuadrado inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio?

Problema resuelto.

- 44** Un rectángulo está inscrito en una circunferencia de 20 cm de diámetro. Uno de sus lados mide 9 cm. ¿Cuál es su perímetro?

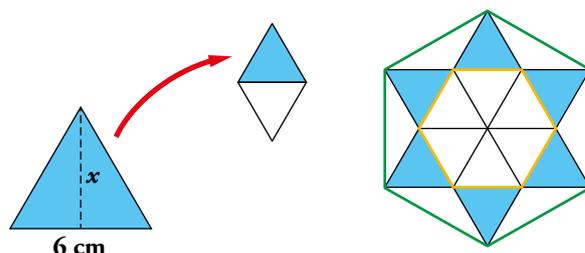


Como el diámetro coincide con la diagonal del rectángulo:

$$x^2 = 20^2 - 9^2 \rightarrow x = \sqrt{319} = 17,86 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} \rightarrow 2 \times 17,86 + 2 \times 9 = 35,72 + 18 = 53,72 \text{ cm}$$

45 Sabiendo que el triángulo coloreado de azul es equilátero y que su lado mide 6 cm, calcula los perímetros de los hexágonos amarillo y verde.



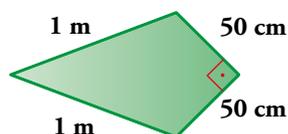
Perímetro del hexágono amarillo $\rightarrow 6 \times 6 = 36$ cm

$$x^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow x = 5,2 \text{ cm}$$

Lado del hexágono verde $\rightarrow 5,2 \times 2 = 10,4$ cm

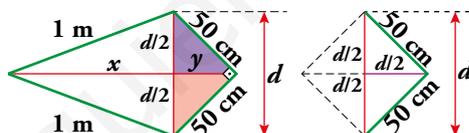
Perímetro del hexágono verde $\rightarrow 10,4 \times 6 = 62,4$ cm

46 Esther quiere construir a su sobrino una cometa como la de la figura.



Ya tiene la tela y ahora necesita las dos varillas para que quede rígida con el ángulo recto.
¿Qué longitud tiene que tener cada varilla?

💡 Apóyate en la figura y nombra con letras los elementos que necesitas conocer.



$$d^2 = 50^2 + 50^2 = 5000 \rightarrow d = 70,71 \text{ cm}$$

$$\frac{d}{2} = \frac{70,71}{2} = 35,35 \text{ cm}$$

Para calcular x :

$$x^2 = 100^2 - 35,35^2 \rightarrow x = 93,54 \text{ cm}$$

Para calcular y :

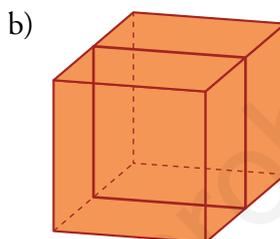
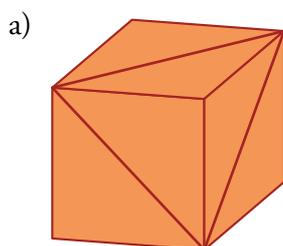
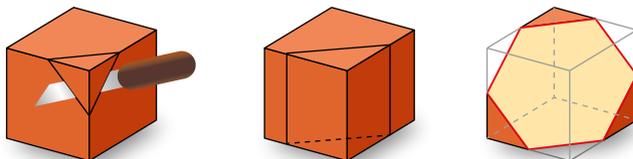
$$y^2 = 50^2 - 35,35^2 \rightarrow y = 35,36 \text{ cm}$$

Por tanto, la varilla corta medirá 70,71 cm y, la larga, 128,9 cm.

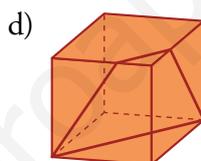
Problemas «+»

47 Construye un cubo de plastilina.

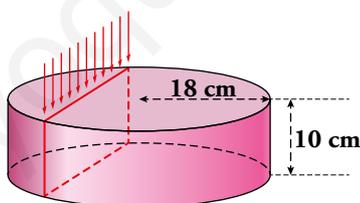
- Señala sobre él cómo hay que cortarlo para obtener un triángulo equilátero. ¿Cuál es el mayor posible?
- ¿Y un cuadrado?
- ¿Y un hexágono regular?
- Dibuja el cubo y el corte que darías para obtener un trapecio isósceles.



c) Hecho en el libro del alumnado.



48 Dando un corte vertical al cilindro de la figura, se obtiene un rectángulo. Compruébalo con un modelo en plastilina.



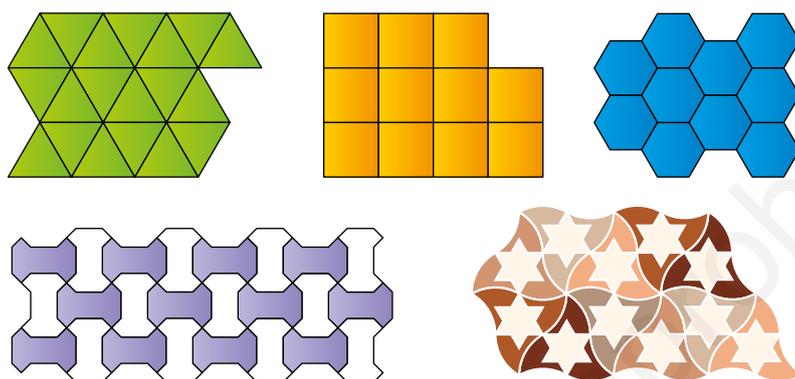
- ¿Dónde hay que dar el corte para que ese rectángulo sea lo mayor posible? ¿Cuáles serán sus dimensiones?
 - ¿Dónde hay que dar el corte para obtener un cuadrado? ¿Cuánto medirá el lado?
- Habría que dar el corte justo por el diámetro de la circunferencia.
Sus dimensiones serán $36 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$.
 - Para obtener el cuadrado se corta por una cuerda de la circunferencia de longitud igual a la altura del cilindro y así se obtiene un cuadrado.
Sus dimensiones serán de 10 cm de lado.

LEE E INFÓRMATE**La estética de los mosaicos**

Los mosaicos geométricos son configuraciones con las que se tapiza una superficie plana. Para ello, se utilizan unas pocas piezas (teselas) que se repiten una y otra vez.

Hay mosaicos con un solo tipo de tesela. Si esta es un polígono regular, el mosaico se llama regular.

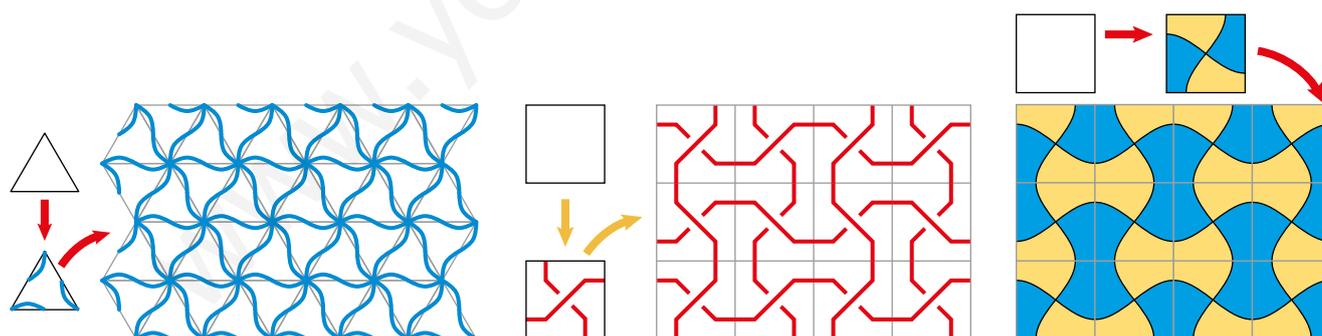
La forma de las teselas, su disposición y su colorido permiten formar mosaicos muy bellos.



Lectura para introducir a los estudiantes en el interesantísimo mundo de los mosaicos. A partir de ella, se puede pretender que el alumno se familiarice con esos mosaicos geométricos, regulares o no (triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos regulares, rombos, rectángulos...) a partir de los cuales se pueden diseñar otros más bellos y creativos.

Creatividad y belleza

Los mosaicos regulares son muy sosos. Sin embargo, con un pequeño dibujo en cada tesela (siempre el mismo), el cambio y la mejora pueden ser extraordinarios.

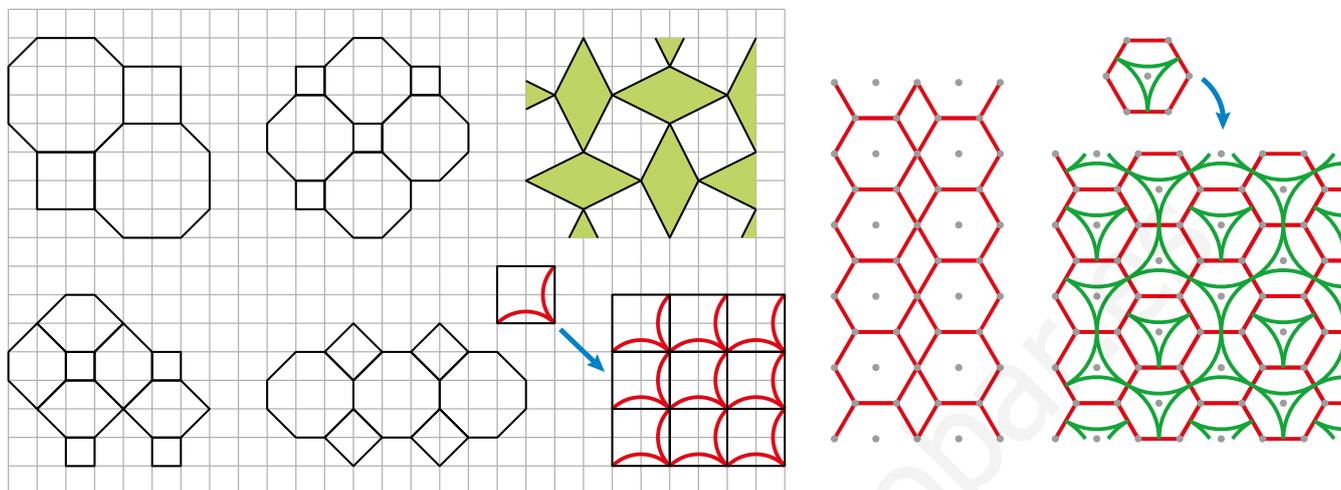


Si se dispone de tiempo, sería muy deseable que el alumnado repitiese estos mosaicos en hojas con tramas cuadradas o triangulares, según corresponda.

De esta manera, apreciará mejor cómo se construyen y la belleza que encierran.

INVESTIGA

- **Observa algunas sugerencias para construir mosaicos sobre papel pautado. Desarróllalas tú en hojas de papel cuadriculado y triangulado.**

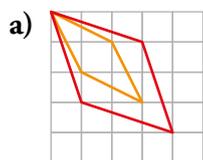


- **Tantea, prueba otras formas, colorea... ¡diviértete con los mosaicos!**

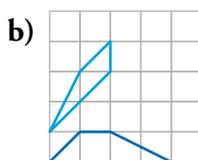
Se abren nuevas vías para la creación de mosaicos. Son sugerencias con las que se pretende desencadenar la actividad del alumnado, que si lo toma con entusiasmo será capaz de generar autónomamente otros muchos.

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Realiza esta actividad sobre papel cuadrilado. Sin ocupar más que un cuadrado de 5×5 y apoyándote en los vértices de la cuadrícula.

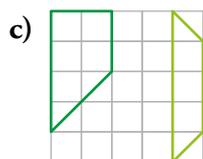


Representa tantos tipos de rombos que no sean cuadrados como puedas.

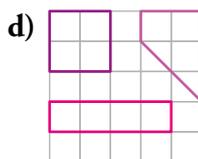


Representa algunos tipos de trapezios que no sean rectángulos ni isósceles.

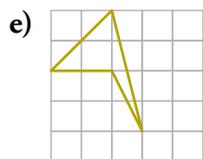
¡Hay muchísimos!



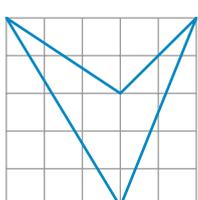
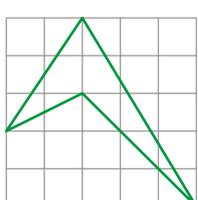
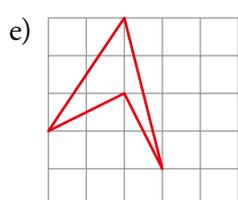
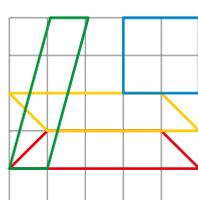
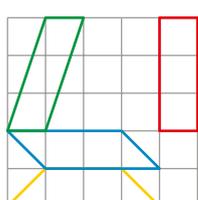
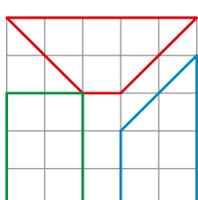
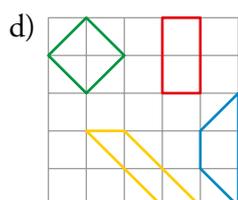
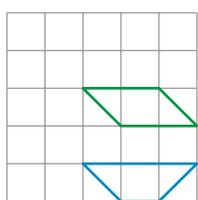
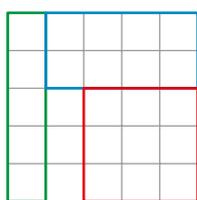
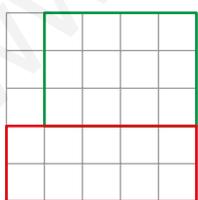
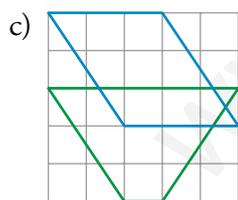
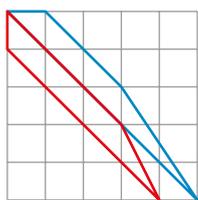
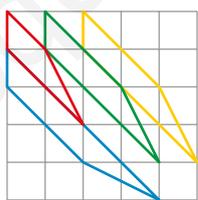
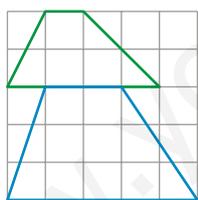
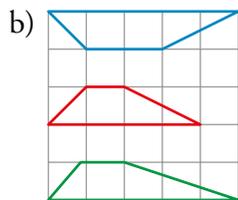
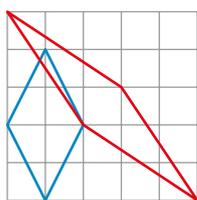
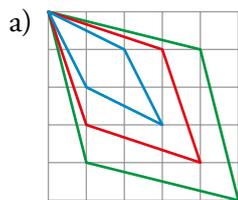
Inventa cuadriláteros distintos, pero todos ellos con el mismo perímetro.



¿Puedes delimitar varios cuadriláteros con la misma área pero con distinto perímetro?

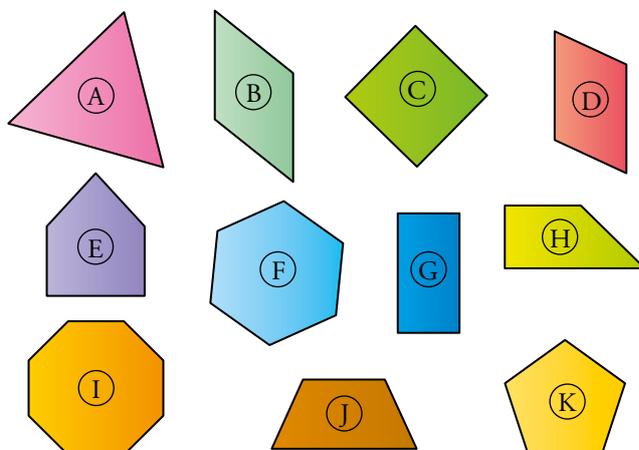


Representa algunos cuadriláteros cóncavos.



AUTOEVALUACIÓN

1 Observa los siguientes polígonos:



- Clasifica los cuadriláteros y escribe las características de cada uno.
- Identifica los polígonos regulares y nómbralos.
- ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada figura?
 - Rectángulos: G → paralelogramo, ángulos rectos.
 Rombos: B → paralelogramo, lados iguales.
 Cuadrados: C → paralelogramo, lados iguales y ángulos rectos.
 Romboides: D → paralelogramo.
 Trapecios: H, J → solo dos lados paralelos.
 - Triángulo equilátero: A; Cuadrado: C; Pentágono: K; Hexágono: F; Octógono: I.
 - A → 3
 B → 2
 C → 4
 D → No tiene ejes de simetría.
 E → 1
 F → 6
 G → 2
 H → No tiene ejes de simetría.
 I → 8
 J → 1
 K → 5

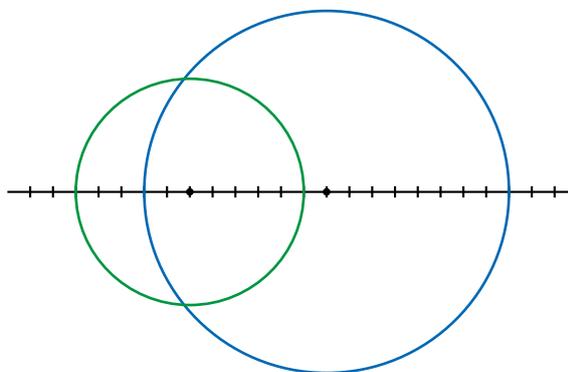
2 Dadas dos circunferencias de radios $r_1 = 5$ m y $r_2 = 8$ m, indica sus posiciones relativas para cada una de las siguientes distancias de sus centros:

- a) $d = 6$ m b) $d = 13$ m c) $d = 15$ m d) $d = 3$ m

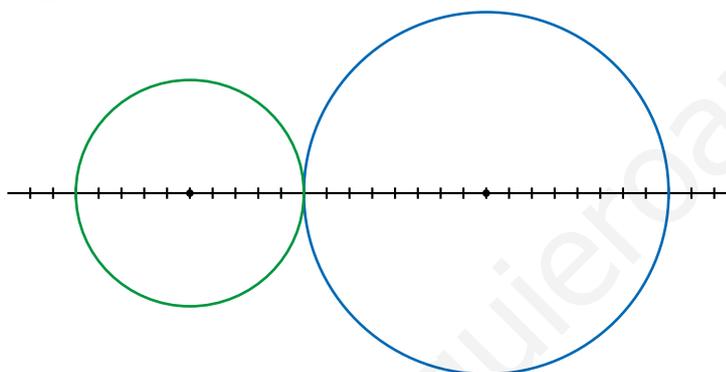
Dibuja esquemáticamente cada uno de los casos.

Nota: cada división de la recta representa 1 m.

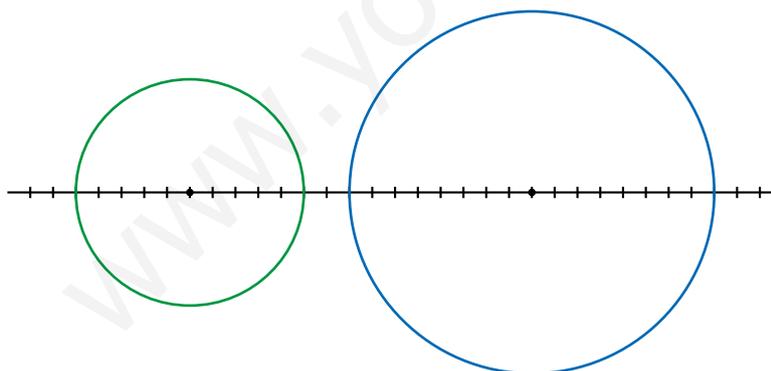
a) Secantes.



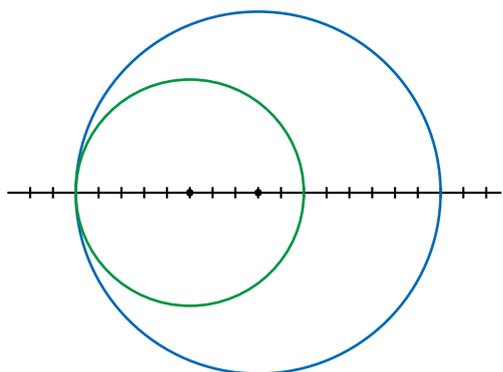
b) Tangentes exteriores.



c) Exteriores.

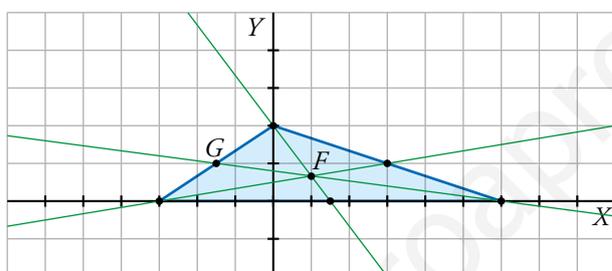
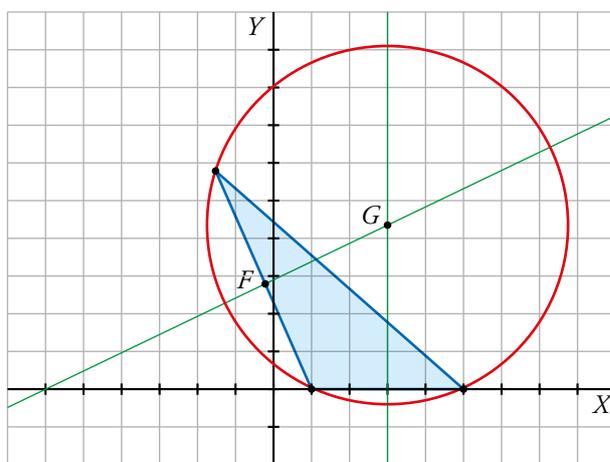


d) Tangentes interiores.

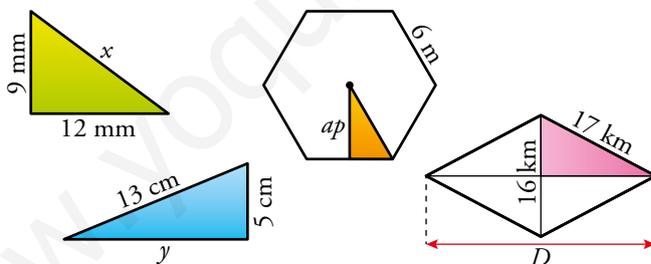


- 3 Dibuja en tu cuaderno dos triángulos escalenos. Encuentra el circuncentro y la circunferencia circunscrita de uno de ellos y el baricentro del otro.

En el primer dibujo, G es el circuncentro y en el segundo F es el baricentro.



- 4 Calcula la longitud desconocida en cada caso:



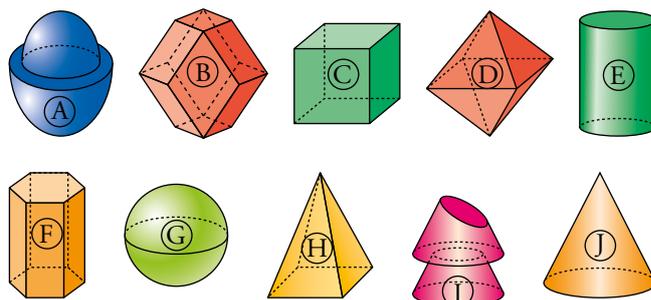
$$x = 15 \text{ mm}$$

$$ap = 5,196 \text{ m}$$

$$y = 12 \text{ cm}$$

$$D = 30 \text{ km}$$

- 5 Entre los siguientes cuerpos geométricos, determina los poliedros, los poliedros regulares y los cuerpos de revolución. Pon nombre a los que conozcas:



Poliedros: B, C, D, F, H.

Poliedros regulares: C, D.

Cuerpos de revolución: A, E, G, J.

C: cubo.

D: octaedro regular.

E: cilindro.

F: prisma hexagonal regular.

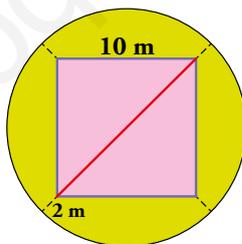
G: esfera.

H: pirámide cuadrangular regular.

I: no es ni poliedro ni cuerpo de revolución.

J: cono.

- 6 Para un concierto, se ha levantado una plataforma cuadrada de 10 m de lado. Como protección, se va a rodear con una valla circular a una distancia de 2 m de cada esquina. ¿Cuál será el diámetro de la barrera?



$$x^2 = 10^2 + 10^2 \rightarrow x = 14,14 \text{ m}$$

Por tanto, el diámetro de la valla será $2 + 14,14 + 2 = 18,14 \text{ m}$.