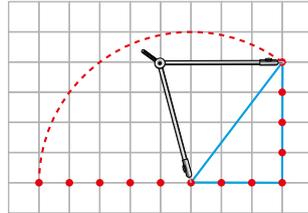


11 RECTAS Y ÁNGULOS

Página 194

- 1 ¿Te animas a hacer sobre un corcho, con cuerda y alfileres, ángulos rectos como los hacían en Egipto e India?

O dibuja sobre una cuadrícula dos segmentos de longitudes 3 y 4, en ángulo recto, y une los extremos libres completando un triángulo rectángulo. Después, comprueba que el tercer lado mide 5.



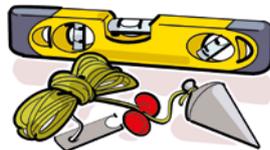
Respuesta abierta.

Página 195

- 2 Según los babilonios, ¿qué ángulo giraba el Sol alrededor de la Tierra en medio año?
¿Cuánto tiempo tardaba en girar un cuarto de vuelta?

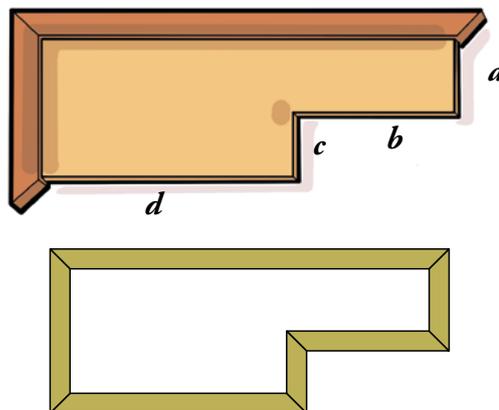
Giraba 180° . Tardaba 90 días.

- 3 ¿Qué tipo de ángulos se consiguen con ellos en las paredes?



Con el nivel y la plomada se consiguen ángulos rectos.

- 4 Al marco de este tablero le faltan varios listones. Dibújalos en tu cuaderno. Puedes hacer uso de la escuadra.



1 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS

Página 197

Para fijar ideas

1 ¿Verdadero o falso?

Ayúdate con dibujos. Considera todos los casos, todas las posibilidades.

- Si dos puntos distintos A y B están en la recta r y también están en la recta s , entonces r y s son la misma recta.
- Dos rectas del mismo plano, o son secantes o son paralelas.
- Si dos rectas del mismo plano no tienen ningún punto común son paralelas.
- Dos rectas, si son secantes, tienen al menos dos puntos comunes.
- Dos rectas secantes tienen un punto en común y solo uno.
- Por un punto exterior a una recta se puede trazar solo una paralela a ella.
- Dos semirrectas del mismo plano tienen necesariamente un único punto común.
- Si dos semirrectas tienen dos o más puntos comunes, coinciden.
- Si los puntos P y Q están a la misma distancia de la recta r , la recta que pasa por P y por Q necesariamente es paralela a r .
 - Verdadero.
 - Falso. Pueden ser coincidentes.
 - Verdadero.
 - Falso. Solo tienen un punto en común.
 - Verdadero.
 - Verdadero.
 - Falso. Pueden tener infinitos puntos en común.
 - Falso. Pueden tener un segmento como intersección.
 - Falso. Es posible si P y Q están cada uno en uno de los semiplanos en que la recta divide al plano.

2 Reflexiona y contesta apoyando tus respuestas con dibujos.

- A , B y C son tres puntos. Sabemos que la recta AB coincide con la recta BC . ¿Qué puedes decir de la recta AC ?
- Dos puntos, A y B , pertenecen a la recta r . ¿Qué queda de r al quitar la porción comprendida entre A y B ?
- ¿Pueden tener dos semirrectas un segmento en común?
- Una recta, r , divide a un plano en dos semiplanos. Otra recta, s , del mismo plano, es secante a r . ¿Qué tiene en común s con cada semiplano?
- ¿Deben ser necesariamente paralelas dos rectas que no tienen ningún punto común? (Dibuja un cubo y las diagonales de dos caras opuestas).
 - Que es también coincidente con las otras dos.
 - Dos semirrectas.
 - Sí, el punto que los separa.
 - Infinitos puntos.
 - No, porque pueden no pertenecer al mismo plano.

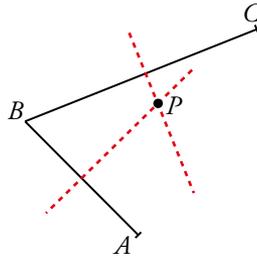
2 ▶ DOS RECTAS IMPORTANTES

Página 198

Para practicar

- 1 Dibuja dos segmentos concatenados, AB y BC . Traza sus mediatrices y llama P al punto en que se cortan.

Razona por qué P está a la misma distancia (equidista) de A , de B y de C .

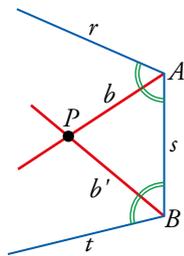


Por estar P en la mediatriz de AB , la distancia de P a A es igual a la distancia de P a B .
 Por estar P en la mediatriz de BC , la distancia de P a B es igual a la distancia de P a C .
 Por tanto, la distancia de P a A , B y C es la misma.

- 2 Dibuja en tu cuaderno dos ángulos \widehat{rs} y \widehat{st} como se ve en la figura.

— Traza sus bisectrices, b y b' , que se cortan en P .

— Razona que las distancias del punto P a las rectas r , s y t coinciden.



Por estar P en la bisectriz de \widehat{rs} , la distancia de P a r es igual a la distancia de P a s .
 Por estar P en la bisectriz de \widehat{st} , la distancia de P a s es igual a la distancia de P a t .
 Por tanto, la distancia de P a r , a s y a t es la misma.

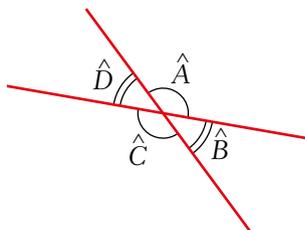
3 ▶ ÁNGULOS

Página 199

Para practicar

1 Observa la ilustración e identifica:

- Parejas de ángulos adyacentes.
- Parejas de ángulos opuestos por el vértice.



- \widehat{D} y \widehat{A} ; \widehat{C} y \widehat{B} ; \widehat{C} y \widehat{D} ; \widehat{B} y \widehat{A}
- \widehat{D} y \widehat{B} ; \widehat{A} y \widehat{C}

2 ¿Verdadero o falso?

- Si dos ángulos suplementarios son iguales, entonces ambos son rectos.
 - Dos ángulos complementarios no pueden ser iguales.
 - El suplementario de un ángulo agudo es un ángulo obtuso.
- Verdadero.
 - Falso. Dos ángulos de 45° son complementarios e iguales.
 - Verdadero.

4 ▶ MEDIDA DE ÁNGULOS

Página 200

Para practicar

1 ¿Cuántos minutos son 5° ? ¿Y 7° ? ¿Y 18° ?

$$5^\circ = 5 \cdot 60' = 300'$$

$$7^\circ = 7 \cdot 60' = 420'$$

$$18^\circ = 18 \cdot 60' = 1080'$$

2 Pasa a segundos las siguientes expresiones:

a) $3'$

b) $5'$

c) $10'$

d) $15'$

a) $3' = 3 \cdot 60'' = 180''$

b) $5' = 5 \cdot 60'' = 300''$

c) $10' = 10 \cdot 60'' = 600''$

d) $15' = 15 \cdot 60'' = 900''$

3 Transforma en minutos estas cantidades:

a) $120''$

b) $180''$

c) $1200''$

d) $3600''$

a) $120'' = (120 : 60)' = 2'$

b) $180'' = (180 : 60)' = 3'$

c) $1200'' = (1200 : 60)' = 20'$

d) $3600'' = (3600 : 60)' = 60'$

4 Pasa a grados las siguientes expresiones:

a) $60'$

b) $180'$

c) $240'$

d) $120'$

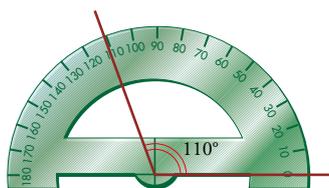
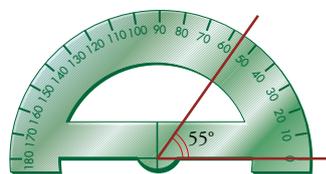
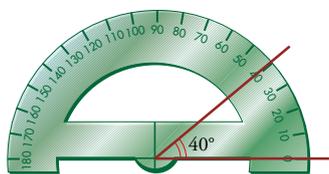
a) $60' = 1^\circ$

b) $180' = (180 : 60)^\circ = 3^\circ$

c) $240' = (240 : 60)^\circ = 4^\circ$

d) $120' = (120 : 60)^\circ = 2^\circ$

5 Con la ayuda del transportador, dibuja en tu cuaderno ángulos de 40° , 55° , 110° y 175° .



6 Calcula el ángulo suplementario de los ángulos que has dibujado en la actividad anterior.

Suplementario de 40° : $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

Suplementario de 55° : $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

Suplementario de 110° : $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

Suplementario de 175° : $180^\circ - 175^\circ = 5^\circ$

Página 201

Para fijar ideas

1 ¿Cuántos segundos son $45^\circ 27' 53''$?

— Multiplica 45 grados por 60 para transformarlos en minutos y otra vez por 60 para transformarlos en segundos.

— Multiplica 27 minutos por 60 para hacerlos segundos.

— Suma las cantidades de segundos obtenidas al transformar los grados y los minutos con los 53 segundos iniciales del enunciado.

Solución: $45^\circ 27' 53'' = \dots''$

$$45^\circ \rightarrow 45 \times 60 \times 60 = 162\,000''$$

$$27' \rightarrow 27 \times 60 = 1\,620''$$

$$162\,000'' + 1\,620'' + 53'' = 163\,673''$$

$$45^\circ 27' 53'' = 163\,673''$$

2 Pasa $163\,673''$ a grados, minutos y segundos. Copia y completa.

— Divide $163\,673''$ entre 60 para pasarlos a minutos. Queda un resto de ... segundos.

— Divide los minutos otra vez entre 60 para pasarlos a grados.

— Finalmente, se obtienen ... grados y queda un resto de ... minutos.

Solución: $163\,673'' = \dots^\circ \dots' \dots''$

$163\,673'' \begin{array}{r} 60 \\ 436 \quad 2727' \\ 167 \\ 473 \\ 53'' \end{array}$	$2727' \begin{array}{r} 60 \\ 327 \quad 45^\circ \\ 27' \end{array}$
--	---

$$163\,673'' = 45^\circ 27' 53''$$

Para practicar

7 Copia y completa.

a) $25^\circ \cdot 60 = \dots$

b) $8^\circ \cdot 3\,600 = \dots$

c) $180'' : 60 = \dots$

d) $7\,200'' : 3\,600 = \dots$

a) $1\,500'$

b) $28\,800''$

c) $3'$

d) 2°

8 Opera mentalmente y completa en tu cuaderno.

- a) $1^\circ 20' \rightarrow \dots'$ b) $2' 15'' \rightarrow \dots''$
 c) $65' \rightarrow \dots^\circ \dots'$ d) $130'' \rightarrow \dots' \dots''$
 a) $80'$ b) $135''$
 c) $1^\circ 5'$ d) $2' 10''$

9 Pasa a la unidad que se indica.

- a) $0,1^\circ \rightarrow \dots'$ b) $2,5^\circ \rightarrow \dots^\circ \dots'$ c) $4,2' \rightarrow \dots' \dots''$
 a) $6'$ b) $2^\circ 30'$ c) $4' 12''$

10 Pasa a segundos.

- a) $53^\circ 45' 13''$
 b) $81^\circ 37'$
 c) $26^\circ 11''$
 a) $53^\circ 45' 13'' = (53 \cdot 3600)'' + (45 \cdot 60)'' + 13'' = 190800'' + 2700'' + 13'' = 193513''$
 b) $81^\circ 37' = (81 \cdot 3600)'' + (37 \cdot 60)'' = 291600'' + 2220'' = 293820''$
 c) $26^\circ 11'' = (26 \cdot 3600)'' + 11'' = 93600'' + 11'' = 93611''$

11 Pasa a forma compleja.

- a) $32220''$
 b) $59233''$
 c) $9123''$
- a)
$$\begin{array}{r} 32220'' \overline{)60} \\ \underline{222} \quad 537' \\ 420 \\ \underline{00}'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 537' \overline{)60} \\ \underline{57} \quad 8^\circ \end{array}$$

 $32220'' = 8^\circ 57' 0'' = 8^\circ 57'$
- b)
$$\begin{array}{r} 59233'' \overline{)60} \\ \underline{523} \quad 987' \\ 433 \\ \underline{13}'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 987' \overline{)60} \\ \underline{387} \quad 16^\circ \\ 27' \end{array}$$

 $59233'' = 16^\circ 27' 13''$
- c)
$$\begin{array}{r} 9123'' \overline{)60} \\ \underline{312} \quad 152' \\ 123 \\ \underline{03}'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152' \overline{)60} \\ \underline{32} \quad 2^\circ \end{array}$$

 $9123'' = 2^\circ 32' 3''$

12 Observa y después transforma en grados.

$$24' \rightarrow 24 : 60 = 0,4^\circ \longrightarrow 37^\circ 24' = 37,4^\circ$$

a) $15'$

b) $1^\circ 15'$

c) $27^\circ 30'$

d) $10^\circ 45'$

e) $16^\circ 24'$

f) $20^\circ 6'$

a) $15' : 60 = 0,25^\circ$

b) $1^\circ 15' \rightarrow 15' : 60 = 0,25^\circ \rightarrow 1^\circ 15' = 1,25^\circ$

c) $27^\circ 30' \rightarrow 30' : 60 = 0,5^\circ \rightarrow 27^\circ 30' = 27,5^\circ$

d) $10^\circ 45' \rightarrow 45' : 60 = 0,75^\circ \rightarrow 10^\circ 45' = 10,75^\circ$

e) $16^\circ 24' \rightarrow 24' : 60 = 0,4^\circ \rightarrow 16^\circ 24' = 16,4^\circ$

f) $20^\circ 6' \rightarrow 6' : 60 = 0,1^\circ \rightarrow 20^\circ 6' = 20,1^\circ$

5 ▶ OPERACIONES CON MEDIDAS ANGULARES

Página 202

Para fijar ideas

1 Copia, completa y resuelve las sumas.

$$\begin{array}{r} 16^\circ 43' \\ + 18^\circ 32' \\ \hline 34^\circ 75' \\ \downarrow \downarrow \\ 35^\circ \dots' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79^\circ 54' 28'' \\ + 36^\circ 27' 45'' \\ \hline 115^\circ 81' 73'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 115^\circ 82' \dots'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 116^\circ \dots' \dots'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16^\circ 43' \\ + 18^\circ 32' \\ \hline 34^\circ 75' \\ \downarrow \downarrow \\ 35^\circ 15' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79^\circ 54' 28'' \\ + 36^\circ 27' 45'' \\ \hline 115^\circ 81' 73'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 115^\circ 82' 13'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 116^\circ 22' 13'' \end{array}$$

2 Copia, completa y resuelve las restas.

$$\begin{array}{r} 35^\circ 15' \\ - 16^\circ 43' \\ \hline \text{NO SE PUEDE} \uparrow \\ \downarrow \\ 34^\circ \overset{+60}{\rightarrow} 75' \\ - 16^\circ 43' \\ \hline 18^\circ 32' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116^\circ 22' 13'' \\ - 79^\circ 14' 28'' \\ \hline \text{NO SE PUEDE} \uparrow \\ \downarrow \\ 116^\circ 21' \overset{+60}{\rightarrow} \dots'' \\ - 79^\circ 14' 28'' \\ \hline \dots^\circ \dots' \dots'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 116^\circ 21' \overset{+60}{\rightarrow} 73'' \\ - 79^\circ 14' 28'' \\ \hline 37^\circ 7' 45'' \end{array}$$

Para practicar

1 Realiza las siguientes operaciones:

a) $35^{\circ} 27' 14'' + 62^{\circ} 48' 56''$

b) $62^{\circ} 46'' + 25' 43'' + 39^{\circ} 58'$

c) $82^{\circ} 2' 7'' - 39^{\circ} 43' 27''$

d) $56^{\circ} 14' - 34^{\circ} 42''$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 35^{\circ} \quad 27' \quad 14'' \\ + 62^{\circ} \quad 48' \quad 56'' \\ \hline 97^{\circ} \quad 75' \quad 70'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 97^{\circ} \quad 75' \quad 70'' \\ + \quad \quad \quad 1' \quad 10'' \\ \hline 97^{\circ} \quad 76' \quad 10'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 97^{\circ} \quad 76' \quad 10'' \\ + \quad \quad \quad 1^{\circ} \quad 16' \\ \hline 98^{\circ} \quad 16' \quad 10'' \end{array}$$

Resultado: $98^{\circ} 16' 10''$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 62^{\circ} \quad \quad 46'' \\ \quad 25' \quad 43'' \\ + 39^{\circ} \quad 58' \\ \hline 101^{\circ} \quad 83' \quad 89'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 101^{\circ} \quad 83' \quad 89'' \\ + \quad \quad \quad 1' \quad 29'' \\ \hline 101^{\circ} \quad 84' \quad 29'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 101^{\circ} \quad 84' \quad 29'' \\ + \quad \quad \quad 1^{\circ} \quad 24' \\ \hline 102^{\circ} \quad 24' \quad 29'' \end{array}$$

Resultado: $102^{\circ} 24' 29''$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 82^{\circ} \quad 2' \quad 7'' \\ - 39^{\circ} \quad 43' \quad 27'' \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 81^{\circ} \quad 61' \quad 67'' \\ - 39^{\circ} \quad 43' \quad 27'' \\ \hline 42^{\circ} \quad 18' \quad 40'' \end{array}$$

Resultado: $42^{\circ} 18' 40''$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 56^{\circ} \quad 14' \\ - 34^{\circ} \quad \quad 42'' \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 56^{\circ} \quad 13' \quad 60'' \\ - 34^{\circ} \quad \quad 42'' \\ \hline 22^{\circ} \quad 13' \quad 18'' \end{array}$$

Resultado: $22^{\circ} 13' 18''$

2 Opera, de igual forma, con medidas de tiempo.

a) $2 \text{ h } 20 \text{ min } 46 \text{ s} + 3 \text{ h } 55 \text{ min } 17 \text{ s}$

b) $1 \text{ h } 59 \text{ min } 50 \text{ s} + 33 \text{ min } 15 \text{ s}$

c) $5 \text{ h } 18 \text{ min } 30 \text{ s} - 3 \text{ h } 24 \text{ min } 47 \text{ s}$

d) $4 \text{ h } 50 \text{ s} - 2 \text{ h } 56 \text{ min } 59 \text{ s}$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 2 \text{ h } 20 \text{ min } 46 \text{ s} \\ + 3 \text{ h } 55 \text{ min } 17 \text{ s} \\ \hline 5 \text{ h } 75 \text{ min } 63 \text{ s} \\ 5 \text{ h } 76 \text{ min } 3 \text{ s} \\ \hline \mathbf{6 \text{ h } 16 \text{ min } 3 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 1 \text{ h } 59 \text{ min } 50 \text{ s} \\ + \quad 33 \text{ min } 15 \text{ s} \\ \hline 1 \text{ h } 92 \text{ min } 65 \text{ s} \\ 1 \text{ h } 93 \text{ min } 5 \text{ s} \\ \hline \mathbf{2 \text{ h } 33 \text{ min } 5 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5 \text{ h } 18 \text{ min } 30 \text{ s} \\ - 3 \text{ h } 24 \text{ min } 47 \text{ s} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 4 \text{ h } 77 \text{ min } 90 \text{ s} \\ - 3 \text{ h } 24 \text{ min } 47 \text{ s} \\ \hline \mathbf{1 \text{ h } 53 \text{ min } 43 \text{ s}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } 4 \text{ h } \quad \quad 50 \text{ s} \\ - 2 \text{ h } 56 \text{ min } 59 \text{ s} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 3 \text{ h } 59 \text{ min } 110 \text{ s} \\ - 2 \text{ h } 56 \text{ min } 59 \text{ s} \\ \hline \mathbf{1 \text{ h } 3 \text{ min } 51 \text{ s}} \end{array}$$

Página 203

Para fijar ideas

3 Copia, completa y resuelve las multiplicaciones.

$$\begin{array}{r} 7^\circ 13' \\ \times 5 \\ \hline 35^\circ 65' \\ \downarrow \downarrow \\ 36^\circ 5' \end{array} \quad \begin{array}{r} 42^\circ 58' 26'' \\ \times 3 \\ \hline 126^\circ 174' 78'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 126^\circ 175' 18'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ \dots^\circ \dots' \dots'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42^\circ 58' 26'' \\ \times 3 \\ \hline 126^\circ 174' 78'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 126^\circ 175' 18'' \\ \downarrow \downarrow \downarrow \\ 128^\circ 55' 18'' \end{array}$$

4 Copia, completa y resuelve las divisiones.

$$\begin{array}{r}
 36^\circ \quad 5' \quad 5 \\
 1^\circ \rightarrow + \frac{60'}{7^\circ \dots'} \\
 \dots \\
 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 128^\circ \quad 55' \quad 18'' \quad | \quad 3 \\
 2^\circ \rightarrow + \frac{120'}{60''} \quad 42^\circ \dots' \dots'' \\
 \dots \\
 1' \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 36^\circ \quad 5' \quad 5 \\
 1^\circ \rightarrow + \frac{60'}{7^\circ 13'} \\
 \frac{65'}{00'}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 128^\circ \quad 55' \quad 18'' \quad | \quad 3 \\
 2^\circ \rightarrow + \frac{120'}{60''} \quad 42^\circ 58' 26'' \\
 \frac{175'}{78''} \\
 1' \quad 00''
 \end{array}$$

Para practicar

3 Halla el suplementario del ángulo de $108^\circ 49' 1''$.

$$180^\circ - 108^\circ 49' 1'' = 71^\circ 10' 59''$$

4 Efectúa.

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $36^\circ 51'' + 2^\circ 11'$ | b) $48^\circ 26' - 13^\circ 52'$ |
| c) $37' 11'' \cdot 13$ | d) $(32^\circ 37') : 6$ |
| a) $38^\circ 11' 51''$ | b) $34^\circ 34'$ |
| c) $8^\circ 3' 23''$ | d) $5^\circ 26' 10''$ |

5 Dado el ángulo $\hat{A} = 35^\circ 46' 23''$, halla:

- | | | | |
|---------------|---------------|------------------------|--------------------------------|
| a) $2\hat{A}$ | b) $5\hat{A}$ | c) $\frac{\hat{A}}{4}$ | d) $\frac{2}{3} \cdot \hat{A}$ |
|---------------|---------------|------------------------|--------------------------------|

a) $2 \cdot (35^\circ 46' 23'') = 70^\circ 92' 46'' = 71^\circ 32' 46''$

b) $5 \cdot (35^\circ 46' 23'') = 175^\circ 230' 115'' = 175^\circ 231' 55'' = 178^\circ 51' 55''$

c)
$$\begin{array}{r}
 35^\circ \quad 46' \quad 23'' \quad | \quad 4 \\
 3^\circ \rightarrow \frac{180'}{8^\circ 56' 35''} \\
 \frac{226'}{26} \\
 2' \rightarrow \frac{120''}{143''} \\
 \frac{143''}{23} \\
 3''
 \end{array}$$

Cociente: $8^\circ 56' 35''$
Resto: $3''$

d) $2 \cdot \hat{A} = 71^\circ 32' 46''$

$$\begin{array}{r}
 71^\circ \quad 32' \quad 46'' \quad | \quad 3 \\
 2^\circ \rightarrow \frac{120'}{23^\circ 50' 55''} \\
 \frac{152'}{2' \rightarrow \frac{120''}{166''}} \\
 \frac{166''}{1''}
 \end{array}$$

Cociente: $23^\circ 50' 55''$
Resto: $1''$

6 Divide $151^{\circ} 6' 17''$ entre 7, de dos formas:

a) Como se explica arriba.

b) Pasándolo a segundos, dividiendo entre 7 y pasando el resultado a grados, minutos y segundos.

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 151^{\circ} \quad 6' \quad 17'' \quad | \quad 7 \quad \underline{\hspace{2cm}} \\
 4^{\circ} \rightarrow \frac{240'}{246'} \quad \quad \quad 21^{\circ} 35' 11'' \\
 \quad \quad \quad 1' \rightarrow \frac{60''}{77''} \quad \text{Cociente: } 21^{\circ} 35' 11'' \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0'' \quad \text{Resto: } 0''
 \end{array}$$

$$\text{b) } 151^{\circ} 6' 17'' = (151 \cdot 3600)'' + (6 \cdot 60)'' + 17'' = 543600'' + 360'' + 17'' = 543977''$$

$$543977'' : 7 = 77711'' = 21^{\circ} 35' 11''$$

Se obtiene lo mismo que en el apartado a).

7 Un grifo llena $\frac{5}{12}$ de un depósito en una hora. ¿Cuánto tarda en llenar $\frac{1}{12}$ de depósito?

¿Y en llenar el depósito completo?

$$60 : 5 = 12$$

En llenar $\frac{1}{12}$ tarda 12 minutos.

$$12 \cdot 12 = 144$$

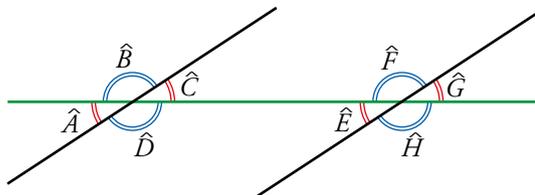
En llegar el depósito completo tardará 144 minutos, o lo que es lo mismo, 2 horas y 24 minutos.

6 ▶ RELACIONES ANGULARES

Página 204

Para practicar

1 De estos ángulos, di dos que sean iguales por ser:



a) Opuestos por el vértice.

b) Correspondientes.

c) Alternos internos.

d) Alternos externos.

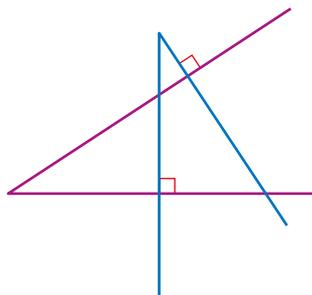
a) $\widehat{A} = \widehat{C}; \widehat{B} = \widehat{D}; \widehat{E} = \widehat{G}; \widehat{F} = \widehat{H}$

b) $\widehat{A} = \widehat{E}; \widehat{B} = \widehat{F}; \widehat{C} = \widehat{G}; \widehat{D} = \widehat{H}$

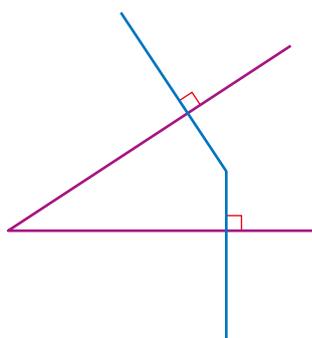
c) $\widehat{C} = \widehat{E}; \widehat{D} = \widehat{F}$

d) $\widehat{A} = \widehat{G}; \widehat{B} = \widehat{H}$

2 Dos ángulos de lados perpendiculares pueden ser iguales, pero también pueden ser suplementarios.



Justifícalo en tu cuaderno con un dibujo.



7 ▶ ÁNGULOS EN LOS POLÍGONOS

Página 205

Para fijar ideas

- 1** Dos de los ángulos de un triángulo miden 45° y 37° . ¿Cuál es la medida del tercer ángulo?

$$180 - 45 - 37 = 98^\circ$$

- 2**  ¿Es posible construir un cuadrilátero que tenga tres ángulos rectos? ¿Cómo será el cuarto ángulo? Dibújalo.

Un cuadrilátero con tres ángulos rectos tiene que tener el cuarto ángulo recto obligatoriamente: $360^\circ - 3 \cdot 90^\circ = 90^\circ$. Por tanto, no puede haber un cuadrilátero con solo 3 ángulos rectos.



- 3** Averigua cuánto suman todos los ángulos de un decágono cualquiera y cuánto mide cada ángulo de un decágono regular.

Suma de los ángulos de un decágono: $(10 - 2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ$

Cada uno de los ángulos de un decágono regular mide:

$$\frac{(10 - 2) \cdot 180^\circ}{10} = 144^\circ$$

Para practicar

- 1** Tres de los cuatro ángulos de un cuadrilátero miden 110° , 110° y 80° . ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?

$$360^\circ - (110^\circ + 110^\circ + 80^\circ) = 60^\circ$$

- 2** Si uno de los ángulos de un rombo mide 39° , ¿cuánto miden los otros tres?

$$(360^\circ - 2 \cdot 39^\circ) : 2 = 141^\circ$$

Dos de ellos miden 39° y los otros dos 141° .

8 ▶ ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Página 206

Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

a) El ángulo \hat{A} es central.

b) El ángulo \hat{B} es central.

a) Falso. Su vértice debería estar en el centro de la circunferencia.

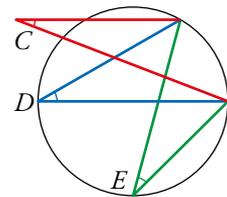
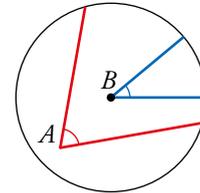
b) Verdadero.

c) Los ángulos \hat{C} y \hat{D} son iguales.

d) Los ángulos \hat{D} y \hat{E} son iguales.

c) Falso. El ángulo \hat{C} no es inscrito.

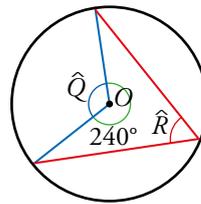
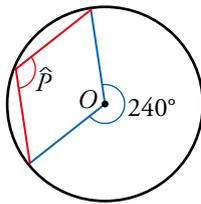
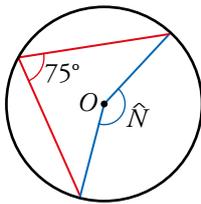
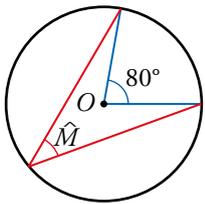
d) Verdadero.



Página 207

Para fijar ideas

1 Copia y completa en tu cuaderno.



$$\hat{M} = \square : 2 = \square$$

$$\hat{N} = \square \times 2 = \square$$

$$\hat{P} = \square : \square = \square$$

$$\hat{Q} = \square \times \square = \square$$

$$\hat{M} = 80^\circ : 2 = 40^\circ$$

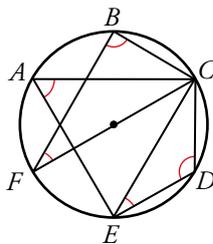
$$\hat{N} = 75^\circ \times 2 = 150^\circ$$

$$\hat{P} = 240^\circ : 2 = 120^\circ$$

$$\hat{Q} = 240^\circ \times 1/2 = 120^\circ$$

Para practicar

2 Teniendo en cuenta que cada arco señalado en la circunferencia es de 60° , di el valor de los ángulos marcados en rojo.



$$\widehat{CAE} = \frac{2 \cdot 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\widehat{CBF} = \frac{3 \cdot 60^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{CDE} = \frac{4 \cdot 60^\circ}{2} = 120^\circ$$

$$\widehat{CED} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\widehat{BFC} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

- 3**  Dibuja una semicircunferencia y recorta una esquina de una hoja de papel (ángulo recto). Comprueba que, siempre que hagas pasar los lados del ángulo por los extremos del diámetro, el vértice estará situado sobre la semicircunferencia.



Respuesta abierta.

Página 208

Ejercicios y problemas

Operaciones con ángulos

- 1** Efectúa las siguientes sumas:

- $32^\circ 18' 22'' + 85^\circ 31' 47''$
 - $26^\circ 19' 15'' + 2^\circ 48' 36''$
 - $24^\circ 16' 27'' + 34' 13'' + 3^\circ 9' 20''$
- $117^\circ 50' 9''$
 - $29^\circ 7' 51''$
 - 28°

- 2** Resuelve estas restas:

- $102^\circ 54' 27'' - 59^\circ 25' 37''$
 - $35^\circ 1' 46'' - 32^\circ 51' 49''$
 - $93^\circ 23'' - 28^\circ 23'$
- $43^\circ 28' 50''$
 - $2^\circ 9' 57''$
 - $64^\circ 37' 23''$

- 3** Haz los productos siguientes:

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| a) $(18^\circ 12' 3'') \cdot 4$ | b) $(13^\circ 2' 35'') \cdot 5$ |
| c) $(36^\circ 39' 27'') \cdot 8$ | d) $(84^\circ 26'') \cdot 13$ |
| a) $72^\circ 48' 12''$ | b) $65^\circ 12' 55''$ |
| c) $293^\circ 15' 36''$ | d) $1\ 092^\circ 5' 38''$ |

- 4** Resuelve estas divisiones:

- | | |
|---|---|
| a) $(280^\circ 40' 20'') : 20$ | b) $(121^\circ 52' 33'') : 11$ |
| c) $(84^\circ 37' 52'') : 2$ | d) $(190^\circ 42') : 7$ |
| a) Cociente: $14^\circ 2' 1''$; resto: $0''$ | b) Cociente: $11^\circ 4' 46''$; resto: $7''$ |
| c) Cociente: $42^\circ 18' 56''$; resto: $0''$ | d) Cociente: $27^\circ 14' 34''$; resto: $2''$ |

5 Halla el complementario de los siguientes ángulos:

a) 24°

b) $86^\circ 23' 39''$

c) $52^\circ 29''$

d) $58' 24''$

a) $90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$

b) $90^\circ - 86^\circ 23' 39'' = 3^\circ 36' 21''$

c) $90^\circ - 52^\circ 29'' = 37^\circ 59' 31''$

d) $90^\circ - 58' 24'' = 89^\circ 1' 36''$

6 Halla, en cada caso, el suplementario del ángulo que se te da:

a) 103°

b) $89^\circ 28' 52''$

c) $129^\circ 31'$

d) $76^\circ 29''$

a) $180^\circ - 103^\circ = 77^\circ$

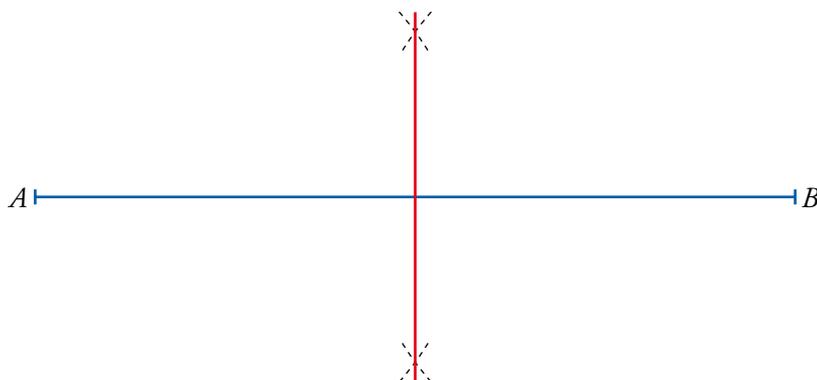
b) $180^\circ - 89^\circ 28' 52'' = 90^\circ 31' 8''$

c) $180^\circ - 129^\circ 31' = 50^\circ 29'$

d) $180^\circ - 76^\circ 29'' = 103^\circ 59' 31''$

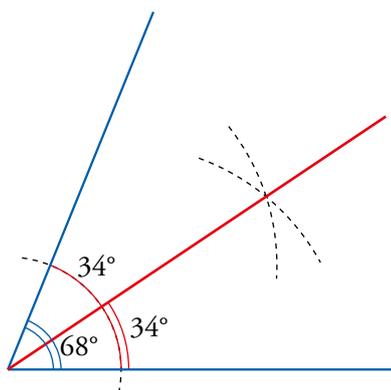
Construcciones geométricas

7 Traza un segmento de 6 cm y construye su mediatriz. ¿Qué propiedad tienen sus puntos?



Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.

8 Traza, con ayuda del transportador, un ángulo de 68° . Construye con regla y compás su bisectriz y comprueba que obtienes dos ángulos de 34° .



9 Dibuja:

a) Dos semirrectas que tengan un segmento en común.

b) Dos semirrectas que estén sobre la misma recta y no tengan nada en común.

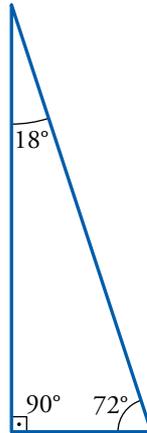


Una semirrecta tiene origen en A y va hacia la derecha y la otra tiene origen en B y va hacia la izquierda. El segmento en común es AB .

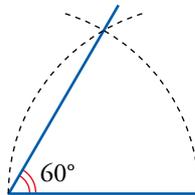
b) Dibuja dos semirrectas que estén sobre la misma recta y no tengan nada en común.



10 Construye, con ayuda del transportador, un triángulo rectángulo con un ángulo de 72° .

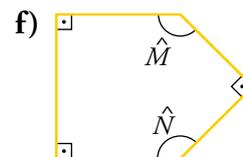
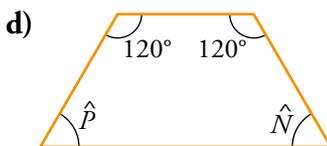
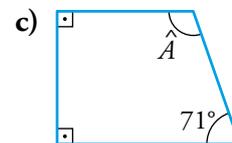
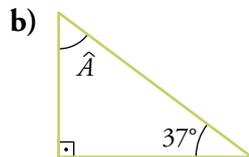
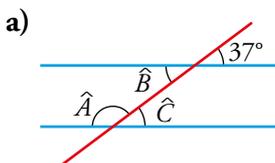


11 Dibuja un ángulo de 60° sin usar el transportador.



Relaciones angulares

12 Calcula el valor de los ángulos indicados.



a) $\widehat{A} = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$; $\widehat{B} = 37^\circ$; $\widehat{C} = 37^\circ$

b) $\widehat{A} = 180^\circ - 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

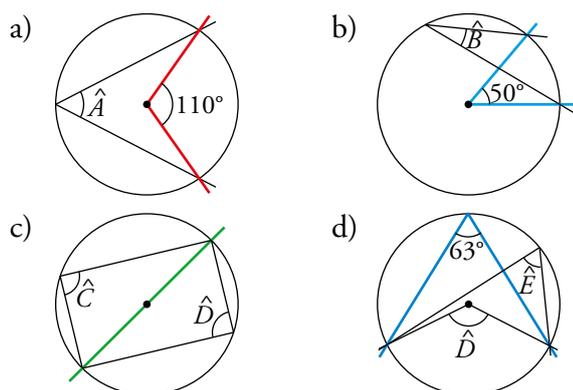
c) $\widehat{A} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 71^\circ = 109^\circ$

d) $\widehat{P} = \widehat{N} = \frac{360^\circ - 120^\circ - 120^\circ}{2} = 60^\circ$

e) $\widehat{B} = 26^\circ$; $\widehat{A} = \widehat{C} = 180^\circ - 26^\circ = 154^\circ$

f) $\widehat{N} = \widehat{M} = 270^\circ : 2 = 135^\circ$

13 Halla el valor de los ángulos indicados.



a) $\widehat{A} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$

b) $\widehat{B} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

c) $\widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$

d) $\widehat{D} = 2 \cdot 63^\circ = 126^\circ$; $\widehat{E} = 63^\circ$

Resuelve problemas

14 **Meta 6.4.** Para hacer un uso eficiente de los recursos hídricos, siete agricultores han de repartirse el agua que llega de una acequia regando por turnos. ¿Cuánto tiempo al día puede regar cada uno?

1 día \rightarrow 86 400 s

Como son 7 agricultores, a cada agricultor le toca un turno de $86\,400 : 7 = 12\,342$ segundos y sobran 6 segundos al día.

Pasamos los segundos a horas:

$12\,342 : 60 = 205$ minutos y 42 minutos

$205 : 60 = 3$ horas y 25 minutos

Por tanto, cada agricultor podrá regar al día 3 horas, 25 minutos y 42 segundos, y sobrarán 6 segundos al día.

15 Un reloj se pone en hora a las 12 de la noche del 31 de marzo. A las 12 de la noche del 2 de junio el reloj ha adelantado 3 min 9 s. ¿Cuánto adelanta cada día?

Han pasado 30 días de abril, 31 de mayo y 2 días de junio, que suman 63 días, durante los cuales el reloj se ha adelantado $(3 \cdot 60) + 9 = 189$ segundos.

Por tanto, cada día adelanta $189 : 63 = 3$ segundos.

16 a) ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 2 en punto?

b) ¿Y a las 5 en punto?

c) ¿Y a las 5 y cuarto? Ten en cuenta que la aguja horaria ha recorrido la cuarta parte del arco que va de 5 a 6.

d) ¿Y a las 7 menos cuarto?

a) $(360^\circ : 12) \cdot 2 = 30^\circ \cdot 2 = 60^\circ$

b) $(360^\circ : 12) \cdot 5 = 30^\circ \cdot 5 = 150^\circ$

c) $(360^\circ : 12) \cdot 2 + 30^\circ : 4 = 30^\circ \cdot 2 + 7^\circ 30' = 67^\circ 30'$

d) $(360^\circ : 12) \cdot 2 + 30^\circ : 4 = 30^\circ \cdot 2 + 7^\circ 30' = 67^\circ 30'$



- 17** Un planeta, en el movimiento de rotación sobre su propio eje, gira un grado (1°) cada 31 segundos. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?

Problema resuelto.

- 18** Un planeta, en el movimiento de rotación sobre su propio eje, gira un grado (1°) cada 4 minutos y 11 segundos. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?

Una vuelta completa son 360° .

4 minutos y 11 segundos son $(4 \cdot 60) + 11 = 240 + 11 = 251$ segundos.

En girar 360° tarda $360 \cdot 251 = 90\,360$ segundos.

$90\,360 : 60 = 1\,506$ minutos $\rightarrow 1\,506 : 60 = 25,1 = 25$ horas y 6 minutos

Tarda 25 horas y 6 minutos.

- 19** Un satélite de comunicaciones, para modificar su orientación, ha tardado 40 segundos en hacer un giro de diez grados (10°). ¿Cuánto tardaría en girar un cuarto de vuelta?

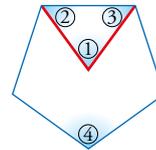
Un cuarto de vuelta son 90° .

$$\frac{10}{90} = \frac{4}{x} \rightarrow x = 36$$

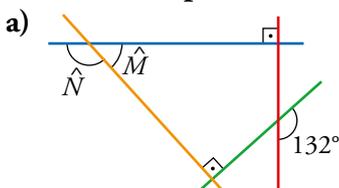
Tardaría 36 segundos.

- 20** ¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos señalados en este pentágono regular?

Problema resuelto.

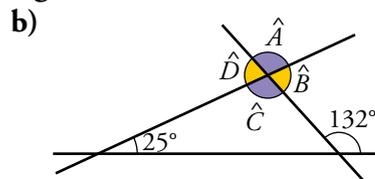


- 21** Calcula la amplitud de cada uno de los ángulos señalados con letras:



a) $\widehat{M} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$

$\widehat{N} = 132^\circ$



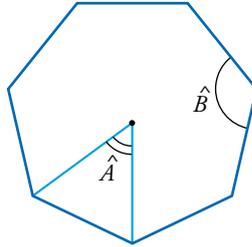
b) $\widehat{A} = \widehat{C} = 132^\circ - 25^\circ = 107^\circ$

$\widehat{B} = \widehat{D} = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$

22 Halla el ángulo interior de un heptágono regular. Calcula, también, su ángulo central.

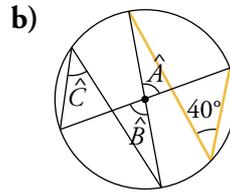
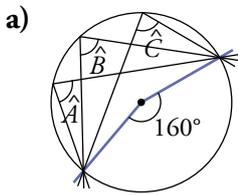
$$\widehat{A} = 360^\circ : 7 \approx 51^\circ 25' 43''$$

$$\widehat{B} = \frac{(7-2) \cdot 180^\circ}{7} = \frac{5 \cdot 180^\circ}{7} = \frac{900^\circ}{7} \approx 128^\circ 34' 17''$$



Problemas «+»

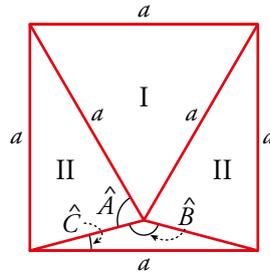
23 Halla el valor de los ángulos indicados.



a) $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

b) $\widehat{A} = \widehat{B} = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$; $\widehat{C} = 40^\circ$

24 El triángulo I es equilátero. Los triángulos II son isósceles. Halla la medida de los ángulos \widehat{A} , \widehat{B} y \widehat{C} .



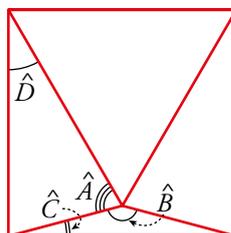
Los ángulos del triángulo equilátero I miden 60° .

Por lo que el ángulo \widehat{D} medirá: $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

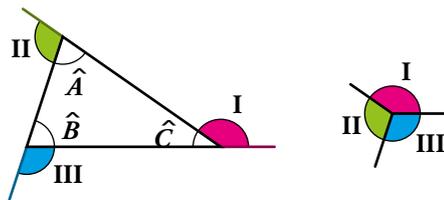
Así: $\widehat{A} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$

$$\widehat{B} = 360^\circ - 2 \cdot 75^\circ - 60^\circ = 150^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$



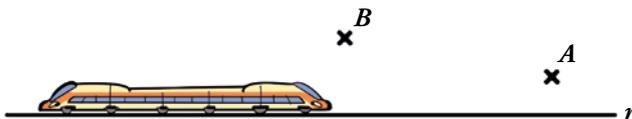
25 Los ángulos coloreados se llaman **ángulos exteriores del triángulo**. ¿Cuánto vale su suma?



$$(180^\circ - \hat{A}) + (180^\circ - \hat{B}) + (180^\circ - \hat{C}) = \dots$$

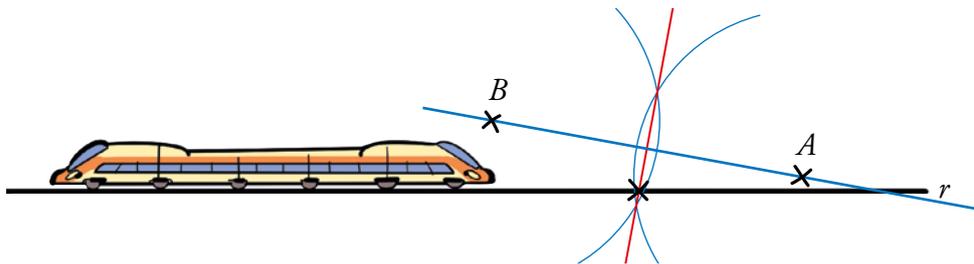
$$360^\circ$$

26 La recta r representa una línea ferroviaria, y los puntos A y B , la situación de dos pueblos.



Copia y resuelve gráficamente: ¿En qué punto de r hay que colocar una estación para que esté a la misma distancia de ambas poblaciones? (Recuerda las propiedades de la mediatriz de un segmento).

Se halla la mediatriz del segmento AB , que tiene la propiedad de que todos sus puntos equidistan de A y de B , y donde se corte esta recta con r , ese es el punto de r que dista lo mismo de A y de B .



LEE E INFÓRMATE**Cintas que se retuercen y se anudan**

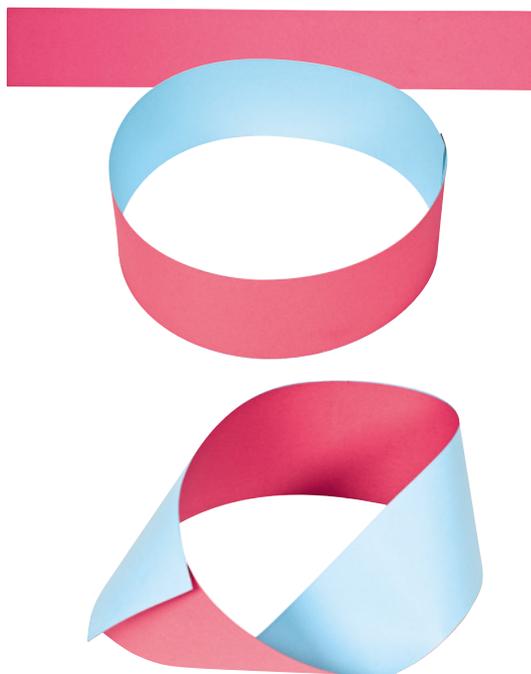
Con unas hojas de papel, unas tijeras y una barra de pegamento se pueden realizar estas apasionantes actividades.

- Se corta una tira de papel y se pegan sus extremos.
- La cinta así anudada tiene dos caras (la interior y la exterior). Una hormiga que esté en una de las caras no podrá pasar a la otra salvo que haga malabarismos en los bordes.
- Corta otra tira de papel y pégala de nuevo, pero, previamente, gírala como se indica.

Comprueba que esta cinta solo tiene una cara. Una hormiga podría pasearse tranquilamente por toda ella. Esta cinta se llama de Möbius (se pronuncia *Moebius*).

Con este sencillo experimento, los estudiantes pueden observar cómo, tras un pequeño cambio en la construcción de una superficie, se obtienen inesperados cambios en sus propiedades.

La cinta de Möbius es una superficie tan sencilla como sorprendente.



INVESTIGA

- Hazte una cinta de Möbius y comprueba que tiene una sola cara.

Córtala a todo lo largo como indica la figura. Antes de completar el corte, contesta: ¿qué crees que va a resultar?

Cuando hayas acabado de cortar, comprueba cuántas caras tiene la cinta resultante. (Es decir, ¿podrá recorrerla entera una hormiga?)



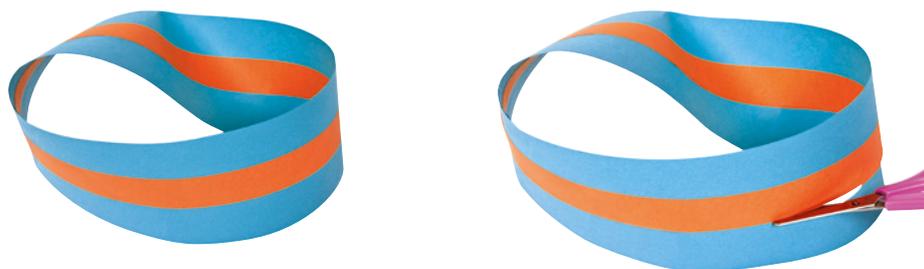
Cuando se corta por la mitad una cinta de Möbius, se obtiene otra cinta, el doble de larga, que tiene dos caras: esta no es una cinta de Möbius.

- Señala en una tira de papel tres bandas mediante dos líneas trazadas a todo lo largo. Colorea de naranja la banda central. Hazlo por las dos caras.



Con esta tira de papel, construye una cinta de Möbius. Córtala a todo lo largo de una de las líneas. Antes de completar el corte, contesta: ¿qué crees que va a salir?

Cuando hayas acabado de cortar, comprueba cuántas caras tiene cada una de las dos cintas que has obtenido. Comprobarás que una es de Möbius y la otra no.



En el segundo caso se obtienen dos cintas anudadas. La primera es como la que se obtiene en el caso anterior, y la segunda sí es de Möbius.

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

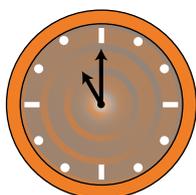
Prueba, tantea, deduce

- Aquí tienes un reloj analógico al que tienes que ponerle las agujas. Piensa en las condiciones pedidas y responde a las preguntas que se te plantean.

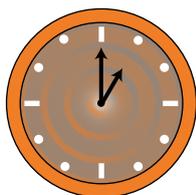


- ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones marcadas en este reloj y la del minuterero en la siguiente?
- ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones y la del minuterero en la anterior?
- ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis justo el doble que la del minuterero?
- ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis el triple que la del minuterero?

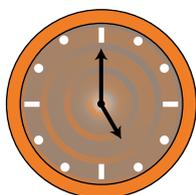
- a) Las once en punto.



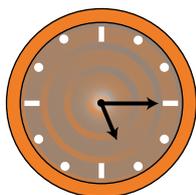
- b) La una en punto.



- c) Las cinco en punto. La aguja pequeña tardará una hora en llegar a la marca de las seis. El minuterero tardará media hora.



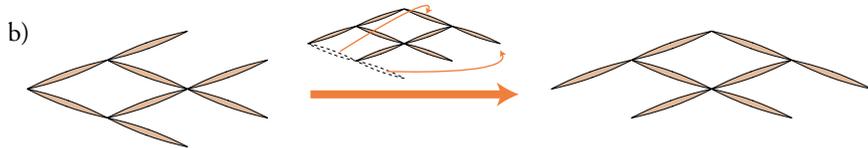
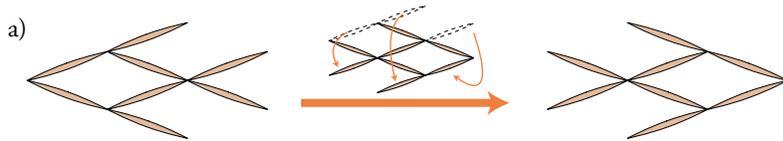
- d) Las cinco y cuarto. La aguja pequeña tardará tres cuartos de hora en llegar a la marca de las seis. El minuterero tardará un cuarto de hora.



- Hemos construido un pez con 8 palillos.



- Moviendo solo tres palillos, consigue que el pez vaya en la dirección contraria.
- Si movemos solo dos palillos, podemos conseguir un pez que mire en otra dirección. Compruébalo.



AUTOEVALUACIÓN

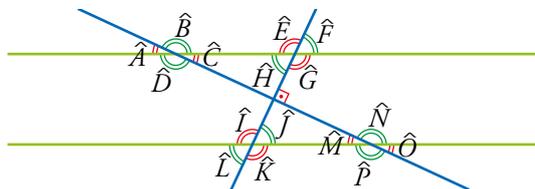
1 Realiza las siguientes operaciones con ángulos:

- | | |
|---|--|
| a) $27^{\circ} 30' 18'' + 3^{\circ} 42' 52''$ | b) $17^{\circ} 21' 37'' - 4^{\circ} 48''$ |
| c) $(3^{\circ} 27' 19'') \cdot 4$ | d) $(12^{\circ} 4' 11'') : 5$ |
| a) $31^{\circ} 13' 10''$ | b) $13^{\circ} 20' 49''$ |
| c) $13^{\circ} 49' 16''$ | d) Cociente: $2^{\circ} 24' 50''$; resto: $1''$ |

2 Pasa a segundos los ángulos de la actividad anterior y vuelve a realizar los cálculos. Expresa luego el resultado en forma compleja.

- | | |
|--|---|
| a) $99018'' + 13372'' = 112390''$
$(112390 : 60)' = 1873'$; resto: $10''$
$(1873 : 60)^{\circ} = 31^{\circ}$; resto: $13'$
$112390'' = 31^{\circ} 13' 10''$ | b) $62497'' - 14448'' = 48049''$
$(48049 : 60)' = 800'$; resto: $49''$
$(800 : 60)^{\circ} = 13^{\circ}$; resto: $20'$
$48049'' = 13^{\circ} 20' 49''$ |
| c) $12439'' \cdot 4 = 49756''$
$(49756 : 60)' = 829'$; resto: $16''$
$(829 : 60)^{\circ} = 13^{\circ}$; resto: $49'$
$49756'' = 13^{\circ} 49' 16''$ | d) $43451'' : 5 = 8690''$; resto: $1''$
$(8690 : 60)' = 144'$; resto: $50''$
$(144 : 60)^{\circ} = 2^{\circ}$; resto: $24'$
$8690''$; resto: $1'' = 2^{\circ} 24' 50''$; resto: $1''$ |

3 Observa estos ángulos:

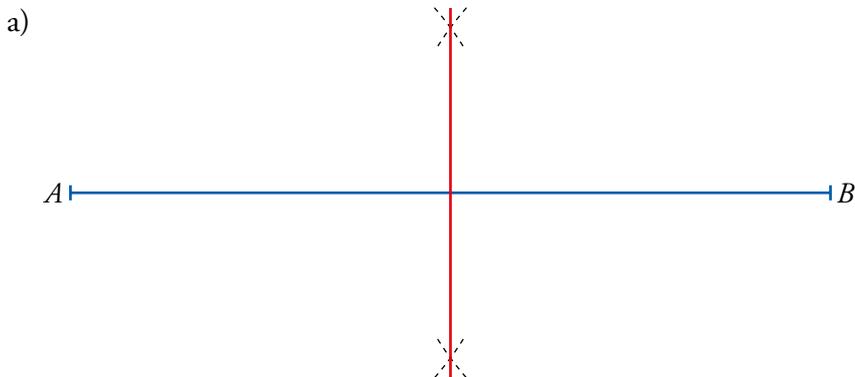


- Identifica dos ángulos complementarios y dos suplementarios.
- Indica dos ángulos opuestos por el vértice, dos correspondientes, dos alternos externos y dos alternos internos.
- Sabiendo que $\hat{A} = 25^{\circ}$, calcula el resto de ángulos.

- Ángulos complementarios: \hat{C} y \hat{H} ; \hat{J} y \hat{M}

Ángulos suplementarios: \hat{A} y \hat{B} ; \hat{C} y \hat{D} ; \hat{E} y \hat{F} ; \hat{G} y \hat{H} ; \hat{I} y \hat{J}
 \hat{L} y \hat{K} ; \hat{M} y \hat{N} ; \hat{P} y \hat{O}
- Ángulos opuestos por el vértice: \hat{A} y \hat{C} ; \hat{B} y \hat{D} ; \hat{E} y \hat{G} ; \hat{F} y \hat{H}
 \hat{I} y \hat{K} ; \hat{J} y \hat{L} ; \hat{M} y \hat{O} ; \hat{N} y \hat{P}
- $\hat{A} = \hat{C} = \hat{M} = \hat{O} = 25^{\circ}$
 $\hat{B} = \hat{D} = \hat{N} = \hat{P} = 155^{\circ}$
 $\hat{H} = \hat{F} = \hat{L} = \hat{J} = 65^{\circ}$
 $\hat{E} = \hat{G} = \hat{I} = \hat{K} = 115^{\circ}$

- 4 a) Dibuja un segmento AB de 10 cm y traza, con regla y compás, su mediatriz. ¿Qué propiedad cumplen todos sus puntos?
- b) Dibuja un ángulo de 60° . Traza, con regla y compás, la bisectriz del ángulo. ¿Cuánto debe medir cada uno de los ángulos generados? Compruébalo.

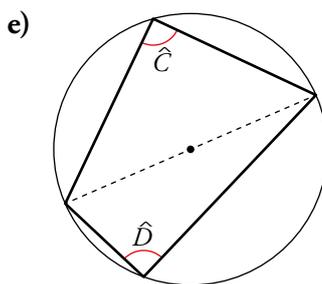
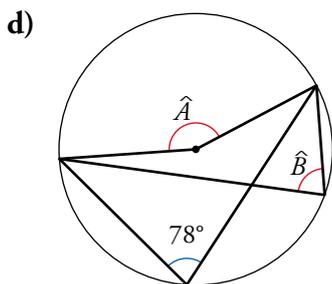
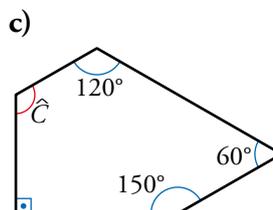
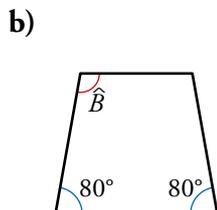
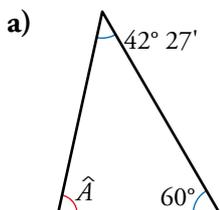


Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.



Cada uno de los ángulos generados por la bisectriz mide 30° .

5 Calcula el valor de los ángulos indicados.



- a) $\widehat{A} = 77^\circ 33'$
- b) $\widehat{B} = 100^\circ$
- c) $\widehat{C} = 120^\circ$
- d) $\widehat{A} = 156^\circ$; $\widehat{B} = 78^\circ$
- e) $\widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$

- 6 Una rueda ha girado 20° en 1 min y 22 s. A este ritmo, ¿cuánto tarda en dar un cuarto de vuelta?**

1 minuto y 22 segundos son $60 + 22 = 82$ segundos.

En un cuarto de vuelta tarda:

$$\frac{20}{90} = \frac{82}{x} \rightarrow x = 369 \text{ s} = 6 \text{ minutos y } 9 \text{ segundos}$$