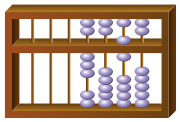
1 LOS NÚMEROS NATURALES

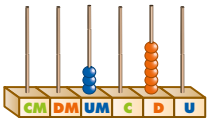
Página 8

1 **¿De qué número se trata? ¿Cómo representarías, en cada caso, el número siguiente?**

Es el número 3 059.



MMMLX



2 **¿Cuál o cuáles se basan en el sistema de numeración decimal?**

El primero y el tercero.

3 **¿De qué otra forma representarías ese número?**

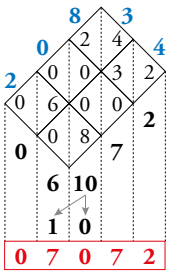
Respuesta abierta.

Página 9

4 **Efectúa, siguiendo este método, las siguientes multiplicaciones:**

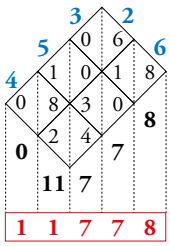
a) 208 × 34

a)



b) 453 × 26

b)



5 **Para participar en las escuelas deportivas municipales has de abonar 20 € de matrícula y 15 € al mes.**

¿Qué crees que se calcula con cada una de estas expresiones?

(20 + 15) · 3 **20 + 15 · 3** **15 · 3**

a) El pago del segundo trimestre.

b) El pago del primer trimestre.

c) El pago del primer mes para tres hermanas o hermanos.

a) 15 · 3

b) 20 + 15 · 3

c) (20 + 15) · 3

1 SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Página 11

Para fijar ideas

1 Situándote en el sistema de numeración decimal:

a) ¿Cuántas decenas hacen 3 millares?

b) ¿Cuántas centenas hacen una decena de millar?

c) ¿Cuántas centenas hay en 5 unidades de millón?

CM	DM	UM	C	D	U

× 10 × 10

1 0 0 → 1 UM = 100 D

a) 3 millares hacen 300 decenas.

b) 1 decena de millar hace 100 centenas.

c) 5 unidades de millón hacen 50 000 centenas.

Para practicar

1 Escribe en el sistema de numeración egipcio los números 19, 65, 34 120 y 2 523 083.

19 =

65 =

34 120 =

2 523 083 =

2 En un sistema aditivo se utilizan estos símbolos:

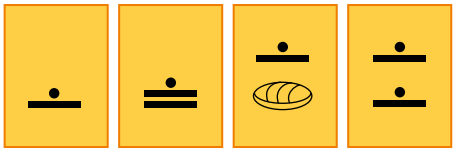
1 5 10 100

Escribe, basándote en él, los números 7, 12, 84 y 126.

7 = 12 =

84 = 126 =

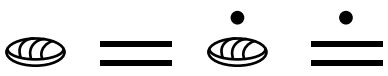
3 Traduce al sistema decimal estos números del sistema maya.



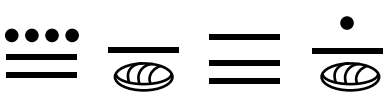
6 11 120 126

4 Añade cuatro elementos por la derecha y otros cuatro por la izquierda a esta serie de números del sistema maya.

Por la izquierda:



Por la derecha:



5 **Completa en tu cuaderno.**

a) 500 D = … C = … UM

b) 3 000 C = … UM = … DM

c) 6 UM = … C = … D

d) 8 CM = … DM = … D

a) 500 D = 50 C = 5 UM

b) 3 000 C = 300 UM = 30 DM

c) 6 UM = 60 C = 600 D

d) 8 CM = 80 DM = 80 000 D

6 **¿Verdadero o falso?**

a) Si cambias de lugar las cifras, cambia el valor del número.

b) Si añades un cero a la derecha de un número, su valor se multiplica por 10.

c) Si añades un cero a la izquierda de un número, el valor se divide entre 10.

d) Medio millar equivale a 5 decenas.

e) Mil millares hacen un millón.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Falso.

d) Falso.

e) Verdadero.

7 **Un número tiene cinco cifras que suman 5. Si intercambias las unidades con las unidades de millar, aumenta en 999. ¿Qué número es?**

40 001, pues 41 000 – 40 001 = 999

2 ▶ LOS NÚMEROS GRANDES

Página 12

Para practicar

1 **Lee las primeras líneas de esta página. Escribe cómo se leen:**

a) El número de habitantes de la Tierra.

b) El número de segundos de un siglo.

c) El número de kilómetros que tiene un año luz.

a) Siete mil millones.

b) Tres mil ciento cincuenta y tres millones seiscientos mil.

c) Nueve billones cuatrocientos sesenta mil ochocientos millones.

2 **Escribe con cifras.**

a) Veintiocho millones trescientos cincuenta mil.

b) Ciento cuarenta y tres millones.

c) Dos mil setecientos millones.

d) Dieciséis gigas.

e) Un billón y medio.

f) Quince billones trescientos cincuenta mil millones.

a) 28 350 000

b) 143 000 000

c) 2 700 000 000

d) 16 000 000 000

e) 1 500 000 000 000

f) 15 350 000 000 000

3 **Copia en tu cuaderno y completa.**

a) Mil millares hacen un…

b) Mil millones hacen un…

c) Un millón de millares hacen un…

d) Un millón de millones es un…

a) Millón.

b) Millardo.

c) Millardo.

d) Billón.

4 **El cuerpo humano tiene entre diez y setenta millones de millones de células. Expresa esas cantidades en billones.**

Entre 10 y 70 billones de células.

5 **¿Cómo leerías el número expresado por un 1 seguido de 16 ceros?**

Diez mil billones.

6 **Las científicas y los científicos calculan que los mares y océanos de la Tierra contienen tres cuatrillones de kilogramos de agua. ¿Qué crees que es un cuatrillón?**

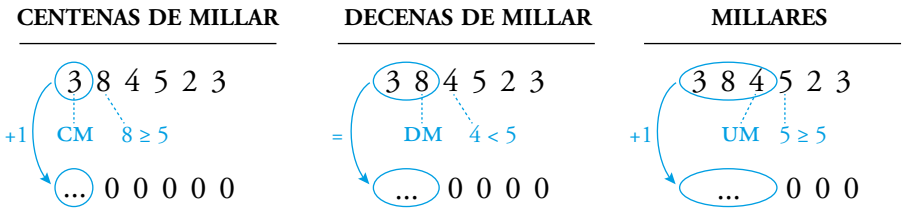
Un 1 seguido de 24 ceros → un billón de billones.

3 APROXIMACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Página 13

Para fijar ideas

1 **Completa para aproximar el número 384 523 a las centenas de millar, a las decenas de millar y a los millares.**



Ayuda

Aproximación del número 52 722:

– A las decenas de millar → 50 000

– A los millares → 53 000

Centenas de millar: 400 000

Decenas de millar: 380 000

Millares: 385 000

Para practicar

1 **Redondea a los millares estos números:**

a) 24 963 **b) 7 280**

c) 40 274 **d) 99 834**

a) 25 000 b) 7 000

c) 40 000 d) 100 000

2 **Aproxima a las centenas y decenas de millar.**

a) 530 298

b) 828 502

c) 359 481

d) 29 935 236

a) 530 298 → 500 000 y 530 000

b) 828 502 → 800 000 y 830 000

c) 359 481 → 400 000 y 360 000

d) 29 935 236 → 29 900 000 y 29 940 000

3 **Lee esta noticia y aproxima el número de turistas a los millones y el gasto a los miles de millones.**

El número de turistas fue de 83 000 000 millones, aproximadamente.

El gasto fue de 90 miles de millones, aproximadamente.

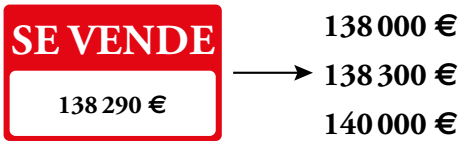
4 **Aproxima a los millones por redondeo.**

a) 24 356 000 b) 24 000 000

b) 36 905 000 b) 37 000 000

c) 274 825 048 c) 275 000 000

5 **A continuación, puedes ver varias aproximaciones al precio de un piso en venta:**



138 000 €
138 300 €
140 000 €

a) ¿Cuál es más cercana al precio real?

b) ¿Cuál te parece más adecuada para una información coloquial, si no se recuerda la cantidad exacta?

a) 138 300 b) 140 000

6 **Un ayuntamiento ha presupuestado 149 637 € para rehabilitar un área deportiva. ¿Qué cifra darías para comunicar este dato en una conversación informal?**

150 000 €

4 OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS NATURALES

Página 14

Para practicar

1 **Calcula.**

a) 254 + 78 + 136 **b) 340 + 255 – 429**

c) 1 526 – 831 + 63 **d) 1 350 – 1 107 – 58**

a) 468 b) 166

c) 758 d) 185

2 **Estima la respuesta y compruébala después.**

Carmen compra un bolso de 167 €, una gabardina de 235 € y un pañuelo de 32 €. ¿Cuánto se ha gastado?

a) Se ha gastado alrededor de 350 €.

b) Se ha gastado, más o menos, 450 €.

c) Se ha gastado alrededor de 550 €.

La respuesta correcta es la b) 167 + 235 + 32 = 434 €.

3 **Transforma.**

a) Esta suma en una resta: 48 + 12 = 60

b) Esta resta en una suma: 22 – 2 – 6 = 14

a) 48 + 12 = 60 → 60 – 48 = 12

b) 22 – 2 – 6 = 14 → 14 + 2 + 6 = 22

4 **Si Alberto tuviera 15 años más, aún sería 18 años más joven que su tío Tomás, que tiene 51 años. ¿Cuál es la edad de Alberto?**

51 – 18 – 15 = 18 años

5 **Si comprara solo una lavadora, me sobrarían 246 €, pero si comprara también un televisor, me faltarían 204 €. ¿Puedes decir el precio de alguno de estos artículos?**

El precio del televisor es 204 + 246 = 450 €.

Página 15

Para practicar

6 **Completa en tu cuaderno.**

$$\begin{array}{r} \square\,5 \\ \times\ 2\,\square \\ \hline \square\square\square \\ +\ 9\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 6\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\,\square\,8 \\ \times\ \square\square \\ \hline 2\ 8\ 7\ 4 \\ +\ \square\square\square\square \\ \hline 6\ 9\ 9\ 3\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{4}\,5 \\ \times\ 2\,\boxed{8} \\ \hline \boxed{3}\boxed{6}\boxed{0} \\ +\ 9\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 6\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9\,\boxed{5}\,8 \\ \times\ \boxed{7}\boxed{3} \\ \hline 2\ 8\ 7\ 4 \\ +\ \boxed{6}\boxed{7}\boxed{0}\boxed{6} \\ \hline 6\ 9\ 9\ 3\ 4 \end{array}$$

7 **Recuerda que para multiplicar por 10, por 100, por1 000… se añaden uno, dos, tres… ceros.**

a) 19 · 10 **b) 12 · 100**

c) 15 · 1 000 **d) 140 · 10**

e) 230 · 100 **f) 460 · 1 000**

a) 190 b) 1 200

c) 15 000 d) 1 400

e) 23 000 f) 460 000

8 **Expresa con una igualdad aritmética:**

Multiplicar un número por ocho es lo mismo que multiplicarlo primero por diez y después restarle su doble.

¿Qué propiedad se aplica en esta igualdad?

$x \cdot 8 = x \cdot (10 - 2) = x \cdot 10 - x \cdot 2$

En esta igualdad hemos aplicado la propiedad distributiva.

9 **Multiplica mentalmente por 9 y por 11 como se hace en los ejemplos.**

- **23 · 9 = 23 · 10 – 23 = 230 – 23 = 207**
- **23 · 11 = 23 · 10 + 23 = 230 + 23 = 253**

a) 12 · 9 **b) 25 · 9**

c) 33 · 9 **d) 12 · 11**

e) 25 · 11 **f) 33 · 11**

a) 12 · 9 = 12 · 10 – 12 = 120 – 12 = 108

b) 25 · 9 = 25 · 10 – 25 = 250 – 25 = 225

c) 33 · 9 = 33 · 10 – 33 = 330 – 33 = 297

d) 12 · 11 = 12 · 10 + 12 = 120 + 12 = 132

e) 25 · 11 = 25 · 10 + 25 = 250 + 25 = 275

f) 33 · 11 = 33 · 10 + 33 = 330 + 33 = 363

10 **¿Cuántas vueltas da en un cuarto de hora una rueda que gira a razón de 1 500 revoluciones por minuto? ¿Y en una hora? ¿Y en hora y media?**

En 15 minutos: 1 500 × 15 = 22 500 vueltas

En una hora: 22 500 × 4 = 90 000 vueltas

En una hora y media: 22 500 × 6 = 135 000 vueltas

11 **Una agricultora tiene una huerta con 200 melocotoneros. Calcula que con cada árbol llenará siete cajas de cinco kilos de melocotones.**

¿Qué beneficio obtendrá si vende toda la producción a 2 € el kilo?

200 × 7 × 5 × 2 = 14 000 €

Página 17

Para practicar

12 **Averigua el cociente y el resto en cada división:**

a) 96 : 13 **b) 713 : 31** **c) 5 309 : 7**

d) 7 029 : 26 **e) 49 896 : 162** **f) 80 391 : 629**

a) c = 7; r = 5 b) c = 23; r = 0 c) c = 758; r = 3

d) c = 270; r = 9 e) c = 308; r = 0 f) c = 127; r = 508

13 **Divide mentalmente, por partes, igual que se hace en el ejemplo.**

• **96** —:12→ **8**; **96** —:3→ **32** —:4→ **8**

a) 60 : 12 **b) 180 : 12**

c) 300 : 12 **d) 75 : 15**

e) 90 : 15 **f) 180 : 15**

g) 180 : 30 **h) 240 : 30**

i) 390 : 30

a) 60 : 3 = 20 : 4 = 5 b) 180 : 3 = 60 : 4 = 15

c) 300 : 3 = 100 : 4 = 25 d) 75 : 3 = 25 : 5 = 5

e) 90 : 3 = 30 : 5 = 6 f) 180 : 3 = 60 : 5 = 12

g) 180 : 10 = 18 : 3 = 6 h) 240 : 10 = 24 : 3 = 8

i) 390 : 10 = 39 : 3 = 13

14 **Realiza en tu cuaderno las operaciones como se indica en los esquemas.**

(36 : 12) : 3 **36 : (12 : 3)**

¿Qué observas?

(36 : 12) : 3 → 3 : 3 → 1

36 : (12 : 3) → 36 : 4 → 9

Se observa que la división no cumple la propiedad asociativa.

15 **Calcula y compara los resultados. Después, reflexiona y contesta.**

a) (50 : 10) : 5 **50 : (10 : 5)**

b) (36 : 6) : 2 **36 : (6 : 2)**

¿Cumple la división la propiedad asociativa?

a) (50 : 10) : 5 = 5 : 5 = 1 50 : (10 : 5) = 50 : 2 = 25

b) (36 : 6) : 2 = 6 : 2 = 3 36 : (6 : 2) = 36 : 3 = 12

La división no cumple la propiedad asociativa.

16 **Averigua el término que falta en cada división:**

DIVIDENDO	53
39	15

$53 \cdot 15 + 39 = \mathbf{834}$

1 000	DIVISOR
12	38

$(1\,000 - 12) : 38 = 988 : 38 = \mathbf{26}$

17 **¿Verdadero o falso?**

a) El cociente debe ser mayor que el divisor.

b) El resto es siempre menor que el divisor.

c) Si es exacta, al multiplicar por 2 el dividendo, el cociente es el doble.

d) Al multiplicar por 3 el dividendo y el divisor, el cociente aumenta al triple.

e) La división cumple la propiedad conmutativa.

a) Falso. b) Verdadero. c) Verdadero.

d) Falso. e) Falso.

18 **Resuelve sin lápiz ni papel.**

a) Repartimos 150 gramos de mortadela en tres bocadillos. ¿Cuántos gramos pondremos en cada uno?

b) ¿Cuántos minutos son 180 segundos?

c) Hemos recorrido, por la autopista, 240 kilómetros en tres horas. ¿Cuántos kilómetros por hora son?

d) Envasamos 250 kg de manzanas en cajas de 10 kg. ¿Cuántas cajas llenamos?

a) 50 g b) 3 minutos

c) 80 km/h d) 25 cajas

19 **Un granjero recoge 1 274 huevos, los envasa en bandejas de 30, y las bandejas, en cajas de 10.**

¿Cuántos huevos quedan sin completar una bandeja?

¿Cuántas bandejas quedan sin completar una caja?

1 274 : 30 → cociente = 42 y resto = 14. Quedan 14 huevos sin completar una bandeja.

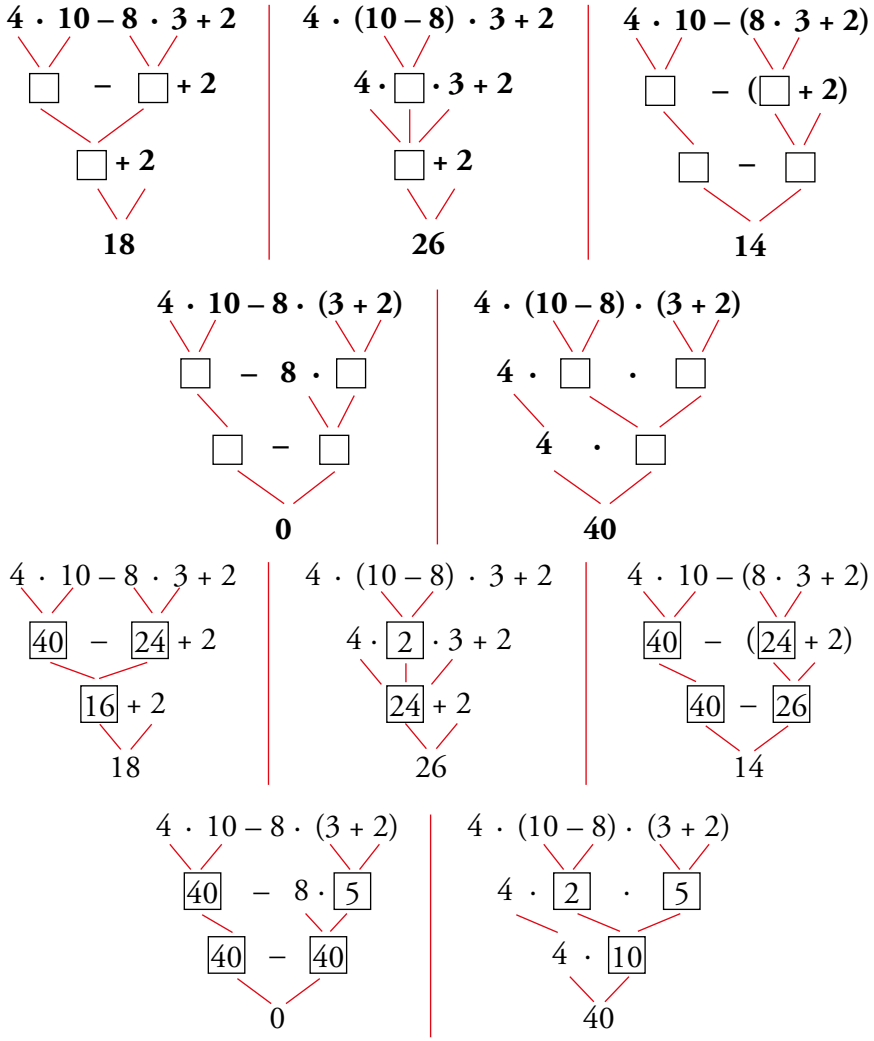
42 : 10 → cociente = 4 y resto = 2. Quedan dos bandejas sin completar una caja.

5 EXPRESIONES CON OPERACIONES COMBINADAS

Página 18

Para fijar ideas

1 **Completa en tu cuaderno cada casilla y comprueba que obtienes el resultado que se indica.**

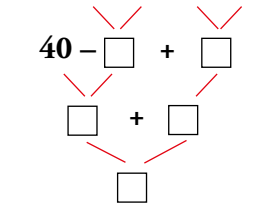


Página 19

Para fijar ideas

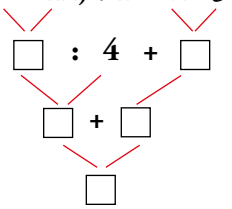
2 **Copia y completa en tu cuaderno. Después, comprueba los resultados con una calculadora de cuatro operaciones, siguiendo la secuencia de teclas que se indica en cada caso.**

40 – 12 : 4 + 2 · 3



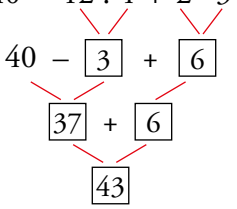
40 M+ 12 ÷ 4 M− 2 × 3 M+ MR → 43

(40 – 12) : 4 + 2 · 3

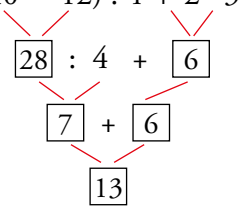


40 − 12 = ÷ 4 M+ 2 × 3 M+ MR → 13

40 – 12 : 4 + 2 · 3



(40 – 12) : 4 + 2 · 3



Para practicar

1 **Opera como en los ejemplos.**

- **12 – 2 · 4 = 12 – 8 = 4**
- **(17 – 5) : 3 = 12 : 3 = 4**

a) **8 + 5 · 2**

b) **15 – 10 : 5**

c) **4 · 6 – 13**

d) **(15 – 3) : 4**

e) **(8 + 2) · 3**

f) **18 : (10 – 4)**

a) 8 + 5 · 2 = 8 + 10 = 18

b) 15 – 10 : 5 = 15 – 2 = 13

c) 4 · 6 – 13 = 24 – 13 = 11

d) (15 – 3) : 4 = 12 : 4 = 3

e) (8 + 2) · 3 = 10 · 3 = 30

f) 18 : (10 – 4) = 18 : 6 = 3

2 **Resuelve mentalmente y compara los resultados.**

a) $2 + 3 \cdot 4$ $\quad$ $(2 + 3) \cdot 4$

b) $6 - 2 \cdot 3$ $\quad$ $(6 - 2) \cdot 3$

c) $18 - 10 : 2$ $\quad$ $(18 - 10) : 2$

d) $24 : 6 + 2$ $\quad$ $24 : (6 + 2)$

a) 14 y 20 $\quad$ b) 0 y 12

c) 13 y 4 $\quad$ d) 6 y 3

Al comparar los resultados se pone en evidencia que el paréntesis transforma el valor de la expresión.

3 **Observa el ejemplo y calcula.**

• $4 \cdot (7 - 5) - 3 = 4 \cdot 2 - 3 = 8 - 3 = 5$

a) $2 \cdot (7 - 3) - 5$ $\quad$ **b)** $3 \cdot (10 - 7) + 4$

c) $4 + (7 - 5) \cdot 3$ $\quad$ **d)** $18 - 4 \cdot (5 - 2)$

e) $8 - (9 + 6) : 3$ $\quad$ **f)** $22 : (7 + 4) + 3$

a) $2 \cdot (7 - 3) - 5 = 2 \cdot 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

b) $3 \cdot (10 - 7) + 4 = 3 \cdot 3 + 4 = 9 + 4 = 13$

c) $4 + (7 - 5) \cdot 3 = 4 + 2 \cdot 3 = 4 + 6 = 10$

d) $18 - 4 \cdot (5 - 2) = 18 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6$

e) $8 - (9 + 6) : 3 = 8 - 15 : 3 = 8 - 5 = 3$

f) $22 : (7 + 4) + 3 = 22 : 11 + 3 = 2 + 3 = 5$

g) $5 \cdot 2 + 4 \cdot (7 - 5) = 10 + 4 \cdot 2 = 10 + 8 = 18$

h) $18 : 2 - 2 \cdot (8 - 6) = 9 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5$

4 **Resuelve, indicando los pasos seguidos, y comprueba la solución que se da a la derecha. Si no coincide, repasa el ejercicio.**

a) $6 \cdot 4 - 2 \cdot (12 - 7)$ $\longrightarrow$ **14**

b) $3 \cdot 8 - 8 : 4 - 4 \cdot 5$ $\longrightarrow$ **2**

c) $21 : (3 + 4) + 6$ $\longrightarrow$ **9**

d) $26 - 5 \cdot (2 + 3) + 6$ $\longrightarrow$ **7**

e) $(14 + 12) : 2 - 4 \cdot 3$ $\longrightarrow$ **1**

f) $2 \cdot (6 + 4) - 3 \cdot (5 - 2)$ $\longrightarrow$ **11**

g) $30 - 6 \cdot (13 - 4 \cdot 2)$ $\longrightarrow$ **0**

h) $3 \cdot [13 - 3 \cdot (5 - 2)]$ $\longrightarrow$ **12**

a) $6 \cdot 4 - 2 \cdot (12 - 7) = 24 - 2 \cdot 5 = 24 - 10 = 14$

b) $3 \cdot 8 - 8 : 4 - 4 \cdot 5 = 24 - 2 - 20 = 22 - 20 = 2$

c) $21 : (3 + 4) + 6 = 21 : 7 + 6 = 3 + 6 = 9$

d) $26 - 5 \cdot (2 + 3) + 6 = 26 - 5 \cdot 5 + 6 = 26 - 25 + 6 = 1 + 6 = 7$

e) $(14 + 12) : 2 - 4 \cdot 3 = 26 : 2 - 12 = 13 - 12 = 1$

f) $2 \cdot (6 + 4) - 3 \cdot (5 - 2) = 2 \cdot 10 - 3 \cdot 3 = 20 - 9 = 11$

g) $30 - 6 \cdot (13 - 4 \cdot 2) = 30 - 6 \cdot (13 - 8) = 30 - 6 \cdot 5 = 30 - 30 = 0$

h) $3 \cdot [13 - 3 \cdot (5 - 2)] = 3 \cdot [13 - 3 \cdot 3] = 3 \cdot [13 - 9] = 3 \cdot 4 = 12$

5 ***Un empleado ha trabajado este mes 12 jornadas de 7 horas, con tarifa normal, y 5 jornadas de 9 horas, 6 con tarifa normal y 3 con tarifa nocturna. ¿Cuántas horas ha trabajado en todo el mes?***

Problema resuelto.

6 **Escribe una expresión que resuelva cada enunciado y calcula la solución.**

a) Una furgoneta transporta 8 cajas de plátanos, 20 de naranjas y 6 de manzanas. Las cajas de plátanos pesan 15 kilos, y las de naranjas y manzanas, 8 kilos. ¿Cuántos kilos de fruta transporta la furgoneta?

b) Un supermercado hace un pedido de 20 paquetes de leche entera, 15 de leche desnatada y 10 de semidesnatada. Cada paquete contiene 6 cajas de litro. ¿Cuántas cajas van en el pedido?

c) En una cafetería hay 15 mesas, 55 sillas y 12 taburetes. ¿Cuántas patas hay en total? (NOTA: los taburetes son de 3 patas).

d) Una granjera envasa 1 500 huevos en cajas de 10 unidades, otros tantos en cajas de 6 unidades, y una partida de 300 huevos de producción ecológica, también en cajas de 6 unidades. ¿Cuántas cajas ha llenado?

a) $8 \cdot 15 + (20 + 6) \cdot 8 = 120 + 26 \cdot 8 = 120 + 208 = 328$ kilos

b) $(20 + 15 + 10) \cdot 6 = 45 \cdot 6 = 270$ cajas

c) $(15 + 55) \cdot 4 + 12 \cdot 3 = 70 \cdot 4 + 36 = 280 + 36 = 316$ patas

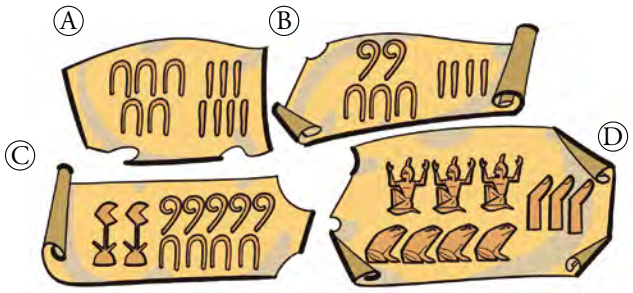
d) $1\,500 : 10 + 1\,500 : 6 + 300 : 6 = 150 + 250 + 50 = 450$ cajas

Página 20

Ejercicios y problemas

Sistemas de numeración

1 **Traduce al sistema decimal estos números del antiguo Egipto:**



a) 57 b) 234

c) 2 540 d) 3 430 000

2 **Escribe en el sistema aditivo egipcio cada uno de estos números:**

a) 48 **b) 235** **c) 2 130**

a)

b)

c)

3 **Expresa en números romanos.**

a) 87 **b) 425**

c) 2 600 **d) 54 528**

a) 87 = LXXXVII b) 425 = CDXXV

c) 2 600 = MMDC d) 54 528 = $\overline{\text{LIV}}$DXXVIII

4 **Escribe el número «cincuenta y siete» en, al menos, tres sistemas de numeración.**

Decimal: 57

Romano: LVII

Egipcio:

5 **¿Cuántas cifras necesitas para escribir un billón? ¿Y un trillón? ¿Cuántos ceros son en cada caso?**

Un billón → 1 000 000 000 000 → 13 cifras, 12 ceros.

Un trillón → 1 000 000 000 000 000 000 → 19 cifras, 18 ceros.

6 **¿Verdadero o falso?**

a) Un millón equivale a mil centenas.

b) Cien millones son mil centenas de millar.

c) Mil veces un millón hacen un giga.

d) Cien gigas hacen un billón.

e) Un billón tiene un millón de millones.

a) Falso. b) Verdadero. c) Verdadero.

d) Falso. e) Verdadero.

7 **Una estrella, A, está a una distancia de cinco años luz, y otra, B, a cinco billones de kilómetros. ¿Cuál de las dos está más lejos?**

1 año luz → 9 billones y medio de kilómetros.
9 500 000 000 000

Estrella A → 5 años luz ≈ 45 billones de kilómetros.

Estrella B → 5 billones de kilómetros.

La estrella A está más lejos que la B.

Aproximaciones

8 **Copia en tu cuaderno y completa la tabla.**

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LOS MILLONES
2 830 554		
19 270 000		
399 675 000		

NÚMERO	APROXIMACIONES	
	A LAS CENTENAS DE MILLAR	A LOS MILLONES
2 830 554	2 800 000	3 000 000
19 270 000	19 300 000	19 000 000
399 675 000	399 700 000	400 000 000

9 **Según publicó un periódico cairota, la población de la capital de Egipto, en junio de 2018, era de 19 487 245 habitantes. Si te preguntaran por esa cifra y no te acordaras de la cantidad exacta, ¿qué responderías?**

Si continúa el crecimiento de la población, ¿cuál podría ser la cifra en 2030? ¿Qué medidas tomarías para favorecer que en 2030 El Cairo sea una ciudad sostenible?

20 millones de habitantes, aproximadamente.

10 **Lees, en un anuncio, que una vivienda se vende por 293 528 €. Unos días después lo comentas con una amiga, pero no te acuerdas exactamente del precio. ¿Cuál de las siguientes expresiones elegirías para transmitir la información? Explica por qué.**

a) Cuesta casi trescientos mil euros.

b) Cuesta doscientos y pico mil.

c) Cuesta doscientos noventa mil.

La que más se aproxima es la tercera. Pero no dice que sea una aproximación.

La primera es algo menos exacta que la tercera, pero informa de que se trata de una aproximación.

11 **La tabla contiene algunos datos sobre el consumo en España de productos hortícolas durante 2016:**

	PESO (toneladas)	VALOR (miles de €)
FRUTAS FRESCAS	4 369 449	6 195 054
HORTALIZAS Y PATATAS	3 626 510	5 214 031
TOTAL	7 995 959	11 409 085

Repite la tabla, aproximando los datos a los millones de toneladas y a los cientos de millones de euros.

	PESO APROXIMADO A LOS MILLONES DE TONELADAS	VALOR APROXIMADO A LOS CIENTOS DE MILLONES DE EURO
FRUTAS FRESCAS	4 000 000	6 000 000 000
HORTALIZAS Y PATATAS	4 000 000	5 000 000 000
TOTAL	8 000 000	11 000 000 000

Utilidades de los números

12 **Estos son los números de varias habitaciones en un hotel de playa: 401; 235; 724; 231.**

a) Una de ellas está al final del pasillo. ¿Cuál es?

b) Otra está en la última planta. ¿Qué número tiene?

c) ¿Cuáles de ellas están a la misma altura?

a) 235

b) 724

c) 235 y 231

13 **¿Recuerdas cómo se ordenan las matrículas de los coches? Observa las tres siguientes:**

a) ¿Cuál es la más antigua? ¿Y la más nueva?

b) ¿Cuál es la siguiente a la roja? ¿Y la anterior?

c) ¿Cuántos coches se matricularon entre la roja y la verde?

d) ¿Cuántos coches se matricularon después de la azul con las mismas letras?

a) La más antigua es 3894 FBG.

La más nueva es 4389 GFB.

b) La siguiente a la roja es la azul, y la anterior, la verde.

c) Se matricularon 54 coches.

d) La última matriculada con las mismas letras sería la 9999 GFB.

$$9\,999 - 4\,389 = 5\,610$$

Se matricularon 5 610 coches con las mismas letras.

Página 21

Operaciones

Suma y resta

14 **Calcula.**

a) 6 070 + 893 + 527 **b) 651 + 283 – 459**

c) 831 – 392 – 76 **d) 1 648 – 725 – 263**

a) 7 490 b) 475

c) 363 d) 660

15 **Copia en tu cuaderno, calcula y completa.**

a) 48 + … = 163 **b) … + 256 = 359**

c) 628 – … = 199 **d) … – 284 = 196**

a) 48 + 115 = 163 b) 103 + 256 = 359

c) 628 – 429 = 199 d) 480 – 284 = 196

16 **Calcula mentalmente.**

a) 5 + 7 – 3 – 4 **b) 18 – 4 – 5 – 6** **c) 10 – 6 + 3 – 7**

d) 8 + 5 – 4 – 3 – 5 **e) 12 + 13 + 8 – 23** **f) 40 – 18 – 12 – 6**

a) 5 b) 3 c) 0

d) 1 e) 10 f) 4

17 **Calcula.**

a) 47 – (35 – 28) **b) 52 – (36 – 27)**

c) 128 – (86 – 45 – 12) **d) 237 – (152 + 48 – 14)**

e) 348 – (148 – 86 + 29) **f) 235 – (340 – 152 – 84)**

a) 40 b) 43

c) 99 d) 51

e) 257 f) 131

18 **Calcula.**

a) 5 – [7 – (2 + 3)] **b) 3 + [8 – (4 + 3)]**

c) 2 + [6 + (13 – 7)] **d) 7 – [12 – (2 + 5)]**

e) 20 – [15 – (11 – 9)] **f) 15 – [17 – (8 + 4)]**

Comprueba tus resultados:

a) 3; b) 4; c) 14; d) 2; e) 7; f) 10

a) 5 – [7 – 5] = 5 – 2 = 3 b) 3 + [8 – 7] = 3 + 1 = 4

c) 2 + [6 + 6] = 2 + 12 = 14 d) 7 – [12 – 7] = 7 – 5 = 2

e) 20 – [15 – 2] = 20 – 13 = 7 f) 15 – [17 – 12] = 15 – 5 = 10

Multiplicación y división

19 **Multiplica.**

a) 16 · 10 **b) 128 · 10** **c) 60 · 10**

d) 17 · 100 **e) 85 · 100** **f) 120 · 100**

g) 22 · 1 000 **h) 134 · 1 000** **i) 140 · 1 000**

a) 160 b) 1 280 c) 600

d) 1 700 e) 8 500 f) 12 000

g) 22 000 h) 134 000 i) 140 000

20 **Calcula el cociente y el resto en cada caso:**

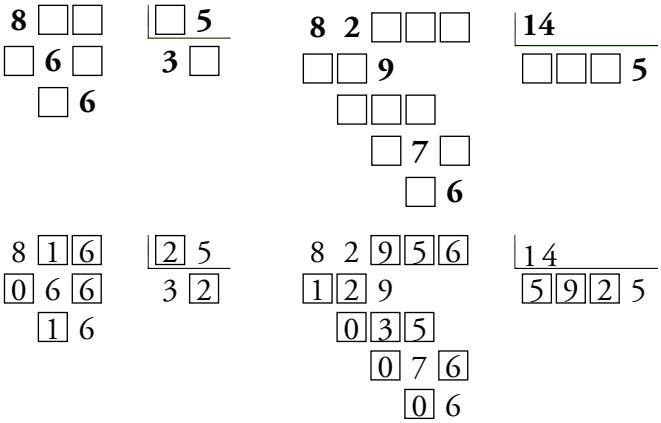
a) 2 647 : 8 **b) 1 345 : 29** **c) 9 045 : 45**

d) 7 482 : 174 **e) 7 971 : 2 657** **f) 27 178 : 254**

a) c = 330; r = 7 b) c = 46; r = 11 c) c = 201; r = 0

d) c = 43; r = 0 e) c = 3; r = 0 f) c = 107; r = 0

21 **Copia y completa en tu cuaderno.**



22 **Copia en tu cuaderno, calcula y completa.**

a) 123 · … = 5 904 **b) … · 86 = 1 548**

c) … : 57 = 26 **d) 1 862 : … = 133**

a) 123 · 48 = 5 904 b) 18 · 86 = 1 548

c) 1 482 : 57 = 26 d) 1 862 : 14 = 133

23 **Calcula mentalmente.**

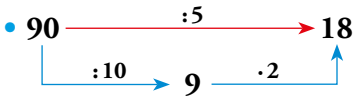
a) 3 · (10 : 5) **b) (4 · 6) : 8** **c) 20 : (2 · 5)**

d) (30 : 5) · 3 **e) 10 : (40 : 8)** **f) (40 : 8) : 5**

a) 6 b) 3 c) 2

d) 18 e) 2 f) 1

24 **Calcula mentalmente, teniendo en cuenta que dividir entre 5 es igual que dividir entre 10 y, después, multiplicar por 2.**



a) 60 : 5 **b) 80 : 5** **c) 120 : 5**
d) 140 : 5 **e) 170 : 5** **f) 200 : 5**
g) 210 : 5 **h) 340 : 5** **i) 420 : 5**

a) 12 b) 16 c) 24
d) 28 e) 34 f) 40
g) 42 h) 68 i) 84

25 **Copia en tu cuaderno, completa y calcula.**

$$6 \cdot (8 + 2) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 2 = 60$$
$$\ldots = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 6 = \ldots$$
$$(10 - 8) \cdot 4 = \ldots = \ldots$$
$$\ldots = 7 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = \ldots$$

¿Qué propiedad has usado?

$6 \cdot (8 + 2) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 2 = 60$

$5 \cdot (9 - 6) = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 6 = 15$

$(10 - 8) \cdot 4 = 10 \cdot 4 - 8 \cdot 4 = 8$

$(7 - 2) \cdot 12 = 7 \cdot 12 - 2 \cdot 12 = 60$

Se ha usado la propiedad distributiva.

26 **Resuelve mentalmente.**

a) En un bidón de agua caben 5 litros. ¿Cuántos bidones se llenan con 100 litros?

b) Un kilo de almendras cuesta 12 €. ¿Cuánto cuesta una bolsa de 5 kilos?

c) Una caja de refrescos contiene 24 botellas. ¿Cuántas botellas hay en 10 cajas?

d) Cambiar las cuatro cubiertas de las ruedas de un coche ha salido por 360 euros. ¿Cuánto ha costado cada cubierta?

a) $100 : 5 = 20$ bidones

b) $12 \cdot 5 = 60$ euros

c) $10 \cdot 24 = 240$ botellas

d) $360 : 4 = 90$ euros

Página 22

27 **¿Verdadero o falso?**

a) Al multiplicar un número por tres obtenemos el mismo resultado que si le sumamos su doble.

b) Tres veces quince es lo mismo que quince veces tres.

c) Multiplicar por diez es lo mismo que multiplicar dos veces por cinco.

d) Multiplicar por diez es lo mismo que multiplicar primero por cinco y después por dos.

e) La propiedad conmutativa se cumple solo para los números pares.

a) Verdadero. b) Verdadero. c) Falso.

d) Verdadero. e) Falso.

28 **Investiga: Si en una división multiplicas el dividendo y el divisor por el mismo número, el cociente no varía. Pero ¿qué le ocurre al resto?**

$D = d \cdot c + r$

$k \cdot D = k \cdot (d \cdot c + r) = k \cdot d \cdot c + k \cdot r$

La propiedad distributiva nos dice que el resto queda también multiplicado por el mismo número.

Operaciones combinadas

29 **Opera.**

a) $2 \cdot (4 + 6)$ **b)** $2 \cdot 4 + 6$ **c)** $8 : (7 - 5)$ **d)** $5 \cdot 7 - 5$

e) $(5 + 6) \cdot 4$ **f)** $5 + 6 : 3$ **g)** $(19 - 7) : 2$ **h)** $18 - 7 \cdot 2$

a) 20 b) 14 c) 4 d) 30

e) 44 f) 7 g) 6 h) 4

30 **Calcula.**

a) $8 + 7 - 3 \cdot 4$ **b)** $8 : 4 + 7 - 3$ **c)** $15 - 2 \cdot 3 - 5$

d) $10 - 12 : 6 - 4$ **e)** $22 - 6 \cdot 3 + 5$ **f)** $8 + 10 : 5 - 10$

g) $36 - 8 \cdot 4 - 1$ **h)** $11 - 2 - 9 : 3$ **i)** $4 \cdot 7 - 13 - 2 \cdot 6$

j) $15 : 3 + 7 + 4 : 2$ **k)** $5 \cdot 4 + 12 - 6 \cdot 4$ **l)** $12 : 4 - 1 - 6 : 3$

m) $5 \cdot 6 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5$ **n)** $9 : 3 + 8 : 4 - 7 : 7$ **ñ)** $8 \cdot 8 - 4 \cdot 6 - 5 \cdot 8$

o) $18 : 2 - 12 : 3 - 6 : 2$

a) 3 b) 6 c) 4

d) 4 e) 9 f) 0

g) 3 h) 6 i) 3

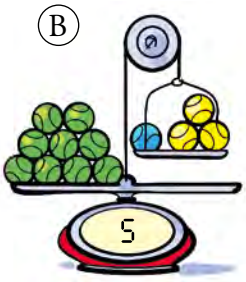
j) 14 k) 8 l) 0

m) 12 n) 4 ñ) 0

o) 2

31 **Escribe una expresión con los números 9, 3 y 1 cuyo resultado sea el peso que marca cada balanza:**

A

B 

a) $9 + (3 - 1) = 11$ b) $9 - (3 + 1) = 5$

32 **Calcula.**

a) $30 - 4 \cdot (5 + 2)$ **b)** $5 + 3 \cdot (8 - 6)$

c) $5 \cdot (11 - 3) + 7$ **d)** $3 \cdot (2 + 5) - 13$

e) $2 \cdot (7 + 5) - 3 \cdot (9 - 4)$ **f)** $4 \cdot (7 - 5) + 3 \cdot (9 - 7)$

g) $3 \cdot 5 - 3 \cdot (10 - 4 \cdot 2)$ **h)** $2 \cdot 3 + 5 \cdot (13 - 4 \cdot 3)$

Comprueba tus soluciones:

a) 2; b) 11; c) 47; d) 8; e) 9; f) 14; g) 9; h) 11

a) $30 - 4 \cdot 7 = 30 - 28 = 2$ b) $5 + 3 \cdot 2 = 5 + 6 = 11$

c) $5 \cdot 8 + 7 = 40 + 7 = 47$ d) $3 \cdot 7 - 13 = 21 - 13 = 8$

e) $2 \cdot 12 - 3 \cdot 5 = 24 - 15 = 9$ f) $4 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$

g) $15 - 3 \cdot (10 - 8) = 15 - 3 \cdot 2 = 15 - 6 = 9$ h) $6 + 5 \cdot (13 - 12) = 6 + 5 \cdot 1 = 6 + 5 = 11$

Interpreta, describe, exprésate

33 **Asocia cada enunciado con dos de las expresiones de abajo:**

I. **En el autobús urbano iban 50 personas. En la primera parada bajan 16 y suben 4.**

II. **La clase de música tiene 50 estudiantes matriculados, pero hoy han faltado 4 y otros 16 han ido a un concierto.**

III. **Ernesto compró una camiseta de 16 € y una gorra de 4 €, y pagó con un billete de 50 €.**

IV. **En el hotel han pernoctado 50 clientes. Hoy entran 16 nuevos y salen 4.**

a) $50 - 16 - 4$ **b)** $50 - 16 + 4$ **c)** $50 - (16 + 4)$

d) $50 - (16 - 4)$ **e)** $50 + (16 - 4)$ **f)** $50 + 16 - 4$

I → b) y d) II → a) y c) III → a) y c) IV → e) y f)

34 **¿Cuál o cuáles de las expresiones aritméticas llevan a la solución de este problema?**

En el supermercado se han vendido esta mañana 24 kg de manzanas a 2 €/kg, 12 melones a 4 € la pieza, y 13 piñas a 2 € cada una. ¿Cuánto se ha ingresado en caja por la venta de esas frutas?

a) $24 \cdot 12 + 4 \cdot 13 + 2$ **b)** $24 \cdot 2 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 2$

c) $(24 + 13) \cdot 2 + 12 \cdot 4$ **d)** $(24 + 13 + 2) \cdot (2 + 4)$

b) y c)

35 **Lee el enunciado del problema y observa su resolución. Después, explica el significado de cada operación y lo que se obtiene en cada resultado parcial.**

En una granja hay caballos, vacas y gallinas. En total hemos contado 714 patas, 168 cuernos y 137 picos. ¿Cuántos caballos hay en la granja?

Resolución

1.º $168 : 2 = 84$ **2.º** $84 \cdot 4 = 336$

3.º $137 \cdot 2 = 274$ **4.º** $336 + 274 = 610$

5.º $714 - 610 = 104$ **6.º** $104 : 4 = 26$

1.º El número de vacas es igual a la mitad del número de cuernos:
Vacas $\rightarrow$ $168 : 2 = 84$

2.º Patas de vaca $\rightarrow$ $84 \cdot 4 = 336$

3.º El número de patas de gallina es el doble que el de picos:
Patas de gallina $\rightarrow$ $137 \cdot 2 = 274$

4.º Patas de vaca + patas de gallina $\rightarrow$ $336 + 274 = 610$

5.º El número de patas de caballo es igual al total de patas menos las de vaca y de gallina:
Patas de caballo $\rightarrow$ $714 - 610 = 104$

6.º El número de caballos se obtiene dividiendo el dato anterior entre 4:
Caballos $\rightarrow$ $104 : 4 = 26$

Página 23

Resolver problemas

36 ***Un mayorista en alimentación compra 150 sacos de patatas de 30 kg por 2 000 €. Después, al seleccionar la mercancía desecha 300 kg y envasa el resto en bolsas de 5 kg, que vende a 4 € la bolsa. ¿Qué ganancia obtiene?***

Problema resuelto.

37 **En una industria conservera se preparan 250 kg de mermelada de ciruela que se envasan en tarros de 200 g. Durante el proceso se desechan 17 tarros por rotura o por sellado defectuoso. ¿Cuántos tarros válidos se obtienen?**

250 kg = 250 000 g

250 000 : 200 = 1 250

1 250 – 17 = 1 233

Se obtienen 1 233 tarros válidos.

38 **La construcción de cierto chalé, A, duró 14 meses y comenzó 4 meses después de que se iniciaran las obras de otro chalé, B, cuya construcción duró 15 meses. Si A se finalizó en junio, ¿en qué mes se finalizó B?**

El chalé B se finalizó en marzo.

39 **En el vivero de una huerta se preparan 50 bandejas con 100 semillas en cada una. En cada bandeja se malogran, por término medio, 20 semillas. ¿Cuántos plantones espera obtener el hortelano?**

50 × (100 – 20) = 4 000

Espera obtener 4 000 plantones.

40 **En la estantería de los refrescos del supermercado quedaban 7 cajas de 6 botes y 4 botes sueltos. La reponedora coloca 12 cajas más. ¿Cuántos botes hay ahora?**

(7 × 6) + 4 + (12 × 6) = 118

Ahora hay 118 botes.

41 **María ha mandado en la última semana 40 mensajes con su móvil. A su hermano Pepe le ha mandado cinco; a sus padres, tres más que a Pepe, y al grupo de su pandilla, el resto. ¿Cuántos mensajes ha mandado a la pandilla?**

40 – 5 – (5 + 3) = 27

Ha mandado 27 mensajes.

42 **Como pago por buzonear 7 tacos de propaganda, Clara ha recibido 28 euros. ¿Cuánto habría recibido si hubiera repartido un taco más?**

Por cada taco de propaganda Clara recibe 28 : 7 = 4 euros.

Si hubiera repartido un taco más habría recibido 28 + 4 = 32 euros.

43 **Del horno de cierto obrador de bollería salen cada día cinco bandejas con tres docenas de magdalenas cada una. ¿Cuántas magdalenas fabrican a la semana, teniendo en cuenta que los lunes cierran por descanso del personal?**

$5 \times (3 \times 12) \times 6 = 5 \times 36 \times 6 = 1\,080$

Fabrica 1 080 magdalenas a la semana.

44 **En una granja hay el doble de vacas que de caballos y en total son 36 cabezas. ¿Cuántas vacas y cuántos caballos son?**

Como el número de vacas es el doble que de caballos se divide el número total en tres partes:

$36 : 3 = 12$

Son 12 caballos y 24 (el doble) vacas.

45 **Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?**

$24 \cdot (15 + 12) = 648$

Lleva 648 botellas en total.

46 **En la familia Smith, el padre, Jonathan, cobra 1 940 dólares al mes. Si gana 720 dólares más que Jon, el hijo mayor, 880 más que Cathy, la hija que sigue, más joven, y 280 menos que Catherine, su mujer, ¿cuáles son los ingresos mensuales de la familia?**

Jonathan $\rightarrow$ 1 940

Jon $\rightarrow$ $1\,940 - 720 = 1\,220$

Cathy $\rightarrow$ $1\,940 - 880 = 1\,060$

Catherine $\rightarrow$ $1\,940 + 280 = 2\,220$

La familia ingresa, mensualmente, 6 440 dólares.

47 **Rosa tiene dos años más que su hermano pequeño, Julián, y dos menos que Alberto, su hermano mayor. Si entre los tres igualan la edad de su madre, Marta, que acaba de cumplir 42, ¿cuántos años tiene cada uno de los hermanos?**

$42 : 3 = 14$

Julián tiene 12 ($14 - 2 = 12$), Rosa 14 y Alberto 16 ($14 + 2 = 16$).

48 **Un tren de mercancías, que avanza a 55 km/h, se cruza con uno de pasajeros que avanza por la vía paralela a 105 km/h. ¿Qué distancia los separa media hora más tarde?**

Si el primer tren avanza a 55 km/h en 30 min habrá recorrido $55 : 2 = 27{,}5$ km.

Si el segundo tren avanza a 105 km/h en 30 min habrá recorrido $105 : 2 = 52{,}5$ km.

La distancia que los separará a los 30 minutos será de $27{,}5 + 52{,}5 = 80$ km.

49 **Un coche y una moto parten a la vez de una cafetería de carretera en la misma dirección. El coche avanza a 90 km/h, y la moto, a 100 km/h. ¿Qué distancia los separa al cabo de hora y media?**

En hora y media el coche habrá avanzado 90 + (90 : 2) = 135 km y la moto 100 + (100 : 2) = = 150 km.

Por tanto, la distancia que los separa hora y media más tarde es de 150 – 135 = 15 km.

Página 24

50 **Un camión de reparto lleva 27 cajas de refrescos de 24 botellas. En un accidente se vuelca la carga y se rompen 311 botellas. Averigua si se ha salvado más o menos de la mitad de la carga.**

El camión de reparto lleva 27 × 24 = 648 botellas. Si ha perdido 311, entonces le quedan 648 – 311 = 337 botellas.

Al dividir 648 : 2 = 324, comprobamos que se ha salvado más de la mitad de la carga.

51 **Un autobús con 54 turistas a bordo sufre una avería camino del aeropuerto. Como no hay tiempo, pues el avión no espera, el responsable del grupo decide acomodar a las viajeras y los viajeros en taxis de cuatro plazas. ¿Cuántos taxis necesitan?**

54 : 4 = 13 y de resto 2, por lo que hace falta otro taxi y serían 14.

52 **Marta tiene ahorrados 162 € y quiere comprar un monopatín que cuesta 199 €. Si consiguiera ahorrar de su paga 10 € cada semana, ¿cuántas semanas tardará en comprar el monopatín?**

Para comprar el monopatín, Marta todavía tiene que ahorrar 199 – 162 = 37 €.

Si cada semana ahorra 10 € solo tendría que estar ahorrando 4 semanas para poder comprarse el monopatín (10 € × 4 = 40 €).

53 **Una fábrica de coches ha producido 15 660 unidades entre enero, febrero y marzo. ¿Cuántos coches saca, por término medio, cada día?**

3 meses → 3 · 30 = 90 días

15 660 : 90 = 174

Cada día saca 174 coches.

54 **El sector hotelero de cierta localidad turística ha contratado a 12 845 personas. Tres de cada cinco son mujeres. ¿Cuántas mujeres se han contratado?**

(12 845 : 5) · 3 = 7 707

Se han contratado 7 707 mujeres.

55 **En un colegio que tiene 450 estudiantes, dos de cada cinco estudian un segundo idioma y, de ellos, uno de cada tres ha elegido alemán. ¿Cuántos estudian segundo idioma? ¿Cuántos estudian alemán?**

450 : 5 × 2 = 180 estudian un segundo idioma.

180 : 3 = 60 estudian alemán.

56 **Un agricultor tiene 140 melocotoneros en un huerto. Atendiendo a su experiencia de campañas anteriores, espera cosechar, por término medio, 35 kg de melocotones en cada árbol. La fruta, según se recoge, se envasa en cajas de 10 kg y se vende a 20 € la caja. ¿Cuánto espera obtener por la venta de su cosecha?**

El agricultor recoge 140 × 35 = 4 900 kg de melocotones.

Si se envasan en cajas de 10 kg obtendrá 4 900 : 10 = 490 cajas.

Si vende cada caja a 20 € obtendrá 490 × 20 = 9 800 €.

57 **Marta, Julián y Rosa salen de compras. Marta gasta 30 € más que Julián y 40 € menos que Rosa. Si entre los tres han gastado 208 €, ¿cuánto ha gastado cada uno?**

Restamos al total los 10 € que gasta de más Rosa y luego dividimos entre 3:

208 – 10 = 198

198 : 3 = 66

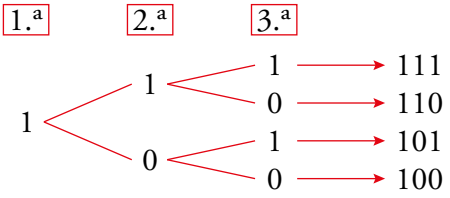
Entonces Marta gasta 66 €; Julián, 36 €, y Rosa, 106 €.

58 **Tienes un buen montón de monedas de 50, 20 y 10 céntimos. ¿De cuántas formas diferentes puedes juntar 1 euro? Justifica tu respuesta.**

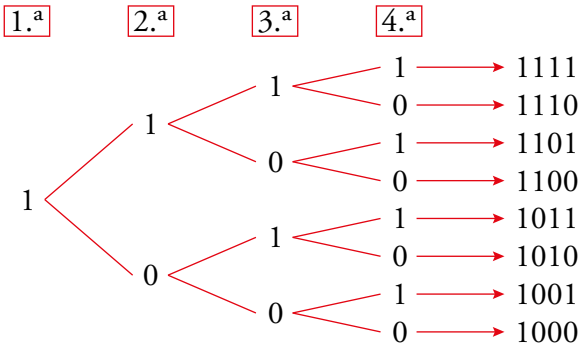
Hay 10 posibilidades de juntar 1 €:

10 cts.	0		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20 cts.	5	0	2	4	1	3	0	2	–	1	–	0
50 cts.	0	2	1	0	1	0	1	0	–	0	–	0

59 **Utilizando solamente ceros y unos, se pueden construir cuatro números diferentes de tres cifras:**



¿Cuántos números de cuatro cifras tienen solo ceros y unos? ¿Y de cinco cifras?



La primera cifra ha de ser un 1. Para el resto de las cifras hay dos posibilidades, un 0 o un 1. Hay, por tanto, $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ números de cuatro cifras que solo contienen 0 y 1.

Para números de cinco cifras, la cantidad de números con esas condiciones es:

$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

60 **La carta de un restaurante ofrece cinco variedades de primer plato, tres de segundo y dos de postre. ¿De cuántas formas puede elegir su menú un cliente que toma un plato de cada grupo?**

$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$

Puede elegir 30 menús posibles.

61 **Antonio, Beatriz, Cora y David acaban de entrar al cine. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar en las cuatro butacas que les corresponden?**

Haz, primero, un problema más fácil: ¿De cuántas formas se podrían sentar, si Antonio ha ocupado ya la butaca n.º 1?

Llamamos 1, 2, 3 y 4 a las butacas. Antonio (A), Beatriz (B), Cora (C), David (D).

1	2	3	4
A	B	C	D
A	B	D	C
A	C	B	D
A	C	D	B
A	D	B	C
A	D	C	B

Si Antonio ha ocupado la butaca 1, los otros tres amigos se pueden sentar de 6 formas diferentes. Como en la butaca 1 se puede sentar culesquiera de los cuatro, en total se pueden sentar de $4 \cdot 6 = 24$ maneras diferentes.

62 **Una empresa organizadora de eventos hace un pedido, a un almacén de flores, de 150 docenas de rosas. El almacén dispone en ese momento de 40 cajas de 25 rosas. ¿Cuántas cajas de 25 rosas se deben pedir para poder cubrir el pedido?**

150 docenas de rosas son $150 \times 12 = 1\,800$ rosas.

Si el almacén tiene $40 \times 25 = 1\,000$ rosas, tienen que pedir $(1\,800 - 1\,000) : 25 = 32$ cajas de 25 rosas para cumplir con el pedido.

63 **Valentina tiene una granja de patos y gansos. Hoy ha vendido 21 de sus animales por 350 euros.**

Entre los animales había el doble de patos que de gansos, y un ganso vale el triple que un pato.

¿Qué precio tiene un pato? ¿Y un ganso?

Vende 21 animales, entre los que había el doble de patos que de gansos:

$21 : 3 = 7 \rightarrow$ Vende 7 gansos y 14 patos.

Como un ganso vale lo mismo que 3 patos, los 7 gansos equivalen, en precio, a 21 patos. Es decir, se puede considerar que vende $21 + 14 = 35$ patos.

Cada pato vale $350 : 35 = 10$ €.

Cada ganso vale $3 \cdot 10 = 30$ €.

Página 25

64 **Un coche tarda 78 segundos en atravesar un tramo de 2 km con la velocidad limitada a 90 km/h. ¿Crees que ha superado el límite permitido? ¿Por qué?**

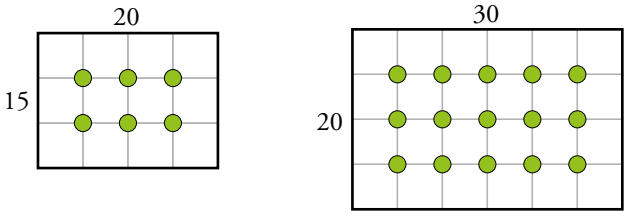
90 km/h = 90 000 m/h = 1 500 m/min = 25 m/s

En 78 segundos, yendo a 90 km/h recorrería $78 \cdot 25 = 1\,950$ m.

Sí ha superado el límite de velocidad permitido.

65 **En un campo rectangular de 150 m × 300 m se van a plantar chopos, dispuestos en filas y columnas paralelas a las vallas, de forma que cada línea esté a 5 metros de las contiguas o, en su caso, de los bordes. ¿Cuántos chopos albergará el campo?**

Dibujar sobre cuadrícula, casos más sencillos. Por ejemplo:



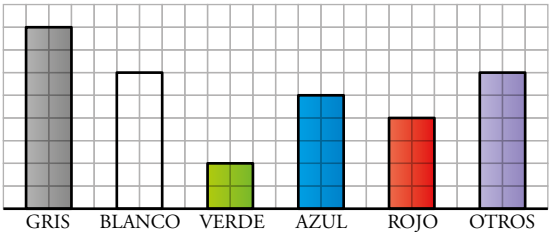
150 : 5 = 30

300 : 5 = 60

(30 – 2) · (60 – 2) = 28 · 58 = 1 624

El campo albergará 1 624 chopos.

66 **La gráfica informa de la distribución, por colores, de los 30 690 coches fabricados en un trimestre.**



¿Cuántos coches rojos se han fabricado en ese periodo?

Número de casillas ocupadas → 62

Coches fabricados por casilla → 30 690 : 62 = 495

Coches rojos fabricados → 495 · 8 = 3 960

67 **Para la elaboración de una estadística sobre las vacaciones en una población de interior, se ha hecho una encuesta que arroja los siguientes datos:**

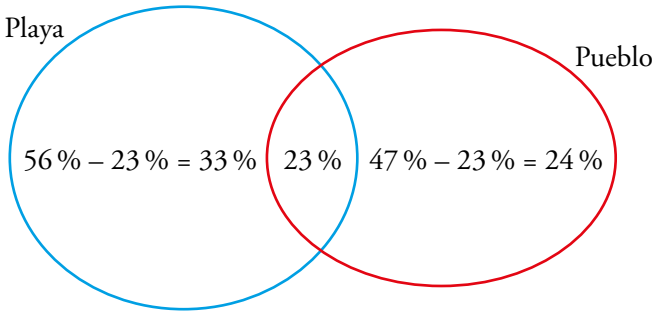
— El 56 % ha estado en la playa.

— El 47 % ha pasado unos días en el pueblo.

— El 23 % ha disfrutado de ambos destinos.

¿Qué tanto por ciento no ha estado ni en la playa ni en el pueblo?

100 – (33 + 23 + 24) = 100 – 80 = 20; el 20 % de la población no ha estado ni en la playa ni en el pueblo.



68 **Martina ha obtenido así la suma de los 7 primeros números naturales.**

$$\left.\begin{array}{r} 1+2+3+4+5+6+7 \\ +7+6+5+4+3+2+1 \\ \hline 8+8+8+8+8+8+8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 8\cdot 7=56 \\ 56:2=\boxed{28} \end{array}$$

¿Sabrías calcular la suma del 1 al 100?

$$\begin{array}{rrrrrrrrrr} 1+ & 2+ & 3+ & 4+ & \ldots+ & 97+ & 98+ & 99+ & 100 \\ 100+ & 99+ & 98+ & 97+ & \ldots+ & 4+ & 3+ & 2+ & 1 \\ \hline 101+ & 101+ & 101+ & 101+ & \ldots+ & 101+ & 101+ & 101+ & 101 \end{array}$$

$101 \cdot 100 = 10\,100$

$10\,100 : 2 = \mathbf{5\,050}$

Problemas «+»

69 **Un número tiene cuatro cifras que suman 4. Si intercambias las unidades con las centenas, aumenta en 99. ¿Qué número puede ser? Intenta encontrar más de una solución.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: 1 102, 2 011 o 3 001.

70 **Gorka y Fernando viven en el mismo portal y van al mismo colegio. Gorka, cuando va solo, tarda 20 minutos en el recorrido de casa a clase. Fernando, a su paso, tarda 30 minutos en el mismo trayecto.**

Hoy, cuando sale Gorka, hace ya cinco minutos que se fue su compañero. ¿Cuánto tardará en alcancarlo?

Gorka tarda 10 minutos en recorrer la mitad del camino y Fernando, 15 minutos. Por tanto, si Fernando sale 5 minutos antes, Gorka le alcanza a la mitad del camino, cuando lleva caminando 10 minutos.

71 **De los alumnos y las alumnas matriculados en 1.º de ESO, sabemos que:**

— 44 se quedan al comedor, 58 usan el transporte escolar y 47 están apuntados a actividades extraescolares.

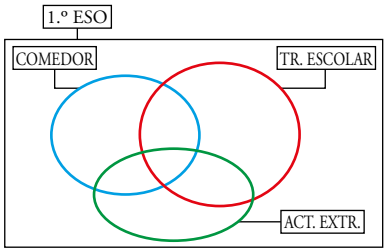
— 24 se quedan al comedor y a extraescolares.

— 23 se quedan al comedor y usan el transporte escolar; 25 usan el transporte y se quedan a extraescolares.

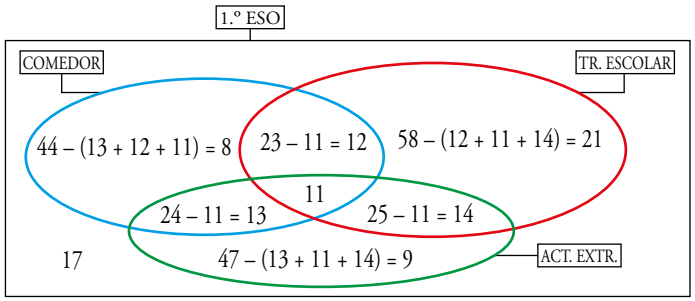
— 11 usan los tres servicios, y 17, ninguno de los tres.

¿Cuántos alumnos y alumnas hay matriculados?

¿Te serviría utilizar un gráfico como este?



Hay 8 + 13 + 12 + 21 + 14 + 9 + 11 + 17 = 105 alumnos y alumnas matriculados en 1.º ESO.



72 **Cuatro amigos y amigas se pesan, por parejas, de todas las formas posibles y anotan desordenadamente los resultados obtenidos:**

83 kg - 87 kg - 91 kg - 80 kg - 84 kg - 88 kg

La persona más grande pesa 46 kg. ¿Cuánto pesa cada uno por separado?

Llamemos ① < ② < ③ < ④ a los cuatro amigos y amigas ordenados por peso.

Entonces:

$$\underset{80}{\boxed{1+2}} < \underset{83}{\boxed{1+3}} < \begin{matrix}\boxed{1+4}\\ \boxed{2+3}\end{matrix} < \underset{88}{\boxed{2+4}} < \underset{91}{\boxed{3+4}}$$

④ = 46 kg; ③ = 91 – 46 = 45 kg; ② = 88 – 46 = 42 kg; ① = 80 – 42 = 38 kg

73 **Se está celebrando el gran premio de motociclismo en el circuito de Laguna Sosa.**

La moto verde salió mal y está invirtiendo 1 minuto y 46 segundos en cada vuelta. La moto roja salió bien, pero cada vuelta la da en 1 minuto y 48 segundos.

En este momento cruza la línea de control la moto roja, y 3 segundos después, la verde. Todavía queda mucha carrera por delante.

¿Cuánto tardará la moto verde en doblar a la roja?

1 minuto y 48 segundos = 108 segundos

Como en cada vuelta, la moto verde adelanta en 2 segundos a la roja, para doblarla, si fuesen a la par, necesitaría 108 : 2 = 54 vueltas.

Pero en este momento la moto verde va 3 segundos por detrás de la roja, así es que necesita una vuelta y media más para recuperar ese tiempo.

En 55 vueltas y media, la moto verde doblará a la roja.

Página 26

LEE E INFÓRMATE

Así multiplicaban los antiguos egipcios

- **Efectúa, siguiendo este método, las siguientes multiplicaciones:**

a) 17×41

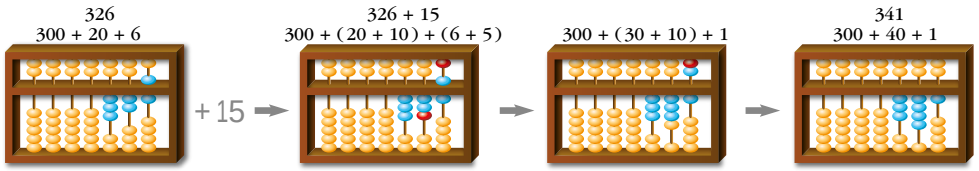
1	41
2	82
4	164
8	328
16	656
17	697

b) 41×17

1	17
2	34
4	68
8	136
16	272
32	544
41	697

INVESTIGA

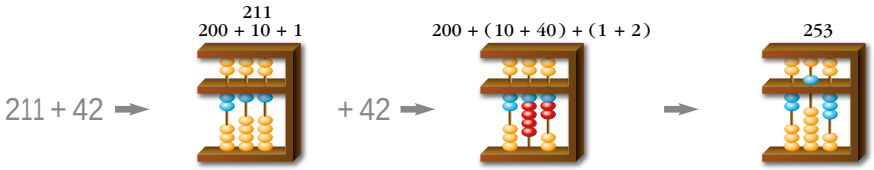
- **Analiza y descifra los movimientos de fichas realizados para realizar esa suma.**



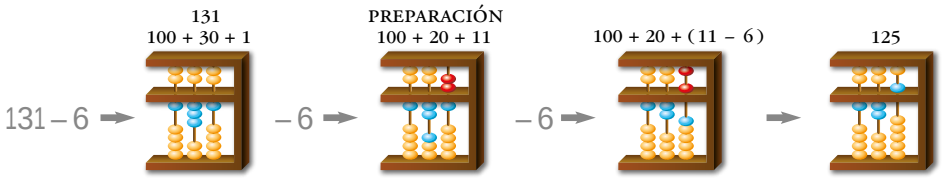
- **Dibuja, de la misma forma, los movimientos necesarios para hacer estas operaciones:**

a) 211 + 42 **b) 131 – 6**

a)



b)

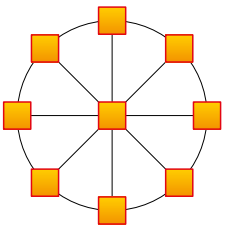


Página 27

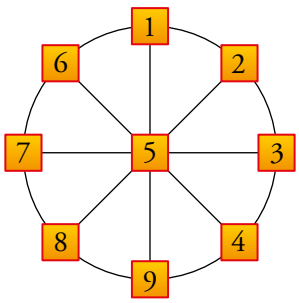
ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Reflexiona y ensaya

- **Coloca en tu cuaderno los números del 1 al 9, uno por casilla, de forma que todos los tríos alineados sumen 15.**

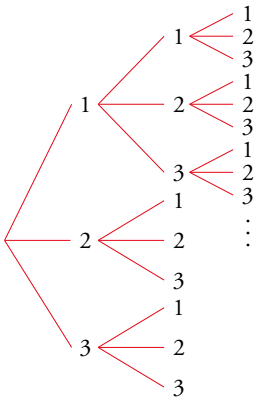


Colocando el 5 en el centro:



- **¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar utilizando solamente las cifras 1, 2 y 3?**

Para la primera cifra hay tres opciones (1, 2 o 3). Para cada una de esas tres opciones hay otras tres para la segunda cifra, y otras tres para la tercera. Por tanto, existen $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ números distintos con las condiciones dadas.



- **En una bandeja había varios sándwiches cuadrados y hemos partido algunos por la mitad en forma de triángulo. Si en total cuento 18 esquinas, ¿cuántos están enteros y cuántos partidos?**

¿Te ayudaría completar esta tabla?

CUADRADOS	1	2	3		
ESQUINAS	4				
⇩					
RESTO ESQUINAS	14				
TRIÁNGULOS	No posible				

Al intentar completar en la tabla el número de cuadrados (primera fila) y las esquinas que corresponden en cada caso (segunda fila), queda condicionado el número de esquinas de triángulos (tercera fila), que debe ser múltiplo de tres. Así aparece el único caso posible: 3 cuadrados (12 esquinas) y dos triángulos (6 esquinas).

CUADRADOS	1	2	3	4	5
ESQUINAS	4	8	12	16	~~20~~
⇩					
RESTO ESQUINAS	14	10	6	2	
TRIÁNGULOS	No posible	✗	2	✗	

Por tanto, había cuatro sándwiches y se ha partido uno.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:**

SISTEMAS DE NUMERACIÓN			
EGIPCIO			
MAYA			
DECIMAL			528

Di si cada uno de los sistemas es aditivo o posicional. ¿Cuál es la diferencia?

	SISTEMAS DE NUMERACIÓN		
EGIPCIO			
MAYA			
DECIMAL	3 042	13	528

El sistema de numeración egipcio es aditivo. El maya es en parte aditivo y en parte posicional. Y el sistema de numeración decimal es posicional.

2 **Copia en tu cuaderno y rellena los huecos.**

a) $18 \cdot \square = 180$ **b)** $\square \cdot 100 = 27\,000$

c) $4\,000 : \square = 40$ **d)** $\square : 10 = 38$

a) 10 b) 270

c) 100 d) 380

3 **Copia en tu cuaderno y calcula los términos que faltan.**

a) $154 \cdot \square = 462$ **b)** $\square : 27 = 98$

c) $30\,275 : \square = 35$ **d)** $1\,508 = \square \cdot 125 + 8$

a) 3 b) 2 646

c) 865 d) 12

4 **Realiza las siguientes operaciones combinadas:**

a) $12 + 3 \cdot 5 - 2$ **b)** $19 - 5 \cdot (10 - 7) + 4 \cdot 7$

c) $7 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 2$ **d)** $10 \cdot [7 \cdot 5 - (4 + 6 \cdot 3)]$

a) 25 b) 32

c) 15 d) 130

5 **En una cafetería hay 60 asientos. Si las sillas son el triple que las banquetas, ¿cuántas hay de cada clase?**

Hay 15 banquetas y 45 sillas.

6 **Observa estas cantidades:**

- **La extensión de Brasil es de ocho millones quinientos catorce mil ochocientos setenta y siete kilómetros cuadrados.**
- **La población mundial en abril de 2018 era de 7 601 767 200 habitantes.**

a) Expresa con cifras la primera cantidad y con letras la segunda.

b) Redondéalas a las decenas de millar.

c) Redondéalas al orden de unidad que consideres más adecuado para que la información sea razonable e indica a qué orden has redondeado.

a) La extensión de Brasil es de 8 514 877 km^2.

La población mundial en 2018 era de siete mil seiscientos un millones setecientos sesenta y siete mil doscientos habitantes.

b) La extensión de Brasil es de 8 510 000 km^2.

La población mundial en 2018 era de 7 601 770 000 habitantes.

c) La extensión de Brasil es de 8 500 000 km^2 (redondeo a las centenas de millar).

La población mundial en 2018 era de 7 600 000 000 habitantes (redondeo a las centenas de millón).

7 **Un camión que avanza por una carretera a 60 kilómetros por hora se cruza con un coche que avanza en sentido contrario a 90 kilómetros por hora.**

¿Qué distancia los separa 10 minutos después?

El camión avanza 1 km al minuto (60 : 60 = 1) y el coche 1,5 km al minuto (90 : 60 = 1,5). Por tanto, 10 minutos después los separará una distancia de:

(10 × 1) + (10 × 1,5) = 25 km

8 **Una apicultora tiene 187 colmenas con una producción de dos cosechas al año, a razón de 9 kilos de miel por colmena en cada cosecha.**

a) La miel se envasa en tarros de medio kilo. ¿Cuántos tarros de miel obtiene al año?

b) Los tarros se envasan en cajas de seis que se venden a 18 € cada una. ¿Qué beneficio anual produce el colmenar?

c) ¿Cuál es, en números redondos, ese beneficio?

a) Si en cada una de las dos cosechas, cada colmena produce 9 kilos, entre las 187 colmenas se producen 187 × 9 × 2 = 3 366 kilos de miel.

Si se almacenan en tarros de medio kilo, se envasarán 3 366 × 2 = 6 732 tarros de miel.

b) Si se envasan en cajas de seis: 6 732 : 6 = 1 122 cajas

Y si cada caja se paga a 18 €, el beneficio será de 1 122 · 18 = 20 196 €.

c) El beneficio redondeado será de 20 000 €.

2 POTENCIAS Y RAÍCES

Página 28

1 **Escribe los tres términos que siguen en cada serie.**

$A_5 = 25$ $A_6 = 36$ $A_7 = 49$

$B_5 = 125$ $B_6 = 216$ $B_7 = 343$

Página 29

2 **Calcula estos productos de factores iguales:**

a) 3 · 3 · 3 **b) 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2** **c) 10 · 10 · 10 · 10 · 10**

a) 27 b) 64 c) 100 000

3 **¿Cuántas veces tienes que multiplicar diez por diez, por diez… para obtener un millón?**

10 x 10 x 10 x ... = 1 000 000

6 veces.

4 **¿Cuáles de estos números se pueden expresar como productos de un mismo factor repetido varias veces?**

a) 32 **b) 81** **c) 128** **d) 10 000**

b) 9×9 y d) 100×100

5 **¿Conoces alguna forma más corta y más cómoda de expresar estos productos de factores repetidos? En esta unidad aprenderás a hacerlo y los llamarás potencias.**

Respuesta abierta.

1 POTENCIAS

Página 31

Para fijar ideas

1 **Completa para calcular, con lápiz y papel, el valor de 7^5.**

$$7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot 7 = 49 \cdot 49 \cdot 7 = \square \cdot 7 = \ldots$$

$49 \cdot 7 = 343$

2 **¿Cuál es el valor de x en cada caso?**

a) $x^3 = 125 \rightarrow x = \ldots$ **b)** $5^x = 3\,125 \rightarrow x = \ldots$

a) $x = 5$ b) $x = 5$

3 **Calcula y completa cada casilla con la cantidad que corresponda.**

$$2 \cdot (11^2 - 9^2) - 6^2 = 2 \cdot (121 - \square) - 6^2 = 2 \cdot \square - \square = \square - \square = \ldots$$

$2 \cdot (121 - 81) - 6^2 = 2 \cdot 40 - 36 = 80 - 36 = 44$

Para practicar

1 **Expresa cada producto con una potencia.**

a) $6 \cdot 6$ **b)** $7 \cdot 7 \cdot 7$

c) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ **d)** $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

a) 6^2 b) 7^3

c) 4^4 d) 3^6

2 **Lee estas potencias y exprésalas como producto:**

a) 3^4 **b)** 2^7 **c)** 9^3 **d)** 15^2 **e)** 10^6 **f)** 20^4

a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ b) $2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

c) $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9$ d) $15^2 = 15 \cdot 15$

e) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ f) $20^4 = 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$

3 **Completa la tabla en tu cuaderno.**

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6		
	5	3
a^4		
	m	5

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6	2	6
5^3	5	3
a^4	a	4
m^5	m	5

4 **Calcula mentalmente y ordena de mayor a menor.**

a) 2^3 **b)** 5^2 **c)** 4^3

d) 20^3 **e)** 10^4 **f)** 11^2

a) 8 b) 25 c) 64

d) 8 000 e) 10 000 f) 121

10 000 > 8 000 > 121 > 64 > 25 > 8

5 **Calcula con lápiz y papel.**

a) 2^8 **b)** 3^5 **c)** 12^3

d) 9^4 **e)** 15^2 **f)** 85^2

g) 10^3 **h)** 30^4 **i)** 100^3

a) 256 b) 243 c) 1 728

d) 6 561 e) 225 f) 7 225

g) 1 000 h) 810 000 i) 1 000 000

6 **Obtén estas potencias con ayuda de la calculadora:**

a) 3^{11} **b)** 6^6 **c)** 9^5

d) 13^4 **e)** 35^3 **f)** 205^2

a) 177 147 b) 46 656 c) 59 049

d) 28 561 e) 42 875 f) 42 025

7 **Escribe el valor de cada exponente:**

a) $2^x = 64$ **b)** $3^y = 81$

c) $6^z = 36$ **d)** $8^m = 512$

e) $10^n = 10\,000$ **f)** $30^t = 810\,000$

a) $2^6 = 64$ b) $3^4 = 81$

c) $6^2 = 36$ d) $8^3 = 512$

e) $10^4 = 10\,000$ f) $30^4 = 810\,000$

8 **Calcula el valor de la base, a, en cada caso:**

a) $a^4 = 16$ **b)** $a^2 = 25$ **c)** $a^3 = 64$

d) $a^4 = 2\,401$ **e)** $a^3 = 1\,000$ **f)** $a^{10} = 1\,024$

a) $2^4 = 16$ b) $5^2 = 25$ c) $4^3 = 64$

d) $7^4 = 2\,401$ e) $10^3 = 1\,000$ f) $2^{10} = 1\,024$

9 **Escribe los cuadrados de los veinte primeros números naturales.**

1^2	2^2	3^2	…	20^2
↓	↓	↓	↓	↓
1	**4**	**9**	…	**400**

$1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$; $7^2 = 49$; $8^2 = 64$; $9^2 = 81$;

$10^2 = 100$; $11^2 = 121$; $12^2 = 144$; $13^2 = 169$; $14^2 = 196$; $15^2 = 225$; $16^2 = 256$;

$17^2 = 289$; $18^2 = 324$; $19^2 = 361$; $20^2 = 400$

10 **Calcula expresando el proceso paso a paso.**

a) $8^2 + 8$ **b)** $3^3 - 3^2$

c) $5^3 - 5^2 + 5$ **d)** $9^2 - (7^2 + 4^2)$

e) $(26 - 24)^5 - 2^4$ **f)** $(8^2 - 7^2)^2 - 2 \cdot 10^2$

a) $64 + 8 = 72$ b) $27 - 9 = 18$

c) $125 - 25 + 5 = 105$ d) $81 - (49 + 16) = 81 - 65 = 16$

e) $25 - 24 = 32 - 16 = 16$ f) $(64 - 49)^2 - 2 \cdot 100 = 15^2 - 200 = 225 - 200 = 25$

11 **¿Verdadero o falso?**

a) Elevar un número al cubo es igual que multiplicarlo por sí mismo tres veces.

b) Elevar a la cuarta es como multiplicar por cuatro.

c) El cuadrado de 10 es 20.

d) El cubo de 10 es 1 000.

e) Dos elevado a cinco es igual que cinco al cuadrado.

a) Verdadero.

b) Falso, $5^4 = 625$ y $5 \cdot 4 = 20$.

c) Falso, $10^2 = 100$.

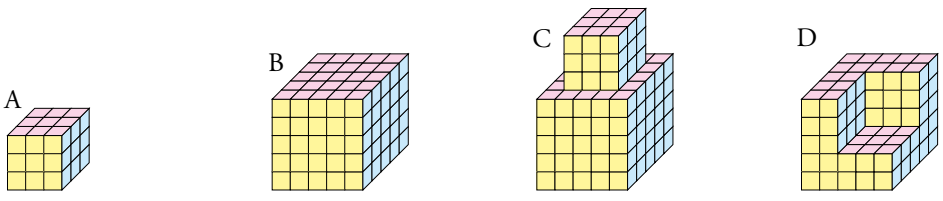
d) Verdadero.

e) Falso, $2^5 = 32$ y $5^2 = 25$.

12 **Recorta en papel cuadriculado dos cuadrados, uno de lado diez y otro de lado cinco. ¿Hay en el primero el doble de cuadrados que en el segundo? Explica tu respuesta.**

El cuadrado de 10 cuadrados de lado tiene $10^2 = 100$ cuadrados de superficie, y el de 5 cuadrados de lado tiene $5^2 = 25$. Por tanto, es falso que el primero tenga el doble de cuadrados que el segundo.

13 **Expresa con potencias el número de cubos unitarios que hay en cada construcción *policubo:***



A = 3^3 B = 5^3 C = $3^3 + 5^3$ D = $5^3 - 3^3$

2 ▶ POTENCIAS DE BASE 10. APLICACIONES

Página 32

Para practicar

1 **Escribe como potencias de base 10.**

a) Un millar. **b) Un millón.**

c) Mil millones. **d) Un billón.**

a) 10^3 b) 10^6

c) 10^9 d) 10^{12}

2 **Expresa con todas sus cifras.**

a) $\mathbf{4 \cdot 10^5}$ **b)** $\mathbf{15 \cdot 10^9}$ **c)** $\mathbf{86 \cdot 10^{14}}$

a) 400 000 b) 15 000 000 000 c) 8 600 000 000 000 000

3 **Escribe el valor de** x **en cada caso:**

a) $\mathbf{2\,936\,428 \approx 29 \cdot 10^x}$

b) $\mathbf{3\,601\,294\,835 \approx 36 \cdot 10^x}$

c) $\mathbf{19\,570\,000\,000\,000 \approx 20 \cdot 10^x}$

a) $x = 5$

b) $x = 8$

c) $x = 12$

4 **Realiza la descomposición polinómica de los siguientes números:**

a) 74 238

b) 680 290

c) 4 528 926

d) 46 350 000

a) $74\,238 = 7 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 8$

b) $680\,290 = 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10$

c) $4\,528\,926 = 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$

d) $46\,350\,000 = 4 \cdot 10^7 + 6 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4$

5 **Escribe en notación abreviada los datos que siguen:**

a) El número de moléculas elementales en un litro de agua es 334 326 000 000 000 000 000 000.

b) Las estrellas Alfa Centauri están a unos cuarenta billones de kilómetros del Sol.

a) $33 \cdot 10^{22}$

b) $40 \cdot 10^{12}$

3 OPERACIONES CON POTENCIAS

Página 33

Para fijar ideas

1 **Estudia los ejemplos resueltos a la derecha y, siguiendo los mismos procedimientos, completa y resuelve en tu cuaderno.**

a) $2^5 \cdot 5^5 = (\dots \cdot \dots)^5 = \dots^5 = \dots$

b) $18^4 : 9^4 = (\dots : \dots)^4 = \dots^4 = \dots$

c) $6^3 \cdot 5^3 = (\dots \cdot \dots)^3 = \dots^3 = (\dots \cdot 10)^3 = \dots^3 \cdot 10^3 = \dots \cdot 1\,000 = \dots$

d) $(8^5 \cdot 6^5) : 24^5 = (\dots \cdot \dots)^5 : 24^5 = \dots^5 : 24^5 = (\dots : 24)^5 = \dots^5 = \dots$

e) $(36^3 : 9^3) \cdot 25^3 = (\dots : \dots)^3 \cdot 25^3 = \dots^3 \cdot 25^3 = (\dots \cdot 25)^3 = \dots^3 = \dots$

f) $(54^2 : 3^2) : 2^2 = (\dots : \dots)^2 : \dots^2 = \dots^2 : \dots^2 = (\dots : \dots)^2 = \dots^2 = \dots$

a) $(2 \cdot 5)^5 = 10^5 = 100\,000$

b) $(18 : 9)^4 = 2^4 = 16$

c) $(6 \cdot 5)^3 = 30^3 = (3 \cdot 10)^3 = 3^3 \cdot 10^3 = 27 \cdot 1\,000 = 27\,000$

d) $(8 \cdot 6)^5 : 24^5 = 48^5 : 24^5 = (48 : 24)^5 = 2^5 = 32$

e) $(36 : 9)^3 \cdot 25^3 = 4^3 \cdot 25^3 = (4 \cdot 25)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$

f) $(54 : 3)^2 : 2^2 = 18^2 : 2^2 = (18 : 2)^2 = 9^2 = 81$

Página 34

Para fijar ideas

2 **Completa en tu cuaderno y reduce.**

a) $a^3 \cdot a^5 = a^{\dots + \dots} = a^{\dots}$

b) $a^8 : a^5 = a^{\dots - \dots} = a^{\dots}$

c) $(a^2)^4 = a^{\dots \cdot \dots} = a^{\dots}$

d) $(a^2)^2 = a^{\dots \cdot \dots} = a^{\dots}$

a) $a^{3+5} = a^8$

b) $a^{8-5} = a^3$

c) $a^{2 \cdot 4} = a^8$

d) $a^{2 \cdot 2} = a^4$

3 **Opera y reduce a una sola potencia.**

a) $a^{12} : (a^4 \cdot a^4) = a^{12} : a^{\dots} = a^{\dots}$

b) $(5^3)^3 : (5^4 \cdot 5^3) = 5^{\dots} : 5^{\dots} = 5^{\dots}$

c) $(m^{10} : m^8) \cdot (m^5 : m^4) = m^{\dots} \cdot m^{\dots} = m^{\dots}$

a) $a^{12} : a^8 = a^4$

b) $5^9 : 5^7 = 5^2$

c) $m^2 \cdot m = m^3$

Página 35

Para practicar

1 **Completa en tu cuaderno, como en el ejemplo.**

• $\left.\begin{matrix}(4 \cdot 3)^2 = 12^2 = 144 \\ 4^2 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144\end{matrix}\right\} \rightarrow (4 \cdot 3)^2 = 4^2 \cdot 3^2$

a) $\left.\begin{matrix}(3 \cdot 5)^2 = \dots \\ 3^2 \cdot 5^2 = \dots\end{matrix}\right\} \dots$

b) $\left.\begin{matrix}(4 \cdot 2)^3 = \dots \\ 4^3 \cdot 2^3 = \dots\end{matrix}\right\} \dots$

c) $\left.\begin{matrix}(12 : 3)^2 = \dots \\ 12^2 : 3^2 = \dots\end{matrix}\right\} \dots$

d) $\left.\begin{matrix}(20 : 4)^3 = \dots \\ 20^3 : 4^3 = \dots\end{matrix}\right\} \dots$

a) $(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$
$3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$

b) $(4 \cdot 2)^3 = 8^3 = 512$
$4^3 \cdot 2^3 = 64 \cdot 8 = 512$

c) $(12 : 3)^2 = 4^2 = 16$
$12^2 : 3^2 = 144 : 9 = 16$

d) $(20 : 4)^3 = 5^3 = 125$
$20^3 : 4^3 = 8\,000 : 64 = 125$

2 **Reflexiona y calcula de la forma más sencilla.**

a) $5^3 \cdot 2^3$ **b)** $4^2 \cdot 5^2$ **c)** $25^2 \cdot 4^2$

d) $20^3 \cdot 5^3$ **e)** $16^5 : 8^5$ **f)** $18^3 : 6^3$

g) $21^4 : 7^4$ **h)** $35^2 : 5^2$ **i)** $100^3 : 50^3$

a) $(5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1\,000$

b) $(4 \cdot 5)^2 = 20^2 = 400$

c) $(25 \cdot 4)^2 = 100^2 = 10\,000$

d) $(20 \cdot 5)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$

e) $(16 : 8)^5 = 2^5 = 32$

f) $(18 : 6)^3 = 3^3 = 27$

g) $(21 : 7)^4 = 3^4 = 81$

h) $(35 : 5)^2 = 7^2 = 49$

i) $(100 : 50)^3 = 2^3 = 8$

3 **Calcula.**

a) $(2^5 \cdot 3^5) : 6^5$ **b)** $(6^4 \cdot 3^4) : 9^4$

c) $(80^3 : 8^3) : 5^3$ **d)** $(48^2 : 2^2) : 6^2$

e) $(8^2 \cdot 12^2) : (6^2 \cdot 8^2)$ **f)** $(3^3 \cdot 4^3) : (20^3 : 5^3)$

a) $6^5 : 6^5 = 1$

b) $18^4 : 9^4 = 2^4 = 16$

c) $10^3 : 5^3 = 2^3 = 8$

d) $24^2 : 6^2 = 4^2 = 16$

e) $96^2 : 48^2 = 2^2 = 4$

f) $12^3 : 4^3 = 3^3 = 27$

4 **Calcula y observa que los resultados no coinciden.**

a) $(6 + 4)^2$
$6^2 + 4^2$

b) $(5 + 2)^3$
$5^3 + 2^3$

a) $(6 + 4)^2 = 10^2 = 100$
$6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

b) $(5 + 2)^3 = 7^3 = 343$
$5^3 + 2^3 = 125 + 8 = 133$

5 **Copia en tu cuaderno y sustituye cada casilla por el signo «=» o «≠», según corresponda:**

a) $(4 + 1)^3 \square 4^3 + 1^3$ **b)** $(4 + 1)^3 \square 5^3$

c) $(6 - 2)^4 \square 6^4 - 2^4$ **d)** $7^3 \square (10 - 3)^3$

e) $10^2 \square 5^2 \cdot 2^2$ **f)** $10^4 \square 5^2 \cdot 2^2$

g) $(12 : 3)^2 \square 12^2 : 3^2$ **h)** $12^2 : 6^2 \square 6^4$

a) $(4 + 1)^3 \neq 4^3 + 1^3$ b) $(4 + 1)^3 = 5^3$

c) $(6 - 2)^4 \neq 6^4 - 2^4$ d) $7^3 = (10 - 3)^3$

e) $10^2 = 5^2 \cdot 2^2$ f) $10^4 \neq 5^2 \cdot 2^2$

g) $(12 : 3)^2 = 12^2 : 3^2$ h) $12^2 : 6^2 \neq 6^4$

6 **Reduce a una sola potencia.**

a) $5^2 \cdot 5^2$ **b)** $3^2 \cdot 3^5$ **c)** $10^5 \cdot 10^2$

d) $a^5 \cdot a^5$ **e)** $m^7 \cdot m$ **f)** $x^2 \cdot x^6$

a) 5^4 b) 3^7 c) 10^7

d) a^{10} e) m^8 f) x^8

7 **Expresa con una única potencia.**

a) $2^6 : 2^2$ **b)** $3^8 : 3^5$ **c)** $10^7 : 10^6$

d) $a^{10} : a^6$ **e)** $m^5 : m$ **f)** $x^8 : x^4$

a) 2^4 b) 3^3 c) $10^1 = 10$

d) a^4 e) m^4 f) x^4

8 **Reduce a una única potencia.**

a) $(5^2)^3$ **b)** $(2^5)^2$ **c)** $(10^3)^3$

d) $(a^5)^3$ **e)** $(m^2)^6$ **f)** $(x^4)^4$

a) 5^6 b) 2^{10} c) 10^9

d) a^{15} e) m^{12} f) x^{16}

9 **Reduce.**

a) $x \cdot x^2 \cdot x^3$ **b)** $m^2 \cdot m^4 \cdot m^4$

c) $(k^9 : k^5) : k^3$ **d)** $(x^5 : x^3) : x^2$

e) $m^6 : (m^8 : m^4)$ **f)** $(k^2 \cdot k^5) : k^6$

g) $(x^2)^5 : x^7$ **h)** $m^{10} : (m^3)^3$

i) $(k^2)^6 : (k^3)^4$ **j)** $(x^5 : x^3)^2$

a) x^6 b) m^{10}

c) $k^1 = k$ d) $x^0 = 1$

e) m^2 f) $k^1 = k$

g) x^3 h) $m^1 = m$

i) $k^0 = 1$ j) x^4

10 **Resuelve estas expresiones con operaciones combinadas:**

a) $\mathbf{6^2 + 2^2 - 2^2 + 5}$

b) $\mathbf{2^4 - 3^8 : 3^6 - 2^2}$

c) $\mathbf{10 + (5^2)^3 : (5^3)^2}$

d) $\mathbf{(10^5 : 5^5) - (2^2 \cdot 2^2)}$

e) $\mathbf{[(8 - 5)^2 \cdot (9 - 6)^3] : 3^5}$

f) $\mathbf{[(7 - 4)^3 - (9 - 4)^2]^4}$

a) $36 + 4 - 4 + 5 = 41$

b) $16 - 3^2 - 4 = 16 - 9 - 4 = 3$

c) $10 + 5^6 : 5^6 = 10 + 1 = 11$

d) $(10 : 5)^5 - 2^4 = 2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$

e) $[3^2 \cdot 3^3] : 3^5 = 3^5 : 3^5 = 3^0 = 1$

f) $[3^3 - 5^2]^4 = [27 - 25]^4 = 2^4 = 16$

4 RAÍZ CUADRADA

Página 36

Para fijar ideas

1 **Teniendo en cuenta los datos del recuadro, completa en tu cuaderno:**

$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$
$16^2 = 256$

a) $\sqrt{175} \approx 13 \rightarrow$ **Raíz entera**

b) $\sqrt{200}$ **… → …**

c) $\sqrt{225}$ **… → …**

d) $\sqrt{250}$ **… → …**

b) $\sqrt{200} \approx 14 \rightarrow$ Raíz entera

c) $\sqrt{225} = 15 \rightarrow$ Raíz exacta

d) $\sqrt{250} \approx 16 \rightarrow$ Raíz entera

Página 37

Para practicar

1 **Copia y completa, como en el ejemplo.**

• $\sqrt{25} = 5 \rightarrow$ **La raíz de 25 es igual a 5.**

a) $\sqrt{49} = 7 \rightarrow$ **…**

b) $\sqrt{64} =$ **… → …**

c) $\sqrt{81} =$ **… → …**

d) $\sqrt{121} =$ **… → …**

a) $\sqrt{49} = 7 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 49 es igual a 7.

b) $\sqrt{64} = 8 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 64 es igual a 8.

c) $\sqrt{81} = 9 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 81 es igual a 9.

d) $\sqrt{121} = 11 \rightarrow$ La raíz cuadrada de 121 es igual a 11.

2 **Calcula mentalmente.**

a) $\sqrt{4}$ **b)** $\sqrt{9}$ **c)** $\sqrt{36}$

d) $\sqrt{400}$ **e)** $\sqrt{900}$ **f)** $\sqrt{3\,600}$

g) $\sqrt{6\,400}$ **h)** $\sqrt{8\,100}$ **i)** $\sqrt{10\,000}$

a) 2 b) 3 c) 6

d) 20 e) 30 f) 60

g) 80 h) 90 i) 100

3 **Calcula la raíz entera en cada caso:**

a) $\sqrt{5}$ **b)** $\sqrt{10}$ **c)** $\sqrt{24}$

d) $\sqrt{32}$ **e)** $\sqrt{39}$ **f)** $\sqrt{50}$

g) $\sqrt{68}$ **h)** $\sqrt{92}$ **i)** $\sqrt{105}$

a) 2 b) 3 c) 4

d) 5 e) 6 f) 7

g) 8 h) 9 i) 10

4 **Escribe en tu cuaderno los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 900.**

15^2	16^2	17^2	18^2	...	30^2
225	256	289	324	...	900

$15^2 = 225$; $16^2 = 256$; $17^2 = 289$; $18^2 = 324$; $19^2 = 361$; $20^2 = 400$; $21^2 = 441$; $22^2 = 484$; $23^2 = 529$; $24^2 = 576$; $25^2 = 625$; $26^2 = 676$; $27^2 = 729$; $28^2 = 784$; $29^2 = 841$; $30^2 = 900$

5 **Calcula, teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior.**

a) $\sqrt{289}$ **b)** $\sqrt{361}$ **c)** $\sqrt{484}$

d) $\sqrt{576}$ **e)** $\sqrt{676}$ **f)** $\sqrt{841}$

a) $\sqrt{289} = 17$ b) $\sqrt{361} = 19$ c) $\sqrt{484} = 22$

d) $\sqrt{576} = 24$ e) $\sqrt{676} = 26$ f) $\sqrt{841} = 29$

6 **Observa el cuadro y calcula indicando si la raíz es exacta o entera.**

$50^2 = 2\,500$	$51^2 = 2\,601$	$52^2 = 2\,704$
$53^2 = 2\,809$	$54^2 = 2\,916$	$55^2 = 3\,025$

a) $\sqrt{2\,550}$ **b)** $\sqrt{2\,601}$ **c)** $\sqrt{2\,725}$

d) $\sqrt{2\,815}$ **e)** $\sqrt{2\,916}$ **f)** $\sqrt{2\,929}$

a) $\sqrt{2\,550} \approx 50 \rightarrow$ entera b) $\sqrt{2\,601} = 51 \rightarrow$ exacta

c) $\sqrt{2\,725} \approx 52 \rightarrow$ entera d) $\sqrt{2\,815} \approx 53 \rightarrow$ entera

e) $\sqrt{2\,916} = 54 \rightarrow$ exacta f) $\sqrt{2\,929} \approx 54 \rightarrow$ entera

7 **Calcula por tanteo.**

a) $\sqrt{90}$ **b)** $\sqrt{150}$ **c)** $\sqrt{700}$

d) $\sqrt{1\,521}$ **e)** $\sqrt{6\,816}$ **f)** $\sqrt{10\,816}$

a) $\left.\begin{matrix} 9^2 = 81 \\ 10^2 = 100 \end{matrix}\right\} \sqrt{90} \approx 9$

b) $\left.\begin{matrix} 12^2 = 144 \\ 13^2 = 169 \end{matrix}\right\} \sqrt{150} \approx 12$

c) $\left.\begin{matrix} 26^2 = 676 \\ 27^2 = 729 \end{matrix}\right\} \sqrt{700} \approx 26$

d) $39^2 = 1\,521 \rightarrow \sqrt{1\,521} = 39$

e) $\left.\begin{matrix} 82^2 = 6\,724 \\ 83^2 = 6\,889 \end{matrix}\right\} \sqrt{6\,816} \approx 82$

f) $104^2 = 10\,816 \rightarrow \sqrt{10\,816} = 104$

8 **Resuelve.**

a) $\sqrt{121} - \sqrt{100} + \sqrt{81}$

b) $\left(4 \cdot \sqrt{25} - 5 \cdot \sqrt{9}\right) : 5$

c) $\sqrt{4^3 - 2^5} - \sqrt{5^2 + 7}$

d) $(8-6)^6 : \sqrt{4^4}$

a) $11 - 10 + 9 = 10$

b) $(4 \cdot 5 - 5 \cdot 3) : 5 = (20 - 15) : 5 = 5 : 5 = 1$

c) $\sqrt{64 - 32} - \sqrt{25 + 7} = \sqrt{32} - \sqrt{32} = 0$

d) $2^6 : \sqrt{256} = 64 : 16 = 4$

Página 38

Para practicar

9 **Copia en tu cuaderno y completa las siguientes raíces resueltas mediante el algoritmo:**

$\sqrt{1\,1\,5\,8}$	$\square 4$
$-\square$	$6\square \times \square$
$\square\square\square$	
$-\ 2\ 5\ 6$	
$0\ 0\ \square$	

$\sqrt{2\,7\,3\,8}$	$5\square$
$-\square\square$	$102 \times$
2	
$2\ 3\ 8$	
$-\square\square\square$	
$\square\square\square$	

$\sqrt{1\ 1\ 5\ 8}$	$\boxed{3}4$
$-\ \boxed{9}$	$6\boxed{4} \times \boxed{4}$
$\boxed{2}\boxed{5}\boxed{8}$	
$-\ 2\ 5\ 6$	
$0\ 0\ \boxed{2}$	

$\sqrt{2\ 7\ 3\ 8}$	$5\boxed{2}$
$-\ \boxed{2}\boxed{5}$	102×2
$2\ 3\ 8$	
$-\ \boxed{2}\boxed{0}\boxed{4}$	
$\boxed{0}\boxed{3}\boxed{4}$	

10 **Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.**

a) $\sqrt{1\,444}$

b) $\sqrt{2\,025}$

c) $\sqrt{2\,945}$

d) $\sqrt{3\,974}$

e) $\sqrt{20\,164}$

f) $\sqrt{126\,782}$

a)

$\sqrt{1444}$	38
$-\ 9$	68×8
544	
$-\ 544$	
000	

b)

$\sqrt{2025}$	45
-16	85×5
425	
$-\ 425$	
000	

c)

$\sqrt{2945}$	54
-25	104×4
445	
$-\ 416$	
029	

d)

$\sqrt{3974}$	63
-36	123×3
374	
$-\ 369$	
005	

e)

$\sqrt{20164}$	142
-1	24×4
101	282×2
$-\ 96$	
564	
$-\ 564$	
000	

f)

$\sqrt{126782}$	356
$-\ 9$	65×5
367	706×6
$-\ 325$	
04282	
$-\ 4236$	
0046	

11 **Obtén con ayuda de la calculadora.**

a) $\sqrt{2\,936}$

b) $\sqrt{10\,568}$

c) $\sqrt{528\,471}$

a) $\sqrt{2\,936} = 54$

b) $\sqrt{10\,568} = 103$

c) $\sqrt{528\,471} = 727$

Página 39

Ejercicios y problemas

Cálculo de potencias

1 **Calcula mentalmente.**

a) 2^4 **b)** 6^3 **c)** 3^5

d) 20^4 **e)** 30^0

a) 16 b) 216 c) 243

d) 160 000 e) 1

2 **Copia en tu cuaderno y completa.**

a) $\square^3 = 8\,000$ **b)** $\square^2 = 4\,900$

c) $\square^4 = 10\,000$ **d)** $\square^4 = 160\,000$

a) $20^3 = 8\,000$ b) $70^2 = 4\,900$

c) $10^4 = 10\,000$ d) $20^4 = 160\,000$

3 **Calcula el exponente en cada caso:**

a) $2^x = 256$ **b)** $10^x = 10\,000$

c) $7^x = 2\,401$ **d)** $13^x = 2\,197$

a) $x = 8$ b) $x = 4$

c) $x = 4$ d) $x = 3$

4 **Calcula con lápiz y papel.**

a) 5^5 **b)** 9^5 **c)** 1^{10}

d) 15^3 **e)** 16^4

a) 3 125 b) 59 049 c) 1

d) 3 375 e) 65 536

5 **Obtén con la calculadora.**

a) 4^{12} **b)** 5^{10} **c)** 45^3

d) 67^4 **e)** 99^3

a) 16 777 216 b) 9 765 625 c) 91 125

d) 20 151 121 e) 970 299

6 **Escribe todos los cuadrados perfectos comprendidos entre 1 000 y 1 500.**

$32^2 = 1\,024$ $33^2 = 1\,089$ $34^2 = 1\,156$ $35^2 = 1\,225$

$36^2 = 1\,296$ $37^2 = 1\,369$ $38^2 = 1\,444$

7 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
	3				
		16			
			1 000		
				16	
					1

a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
1	3	9	27	81	243
1	4	16	64	256	1 024
1	10	100	1 000	10 000	100 000
1	2	4	8	16	32
1	1	1	1	1	1

Potencias de base 10. Expresión abreviada de números grandes

8 **Escribe con todas sus cifras.**

a) 10^2 **b)** 10^6 **c)** 10^{10} **d)** 10^{12} **e)** 10^{16}

a) 100 b) 1 000 000 c) 10 000 000 000

d) 1 000 000 000 000 e) 10 000 000 000 000 000

9 **Escribe como potencia de base 10.**

a) Cien. **b) Cien millones.**

c) Cien billones. **d) Cien mil billones.**

a) 10^2 b) 10^8

c) 10^{14} d) 10^{17}

10 **Expresa con todas sus cifras.**

a) $13 \cdot 10^7$ **b)** $34 \cdot 10^9$ **c)** $62 \cdot 10^{11}$

a) 130 000 000 b) 34 000 000 000 c) 6 200 000 000 000

11 **Transforma como el ejemplo.**

• $180\,000 = 18 \cdot 10^4$

a) 5 000 **b) 1 700 000** **c) 4 000 000 000**

a) $5 \cdot 10^3$ b) $17 \cdot 10^5$ c) $4 \cdot 10^9$

12 **En un kilómetro hay $10^3 = 1\,000$ metros, y en un metro hay $10^2 = 100$ centímetros. Expresa, de la misma forma, los centímetros que hay en un kilómetro.**

$\left.\begin{matrix} 1\text{ km} = 10^3\text{ m} \\ 1\text{ m} = 10^2\text{ cm} \end{matrix}\right\} \rightarrow 1\text{ km} = 10^3 \cdot 10^2 = 10^5\text{ cm}$

13 **Redondea a la centena de millar y escribe abreviadamente con el apoyo de una potencia de base 10 el número de habitantes de cada una de estas ciudades:**

CASABLANCA: **5 899 000**

SAN FRANCISCO: **5 929 000**

PARÍS: **10 858 000**

PEKÍN: **21 009 000**

Casablanca: $5\,900\,000$ y $59 \cdot 10^5$

San Francisco: $5\,900\,000$ y $59 \cdot 10^5$

París: $10\,800\,000$ y $108 \cdot 10^5$

Pekín: $21\,000\,000$ y $21 \cdot 10^6$

14 **Ordena, de menor a mayor, estas cantidades:**

$8 \cdot 10^9$	$17 \cdot 10^7$	$98 \cdot 10^6$
10^{10}	$16 \cdot 10^8$	$9 \cdot 10^9$

$98 \cdot 10^6 < 17 \cdot 10^7 < 16 \cdot 10^8 < 8 \cdot 10^9 < 9 \cdot 10^9 < 10^{10}$

15 **Escribe en la notación abreviada, con ayuda de una potencia de base 10.**

a) Ocho mil quinientos millones.

b) Dos billones, trescientos mil millones.

c) Cuatro trillones, novecientos mil billones.

a) $8\,500\,000\,000 = 85 \cdot 10^8$

b) $2\,300\,000\,000\,000 = 23 \cdot 10^{11}$

c) $4\,900\,000\,000\,000\,000\,000 = 49 \cdot 10^{17}$

Operaciones con potencias

16 **Calcula.**

a) $\mathbf{7^2 - 6^2 + 5^2 - 4^2}$

b) $\mathbf{(5 - 4 + 2 - 1)^3}$

c) $\mathbf{(10 - 6)^2 - (10 - 8)^3}$

d) $\mathbf{3^4 - (5 - 3)^2 - (2^3)^2}$

e) $\mathbf{(13 - 3)^2 \cdot (7 + 3)^2 + (15 - 5)^2 \cdot 10}$

a) $49 - 36 + 25 - 16 = 22$

b) $2^3 = 8$

c) $4^2 - 2^3 = 16 - 8 = 8$

d) $81 - 2^2 - 2^6 = 81 - 4 - 64 = 13$

e) $10^2 \cdot 10^2 + 10^2 \cdot 10 = 10^4 + 10^3 = 10\,000 + 1\,000 = 11\,000$

17 **Calcula de la forma más sencilla.**

a) $\mathbf{8^2 \cdot 5^2}$ **b)** $\mathbf{2^6 \cdot 5^6}$ **c)** $\mathbf{25^3 \cdot 4^3}$

d) $\mathbf{6^5 : 3^5}$ **e)** $\mathbf{15^3 : 5^3}$ **f)** $\mathbf{20^4 : 5^4}$

a) $40^2 = 1\,600$ b) $10^6 = 1\,000\,000$ c) $100^3 = 1\,000\,000$

d) $2^5 = 32$ e) $3^3 = 27$ f) $4^4 = 256$

18 **Reflexiona sobre estos enunciados y tradúcelos a igualdades o desigualdades matemáticas:**

a) Potencia de un producto. ↔ Producto de las potencias de los factores.

b) Potencia de una suma. ↔ Suma de las potencias de los sumandos.

c) Producto de potencias de igual base. ↔ La misma base elevada a la suma de exponentes.

d) Potencia de potencia. ↔ La misma base elevada al producto de los exponentes.

e) Potencia de exponente cero. ↔ Uno.

a) $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

b) $(a + b)^m \neq a^m + b^m$

c) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

d) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

e) $a^0 = 1$

Página 40

19 **Reduce estas expresiones:**

a) $x^8 : x^3$ **b)** $m^4 \cdot m^2$ **c)** $(k^2)^4$

d) $x^5 \cdot x^5$ **e)** $(m^3)^2$ **f)** $k^6 : k^4$

a) x^5 b) m^6 c) k^8

d) x^{10} e) m^6 f) k^2

20 **Copia en tu cuaderno y sustituye cada asterisco por el exponente que corresponda.**

a) $6^4 \cdot 6^3 = 6^*$ **b)** $a^5 \cdot a^3 = a^*$

c) $m^3 \cdot m^* = m^9$ **d)** $2^6 : 2^4 = 2^*$

e) $a^9 : a^8 = a^*$ **f)** $m^8 : m^* = m^6$

g) $(4^2)^3 = 4^*$ **h)** $(a^2)^2 = a^*$

i) $(m^4)^* = m^{12}$ **j)** $(x^*)^2 = x^{12}$

a) $6^4 \cdot 6^3 = 6^7$ b) $a^5 \cdot a^3 = a^8$

c) $m^3 \cdot m^6 = m^9$ d) $2^6 : 2^4 = 2^2$

e) $a^9 : a^8 = a^1$ f) $m^8 : m^2 = m^6$

g) $(4^2)^3 = 4^6$ h) $(a^2)^2 = a^4$

i) $(m^4)^3 = m^{12}$ j) $(x^6)^2 = x^{12}$

21 **Calcula.**

a) $18^4 : (2^4 \cdot 3^4)$ **b)** $(3^5 \cdot 3^3) : 3^6$

c) $(15^4 : 3^4) : 5^2$ **d)** $(4^5)^2 : (4^7 : 4^3)$

e) $(6^2 \cdot 6^5) : (6^3 \cdot 6^4)$ **f)** $(40^7 : 5^7) : (2^5 \cdot 4^5)$

a) $18^4 : 6^4 = 3^4 = 81$ b) $3^8 : 3^6 = 3^2 = 9$

c) $5^4 : 5^2 = 5^2 = 25$ d) $4^{10} : 4^4 = 4^6 = 4\,096$

e) $6^7 : 6^7 = 1$ f) $8^7 : 8^5 = 8^2 = 64$

22 **Reduce a una sola potencia.**

a) $(a^7 : a) \cdot a^3$ **b)** $(x^9 : x^4) : x^3$

c) $(m^2)^5 : (m^3)^2$ **d)** $(a^5)^3 : (a^4)^3$

e) $(x^3 \cdot x^7) : (x \cdot x^6)$ **f)** $(m^5 : m^4) \cdot (m^4 : m^3)$

a) $a^6 \cdot a^3 = a^9$ b) $x^5 : x^3 = x^2$

c) $m^{10} : m^6 = m^4$ d) $a^{15} : a^{12} = a^3$

e) $x^{10} : x^7 = x^3$ f) $m^1 \cdot m^1 = m^2$

23 ***Reducir a una sola potencia y, después, calcular:***

$$2^{10} : 4^4$$

Ejercicio resuelto.

24 **Copia, sustituye cada asterisco por el número adecuado y, finalmente, calcula.**

a) $2^{12} : 4^5 = 2^{12} : (2^*)^5 = 2^{12} : 2^* = 2^* = \ldots$

b) $3^6 : 9^2 = 3^6 : (3^*)^2 = 3^6 : 3^* = 3^* = \ldots$

c) $25^3 : 5^4 = (5^*)^3 : 5^4 = 5^* : 5^4 = 5^* = \ldots$

d) $16^4 : 4^5 = (4^*)^4 : 4^5 = 4^* : 4^5 = 4^* = \ldots$

a) $2^{12} : (2^2)^5 = 2^{12} : 2^{10} = 2^2 = 4$

b) $3^6 : (3^2)^2 = 3^6 : 3^4 = 3^2 = 9$

c) $(5^2)^3 : 5^4 = 5^6 : 5^4 = 5^2 = 25$

d) $(4^2)^4 : 4^5 = 4^8 : 4^5 = 4^3 = 64$

25 **Copia, sustituye cada asterisco por el número adecuado y, finalmente, calcula.**

a) $(5^5 \cdot 5^3) : 25^3 = (5^5 \cdot 5^3) : (5^*)^3 = \ldots$

b) $(2^3 \cdot 4^2) : 8 = [2^3 \cdot (2^*)^2] : 2^* = [2^3 \cdot 2^*] : 2^* = \ldots$

c) $(3^4 \cdot 9^2) : 27^2 = [3^4 \cdot (3^*)^2] : (3^*)^2 = [3^4 \cdot 3^*] : 3^* = \ldots$

a) $(5^5 \cdot 5^3) : (5^2)^3 = (5^8) : (5^2)^3 = 5^8 : 5^6 = 5^2 = 25$

b) $[2^3 \cdot (2^2)^2] : 2^3 = [2^3 \cdot 2^4] : 2^3 = 2^7 : 2^3 = 2^4 = 16$

c) $[3^4 \cdot (3^2)^2] : (3^3)^2 = [3^4 \cdot 3^4] : 3^6 = 3^8 : 3^6 = 3^2 = 9$

Expresa y calcula

26 **Un restaurante ofrece en su carta nueve primeros platos, nueve segundos y tres postres. Expresa con una potencia y calcula el número de menús diferentes que se pueden elegir.**

$3^2 \cdot 3^2 \cdot 3 = 3^5$

Se pueden elegir 243 menús diferentes.

27 **Pon los exponentes en tu cuaderno y calcula.**

a) Montse tiene una caja con muchos cubitos de goma de 1 cm de arista. Y con ellos construye tres cubos iguales de 3 cm de arista.

Número de cubitos usados: $3^{\square}$ = …

b) Un hortelano planta lechugas en una parcela de su huerta. Las distribuye en 25 surcos y en cada surco pone 25 lechugas.

Número de lechugas: $25^{\square}$ = …

c) Un camión de reparto lleva 6 palés de cajas de leche. En cada palé van 36 cajas, y en cada caja, 6 tetrabriks de litro.

Número de litros: $6^{\square}$ = …

a) $3^4 = 81$ b) $25^2 = 625$ c) $6^4 = 1\,296$

Raíz cuadrada

28 **Calcula, por tanteo, la raíz exacta o la entera.**

a) $\sqrt{90}$ **b) $\sqrt{121}$** **c) $\sqrt{1\,785}$**

a) 9 b) 11 (exacta) c) 42

29 **Resuelve con la calculadora.**

a) $\sqrt{655}$ **b) $\sqrt{1\,024}$** **c) $\sqrt{1\,369}$**

d) $\sqrt{4\,225}$ **e) $\sqrt{12\,664}$** **f) $\sqrt{33\,856}$**

a) 25 b) 32 (exacta) c) 37 (exacta)

d) 65 (exacta) e) 112 f) 184 (exacta)

30 **Copia en tu cuaderno los cuadrados perfectos.**

1 000 1 225 1 600 1 724 1 601 2 464

3 364 3 540 3 773 3 844 4 000 5 625

$1\,225 = 35^2$ $1\,600 = 40^2$ $3\,364 = 58^2$

$3\,844 = 62^2$ $5\,625 = 75^2$

31 **Copia en tu cuaderno y sustituye cada casilla por el signo «=» o por el signo «≠», según corresponda.**

a) $2 \cdot \sqrt{9} \square \sqrt{36}$ **b) $3 \cdot \sqrt{4} \square \sqrt{12}$** **c) $5 \cdot \sqrt{16} \square 20$**

d) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \square 10$ **e) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \square \sqrt{18}$** **f) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} \square \sqrt{16}$**

a) $2 \cdot \sqrt{9} = \sqrt{36}$ b) $3 \cdot \sqrt{4} \neq \sqrt{12}$ c) $5 \cdot \sqrt{16} = 20$

d) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 10$ e) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} \neq \sqrt{18}$ f) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{16}$

32 **Apoyándote en el concepto de raíz cuadrada, se puede decir que:**

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a \\ \left(\sqrt{a}\right)^2 = b^2\end{array}\right\} \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

Teniendo en cuenta lo anterior, resuelve.

a) $\sqrt{5^2+12^2}-\left(\sqrt{5}\right)^2$

a) $13 - 5 = 8$

b) $\left(\sqrt{2}\right)^4+\left(\sqrt{3}\right)^2-5^0$

b) $2^2 + 3 - 1 = 6$

Página 41

Resuelve problemas

33 ***Marta ha comprado cinco pliegos con cuarenta pegatinas cada uno y ha decorado el cubo pequeño. ¿Le quedan suficientes pegatinas para decorar de la misma forma el cubo grande?***

Problema resuelto.

En el cubo pequeño usó $6 \cdot 3^2 = 54$ pegatinas.

Le quedan $200 - 54 = 146$ pegatinas.

Para el cubo grande necesita $6 \cdot 6^2 = 216$ pegatinas.

No le quedan suficientes pegatinas para decorar el cubo grande.

34 **¿Cuáles son las dimensiones del mayor suelo cuadrado que se puede cubrir con 200 baldosas cuadradas de 20 cm de lado, sin partir ninguna? ¿Cuántas baldosas sobran?**

$14^2 = 196$ $\qquad$ $15^2 = 225$

El mayor suelo que se puede cubrir es de 14 m^2.

Sobran 4 baldosas $(200 - 196 = 4)$.

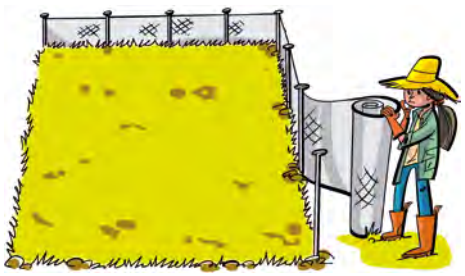
35 **Marcos tiene una bolsa con 50 dados de madera de 1 cm de arista. ¿Cuál es la arista del mayor cubo que puede construir con ellos? ¿Cuántos dados sobran?**

$3^3 = 27$ $\qquad$ $4^3 = 64$

El mayor cubo será de 3 cm de arista.

Le sobran 23 dados $(50 - 27 = 23)$.

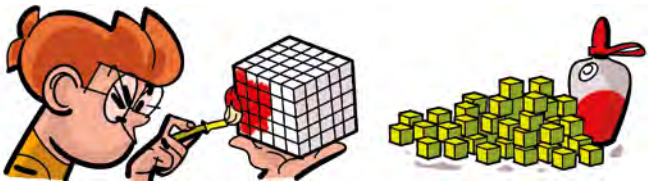
36 **Una finca cuadrada tiene 900 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros lineales de alambrada habría que comprar para cercarla?**



Cada lado de la finca medirá $900 = 30$ m.

Por tanto, se necesitan $4 \cdot 30 = 120$ m de alambrada para cercar la finca.

37 **Observa el cubo de la ilustración formado por $5 \times 5 \times 5$ cubitos unitarios.**



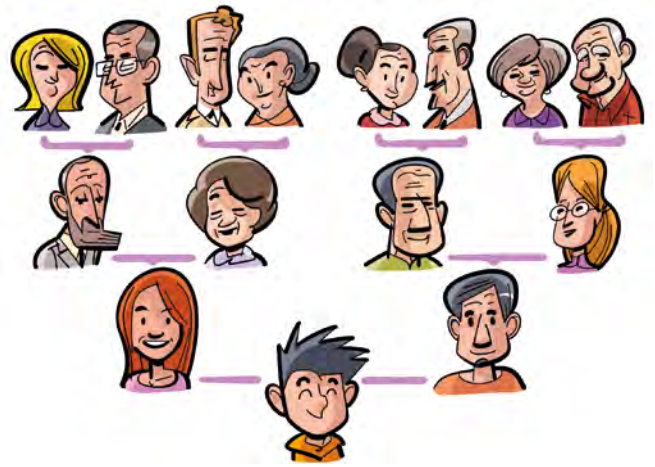
a) Supón que lo pintamos de rojo. ¿Cuántos cubitos unitarios habrían quedado parcialmente pintados?

b) Supón que lo queremos hacer más grande, recubriéndolo completamente con una capa de cubitos verdes. ¿Cuántos cubitos verdes necesitaríamos?

a) Habrían quedado pintados $5^3 - 3^3 = 125 - 27 = 98$ cubitos.

b) Necesitaríamos $7^3 - 5^3 = 343 - 125 = 218$ cubitos verdes.

38 **¿Cuántos padres y cuántas madres tenían entre todos tus tatarabuelos?**



Padre y madre $\rightarrow$ 2

Abuelos y abuelas $\rightarrow$ $2^2 = 4$

Bisabuelos y bisabuelas $\rightarrow$ $2^3 = 8$

Tatarabuelos y tatarabuelas $\rightarrow$ $2^4 = 16$

Por tanto, entre todos tus tatarabuelos tenían $2^5 = 32$ padres y madres.

Problemas «+»

39 **Alberto les cuenta un cotilleo a Nacho y Sara.**

Diez minutos después, Nacho se lo ha contado ya a Raquel y a Marta; y Sara, a Rosa y a Pablo.

Pasados otros diez minutos, cada uno de estos últimos se lo ha contado a otras dos personas.

Si la difusión del cotilleo sigue al mismo ritmo, ¿cuántas personas lo sabrán una hora después de que se enteraran Nacho y Sara?

A los diez minutos de que se enteran Nacho y Sara, lo saben dos personas más, y cada diez minutos la gente que lo sabe se multiplica por dos.

Una hora son 60 minutos y $60 : 10 = 6$ tramos de 10 minutos, así que a la hora de enterarse Nacho y Sara lo sabrán ya $2^6 = 64$ personas.

40 **El suelo de una habitación cuadrada está enlosado con 484 baldosas de 15 cm de lado. Son todas blancas, excepto las que están a 15 cm de la pared, que forman un marco decorativo de color rojo.**

¿Cuántas baldosas rojas hay en ese suelo?

El lado de la habitación tiene $\sqrt{484} = 22$ baldosas.

Quitanto todas las baldosas de alrededor, queda un cuadrado de 20 baldosas de lado, de borde rojo, lo que hace un total de $20^2 = 400$ baldosas.

Si a este último cuadrado le restamos el cuadrado blanco interior, que tiene 18 baldosas de lado, tendremos $20^2 - 18^2 = 400 - 324 = 76$ baldosas rojas.

Página 42

LEE E INFÓRMATE

Números en las computadoras

- **Estudia y completa las tablas en tu cuaderno, siguiendo la lógica de las primeras filas.**

	ÓRDENES DE UNIDADES			
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7				

	ÓRDENES DE UNIDADES			
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
8				
9				
10	1	0	1	0
11				
12				
13				
14				
15	1	1	1	1

Cuando hayas terminado, habrás traducido al sistema binario los primeros quince números naturales.

	ÓRDENES DE UNIDADES			
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
0	**0**	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**0**	**0**	**1**
2	**0**	**0**	**1**	**0**
3	**0**	**0**	**1**	**1**
4	**0**	**1**	**0**	**0**
5	**0**	**1**	**0**	**1**
6	**0**	**1**	**1**	**0**
7	0	1	1	1

	ÓRDENES DE UNIDADES			
	2^3	2^2	2^1	2^0
	8	4	2	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	**1**	**0**	**1**	**0**
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	**1**	**1**	**1**	**1**

INVESTIGA

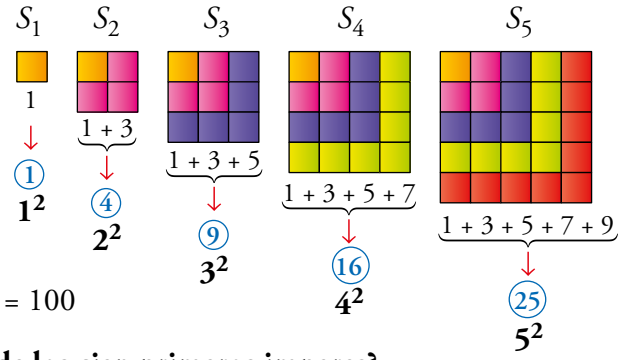
Números impares, cuadrados y cubos

- **Según esto, calcula:**

  a) La suma de los siete primeros números impares.

  $S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$

  b) La suma de los diez primeros números impares (S_{10}).



a) $S_7 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$

b) $S_{10} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 10^2 = 100$

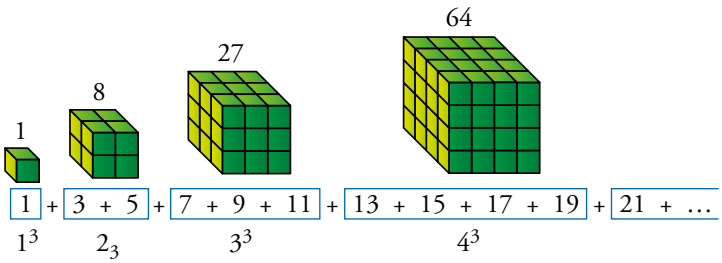
- **¿Cómo calcularías, de forma rápida y sencilla, la suma de los cien primeros impares?**

  $S_{100} = 1 + 3 + 5 + \ldots + 199$

  $S_{100} = 1 + 3 + 5 + \ldots + 199 = 100^2 = 10\,000$

- **Averigua qué porción de la suma anterior has de tomar...**

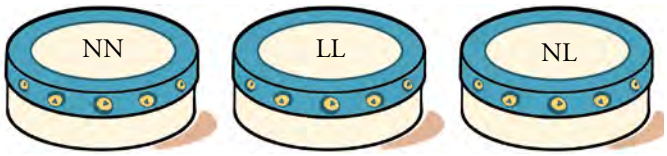
  $5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$



ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Pon ejemplos, manipula, tantea

- **Tengo tres cajas idénticas. Una contiene caramelos de naranja; otra, caramelos de limón, y la tercera contiene una mezcla de caramelos de naranja y de limón. Están etiquetadas con estas referencias, pero ninguna caja lleva la etiqueta que le corresponde.**



NN → Solo caramelos de naranja.

LL → Solo caramelos de limón.

NL → Caramelos de naranja y de limón.

Raquel dice que si me da una caja y yo saco un caramelo y se lo enseño, puede adivinar el contenido de todas las cajas. ¿Está en lo cierto? Explica cómo lo consigue.

Raquel tomará la caja etiquetada con NL (es lo más sensato), y sacará un caramelo. Recordemos que en esta caja los caramelos no pueden estar mezclados (lee el enunciado).

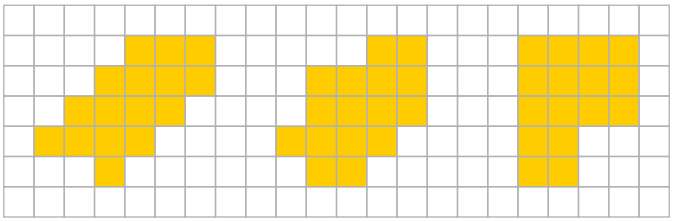
— Si el caramelo es de limón…

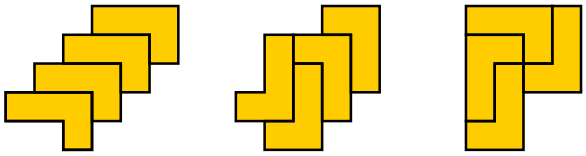
- Esta caja NL es la que contiene los caramelos de limón.
- La caja etiquetada con NN no puede contener caramelos de naranja (por enunciado) y tampoco de limón. Es, por tanto, la caja mixta.
- Solo falta LL que, sin duda, tendrá en su interior los caramelos de naranja.

— Si el caramelo fuese de naranja, el razonamiento sería similar y…

NL, naranja LL, mezcla NN, limón

- **Divide cada figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño.**





AUTOEVALUACIÓN

1 **Expresa en forma de potencia.**

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ **b)** $10 \cdot 10 \cdot 10$

c) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ **d)** $m \cdot m$

a) 5^4 b) 10^3

c) a^5 d) m^2

2 **Calcula.**

a) 2^6 **b)** 5^3 **c)** 7^2 **d)** 10^6

a) 64 b) 125 c) 49 d) 1 000 000

3 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) $2^{\square} = 8$ **b)** $5^{\square} = 125$ **c)** $\square^2 = 81$ **d)** $\square^4 = 81$

a) 2^3 b) 5^3 c) 9^2 d) 3^4

4 **Copia y completa esta tabla en tu cuaderno:**

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS	
La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.	
Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.	
Para dividir…	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Para elevar una potencia a otra potencia…	

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS	
La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor.	$(a : b)^n = a^n : b^n$
Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes.	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Para dividir dos potencias de la misma base, se restan los exponentes.	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Para elevar una potencia a otra potencia…	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

5 **Reduce a una sola potencia.**

a) $a^3 \cdot a^2$ **b)** $x^5 : x^4$ **c)** $(a^3)^4$

a) a^5 b) x c) a^{12}

6 **Calcula por el camino más corto.**

a) $2^4 \cdot 5^4$ **b)** $18^3 : 9^3$

a) $(2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$ b) $(18 : 9)^3 = 2^3 = 8$

7 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) $x^3 \cdot y^3 = (\square \cdot \square)^{\square}$ **b)** $x^4 : y^4 = (\square : \square)^{\square}$

a) $x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3$ b) $x^4 : y^4 = (x : y)^4$

8 **Reduce.**

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$ **b)** $(a^5)^2 : (a^2)^3$

a) x^3 b) a^4

9 **Copia en tu cuaderno y completa.**

a) $\sqrt{36} = \square$ **b)** $\sqrt{400} = \square$ **c)** $\sqrt{10\,000} = \square$

d) $\sqrt{\square} = 3$ **e)** $\sqrt{\square} = 8$ **f)** $\sqrt{\square} = 30$

a) $\sqrt{36} = 6$ b) $\sqrt{400} = 20$ c) $\sqrt{10\,000} = 100$

d) $\sqrt{9} = 3$ e) $\sqrt{64} = 8$ f) $\sqrt{900} = 30$

10 **Calcula con lápiz y papel la raíz cuadrada entera de 2 920. Después, comprueba con la calculadora.**

$\sqrt{2920}$	54
-25	$104 \cdot 4$
420	
$-\ 416$	
4	

11 **Álvaro dibuja tres cuadrados: uno de 5 cm de lado, otro de 12 cm de lado y el tercero de 13 cm de lado. Después, colorea de rojo los dos primeros y de verde el último. ¿Qué superficie es mayor, la verde o la roja?**

$5^2 + 12^2 = 169$ cm^2 $13^2 = 169$ cm^2

Ambas superficies son iguales.

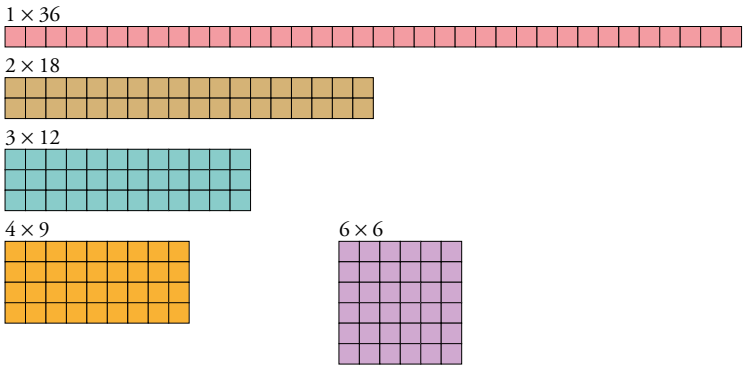
12 **¿Cuántos dados de madera, de 1 cm de arista, hay en 10 paquetes como el que ves en la ilustración?**

Habrá $10^4 = 10\,000$ dados en total.

3 DIVISIBILIDAD

Página 44

1 **Dibuja sobre una cuadrícula todos los rectángulos que ocupen 36 cuadraditos.**



2 **¿Cuántos rectángulos de 40 cuadraditos podrías construir? ¿Y de 41?**

Podría ser de 1 × 40, de 2 × 20, de 4 × 10 y de 5 × 8.

De 41 cuadrados solo podría ser un rectángulo de 1 × 41.

Página 45

3 **Construye de la misma forma, y anota los cinco primeros términos, de la «serie del 11».**

11, 22, 33, 44 y 55.

4 **Experimenta, con el mismo procedimiento, la formación de series de otros números.**

Respuesta abierta.

5 **Busca algunos números más de cada uno de los grupos anteriores.**

Respuesta abierta. Por ejemplo: $6 = 3 \times 2$; $55 = 5 \times 11$; $37 = 37 \times 1$

1 LA RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD

Página 47

Para fijar ideas

1 **Observa estas divisiones, copia en tu cuaderno y completa.**

a) $35 \mid 5$ / $0 \quad 7$

a) 35 es divisible por 5.
35 es múltiplo de 5.
5 es divisor de 35.

b) $86 \mid 12$ / $02 \quad 7$

b) 86 no es divisible por 12.
86 no es múltiplo de 12.
12 no es divisor de 86.

c) $117 \mid 13$ / $0 \quad 9$

c) 117 es divisible por 13.
117 es múltiplo de 13.
13 es divisor de 117.

2 **Comprueba si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad. Después, copia y completa.**

a) 63 y 9 **b) 78 y 13** **c) 106 y 6**

a) Están emparentados por la regla de divisibilidad.
63 es divisible por 9.
63 es múltiplo de 9.
9 es divisor de 63.

b) Están emparentados por la regla de divisibilidad.
78 es divisible por 13.
78 es múltiplo de 13.
13 es divisor de 78.

c) No están emparentados por la regla de divisibilidad.
106 no es divisible por 6.
106 no es múltiplo de 6.
6 no es divisor de 106.

3 **Un colegio contrata autobuses de 45 plazas para llevar a 294 alumnos y alumnas de excursión.**

a) ¿Cuántos autobuses necesita? ¿Irán todos llenos?

b) ¿Y si los autobuses fueran de 42 plazas?

c) ¿Es 45 divisor de 294? ¿Y 42?

d) ¿Es 294 múltiplo de 45? ¿Y de 42?

a) Necesitaría 7 autobuses. No irán todos llenos.

b) Si fueran de 42 plazas, necesitaría 7 y no sobraría ninguna plaza.

c) 45 no es divisor de 294.
42 sí es divisor de 294.

d) 294 no es múltiplo de 45.
294 sí es múltiplo de 42.

Para practicar

1 **Piensa y contesta, justificando tus respuestas.**

a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumnos y alumnas en equipos de 7, sin que sobre nadie?

b) Marta da pasos de 60 cm. ¿Puede recorrer 100 metros en un número exacto de pasos?

c) ¿Puede vaciarse una tina de aceite, de 1 500 litros, en un número exacto de garrafas de 5 litros?

d) ¿Tiene algún mes un número exacto de semanas?

a) No, porque la división de 30 entre 7 no es exacta.

b) No, porque 100 metros son 10 000 centímetros y 10 000 entre 60 no da exacto.

c) Sí, ya que la división de 1 500 entre 5 es exacta (se llenarían 300 garrafas).

d) Solo febrero en años no bisiestos, pues tiene 28 días que se pueden dividir entre 7 días que tiene una semana de manera exacta.

2 **Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:**

a) 224 y 16 **b) 420 y 35** **c) 613 y 13**

d) 513 y 19 **e) 688 y 44** **f) 2 070 y 46**

a) Sí, porque $224 = 16 \cdot 14$.

b) Sí, porque $420 = 35 \cdot 12$.

c) No, la división no es exacta.

d) Sí, porque $513 = 27 \cdot 19$.

e) No, la división no es exacta.

f) Sí, porque $2\,070 = 46 \cdot 45$.

3 **¿Verdadero o falso?**

a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.

b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.

c) 42 es divisible por 7.

d) 54 es divisible por 8.

e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Falso. La división de 54 entre 8 no es una división exacta.

e) Verdadero.

4 **Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.**

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

5 **Busca entre estos números:**

5 10 15 20 30

35 45 60 75 90

a) Todos los que sean divisores de 90.

a) 5, 10, 15, 30, 45 y 90

b) Todos los que sean múltiplos de 3.

b) 15, 30, 45, 60, 75 y 90

6 **Explica con claridad.**

a) ¿Por qué 522 es múltiplo de 29?

b) ¿Por qué 17 es divisor de 544?

a) 522 es múltiplo de 29 porque al dividir 522 entre 29 el resultado es exacto. Es decir, si multiplicas 29 por 18 te da como resultado 522.

b) 17 es divisor de 544 porque si divides 544 entre 17 el resultado es exacto (32).

7 **Considera estos números:**

8	**10**	**20**	**24**	**30**
45	**60**	**75**	**95**	**120**

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?

b) ¿Cuáles son múltiplos de 10?

a) 8, 20, 24, 60 y 120

b) 10, 20, 30, 60 y 120

2 ▶ LOS MÚLTIPLOS Y LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Página 50

Para fijar ideas

1 **Escribe.**

a) Tres múltiplos de 5. **b) Tres múltiplos de 12.**

c) Tres múltiplos de 19. **d) Tres múltiplos de 30.**

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) 5, 10, 15, 20, 25, 30… b) 12, 24, 36, 48, 60, 72…

c) 19, 38, 57, 76, 95, 114… d) 30, 60, 90, 120, 150, 180…

2 **Escribe los diez primeros múltiplos de 25.**

25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225 y 250

3 **a) ¿Cuál es el primer múltiplo de 8 mayor que 100?**

b) ¿Cuál es el último múltiplo de 8 antes de 1 000?

a) Es el 104. b) Es el 992.

4 **Busca todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 300 y 360.**

301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350 y 357

5 **Encuentra, mentalmente, los divisores de cada uno de estos números:**

a) 8 **b) 12** **c) 15** **d) 20** **e) 28**

a) 1, 2, 4 y 8 b) 1, 2, 3, 4, 6 y 12 c) 1, 3, 5 y 15

d) 1, 2, 4, 5, 10 y 20 e) 1, 2, 4, 7, 14 y 28

6 **¿Cuál es el número cuyos divisores son los siguientes?**

1 2 3 4 6 8 12 24

24

7 **Observa y después, contesta.**

44 | 1	44 | 2	44 | 3	44 | 4
0 44	0 22	2 14	0 11

44 | 5	44 | 6	44 | 7
4 8	2 7	2 6

a) Escribe seis divisores de 44.

b) ¿Tiene 44 otros divisores, además de los anteriores?

a) 1, 2, 4, 11, 22 y 44

b) No, porque si dividimos entre números más grandes el cociente es cada vez más pequeño.

8 **¿Cuáles de estos números son pares? ¿Y divisibles por 2?**

21 - 28 - 45 - 59 - 80 - 88 - 146 - 255 - 270 - 299

Pares: 28, 80, 88, 146 y 270.

Divisibles por 2: todos los pares.

9 **Copia estos números y subraya los que sean múltiplos de 5.**

60 - 72 - 80 - 85 - 100 - 103 - 130 - 155 - 210

¿Cuáles de los números que has subrayado son también múltiplos de 10?

Múltiplos de 5: 60, 80, 85, 100, 130, 155, 210.

Múltiplos de 10: todos los que terminan en 0.

10 **¿Cuáles de estos números son divisibles por 3? ¿Y por 9?**

19 - 45 - 63 - 83 - 105 - 145 - 209 - 513 - 666 - 909

¿Qué observas?

Divisibles por 3: 45, 63, 105, 513, 666 y 909.

Divisibles por 9: 45, 63, 513, 666 y 909.

Que aquellos números que al sumar sus cifras el resultado es múltiplo de 9 son aquellos que también son divisibles por 9.

11 **Recuerda el criterio de divisibilidad por 11 e identifica entre los números que siguen cuáles son múltiplos de 11:**

a	b	c	→ a + c – b = 0 u 11

110 - 111 - 155 - 187 - 209 - 398 - 759 - 606

110 → 1 + 0 – 1 = 0

187 → 1 + 7 – 8 = 0

209 → 2 + 9 – 0 = 11

759 → 7 + 9 – 5 = 11

3 ▶ NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Página 51

Para practicar

1 **Clasifica en primos y compuestos.**

5 8 11 15 21 28 31 33 45 49

Primos → 5, 11, 31

Compuestos → 8, 15, 21, 28, 33, 45, 49

2 **Entre estos números hay dos primos. Búscalos.**

47 57 67 77 87

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

Primos → 47 y 67

Compuestos → $57 = 3 \cdot 19$

$77 = 7 \cdot 11$

$87 = 3 \cdot 29$

3 **Busca todos los números primos menores que 60.**

Son diecisiete en total.

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23 - 29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59

4 **¿Verdadero o falso?**

a) El número uno (1) no es primo ni compuesto.

b) Un número, si es impar, es primo.

c) Todos los números primos, excepto el 2, son impares.

a) Verdadero.

b) Falso. Por ejemplo, $21 = 3 \cdot 7$, por tanto, es compuesto y es impar.

c) Verdadero.

5 **Descompón el número 100.**

a) En dos factores.

b) En tres factores.

c) En el máximo número de factores que sea posible.

a) $100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25$

b) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 25 = 4 \cdot 5 \cdot 5 = 10 \cdot 2 \cdot 5$

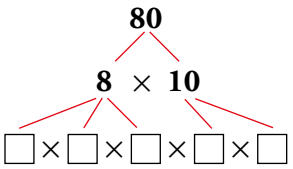
c) $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

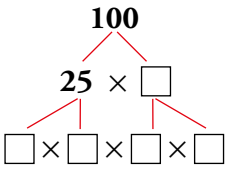
4 DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUS FACTORES PRIMOS

Página 52

Para practicar

1 **Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno la descomposición en factores de estos números:**





$80 = 8 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$100 = 25 \cdot 4 = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

2 **Descompón artesanalmente, como en el ejemplo.**

• **$24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$**

a) 18 **b) 20** **c) 40**

d) 72 **e) 150** **f) 240**

a) $18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

b) $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$

c) $40 = 8 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$

d) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

e) $150 = 10 \cdot 15 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

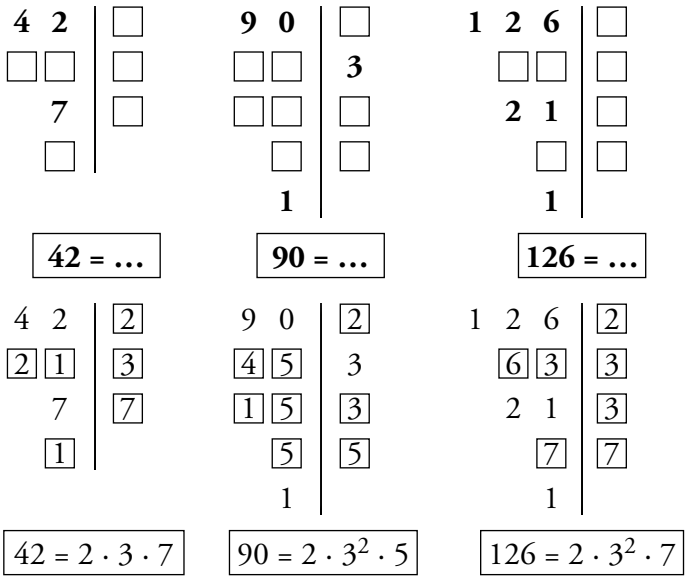
f) $240 = 24 \cdot 10 = 8 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$

3 **¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?**

a) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ **b) $2 \cdot 5 \cdot 13$** **c) $2 \cdot 5^2 \cdot 7$**

a) 180 b) 130 c) 350

4 **Copia, completa y descompón en factores primos.**



5 **Descompón en factores primos.**

a) 45 **b) 60** **c) 76**

d) 81 **e) 88** **f) 98**

a) $45 = 3^2 \cdot 5$ b) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ c) $76 = 2^2 \cdot 19$

d) $81 = 3^4$ e) $88 = 2^3 \cdot 11$ f) $98 = 2 \cdot 7^2$

6 **Escribe como producto de números primos.**

a) 170 **b) 350** **c) 580**

d) 888 **e) 1 024** **f) 1 296**

a) $170 = 2 \cdot 5 \cdot 17$ b) $350 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7$ c) $580 = 2^2 \cdot 5 \cdot 29$

d) $888 = 2^3 \cdot 3 \cdot 37$ e) $1\,024 = 2^{10}$ f) $1\,296 = 2^4 \cdot 3^4$

Página 53

Para fijar ideas

1 **Contesta, sin hacer ninguna operación, y razona tus respuestas.**

a) **$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$**
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
¿Es 8 divisor de 36?

b) **$15 = 3 \cdot 5$**
$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
¿Es 15 divisor de 90?

c) **$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$**
$6 = 2 \cdot 3$
¿Es 84 múltiplo de 6?

d) **$104 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$**
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
¿Es 104 múltiplo de 12?

a) 8 no es divisor de 36 porque no todos los factores de 8 están en la descomposición de 36.

b) 15 es divisor de 90 porque todos los factores de 15 están en la descomposición de 90.

c) 84 sí es múltiplo de 6 porque en su descomposición están todos los factores primos de 6.

d) 104 no es múltiplo de 12 porque en su descomposición no están todos los factores primos de 12.

2 **Teniendo en cuenta la descomposición en factores de 126, averigua, a simple vista, cuáles de los números que aparecen a continuación son divisores de 126, cuáles son múltiplos de 126 y cuáles ni lo uno ni lo otro:**

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

a) $4 = 2^2$ **b)** $14 = 2 \cdot 7$ **c)** $18 = 2 \cdot 3^2$

d) $21 = 3 \cdot 7$ **e)** $28 = 2^2 \cdot 7$ **f)** $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

g) $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$ **h)** $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ **i)** $882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$

Divisores de 126: 14, 18, 21 y 42.

Múltiplos de 126: 252 y 882.

Ni lo uno ni lo otro: 4, 28 y 180.

3 **Escribe factorizados, sin hacer operaciones:**

a) Tres divisores de $72 = 2^3 \cdot 3^2$. **b) Tres múltiplos de $45 = 3^2 \cdot 5$.**

a) Por ejemplo: $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $9 = 3^2$

b) Por ejemplo: $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $225 = 3^2 \cdot 5^2$; $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

5 ▶ MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Página 54

Para fijar ideas

1 **Copia, observa y completa a simple vista.**

a) Múltiplos de 6 → 6 12 18 24 30 36 42 48 54 …
Múltiplos de 8 → 8 16 24 32 40 48 56 …
mín. c. m. (6, 8) = …

b) Múltiplos de 9 → 9 18 27 36 45 54 63 72 …
Múltiplos de 12 → 12 24 36 48 60 72 84 …
mín. c. m. (9, 12) = …

a) mín. c. m. (6, 8) = 24

b) mín. c. m. (9, 12) = 36

2 **Calcula como en el ejercicio anterior.**

a) mín. c. m. (5, 8) **b) mín. c. m. (12, 15)** **c) mín. c. m. (30, 40)**

a) Múltiplos de 5 → 5 10 15 20 25 30 35 40 45
Múltiplos de 8 → 8 16 24 32 40 48
mín. c. m. (5, 8) = 40

b) Múltiplos de 12 → 12 24 36 48 60
Múltiplos de 15 → 15 30 45 60
mín. c. m. (12, 15) = 60

c) Múltiplos de 30 → 30 60 90 120
Múltiplos de 40 → 40 80 120
mín. c. m. (30, 40) = 120

Página 56

Para fijar ideas

3 **Copia y completa.**

$18 = 2 \cdot 3^2$
$24 = 2^3 \cdot 3$
} **mín. c. m. (18, 24) = $2^{\square} \cdot 3^{\square}$ = …**

$49 = 7^2$
$63 = 3^2 \cdot 7$
} **mín. c. m. (49, 63) = $3^{\square} \cdot 7^{\square}$ = …**

mín. c. m. (18, 24) = $2^3 \cdot 3^2 = 72$

mín. c. m. (46, 63) = $3^2 \cdot 7^2 = 441$

4 **Copia y completa para calcular el mínimo común múltiplo de 30 y 45.**

3 0	□
□ □	□
□	□
□	

4 5	□
□ □	□
□	□
□	

30 = □ · □ · □

45 = □ · □□

mín. c. m. (30, 45) = …

3 0	2
1 5	3
5	5
1	

4 5	3
1 5	3
5	5
1	

mín. c. m. (30, 45) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

Para practicar

1 **Copia, observa y completa a simple vista.**

$\dot{1}\dot{5}$ → 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, …

$\dot{2}\dot{5}$ → 25, 50, 75, 100, 125, 150, …

mín. c. m. (15, 25) = …

mín. c. m. (15, 25) = 75

2 **Calcula como en el ejercicio anterior.**

a) mín. c. m. (20, 25) **b) mín. c. m. (12, 24)**

c) mín. c. m. (50, 75) **d) mín. c. m. (200, 300)**

a) mín. c. m. (20, 25) = 100 b) mín. c. m. (12, 24) = 24

c) mín. c. m. (50, 75) = 150 d) mín. c. m. (200, 300) = 600

3 **Calcula mentalmente.**

a) mín. c. m. (6, 9) **b) mín. c. m. (6, 12)**

c) mín. c. m. (5, 10) **d) mín. c. m. (15, 20)**

a) mín. c. m. (6, 9) = 18 b) mín. c. m. (9, 12) = 12

c) mín. c. m. (5, 10) = 10 d) mín. c. m. (15, 20) = 60

4 **Observa, completa en tu cuaderno y calcula.**

3 0	2
1 5	3
5	5
1	

4 0	□
2 0	□
□ □	□
□	□
1	

5 4	□
□ □	□
□	□
□	□
1	

3 0	2
1 5	3
5	5
1	

4 0	2
2 0	2
1 0	2
5	5
1	

5 4	2
2 7	3
9	3
3	3
1	

30 = 2 · 3 · 5
40 = …
54 = …
} **mín. c. m. (30, 40) = …**
mín. c. m. (40, 54) = …

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
$40 = 2^3 \cdot 5$
$54 = 2 \cdot 3^3$
} mín. c. m. $(30, 40) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$
mín. c. m. $(40, 54) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1\,080$

5 **Calcula el mín. c. m. (*a*, *b*) en cada caso.**

a) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11$ $b = 3 \cdot 5 \cdot 11$

a) 330

b) $a = 2^4 \cdot 5$ $b = 2^2 \cdot 5^2$

b) 400

c) $a = 2^4 \cdot 3^2$ $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

c) 720

6 **Calcula el mín. c. m. (*a*, *b*) en cada caso. ¿Qué observas?**

a) $a = 4$ $b = 8$

a) 8

b) $a = 5$ $b = 10$

b) 10

c) $a = 4$ $b = 12$

c) 12

d) $a = 6$ $b = 18$

d) 18

Si *b* es múltiplo de *a*, entonces el mínimo común múltiplo de *a* y *b* es *b*.

7 **Calcula.**

a) mín. c. m. (28, 35)

a) mín. c. m. (28, 35) = 140

b) mín. c. m. (35, 40)

b) mín. c. m. (35, 40) = 280

c) mín. c. m. (36, 54)

c) mín. c. m. (36, 54) = 108

d) mín. c. m. (42, 63)

d) mín. c. m. (42, 63) = 126

e) mín. c. m. (72, 108)

e) mín. c. m. (72, 108) = 216

f) mín. c. m. (99, 165)

f) mín. c. m. (99, 165) = 495

8 **Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuándo volverán a coincidir?**

mín. c. m. (6, 8) = 24

Cada 24 días, coinciden ambos envíos.

9 **Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?**

mín. c. m. (40, 30) = 120 → 2 · 120 = 240 cm = 2,4 m

Alcanzarán una altura de 2,4 metros.

10 **El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?**

mín. c. m. (20, 30) = 6 → 60 min = 1 h

Vuelven a coincidir una hora después, es decir, a las tres de la tarde.

11 **Julio cuenta de 4 en 4; Adela, de 6 en 6, y Sofía, de 10 en 10. ¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?**

mín. c. m. (4, 6, 10) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Los tres primeros números en los que coinciden son 60, 120 y 180.

6 ▶ MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Página 57

Para fijar ideas

1 **Copia, observa y completa a simple vista.**

a) **Divisores de 12** → (1) (2) 3 (4) 6 12

Divisores de 16 → (1) (2) (4) 8 16

máx. c. d. (12, 16) = …

b) **Divisores de 15** → (1) 3 (5) 15

Divisores de 20 → (1) 2 4 (5) 10 20

máx. c. d. (15, 20) = …

a) máx. c. d. (12, 16) = 4

b) máx. c. d. (15, 20) = 5

2 **Calcula como en el ejercicio anterior.**

a) **máx. c. d. (6, 8)**

b) **máx. c. d. (8, 20)**

c) **máx. c. d. (10, 15)**

d) **máx. c. d. (12, 24)**

a) máx. c. d. (6, 8) = 2

b) máx. c. d. (8, 20) = 4

c) máx. c. d. (10, 15) = 5

d) máx. c. d. (12, 24) = 12

Página 59

Para fijar ideas

3 **Copia y completa.**

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$
$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$
} **máx. c. d. (40, 50) = □ · □ = …**

$54 = 2 \cdot 3^3$
$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
} **máx. c. d. (54, 90) = $2 \cdot 3^{□}$ = …**

máx. c. d. (40, 50) = $2 \cdot 5 = 10$

máx. c. d. (54, 90) = $2 \cdot 3^2 = 18$

4 **Copia y completa para calcular el máximo común divisor de 90 y 315.**

9 0 **2** **3 1 5** **3**

□□ □ □□□ □
□□ □ □□ □
□ □ □ □
1 **1**

90 = 2 · □□ · □

315 = $3^{□}$ · □ · □

máx. c. d. (90, 315) = …

9 0	2
4 5	3
1 5	3
5	5
1	

3 1 5	2
1 0 5	2
3 5	5
7	7
1	

$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

máx. c. d. (90, 315) = $3^2 \cdot 5 = 45$

Para practicar

1 **Observa a simple vista y completa.**

Div. de 24 → **1 2 3 4 6 8 12 24**

Div. de 30 → **1 2 3 5 6 10 15 30**

máx. c. d. (24, 30) = …

máx. c. d. (24, 30) = 6

2 **Calcula siguiendo el criterio del ejercicio anterior.**

a) máx. c. d. (10, 15)

b) máx. c. d. (12, 18)

c) máx. c. d. (16, 24)

d) máx. c. d. (30, 45)

a) máx. c. d. (10, 15) = 5

b) máx. c. d. (12, 18) = 6

c) máx. c. d. (16, 24) = 8

d) máx. c. d. (30, 45) = 15

3 **Calcula mentalmente.**

a) máx. c. d. (3, 9)

b) máx. c. d. (6, 9)

c) máx. c. d. (30, 40)

d) máx. c. d. (50, 75)

a) máx. c. d. (3, 9) = 3

b) máx. c. d. (6, 9) = 3

c) máx. c. d. (30, 40) = 10

d) máx. c. d. (50, 75) = 25

4 **Completa en tu cuaderno y calcula.**

6 0	**2**
3 0	□
□ □	□
□	□
1	

9 0	**2**
4 5	□
□ □	□
□	□
1	

1 0 0	**2**
5 0	□
□ □	□
□	□
1	

60 = 2 · …
90 = 2 · …
100 = 2 · …

máx. c. d. (60, 90) = …
máx. c. d. (60, 100) = …
máx. c. d. (90, 100) = …

6 0	2
3 0	2
1 5	3
5	5
1	

9 0	2
4 5	3
1 5	3
5	5
1	

1 0 0	2
5 0	2
2 5	5
5	5
1	

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$
$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$100 = 2^2 \cdot 5^2$

máx. c. d. (60, 90) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
máx. c. d. (60, 100) = $2^2 \cdot 5 = 20$
máx. c. d. (90, 100) = $2 \cdot 5 = 10$

5 **Calcula el máx. c. d. (*a*, *b*) en cada caso.**

a) $a = 3 \cdot 5 \cdot 11$
$b = 2 \cdot 5 \cdot 11$

b) $a = 2^3 \cdot 5^2$
$b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

c) $a = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$
$b = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$

a) $5 \cdot 11 = 55$

b) $2^2 \cdot 5^2 = 100$

c) $2 \cdot 13 = 26$

6 **Calcula.**

a) máx. c. d. (20, 24) **b) máx. c. d. (24, 36)**

c) máx. c. d. (54, 60) **d) máx. c. d. (56, 70)**

e) máx. c. d. (120, 144) **f) máx. c. d. (140, 180)**

a) máx. c. d. (20, 24) = 4 b) máx. c. d. (24, 36) = 12

c) máx. c. d. (54, 60) = 6 d) máx. c. d. (56, 70) = 14

e) máx. c. d. (120, 144) = 24 f) máx. c. d. (140, 180) = 20

7 **Calcula máx. c. d. (a, b) en cada caso. ¿Qué observas?**

a) $a = 4$, $b = 8$ **b)** $a = 5$, $b = 10$ **c)** $a = 4$, $b = 12$ **d)** $a = 6$, $b = 18$

a) máx. c. d. (4, 8) = 4 b) máx. c. d. (5, 10) = 5

c) máx. c. d. (4, 12) = 4 d) máx. c. d. (6, 18) = 6

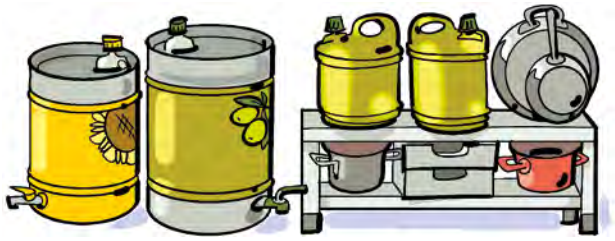
Si a es divisor de b, entonces el máximo común divisor de a y b es a.

8 **Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm × 21 cm, y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadros fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros?**

máx. c. d. (30, 21) = 3

El tamaño de los cuadros será de 3 cm.

9 **La dueña de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible, y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de las garrafas?**



máx. c. d. (60, 80) = 20

Las garrafas serán de 20 litros.

10 **Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?**

máx. c. d. (180, 240) = 60

Los listones se deben cortar en trozos de 60 cm.

Página 60

Ejercicios y problemas

Múltiplos y divisores

1 **Escribe.**

a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.

b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.

c) Todos los pares de números cuyo producto es 80.

a) 160, 180 y 200

b) $195 = 13 \cdot 15$

c) 1 y 80, 2 y 40, 4 y 20, 5 y 16, 8 y 10

2 **Busca todos los divisores de:**

a) 10 **b) 18** **c) 20** **d) 24** **e) 28**

f) 30 **g) 39** **h) 45** **i) 50** **j) 80**

a) 1, 2, 5 y 10

b) 1, 2, 3, 6, 9 y 18

c) 1, 2, 4, 5, 10 y 20

d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24

e) 1, 2, 4, 7, 14 y 28

f) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30

g) 1, 3, 13 y 39

h) 1, 3, 5, 9, 15 y 45

i) 1, 2, 5, 10, 25 y 50

j) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 y 80

3 **¿De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno?**

Una caja de 60 bombones.

Sesenta cajas de 1 bombón.

Dos cajas de 30 bombones.

Treinta cajas de 2 bombones.

Tres cajas de 20 bombones.

Veinte cajas de 3 bombones.

Cuatro cajas de 15 bombones.

Quince cajas de 4 bombones.

Cinco cajas de 12 bombones.

Doce cajas de 5 bombones.

Seis cajas de 10 bombones.

Diez cajas de 6 bombones.

4 **Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.**

72 montones de 1 terrón.

36 montones de 2 terrones.

24 montones de 3 terrones.

18 montones de 4 terrones.

12 montones de 6 terrones.

9 montones de 8 terrones.

8 montones de 9 terrones.

6 montones de 12 terrones.

4 montones de 18 terrones.

3 montones de 24 terrones.

2 montones de 36 terrones.

1 montón de 72 terrones.

Criterios de divisibilidad

5 **Escribe.**

a) Un número de tres cifras que sea divisible por 3.

b) Un número de cuatro cifras que sea divisible por 5.

c) Un número de cinco cifras que sea divisible por 9.

a) 561

b) 2 090

c) 10 647

6 **Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible por 3.**

A51	2B8	32C	52D	1E8

A51 → 351 - 651 - 951

2B8 → 228 - 258 - 288

32C → 321 - 324 - 327

52D → 522 - 525 - 528

1E8 → 108 - 138 - 168 - 198

7 **Busca, en cada caso, todos los valores posibles de *a* para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:**

4	*a*

3	2	*a*

2	4	*a*

$4a$ → 42 - 48

$32a$ → 324

$24a$ → 240 - 246

8 **Investiga y describe:**

a) Las condiciones que tiene que cumplir un número para ser múltiplo de 6.

b) El criterio de divisibilidad por 100.

a) Tiene que ser múltiplo de 2 y de 3 a la vez.

b) Un número es divisible por 100 si termina en 00.

9 **Un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro, pero no de 100. ¿Cuáles son los tres próximos años bisiestos?**

2024, 2028, 2032

Números primos y compuestos

10 **Separa los números primos de los compuestos.**

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

Primos → 17, 29, 47, 53, 71, 79

Compuestos → 14, 28, 57, 63, 91, 99

11 **Expresa el número 899 como producto de dos factores distintos de él mismo y de la unidad.**

$899 = 31 \cdot 29$

12 **Descompón en factores primos estos números:**

a) 54 **b) 140** **c) 200** **d) 380**

a) $2 \cdot 3^3$ b) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ c) $2^3 \cdot 5^2$ d) $2^2 \cdot 5 \cdot 19$

13 **Busca el primer número, mayor que 160, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.**

Para encontrarlo debemos buscar el primer número primo después de 160 y ese es el 163.

14 **Averigua si el número 203 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.**

Es compuesto: $7 \cdot 29$

15 **Para saber si el número 223 es primo, basta comprobar que no es divisible por ninguno de los primos hasta el 17. ¿Por qué eso es suficiente?**

Porque el cociente de 223 : 17 es un número menor que 17, y si hubiese divisores menores que 17 se habrían hallado antes de probar con este número.

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

16 **Obtén mentalmente tres múltiplos comunes de:**

a) 4 y 5 **b) 10 y 12** **c) 15 y 25**

d) 20 y 40 **e) 100 y 150** **f) 20, 25 y 30**

a) 20, 40, 60 b) 120, 240, 360 c) 75, 150, 300

d) 40, 80, 120 e) 300, 600, 900 f) 300, 600, 900

17 **El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?**

Los números puede ser 3 y 5 o 1 y 15.

18 **Calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de:**

a) 25 y 75 **b) 42 y 76** **c) 81 y 99**

d) 132 y 176 **e) 12, 18 y 24** **f) 30, 45 y 75**

a) mín. c. m. (25, 75) = 75
máx. c. d. (25, 75) = 25

b) mín. c. m. (42, 76) = 1 596
máx. c. d. (42, 76) = 2

c) mín. c. m. (81, 99) = 891
máx. c. d. (81, 99) = 9

d) mín. c. m. (132, 176) = 528
máx. c. d. (132, 176) = 44

e) mín. c. m. (12, 18, 24) = 72
máx. c. d. (12, 18, 24) = 6

f) mín. c. m. (30, 45, 75) = 450
máx. c. d. (30, 45, 75) = 15

Resuelve problemas

19 **El producto de dos números distintos de la unidad es 77. ¿Cuál es su diferencia?**

$11 \cdot 7 = 77 \rightarrow 11 - 7 = 4$

20 **El producto de tres números distintos de la unidad es 75. ¿Cuál es su suma?**

$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13$

21 **Busca el menor número tal que al dividirlo entre 10 y entre 12 deja un resto de 5.**

mín. c. m. (10, 12) = 60 → El número será 65.

22 **Hoy es 15 de marzo y lunes. ¿En qué día de la semana cae el 15 de mayo?**

En sábado.

23 **Una bodega comercializa sus vinos en cajas de vino blanco o cajas de vino tinto, todas con igual número de botellas. ¿Cuántas botellas lleva cada caja si un cliente ha retirado un pedido con 15 botellas de vino tinto y 12 de vino blanco?**

máx. c. d. (15, 12) = 3

Cada caja lleva 3 botellas.

Página 61

24 ***Dos hornadas iguales de magdalenas se envasan, una, en bolsas de 6 unidades, y la otra, en bolsas de 10 unidades, sin que sobre ninguna en ambos casos. ¿Cuántas magdalenas salen en cada hornada si se han llenado casi 50 bolsas?***

Problema resuelto.

N.º DE MAGDALENAS POR HORNADA	N.º DE BOLSAS DE 6 UNIDADES	N.º DE BOLSAS DE 10 UNIDADES	N.º TOTAL DE BOLSAS
30	5	3	8
60	10	6	16
90	15	9	24
120	20	12	32
150	25	15	40
180	30	18	48
210	35	21	56

En cada hornada salen 180 magdalenas.

25 **Adela ha sacado del horno dos bandejas: una con 36 bollos y otra con 48 palmeras. Desea repartir los bollos por un lado y las palmeras por otro, en bolsas, todas con el mismo número de piezas y con un mínimo de 5. ¿Cuántas piezas debe poner en cada bolsa? Indica todas las posibilidades.**

máx. c. d. (36, 48) = 12

Como $12 = 2^2 \cdot 3$, las únicas posibilidades son bolsas con 12 piezas o con 6 piezas para que haya un mínimo de 5 piezas en cada una.

26 **Los asistentes, hoy, a la reunión semanal de un club social se pueden agrupar por parejas para bailar; por tríos para hacer manualidades, y de cuatro en cuatro para jugar al mus. En ninguno de esos casos queda nadie desagrupado. ¿Cuántas personas son si casi llegan a veinticinco?**

mín. c. m. (2, 3, 4) = 12. Como casi llegan a 25 personas, el múltiplo de 12 que más se acerca es 24. Son 24 personas.

27 **Se desea partir una cartulina de 48 cm × 60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cuál debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?**

Divisores de 48 → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Divisores de 60 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

El único divisor común de 48 y 60 entre 5 y 10 es 6.

Las tarjetas deben ser de 6 cm de lado.

28 **Los trenes a Miramar salen cada 18 min, y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15 h 45 min, y salen a la vez, ¿cuándo volverán a coincidir?**

mín. c. m. (18, 24) = 72

Cada 72 minutos coinciden los trenes. Por lo tanto, después de las 15:45, volverán a coincidir a las 16:57.

29 **La caja de un supermercado, para disponer de cambio, abre con unos cuantos cartuchos de diez monedas de 1 €. El cajero echa la cuenta y observa que se podrían empaquetar, también, en cartuchos de quince. ¿Cuántas monedas hay si son más de 100 pero menos de 150?**

mín. c. m. (10, 15) = 30

Múltiplos de 30 entre 100 y 150 → 120 y 150

Hay 120 monedas.

30 **Juan envasa 60 bombones en cajas iguales y otros 60 en otras cajas más pequeñas, con cinco bombones menos en cada una. ¿Cuántas cajas ha llenado, si de las pequeñas hay una más que de las grandes?**

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Ha llenado 3 cajas grandes con 20 bombones cada una y 4 cajas pequeñas con 15 bombones cada una.

31 **Un comerciante de ropa recibe una partida de camisas a 24 € la unidad. Una amiga suya, con tienda en otro barrio, recibe una partida de pantalones a 45 €. Se ponen en contacto y deciden intercambiar parte de sus mercancías para mejorar la oferta de sus negocios. ¿En qué condiciones harán el intercambio?**

mín. c. m. (24, 45) = 360

360 : 24 = 15

360 : 45 = 8

Habría que intercambiar lotes de 15 camisas por lotes de 8 pantalones.

Problemas «+»

32 **En una escuela de baloncesto había 20 equipos. Debido a un recorte de presupuesto, se han suprimido cuatro equipos, distribuyendo sus miembros entre los demás. Así, cada equipo ha aumentado en dos elementos. ¿Cuántos jugadores y jugadoras hay en total?**

mín. c. m. (16, 20) = 80

Múltiplos de 80 $\rightarrow$ 80, 160, 240, …

En la escuela hay 160 jugadores y jugadoras, que estarían distribuidos en 20 equipos de 8 personas. Al eliminar 4 equipos, quedarían 16 equipos de 10 personas cada uno.

33 **Una granjera, tras recoger de sus gallinas en una cesta casi 100 huevos, piensa:**

Si los envaso por docenas, me sobran 3, pero si tuviera uno más, podría envasarlos exactamente en cajas de 10.

¿Cuántos huevos tiene?

Si con un huevo más los puede envasar en cajas de 10 y son casi 100, la granjera tiene 99 huevos. Comprobamos que al dividir 99 entre 12 sobran 3.

Página 62

LEE E INFÓRMATE

Los primos valen dinero

- **Busca el primer número primo mayor que 1 000.**

Descartamos los números pares, que son compuestos, y también los múltiplos de 5.

Vamos probando:

$1\,001 = 143 \cdot 7$ $1\,003 = 59 \cdot 17$ $1\,007 = 19 \cdot 53$

Al llegar al 1 009:

1 009 no es múltiplo de 2, ni de 3, ni de 5.

$1\,009 : 7 = 144{,}14\ldots$ $1\,009 : 17 = 59{,}35\ldots$ $1\,009 : 29 = 34{,}79\ldots$

$1\,009 : 11 = 91{,}72\ldots$ $1\,009 : 19 = 53{,}10\ldots$ $1\,009 : 31 = 32{,}54\ldots$

$1\,009 : 13 = 77{,}61\ldots$ $1\,009 : 23 = 43{,}86\ldots$ $1\,009 : 37 = 27{,}27\ldots$

Vemos que 1 009 no es múltiplo de ningún número primo menor que 37. Y no hay que seguir probando, puesto que el último cociente obtenido es menor que el divisor (37).

El 101 es el protagonista

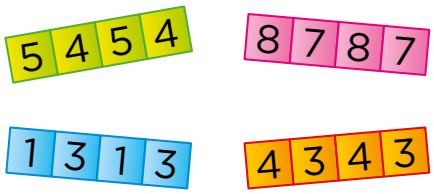
- **¿Qué le ocurre a un número de dos cifras si lo multiplicamos por 101? Compruébalo.**

$$29 \times 101 = ?$$

Ensaya otros casos y verifica que siempre ocurre lo mismo.

Al multiplicar un número de dos cifras por 101, se obtiene el mismo resultado que si se escribe el número dos veces seguidas: $29 \cdot 101 = 2\,929$

- **¿Qué tienen en común todos los números de cuatro cifras que se forman repitiendo alternativamente dos cifras?**



Todos los números de cuatro cifras del tipo $\boxed{a}\,\boxed{b}\,\boxed{a}\,\boxed{b}$ son múltiplos de 101:

$$\boxed{a}\,\boxed{b}\,\boxed{a}\,\boxed{b} \leftrightarrow \left\{\begin{array}{r} 1\,000a \\ 100b \\ 10a \\ 1b \end{array}\right\} \leftrightarrow 1\,010a + 101b = 101 \cdot (10a + b) \leftrightarrow 101 \cdot \boxed{a}\,\boxed{b}$$

INVESTIGA

Divisibilidad y geometría

- **¿Cuántos prismas diferentes se pueden construir con 12 dados unitarios?**

Para 12 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 12 \quad 2 \times 6 \quad 3 \times 4 \quad 2 \times 2 \times 3$$

- **Más difícil: ¿Y con un conjunto de 60 dados?**

Para 60 dados unitarios, se pueden construir prismas de estas medidas:

$$1 \times 60 \quad 2 \times 30 \quad 3 \times 20 \quad 4 \times 15 \quad 5 \times 12 \quad 6 \times 10 \quad 2 \times 2 \times 15$$
$$2 \times 3 \times 10 \quad 2 \times 5 \times 6 \quad 3 \times 4 \times 5 \quad 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Página 63

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Echa cuentas, haz pruebas

- **Un restaurante, que está reponiendo menaje, invierte 300 € en la compra de platos y otro tanto en la compra de tazas. Sabiendo que una taza cuesta un euro más que un plato, y que ha comprado 15 platos más que tazas, ¿cuántos platos y cuántas tazas ha adquirido?**

  El producto del número de tazas (T) por el coste de cada una (C_T) es 300. Y lo mismo podemos decir de los platos:

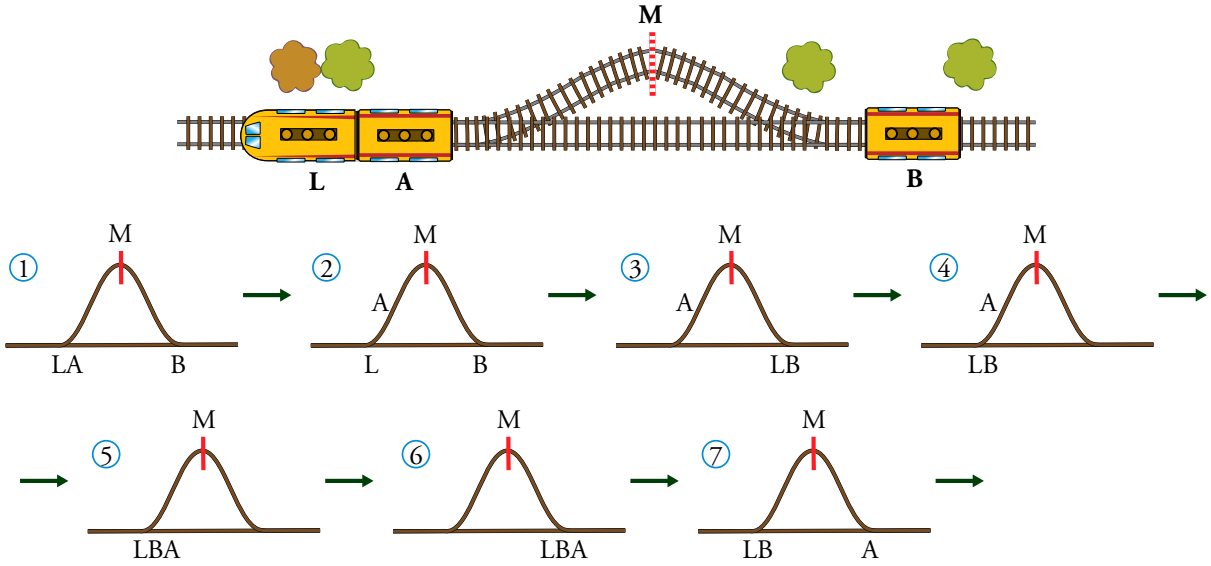
  $$T \cdot C_T = 300 \qquad P \cdot C_P = 300$$

  Observando entre las descomposiciones de 300 en dos factores vemos las que se ajustan al enunciado:

  $$1 \cdot 300 - 2 \cdot 150 - 3 \cdot 100 - 4 \cdot 75 - 5 \cdot 60 - 6 \cdot 50 - 10 \cdot 30 - 12 \cdot 25 - 15 \cdot 20\ldots$$

  Son 60 tazas a 5 € cada una y 75 platos a 4 € cada uno.

- **En la vía muerta, M, cabe un vagón, A o B, pero no la locomotora, L. ¿Cómo te las arreglarías para cambiar entre sí las posiciones de los vagones?**



AUTOEVALUACIÓN

1 **Busca, entre los siguientes, cuatro pares de números emparentados por la relación de divisibilidad.**

6 15 35 80 90 240

6 y 90, 15 y 90, 80 y 240, 6 y 240

2 **¿Verdadero o falso?**

a) 60 es divisible por 15.

b) 7 es múltiplo de 21.

c) 12 es divisor de 120.

d) 162 es múltiplo de 8.

a) Verdadero.

b) Falso, $21 = 7 \cdot 3$, por tanto, 21 es múltiplo de 7.

c) Verdadero.

d) Falso, 162 no es divisible por 8, $162 : 8 = 20$ y resto 2.

3 **Escribe.**

a) Los múltiplos de 12 comprendidos entre 50 y 100.

b) Todos los divisores de 90.

a) 60, 72, 84 y 96

b) 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45 y 90

4 **Encuentra los números pedidos.**

a) El primer múltiplo de 13, después de 1 000.

b) El último múltiplo de 11, antes de 1 000.

a) 1 001

b) 990

5 **Completa en tu cuaderno.**

a) Un número es múltiplo de 3 cuando…

b) Un número es divisible por 5 cuando…

c) Un número es múltiplo de 9 cuando…

a) Un número es múltiplo de 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

b) Un número es divisible por 5 cuando acaba en 0 o en 5.

c) Un número es múltiplo de 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.

6 **Escribe, ordenados, todos los números primos menores que 50.**

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 y 47

7 **Averigua si los números siguientes son primos o compuestos.**

a) 101 **b) 147** **c) 247**

a) 101 es primo.

b) 147 es divisible por 3. Es compuesto.

c) $247 = 13 \cdot 19$. Es compuesto.

8 **Descompón en factores primos.**

a) 36 **b) 48** **c) 396**

a) $36 = 2^2 \cdot 3^2$ b) $48 = 2^4 \cdot 3$ c) $396 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$

9 **Calcula.**

a) mín. c. m. (36, 48) **b) máx. c. d. (36, 48)**

c) mín. c. m. (10, 15, 25) **d) máx. c. d. (10, 15, 25)**

a) mín. c. m. (36, 48) = 144 b) máx. c. d. (36, 48) = 12

c) mín. c. m. (10, 15, 25) = 150 d) máx. c. d. (10, 15, 25) = 5

10 **¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 estudiantes, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?**

N.º DE EQUIPOS	1	2	4	7	14	28
MIEMBROS POR EQUIPO	28	14	7	4	2	1

11 **¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 15 cm de largo por 6 cm de ancho?**

mín. c. m. (15, 6) = 30

El lado del menor cuadrado que se puede formar mide 30 cm.

El cuadrado se forma con 2 × 5 baldosas.

12 **Un grupo de 48 niños y niñas, acompañados de 36 adultos, acuden a un campamento de montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los adultos quieren dormir con niños, ni los niños con adultos. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña? ¿Cuántas cabañas ocuparán?**

máx. c. d. (36, 48) = 12

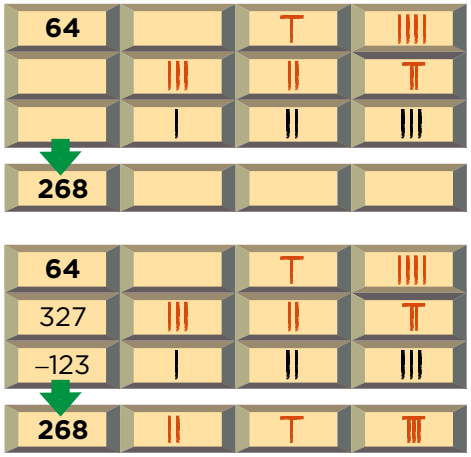
En cada cabaña entrarán 12 personas.

Ocuparán (48 + 36) : 12 = 7 cabañas.

4 LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 64

1 **Copia y completa la tabla en tu cuaderno simulando la representación de números y operaciones, mediante tablillas, como lo hacían en la antigua China.**



Página 65

2 **¿Qué número, positivo o negativo, asocias a cada enunciado?**

a) Del portal a mi casa subo veintiocho escalones.

b) De la oficina al metro bajo veintiocho escalones.

c) He comprado quince vacas y he vendido quince ovejas.

a) +28 b) –28 c) +15 y –15

3 **¿Cuántos metros ha subido en el primer trayecto? ¿Cuántos ha descendido en el segundo?**

Ha subido 3 404 – 3 355 = 49 m.

Ha descendido 3 404 – 3 375 = 29 m.

4 **Indica esas variaciones de altura utilizando números con signo + y –.**

+49 m y –29 m

1 NÚMEROS POSITIVOS Y NEGATIVOS

Página 67

Para fijar ideas

1 ¿Qué número, positivo o negativo, asocias a cada situación?

Nuria → +70

Pablo → –50

Rosa → +20

Juan → –120

2 Asigna un número positivo o negativo a cada enunciado.

a) Una avioneta vuela, sobre las nubes, a 250 m de altura.

b) Un submarino navega, sumergido, a 25 m de profundidad.

c) La avioneta, desciende y se sitúa bajo las nubes, a 150 m de altura.

d) El submarino sube y sale a la superficie.

a) +250 b) –25 c) –150 d) +25

3 Teniendo en cuenta lo anterior, ¿qué número asignarás a la altura de la avioneta cuando haya aterrizado? ¿Es positivo o negativo?

El número 0.

El cero no es positivo ni negativo.

4 Escribe un enunciado que se asocie al número +50 y otro al número –50.

Respuesta abierta.

Para practicar

1 Escribe en tu cuaderno tres elementos más en cada una de las siguientes series:

a) 0, 1, –1, 2, –2, ... **b) 6, 4, 2, 0, –2, ...**

c) 20, 15, 10, 5, 0, ... **d) –21, –20, –18, –15, –11, ...**

e) 8, 7, 5, 2, –2, ...

a) 3, –3, 4 b) –4, –6, –8

c) –5, –10, –15 d) –6, 0, 7

e) –7, –13, –20

2 **Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:**

a) Mercedes tiene en el banco 2 500 euros.

b) Miguel debe 150 euros.

c) El termómetro marca 18 °C.

d) El termómetro marca tres grados bajo cero.

a) +2 500 b) –150 c) +18 d) –3

3 **¿Qué número asocias a la variación que expresa cada enunciado?**

a) La temperatura ha bajado de 21 °C a 18 °C.

b) La semana pasada tenía 37 € en la hucha y ahora solo tengo 34 €.

c) Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3 °C.

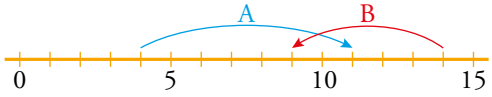
d) Llegué a casa del abuelo con 6 € en mi monedero, me dio la paga y ahora salgo con 16 €.

a) –3 b) –3 c) +5 d) +10

4 **Describe tres situaciones en las que se hace necesario el uso de números negativos. Por ejemplo, para expresar las lecturas del termómetro de ambiente.**

Respuesta abierta.

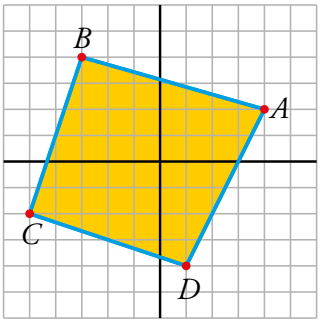
5 **Escribe un número para cada uno de los siguientes movimientos en la recta numérica:**



$A \rightarrow +7$ $B \rightarrow -5$

6 **Observa los ejes de coordenadas en el plano cuadriculado. El punto A se define mediante sus coordenadas:**

$A \rightarrow (+4, +2)$



¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices del cuadrilátero?

$B \rightarrow (-3, +4)$

$C \rightarrow (-5, -2)$

$D \rightarrow (+1, -4)$

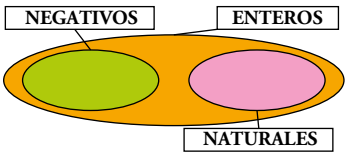
2 EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

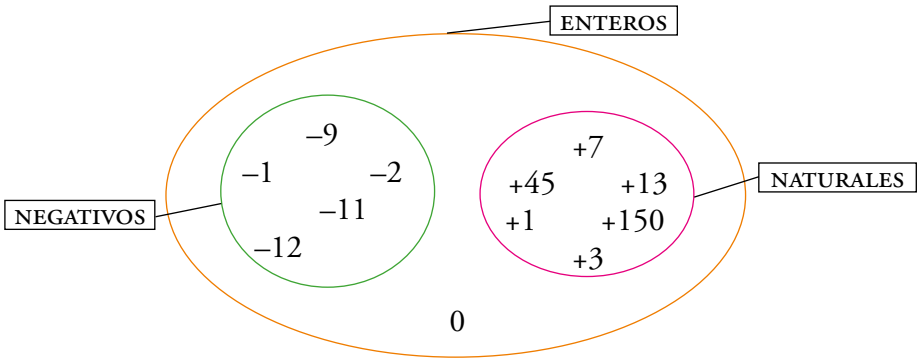
Página 69

Para fijar ideas

1 **Clasifica estos números en un gráfico como este:**

–9	+1	–1	+45
+7	0	+13	–2
+3	–12	–11	+150





2 **Observa lo que dicen y contesta.**

a) ¿Quién tiene una situación más favorable?

b) Ordena las cantidades de menor a mayor.

a) La chica que tiene 15 €.

b) –20 < –8 < 0 < +8 < +15

3 **Copia en tu cuaderno y coloca los signos < o > según corresponda.**

a) (+3) ☐ (+5) **b) (+3) ☐ (–5)**

c) (–3) ☐ (+5) **d) (–3) ☐ (–5)**

a) (+3) < (+5) b) (+3) > (–5)

c) (–3) < (+5) d) (–3) > (–5)

Para practicar

1 **Representa en la recta y ordena de menor a mayor.**

–7, +4, –1, +7, +6, –4, –5, +3, –11

–11 < –7 < –5 < –4 < –1 < +3 < +4 < +6 < +7

2 **Copia en tu cuaderno y coloca los signos < o > según corresponda.**

a) **(+8) ☐ (+3)** **b)** **(–8) ☐ (+3)** **c)** **(+8) ☐ (–3)**

d) **(–2) ☐ (–5)** **e)** **(+2) ☐ (–5)** **f)** **(–2) ☐ (+5)**

a) (+8) > (+3) b) (–8) < (+3) c) (+8) > (–3)

d) (–2) > (–5) e) (+2) > (–5) f) (–2) < (+5)

3 **Ordena de menor a mayor.**

a) **+5, –3, –7, 0, +1, +6, –12, –5**

b) **–6, –3, –9, 0, –1, –5, –12, –4**

a) –12 < –7 < –5 < –3 < 0 < +1 < +5 < +6

b) –12 < –9 < – 6 < –5 < – 4 < –3 < –1 < 0

4 **Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número.**

a) **+8** **b)** **–7**

c) **+11** **d)** **–13**

a) |+8| = 8; opuesto de (+8) = –8

b) |–7| = 7; opuesto de (–7) = +7

c) |+11| = 11; opuesto de (+11) = –11

d) |–13| = 13; opuesto de (–13) = +13

5 **Calcula.**

a) **|–6|** **b)** **|+6|** **c)** **|–2|**

d) **|+9|** **e)** **|–11|** **f)** **|+10|**

a) 6 b) 6 c) 2

d) 9 e) 11 f) 10

6 **¿Qué número entero es opuesto de sí mismo?**

El cero.

7 **Dos números enteros opuestos distan en la recta 12 unidades. ¿Qué números son?**

6 y –6

8 **Copia y completa la tabla en tu cuaderno.**

a	$\|a\|$	$-a$	$\|-a\|$
+8			
–7			
		+11	
		–13	

a	$\|a\|$	$-a$	$\|-a\|$
+8	8	–8	8
–7	7	+7	7
–11	11	+11	11
+13	13	–13	13

9 **¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta.**

a) Todos los números enteros son también naturales.

b) Todos los números naturales son también enteros.

c) Un número positivo es siempre mayor que su opuesto.

d) Entre dos números enteros, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

e) El valor absoluto de cero es cero.

a) Falso. El número –8 es entero pero no es natural.

b) Verdadero. Los números enteros incluyen a los naturales.

c) Verdadero. El opuesto de un número positivo es negativo.

d) Falso. Por ejemplo, $-8 < -5$ y, sin embargo, $|-8| > |-5|$.

e) Verdadero.

3 SUMAS Y RESTAS DE NÚMEROS ENTEROS

Página 70

Para fijar ideas

1 Copia en tu cuaderno y completa.

a) $8 - 2 - 10 - 5 + 3 =$ $\begin{cases} \square - 10 - 5 + 3 = \square - 5 + 3 = \square + 3 = -6 \\ 8 + 3 - 2 - 10 - 5 = \square - \square = -6 \end{cases}$

b) $-6 + 19 - 15 + 23 - 12 =$ $\begin{cases} \square - 15 + 23 - 12 = \square + 23 - 12 = \square - 12 = \square \\ 19 + \square - 6 - \square - \square = \square - \square = \square \end{cases}$

a) $6 - 10 - 5 + 3 = -4 - 5 + 3 = -9 + 3 = -6$

$8 + 3 - 2 - 10 - 5 = 11 - 17 = -6$

b) $13 - 15 + 23 - 12 = -2 + 23 - 12 = 21 - 12 = 9$

$19 + 23 - 6 - 15 - 12 = 42 - 33 = 9$

Página 71

Para fijar ideas

2 Copia y completa en tu cuaderno.

El ascensor de un rascacielos…

a) Si sube trece plantas y después sube dos (+13 + 2 = …), queda … plantas más…

b) Si sube diecisiete plantas y después baja siete (+17 – 7 = …), queda … plantas más…

c) Si baja quince plantas y después sube siete (–15 + 7 = …), queda … plantas más…

d) Si baja doce plantas y después baja otras cuatro (–12 – 4 = …), queda … plantas más…

a) 15 plantas más arriba.

b) 10 plantas más arriba.

c) 8 plantas más abajo.

d) 16 plantas más abajo.

Para practicar

1 Calcula, teniendo en cuenta que ambos números tienen el mismo signo en cada caso.

a) 6 + 5 **b) 4 + 8** **c) 10 + 7**

d) –6 – 2 **e) –4 – 6** **f) –5 – 9**

a) +11 b) +12 c) +17

d) –8 e) –10 f) –14

2 Opera, teniendo en cuenta que los dos números llevan signos diferentes en cada caso.

a) 9 – 5 **b) 3 – 7** **c) 6 – 10**

d) –2 + 7 **e) –15 + 5** **f) –11 + 8**

a) +4 b) –4 c) –4

d) +5 e) –10 f) –3

3 **Calcula.**

a) $6 - 7$ **b)** $-8 + 7$ **c)** $-5 - 1$

d) $8 + 2$ **e)** $10 - 12$ **f)** $-16 + 20$

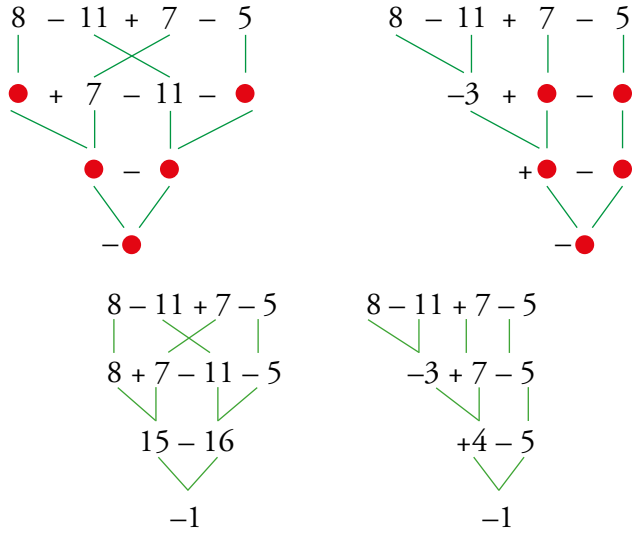
g) $11 + 21$ **h)** $-13 - 12$ **i)** $-18 + 11$

a) -1 b) -1 c) -6

d) $+10$ e) -2 f) $+4$

g) $+32$ h) -25 i) -7

4 **Copia en tu cuaderno sustituyendo cada punto por un número.**



5 **Resuelve como en el ejemplo.**

• $-6 + 8 - 10 + 13 = +2 - 10 + 13 = -8 + 13 = +5$

a) $10 - 3 - 5 + 11$ **b)** $5 - 9 + 7 - 6$

c) $-2 + 2 + 7 + 8$ **d)** $-8 + 12 - 9 - 2$

a) $10 - 3 - 5 + 11 = 7 - 5 + 11 = 2 + 11 = +13$

b) $5 - 9 + 7 - 6 = -4 + 7 - 6 = 3 - 6 = -3$

c) $-2 + 2 + 7 + 8 = 0 + 7 + 8 = 7 + 8 = +15$

d) $-8 + 12 - 9 - 2 = 4 - 9 - 2 = -5 - 2 = -7$

6 **Opera como en el ejemplo.**

• $-12 + 19 - 14 = 19 - 12 - 14 = 19 - 26 = -7$

a) $9 - 2 - 3 + 4$ **b)** $7 - 11 + 3 - 6$

c) $6 - 13 + 4 + 3$ **d)** $-11 - 4 + 18 - 4$

a) $9 - 2 - 3 + 4 = 9 + 4 - 2 - 3 = 13 - 5 = +8$

b) $7 - 11 + 3 - 6 = 7 + 3 - 11 - 6 = 10 - 17 = -7$

c) $6 - 13 + 4 + 3 = 6 + 4 + 3 - 13 = 13 - 13 = 0$

d) $-11 - 4 + 18 - 4 = 18 - 11 - 4 - 4 = 18 - 19 = -1$

7 **Resuelve paso a paso, igual que en el modelo resuelto.**

• $7 - 5 - 8 - 4 = 2 - 8 - 4 = -6 - 4 = -10$

a) $2 - 4 - 5 + 8$ **b)** $6 - 7 + 4 - 3$

c) $5 + 8 - 9 - 6$ **d)** $-4 - 9 + 6 + 2$

e) $-3 - 5 + 7 + 7$ **f)** $-4 - 8 - 2 - 5$

a) $2 - 4 - 5 + 8 = -2 - 5 + 8 = -7 + 8 = +1$

b) $6 - 7 + 4 - 3 = -1 + 4 - 3 = +3 - 3 = 0$

c) $5 + 8 - 9 - 6 = 13 - 9 - 6 = 4 - 6 = -2$

d) $-4 - 9 + 6 + 2 = -13 + 6 + 2 = -7 + 2 = -5$

e) $-3 - 5 + 7 + 7 = -8 + 7 + 7 = -1 + 7 = +6$

f) $-4 - 8 - 2 - 5 = -12 - 2 - 5 = -14 - 5 = -19$

8 **Opera agrupando por signos, como en el ejemplo.**

• $-4 + 6 - 8 + 7 = 6 + 7 - 4 - 8 = 13 - 12 = 1$

a) $5 + 7 - 2 - 4$ **b)** $2 - 6 + 4 - 9$

c) $9 - 6 - 7 + 2$ **d)** $-4 - 5 + 3 + 8$

e) $-8 + 2 - 7 + 6$ **f)** $-1 + 5 + 6 - 7$

a) $5 + 7 - 2 - 4 = 12 - 6 = +6$

b) $2 - 6 + 4 - 9 = 2 + 4 - 6 - 9 = 6 - 15 = -9$

c) $9 - 6 - 7 + 2 = 9 + 2 - 6 - 7 = 11 - 13 = -2$

d) $-4 - 5 + 3 + 8 = 3 + 8 - 4 - 5 = 11 - 9 = +2$

e) $-8 + 2 - 7 + 6 = 2 + 6 - 8 - 7 = 8 - 15 = -7$

f) $-1 + 5 + 6 - 7 = 5 + 6 - 1 - 7 = 11 - 8 = +3$

9 **Resuelve.**

a) $6 - 9 - 7 - 5 + 2 + 11$

b) $15 + 18 - 11 - 7 - 21 + 27$

c) $-9 + 12 - 16 + 25 - 18 - 4$

d) $-44 - 16 + 8 + 33 + 23 - 5$

e) $-3 - 17 - 21 - 9 - 17 + 57$

a) -2 b) 21 c) -10 d) -1 e) -10

10 **Copia en tu cuaderno y completa.**

a) $2 - 7 - 5 + 8 = \square - 5 + 8 = \square + 8 = \square$

b) $15 - 21 + 13 - 10 = \square + 13 - 10 = \square - 10 = \square$

c) $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + \square - 6 - \square = \square - \square = \square$

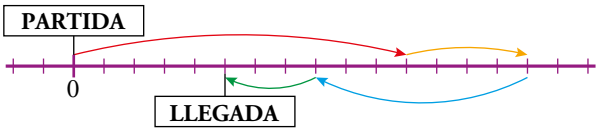
a) $2 - 7 - 5 + 8 = -5 - 5 + 8 = -10 + 8 = -2$

b) $15 - 21 + 13 - 10 = -6 + 13 - 10 = 7 - 10 = -3$

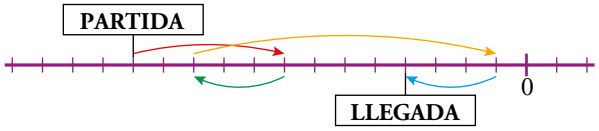
c) $-6 + 11 - 8 + 4 = 11 + 4 - 6 - 8 = 15 - 14 = 1$

11 **Escribe una expresión para los movimientos reflejados en cada recta numérica, y resuélvela:**

a)



b)



a) $0 + 11 + 4 - 7 - 3 = 5$

b) $-13 + 5 - 3 + 10 - 3 = -4$

4 SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS

Página 72

Para fijar ideas

1 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) Recibo un talón de 80 €. → +(+80) = …

b) Contraigo una deuda de 35 €. → +(…) = …

c) Me perdonan una deuda de 15 €. → –(…) = …

d) Pierdo un talón de 45 €. → …

a) +(+80) = 80

b) +(–35) = –35

c) –(–15) = 15

d) –(+45) = –45

2 **Resuelve comprobando que obtienes la solución indicada.**

a) 7 + (+3)

b) 7 + (–9)

c) 12 – (+4)

d) 12 – (–4)

e) 16 + (–9) + (–11)

f) (–14) – (–8) + 6

Soluciones: **a) 10; b) –2; c) 8; d) 16; e) –4; f) 0**

a) 7 + (+3) = 7 + 3 = 10

b) 7 + (–9) = 7 – 9 = –2

c) 12 – (+4) = 12 – 4 = 8

d) 12 – (–4) = 12 + 4 = 16

e) 16 + (–9) + (–11) = 16 – 9 – 11 = 16 – 20 = –4

f) (–14) – (–8) + 6 = –14 + 8 + 6 = –14 + 14 = 0

Página 73

Para fijar ideas

3 **Traduce cada enunciado mediante una expresión aritmética y calcula la variación del saldo de la cuenta en cada caso.**

a) En la cuenta entran estos nuevos apuntes:

Un talón de 25 € y dos facturas, una de 16 € y otra de 38 €.

b) En la cuenta se anulan los siguientes apuntes anotados por error:

Un talón de 25 € y dos facturas, una de 16 € y otra de 38 €.

a) +(25 – 16 – 38) = –29

b) –(+25 –16 – 38) = 29

4 **Quita los paréntesis, calcula y comprueba las soluciones.**

a) $5 - (9 - 3)$ **b)** $7 + (2 - 8)$ **c)** $12 - (-3 + 10)$

d) $15 - (8 + 11)$ **e)** $-(7 + 4) + 14$ **f)** $(6 - 9) - (10 - 7)$

Soluciones: **a) –1; b) +1; c) +5; d) –4; e) +3; f) –6**

a) $5 - (9 - 3) = 5 - 9 + 3 = 8 - 9 = -1$

b) $7 + (2 - 8) = 7 + 2 - 8 = 9 - 8 = +1$

c) $12 - (-3 + 10) = 12 + 3 - 10 = +5$

d) $15 - (8 + 11) = 15 - 8 - 11 = 15 - 19 = -4$

e) $-(7 + 4) + 14 = -7 - 4 + 14 = -11 + 14 = +3$

f) $(6 - 9) - (10 - 7) = 6 - 9 - 10 + 7 = 13 - 19 = -6$

5 **Copia y completa las dos formas de resolver la misma expresión.**

a) Operar dentro de los paréntesis, empezando por los más pequeños.

15 – [12 – (6 – 11) + (3 – 9)] = 15 – [12 – (□) + (□)] = 15 – [12 + □ – □] = 15 – □ = □

b) Quitar paréntesis, empezando por los más pequeños, y después operar.

15 – [12 – (6 – 11) + (3 – 9)] = 15 – [12 – □ + □ + □ – □] =

15 – □ + □ – □ – □ + □ = 30 – □ = □

a) $15 - [12 - (-5) + (-6)] = 15 - [12 + 5 - 6] = 15 - 11 = 4$

b) $15 - [12 - 6 + 11 + 3 - 9] = 15 - 12 + 6 - 11 - 3 + 9] = 30 - 26 = 4$

Página 74

Para practicar

1 **Quita el paréntesis y calcula igual que en el ejemplo.**

• **–16 – (–5) = –16 + 5 = –11**

a) $12 + (+4)$ **b)** $10 - (+8)$ **c)** $15 - (-6)$

d) $10 - (+16)$ **e)** $-2 + (+8)$ **f)** $-3 - (-5)$

a) $12 + 4 = 16$ b) $10 - 8 = 2$ c) $15 + 6 = 21$

d) $10 - 16 = -6$ e) $-2 + 8 = 6$ f) $-3 + 5 = 2$

2 **Opera, como en el ejemplo, suprimiendo paréntesis.**

• **–(+14) – (–12) = –14 + 12 = –2**

a) $+(+7) + (+6)$ **b)** $+(-5) + (-3)$

c) $+(-6) - (+8)$ **d)** $-(-7) + (-10)$

e) $-(-3) - (-5)$ **f)** $-(-2) - (+6)$

g) $+(-7) - (-3)$ **h)** $-(-5) + (+4)$

i) $+(-12) + (+10)$ **j)** $-(+6) - (+8)$

a) $+(+7) + (+6) = 7 + 6 = 13$ b) $+(-5) + (-3) = -5 - 3 = -8$

c) $+(-6) - (+8) = -6 - 8 = -14$ d) $-(-7) + (-10) = 7 - 10 = -3$

e) $-(-3) - (-5) = 3 + 5 = 8$ f) $-(-2) - (+6) = 2 - 6 = -4$

g) $+(-7) - (-3) = -7 + 3 = -4$ h) $-(-5) + (+4) = 5 + 4 = 9$

i) $+(-12) + (+10) = -12 + 10 = -2$ j) $-(+6) - (+8) = -6 - 8 = -14$

3 **Juego: se tiran los dos dados juntos, dos veces. A los puntos de la primera tirada se les restan los puntos de la segunda.**

	1.ª TIRADA (+)		2.ª TIRADA (−)	
ANA	−5	+2	−5	+4
SARA	−6	+2	+4	−1
CHARO	+5	−4	−6	+1

Escribe la expresión que da la puntuación de cada jugadora y resuélvela.

Ana → $(-5 + 2) - (-5 + 4) = -3 - (-1) = -2$

Sara → $(-6 + 2) - (4 - 1) = -4 - 3 = -7$

Charo → $(5 - 4) - (-6 + 1) = 1 + 5 = 6$

4 **Calcula el valor de cada expresión como en el ejemplo.**

• **$2 - (+5) - 3 + (-6) - (-10) = 2 - 5 - 3 - 6 + 10 = 2 + 10 - 5 - 3 - 6 = 12 - 14 = -2$**

a) **$8 - (+6) - 2 + (-3) - (-9)$** **b)** **$+(-4) + (+12) - 11 + (-3) - 1$**

c) **$-(+5) - (-6) + 14 - (+10) + 3$** **d)** **$(+5) - (+12) + (-7) - (-11) + (-1)$**

a) $8 - (+6) - 2 + (-3) - (-9) = 8 - 6 - 2 - 3 + 9 = 8 + 9 - 6 - 2 - 3 = 6$

b) $+(-4) + (+12) - 11 + (-3) - 1 = -4 + 12 - 11 - 3 - 1 = 12 - 4 - 11 - 3 - 1 = -7$

c) $-(+5) - (-6) + 14 - (+10) + 3 = -5 + 6 + 14 - 10 + 3 = 6 + 14 + 3 - 5 - 10 = 8$

d) $(+5) - (+12) + (-7) - (-11) + (-1) = 5 - 12 - 7 + 11 - 1 = 5 + 11 - 12 - 7 - 1 = -4$

5 **Resuelve, como en los ejemplos, quitando primero el paréntesis u operando dentro de él.**

a) **$12 + (+3 - 5)$** **b)** **$8 - (-5 + 13)$** **c)** **$14 - (+12 - 10)$** **d)** **$2 + (-4 - 7)$**

a) $12 + (+3 - 5)$

$12 + 3 - 5$

$15 - 5$

10

b) $8 - (-5 + 13)$

$8 + 5 - 13$

$13 - 13$

0

c) $14 - (+12 - 10)$

$14 - 12 + 10$

$24 - 12$

12

d) $2 + (-4 - 7)$

$2 + (-11)$

$2 - 11$

-9

6 **Calcula, quitando primero los paréntesis, como en el ejemplo.**

• **$(5 - 12) - (8 - 6) = 5 - 12 - 8 + 6 = 11 - 20 = -9$**

a) **$(7 - 4) + (9 - 5)$** **b)** **$(2 + 6) + (5 - 8)$**

c) **$(5 - 9) + (2 - 12)$** **d)** **$(7 + 3) - (5 + 4)$**

e) **$(8 - 12) - (2 - 5)$** **f)** **$(10 - 7) - (-2 - 6)$**

g) **$-(8 + 4) + (5 - 9)$** **h)** **$-(6 - 2) - (7 - 9)$**

a) $(7 - 4) + (9 - 5) = 7 - 4 + 9 - 5 = 16 - 9 = 7$

b) $(2 + 6) + (5 - 8) = 2 + 6 + 5 - 8 = 13 - 8 = 5$

c) $(5 - 9) + (2 - 12) = 5 - 9 + 2 - 12 = 7 - 21 = -14$

d) $(7 + 3) - (5 + 4) = 7 + 3 - 5 - 4 = 10 - 9 = 1$

e) $(8 - 12) - (2 - 5) = 8 - 12 - 2 + 5 = 13 - 14 = -1$

f) $(10 - 7) - (-2 - 6) = 10 - 7 + 2 + 6 = 18 - 7 = 11$

g) $-(8 + 4) + (5 - 9) = -8 - 4 + 5 - 9 = 5 - 21 = -16$

h) $-(6 - 2) - (7 - 9) = -6 + 2 - 7 + 9 = 11 - 13 = -2$

7 **Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro de los paréntesis, como se hace en este ejemplo:**

• **(5 – 12) – (8 – 6) = (–7) – (2) = –7 – 2 = –9**

a) (7 – 4) + (9 – 5) = (+3) + (+4) = 3 + 4 = 7

b) (2 + 6) + (5 – 8) = (+8) + (–3) = 8 – 3 = 5

c) (5 – 9) + (2 – 12) = (–4) + (–10) = –4 – 10 = –14

d) (7 + 3) – (5 + 4) = (+10) – (+9) = 10 – 9 = 1

e) (8 – 12) – (2 – 5) = (–4) – (–3) = –4 + 3 = –1

f) (10 – 7) – (–2 – 6) = (+3) – (–8) = 3 + 8 = 11

g) –(8 + 4) + (5 – 9) = –(+12) + (–4) = –12 – 4 = –16

h) –(6 – 2) – (7 – 9) = –(+4) – (–2) = –4 + 2 = –2

8 ***Operar: [8 – (+11)] – [3 + (–7 + 5)]***

Ejercicio resuelto.

9 **Calcula.**

a) 6 + [5 + (7 + 2)]

b) 8 + [4 – (3 + 5)]

c) 10 – [6 + (2 + 7)]

d) 15 – [2 – (6 – 10)]

e) 15 – [10 – (8 + 4)]

f) 12 – [7 – (2 – 10)]

g) (–6) + [5 + (2 – 12)]

h) (–7) – [3 – (4 – 9)]

a) 6 + [5 + (7 + 2)] = 20

b) 8 + [4 – (3 + 5)] = 4

c) 10 – [6 + (2 + 7)] = –5

d) 15 – [2 – (6 – 10)] = 9

e) 15 – [10 – (8 + 4)] = 17

f) 12 – [7 – (2 – 10)] = –3

g) (–6) + [5 + (2 – 12)] = –11

h) (–7) – [3 – (4 – 9)] = –15

10 **Calcula.**

a) (2 – 10) + [5 – (8 + 2)]

b) (12 – 3) – [1 – (2 – 6)]

c) [9 – (+5)] + [7 + (–10)]

d) [10 – (–2)] – [5 – (+12)]

e) [8 – (6 + 4)] – (5 – 7)

f) [1 + (6 – 9)] – (8 – 12)

a) (2 – 10) + [5 – (8 + 2)] = –13

b) (12 – 3) – [1 – (2 – 6)] = 4

c) [9 – (+5)] + [7 + (–10)] = 1

d) [10 – (–2)] – [5 – (+12)] = 19

e) [8 – (6 + 4)] – (5 – 7) = 0

f) [1 + (6 – 9)] – (8 – 12) = 2

5 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Página 76

Para fijar ideas

1 **Copia y completa con un número entero, siempre que sea posible.**

a) $(+7) \cdot (-4) = \square$ **b)** $(-10) \cdot (+4) = \square$

c) $(-8) \cdot (-20) = \square$ **d)** $(+15) : (-3) = \square$

e) $(-20) : (+7) = \square$ **f)** $(-8) : (-2) = \square$

a) -28 b) -40 c) 160

d) -5 e) No entero. f) 4

2 **Copia, completa y expresa el proceso en lenguaje aritmético.**

a) $(-5) \cdot (+2) \cdot (-6)$

$(\square) \cdot (-6)$

$\square$

a) $(-5) \cdot (+2) \cdot (-6)$

$(-10) \cdot (-6)$

60

b) $(+3) \cdot (+4) \cdot (-5)$

$+3 \cdot (\square)$

$\square$

b) $(+3) \cdot (+4) \cdot (-5)$

$+3 \cdot (-20)$

-60

c) $(-4) \cdot (-2) \cdot (-5)$

$(\square) \cdot (-5)$

$\square$

c) $(-4) \cdot (-2) \cdot (-5)$

$(8) \cdot (-5)$

(-40)

3 **Completa en tu cuaderno y contesta.**

$(+24) : [(-6) : (-2)]$

$24 : (\square)$

$\square$

$[(+24) : (-6)] : (-2)$

$(\square) : (-2)$

$\square$

¿Cumple la división de números enteros la propiedad asociativa?

$(+24) : [(-6) : (-2)]$

$24 : (3)$

(8)

$[(+24) : (-6)] : (-2)$

$(-4) : (-2)$

2

La división de números enteros no cumple la propiedad asociativa.

Para practicar

1 **Calcula estos productos:**

a) $3 \cdot (-2)$ **b)** $-5 \cdot (+3)$ **c)** $-4 \cdot (-6)$

d) $(-4) \cdot (+7)$ **e)** $(+2) \cdot (+6)$ **f)** $(-5) \cdot (-7)$

g) $(+3) \cdot (-8)$ **h)** $(-9) \cdot (-3)$ **i)** $(-6) \cdot (+4)$

a) -6 b) -15 c) 24

d) -28 e) 12 f) 35

g) -24 h) 27 i) -24

2 **Copia en tu cuaderno y completa.**

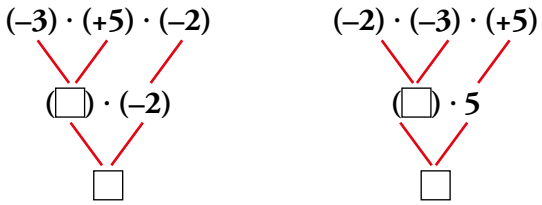
a) $(-6) \cdot \square = -18$ **b)** $(+8) \cdot \square = -24$

c) $(-7) \cdot \square = +35$ **d)** $(+15) \cdot \square = +60$

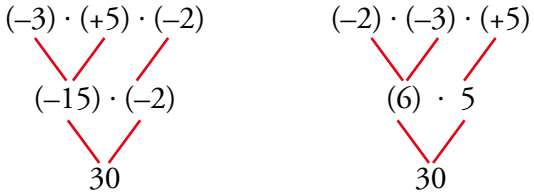
a) $(-6) \cdot (+3) = -18$ b) $(+8) \cdot (-3) = -24$

c) $(-7) \cdot (-5) = +35$ d) $(+15) \cdot (+4) = +60$

3 **Copia y completa.**



¿Cumple la multiplicación de números enteros la propiedad asociativa?



La multiplicación de números enteros sí cumple la propiedad asociativa.

4 **Calcula el cociente entero, si existe.**

a) $(-8) : (+2)$ **b)** $(+20) : (-10)$ **c)** $(-12) : (-4)$

d) $(-4) : (+3)$ **e)** $(-15) : (-3)$ **f)** $(-1) : (+6)$

g) $(+42) : (-7)$ **h)** $(+38) : (+8)$ **i)** $(-36) : (+9)$

a) -4 b) -2 c) 3

d) No entero. e) 5 f) No entero.

g) -6 h) No entero. i) -4

5 **Escribe.**

a) **Tres divisiones de enteros cuyo cociente sea entero.**

b) **Tres divisiones de enteros cuyo cociente no sea entero.**

Respuesta abierta.

6 **Calcula.**

a) **(+3) · (–5) · (+2)**

a) (+3) · (–5) · (+2) = –30

b) **(–4) · (–1) · (+6)**

b) (–4) · (–1) · (+6) = +24

c) **(–2) · (–7) · (–2)**

c) (–2) · (–7) · (–2) = –28

d) **(+5) · (–4) · (–3)**

d) (+5) · (– 4) · (–3) = +60

7 **Opera, sin olvidar el papel de los paréntesis.**

a) **[(+80) : (–8)] : (–5)**

a) [(+80) : (–8)] : (–5) = [–10] : (–5) = +2

b) **[(–70) : (–2)] : (–7)**

b) [(–70) : (–2)] : (–7) = [+35] : (–7) = –5

c) **(+50) : [(–30) : (+6)]**

c) (+50) : [(–30) : (+6)] = (+50) : [–5] = –10

d) **(–40) : [(+24) : (+3)]**

d) (–40) : [(+24) : (+3)] = (–40) : [+8] = –5

8 ***[(–12) · (+5)] : (+10)***

Ejercicio resuelto.

9 **Opera como en el ejercicio resuelto anterior.**

a) **[(+6) · (–4)] : (–3)**

a) [(+6) · (–4)] : (–3) = [–24] : (–3) = +8

b) **[(–15) · (–2)] : (+6)**

b) [(–15) · (–2)] : (+6) = [+30] : (+6) = +5

c) **(–5) · [(+12) : (–3)]**

c) (–5) · [(+12) : (–3)] = (–5) · [–4] = +20

d) **[(–5) · (+12)] : (–3)**

d) [(–5) · (+12)] : (–3) = [–60] : (–3) = +20

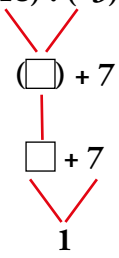
6 OPERACIONES COMBINADAS

Página 77

Para fijar ideas

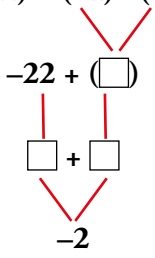
1 **Copia, completa y expresa el proceso en lenguaje aritmético.**

a) (+18) : (–3) + 7



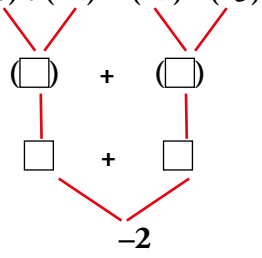
(+18) : (–3) + 7 = □

b) (–22) + (–4) · (–5)



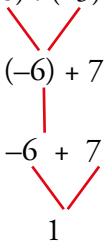
(–22) + (–4) · (–5) = □

c) (+10) : (–2) + (–1) · (–3)



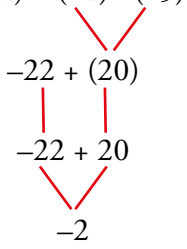
(+10) : (–2) + (–1) · (–3) = □

a) (+18) : (–3) + 7



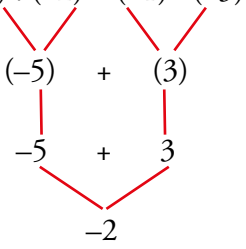
(+18) : (–3) + 7 = 1

b) (–22) + (–4) · (–5)



(–22) + (–4) · (–5) = –2

c) (+10) : (–2) + (–1) · (–3)



(+10) : (–2) + (–1) · (–3) = –2

2 **Opera como en el ejemplo.**

- **(–20) : (10 – 6) – (–3) · (–3) = (–20) : 4 – (+9) = –5 – 9 = –14**

a) 5 · (–4) + 2 · (–3)

b) (+40) : (–8) – (–30) : (+6)

c) (–15) : (5 – 8) + 4

d) (–8) · (+2) + (–5) · (–3)

e) (7 – 10) · (–2) + 1

f) (+27) : (6 – 9) – (11 – 8)

a) 5 · (–4) + 2 · (–3) = (–20) + (–6) = –26

b) (+40) : (–8) – (–30) : (+6) = (–5) – (–5) = 0

c) (–15) : (5 – 8) + 4 = (–15) : (–3) + 4 = 5 + 4 = 9

d) (–8) · (+2) + (–5) · (–3) = –16 + (15) = –1

e) (7 – 10) · (–2) + 1 = (–3) · (–2) + 1 = 6 + 1 = 7

f) (+27) : (6 – 9) – (11 – 8) = 27 : (–3) – 3 = –9 – 3 = –12

Para practicar

1 **Calcula.**

a) $(-3) \cdot [(-2) + (-4)]$

b) $(+6) : [(+5) - (+7)]$

c) $(+4) \cdot [(-5) + (+2)]$

d) $(-20) : [(-6) - (-2)]$

a) $(-3) \cdot [(-2) + (-4)] = (-3) \cdot [-2 - 4] = (-3) \cdot [-6] = 18$

b) $(+6) : [(+5) - (+7)] = (+6) : [+5 - 7] = (+6) : [-2] = -3$

c) $(+4) \cdot [(-5) + (+2)] = (+4) \cdot [-5 + 2] = (+4) \cdot [-3] = -12$

d) $(-20) : [(-6) - (-2)] = (-20) : [-6 + 2] = (-20) : [-4] = 5$

2 **Resuelve.**

a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)]$

b) $(-2) \cdot [(-4) - (-6)] - 9$

c) $12 + (-5) : [(-9) + 8]$

d) $(31 - 9) : [2 - (-9)]$

a) $19 - (-3) \cdot [5 - (+8)] = 19 - (-3) \cdot [-3] = 19 - (+9) = 19 - 9 = 10$

b) $(-2) \cdot [(-4) - (-6)] - 9 = (-2) \cdot [+2] - 9 = -4 - 9 = -13$

c) $12 + (-5) : [(-9) + 8] = 12 + (-5) : [-1] = 12 + 5 = 17$

d) $(31 - 9) : [2 - (-9)] = 22 : 11 = 2$

7 ▶ POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

Página 79

Para fijar ideas

1 **Calcula.**

a) $(+2)^4$ **b)** $(-2)^4$ **c)** $(-3)^2$ **d)** $(-3)^3$ **e)** $(-3)^4$

f) $(+1)^6$ **g)** $(-1)^7$ **h)** $(+10)^3$ **i)** $(-10)^4$ **j)** $(-7)^3$

k) $(+2)^5$ **l)** $(-2)^6$ **m)** $(-5)^3$ **n)** $(+3)^4$ **ñ)** $(-3)^5$

a) 16 b) 16 c) 9 d) −27 e) 81

f) 1 g) −1 h) 1 000 i) 10 000 j) −343

k) 32 l) 64 m) −125 n) 81 o) −243

2 **¿Verdadero o falso?**

a) Si elevas un número impar a una potencia, el resultado es negativo.

b) Una potencia de exponente impar siempre es negativa.

c) Una potencia de base negativa puede ser positiva.

d) La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es un número entero.

e) La raíz cuadrada de un número negativo existe si el número es par, y no existe si es impar.

a) Falso. Por ejemplo: $3^2 = 9$

b) Falso. Por ejemplo: $2^3 = 8$

c) Verdadero. Por ejemplo: $(-2)^2 = +4$

d) Verdadero. Por ejemplo: $\sqrt{25} = 5$

e) Falso. No existe en ningún caso.

3 **Calcula como en el ejemplo y observa las diferencias.**

a) $(-2)^4$	**b)** $(-5)^2$	**c)** $(-2)^3$	**d)** $(-3)^3$
-2^4	-5^2	-2^3	-3^3
$(+2)^4$	$(+5)^2$	$(+2)^3$	$(+3)^3$
a) +16	b) +25	c) −8	d) −27
−16	−25	−8	−27
+16	+25	+8	+27

4 **Reduce a una sola potencia y calcula.**

a) $(-4)^8 : (-4)^5$ **b)** $(-3)^2 \cdot (-3)^2$ **c)** $(-3)^{10} : (-3)^6$

d) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$ **e)** $(+6)^7 : (+6)^5$ **f)** $(-10)^3 \cdot (-10)^4$

a) $(-4)^3 = -64$ b) $(-3)^4 = 81$ c) $(-3)^4 = 81$

d) $(-2)^5 = -32$ e) $(+6)^2 = 36$ f) $(-10)^7 = -10\,000\,000$

5 **Escribe la solución entera, si existe.**

a) $\sqrt{+1}$ **b)** $\sqrt{-1}$

c) $-\sqrt{+1}$ **d)** $\sqrt{+25}$

e) $-\sqrt{+81}$ **f)** $-\sqrt{-64}$

g) $\sqrt{-100}$ **h)** $-\sqrt{+400}$

a) 1 y –1 b) No tiene solución entera.

c) 1 y –1 d) +5 y –5

e) 9 y –9 f) No tiene solución entera.

g) No tiene solución entera. h) 20 y –20

6 **Las raíces cuadradas de 45, 70 y 90 no son enteras. Completa, en cada caso, con dos números enteros consecutivos.**

a) $+\square < \sqrt{45} < +\square$ $-\square < -\sqrt{45} < -\square$

b) $+\square < \sqrt{70} < +\square$ $-\square < -\sqrt{70} < -\square$

c) $+\square < \sqrt{90} < +\square$ $-\square < -\sqrt{90} < -\square$

a) $+6 < \sqrt{45} < +7$ $-7 < -\sqrt{45} < -6$

b) $+8 < \sqrt{70} < +9$ $-9 < -\sqrt{70} < -8$

c) $+9 < \sqrt{90} < +10$ $-10 < -\sqrt{90} < -9$

7 **Calcula y observa las diferencias.**

a) $\sqrt{16+9}$ $\sqrt{16}+\sqrt{9}$

b) $\sqrt{100-36}$ $\sqrt{100}-\sqrt{36}$

c) $\sqrt{64+225}$ $\sqrt{64}+\sqrt{225}$

d) $\sqrt{289-64}$ $\sqrt{289}-\sqrt{64}$

a) $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{16}+\sqrt{9} = 4+3 = 7$

b) $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$ $\sqrt{100}-\sqrt{36} = 10-6 = 4$

c) $\sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$ $\sqrt{64}+\sqrt{225} = 8+15 = 23$

d) $\sqrt{289-64} = \sqrt{225} = 15$ $\sqrt{289}-\sqrt{64} = 17-8 = 9$

Para practicar

1 **Copia y completa.**

a) $(+2)^5 = \square$ **b)** $(-2)^{\square} = -32$ **c)** $(\square)^3 = 27$

d) $(+10)^5 = \square$ **e)** $(-3)^{\square} = 81$ **f)** $(\square)^3 = -64$

a) 32 b) 5 c) 3

d) 100 000 e) 4 f) –4

2 **Escribe la solución en cada caso, si existe.**

a) $\sqrt{(-9)}$ **b)** $-\sqrt{49}$

c) $\sqrt{121}$ **d)** $-\sqrt{900}$

a) No existe. b) 7 y –7

c) 11 y –11 d) 30 y –30

3 **Observa el ejemplo resuelto y calcula.**

• $(-5)^3 \cdot (-2)^3 = [(-5) \cdot (-2)]^3 = (+10)^3 = +1\,000$

a) $(+4)^3 \cdot (-5)^3$ **b)** $(-6)^4 \cdot (-5)^4$

c) $(-5)^7 : (+5)^7$ **d)** $(-15)^4 : (-5)^4$

e) $(+2)^5 \cdot (-5)^5$ **f)** $(-24)^3 : (-6)^3$

a) $[(+4) \cdot (-5)]^3 = (-20)^3 = -8\,000$ b) $[(-6) \cdot (-5)]^4 = (30)^4 = 810\,000$

c) $[(-5) : (+5)]^7 = (-1)^7 = -1$ d) $[(-15) : (-5)]^4 = (3)^4 = 81$

e) $[(+2) \cdot (-5)]^5 = (-10)^5 = -100\,000$ f) $[(-24) : (-6)]^3 = (4)^3 = 64$

Página 80

Ejercicios y problemas

El conjunto $\mathbb{Z}$. Orden y representación

1 **Expresa con la notación de los números enteros, como se hace en el ejemplo:**

• **Me llega una factura de 84 €. → +(–84) = –84**

a) Cobro 155 € por un trabajo realizado.

b) Le pago a Juana los 10 € que le debía.

c) Mi hermano me perdona los 10 € que me prestó.

a) +(+155) = +155 b) –(+10) = –10 c) –(–10) = +10

2 **Escribe, en cada caso, todos los números enteros comprendidos entre:**

a) +5 y –5 **b) –10 y –2** **c) –8 y 0**

a) –5, –4, –3, –2, –1, 0, +1, +2, +3, +4, +5

b) –10, –9, –8, –7, –6, –5, –4, –3, –2

c) –8, –7, –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0

3 **Ordena de menor a mayor.**

a) +6, +2, 0, +4, –7, +3

b) –7, –2, 0, –1, –5, –9

c) –4, 0, +6, –8, +3, –5

a) $-7 < 0 < +2 < +3 < +4 < +6$

b) $-9 < -7 < -5 < -2 < -1 < 0$

c) $-8 < -5 < -4 < 0 < +3 < +6$

4 **Escribe todos los números enteros cuyo valor absoluto:**

a) Sea menor que 5.

b) Esté comprendido entre 5 y 8.

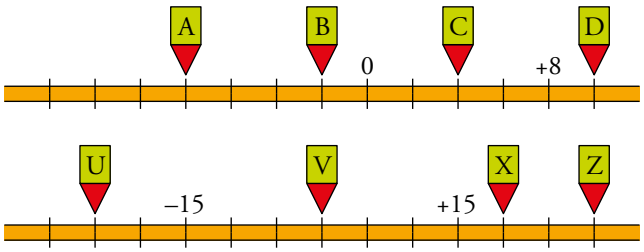
a) 1, –1, 2, –2, 3, –3, 4 y –4

b) 6, –6, 7 y –7

5 **Escribe un número entero para cada movimiento en la recta:**

M = –3 N = +5 K = –8

6 **¿Qué número corresponde a cada letra?**



A = –8 B = –2 C = + 4 D = +10

U = –25 V = 0 X = +20 Z = +30

7 **¿Verdadero o falso?**

a) En la recta numérica, ningún número a la izquierda del cero tiene de valor absoluto 5.

b) El opuesto de (–7) está a la derecha del cero.

c) Dos números enteros distintos nunca tienen el mismo valor absoluto.

d) Cualquier número entero es mayor que su opuesto.

e) En la recta, dos números opuestos están a la misma distancia del cero.

a) Falso. $|-5| = 5$.

b) Verdadero; es el +7.

c) Falso. Cualquier entero y su opuesto son distintos y tienen el mismo valor absoluto.

d) Falso. Si el número es negativo no ocurre porque su opuesto es positivo y, por tanto, mayor.

e) Verdadero.

Suma y resta

8 **Calcula.**

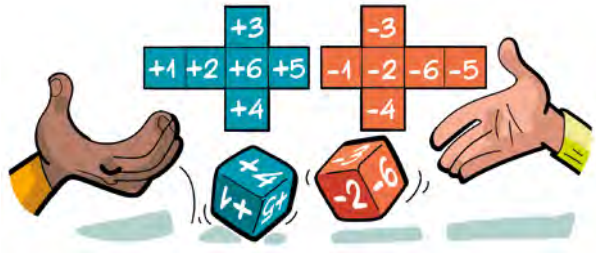
a) 14 – 10 + 4 – 6 **b) –7 – 5 + 8 + 2 – 6**

c) –3 + 5 + 2 – 1 – 7 **d) –3 – 7 + 14 + 10 – 9**

a) 2 b) –8

c) –4 d) 5

9 **¿Qué resultados puedes obtener al tirar a la vez estos dos dados y sumar sus puntuaciones? Pon ejemplos.**



Se pueden obtener todos los números comprendidos entre –5 y +5.

Por ejemplo: (–6) + (+1) = –5; (+4) + (–4) = 0

10 **Quita paréntesis y opera.**

a) **(+3) – (+8)**

b) **(–9) + (–6)**

c) **(–7) – (–7) – (+7)**

d) **(–11) + (+8) – (–6)**

e) **(+15) – (–12) – (+11) + (–16)**

f) **(–3) – (–2) – (+4) + (–7) + (+8)**

a) (+3) – (+8) = 3 – 8 = –5

b) (–9) + (–6) = –9 – 6 = –15

c) (–7) – (–7) – (+7) = –7 + 7 – 7 = –7

d) (–11) + (+8) – (–6) = –11 + 8 + 6 = 14 – 11 = 3

e) (+15) – (–12) – (+11) + (–16) = 15 + 12 – 11 – 16 = 27 – 27 = 0

f) (–3) – (–2) – (+4) + (–7) + (+8) = –3 + 2 – 4 – 7 + 8 = 10 – 14 = –4

11 ***Calcular de dos formas: 11 – (5 – 8 – 6 + 3)***

Ejercicio resuelto.

12 **Calcula.**

a) **(4 + 8) – (3 – 9)**

b) **10 + (8 – 15 + 2 – 6)**

c) **12 – (7 + 11 – 14 – 8)**

d) **–9 + (–4 – 3)**

e) **(6 – 12 + 2) – (11 – 4 + 2 – 5)**

a) 18 b) –1 c) 16 d) –16 e) –8

13 ***[(+2) + (–12)] – [(3 – 7) – (7 – 2)]***

Ejercicio resuelto.

14 **Calcula.**

a) $(5 - 7) - [(-3) + (-6)]$

b) $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)]$

c) $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)]$

d) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)]$

e) $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)]$

a) $(5 - 7) - [(-3) + (-6)] = +7$

b) $(-8) + [(+7) - (-4) + (-5)] = -2$

c) $(+9) - [(+3) - (3 - 12) - (+8)] = +5$

d) $[(+6) - (-8)] - [(-4) - (-10)] = +8$

e) $[(2 - 8) + (5 - 7)] - [(-9 + 6) - (-5 + 7)] = -3$

Página 81

15 **¿Verdadero o falso?**

a) **La suma de un número y su opuesto es cero.**

b) **El opuesto de la suma de dos números es igual a la suma de sus opuestos.**

c) **La diferencia de dos números enteros es siempre menor que su suma.**

d) **La suma de los valores absolutos de dos enteros es mayor o igual que el valor absoluto de su suma.**

a) Verdadero. $3 + (-3) = 3 - 3 = 0$

b) Verdadero. $-(a + b) = -a - b = (-a) + (-b)$

c) Falso. $-3 - (-5) = 2$ y $-3 + (-5) = -8$

d) Verdadero.

Multiplicación y división

16 **Observa el ejemplo y resuelve.**

- **$6 \cdot 5 - 4 \cdot 7 - 28 : 4 + 36 : 9 = 30 - 28 - 7 + 4 = 34 - 35 = -1$**

a) **$2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3$**

b) **$30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9$**

c) **$3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5$**

d) **$5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3$**

a) $2 \cdot 7 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 14 - 12 - 6 = -4$

b) $30 : 6 - 42 : 7 - 27 : 9 = 5 - 6 - 3 = -4$

c) $3 \cdot 5 - 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5 = 15 - 24 + 20 - 30 = -19$

d) $5 \cdot 4 - 28 : 4 - 3 \cdot 3 = 20 - 7 - 9 = 4$

17 ***Calcular:*** ***(–3) · (–4) – (+2) · (–9) – (–7) · (–5)***

Ejercicio resuelto.

18 **Resuelve como en el ejercicio resuelto anterior.**

a) **(–2) · (–5) + (+4) · (–3)**

b) **(–8) · (+2) – (+5) · (–4)**

c) **(–5) – (+4) · (–3) – (–8)**

d) **14 – (+5) · (–4) + (–6) · (+3) + (–8)**

a) (–2) · (–5) + (+4) · (–3) = (+10) + (–12) = 10 – 12 = –2

b) (–8) · (+2) – (+5) · (–4) = (–16) – (–20) = –16 + 20 = +4

c) (–5) – (+4) · (–3) – (–8) = (–5) – (–12) – (–8) = –5 + 12 + 8 = 15

d) 14 – (+5) · (–4) + (–6) · (+3) + (–8) = 14 – (–20) + (–18) + (–8) = 14 + 20 – 18 – 8 = 8

19 **Calcula como en el ejemplo.**

• **(–4) · (2 – 7) = (–4) · (–5) = +20**

a) **3 · (3 – 5)**

b) **(–4) · (6 – 10)**

c) **(–5) · (2 – 9)**

d) **16 : (1 – 5)**

e) **(–35) : (9 – 2)**

f) **(5 + 7) : (–4)**

a) 3 · (3 – 5) = 3 · (–2) = –6

b) (–4) · (6 – 10) = (–4) · (–4) = +16

c) (–5) · (2 – 9) = (–5) · (–7) = +35

d) 16 : (1 – 5) = 16 : (–4) = –4

e) (–35) : (9 – 2) = (–35) : (7) = –5

f) (5 + 7) : (–4) = 12 : (–4) = –3

20 **Opera estas expresiones:**

a) $35 + 7 \cdot (6 - 11)$

b) $60 : (8 - 14) + 12$

c) $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4)$

d) $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6)$

e) $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)]$

a) $35 + 7 \cdot (6 - 11) = 35 + 7 \cdot (-5) = 35 - 35 = 0$

b) $60 : (8 - 14) + 12 = 60 : (-6) + 12 = -10 + 12 = +2$

c) $(9 - 13 - 6 + 9) \cdot (5 - 11 + 7 - 4) = (-1) \cdot (-3) = +3$

d) $(6 + 2 - 9 - 15) : (7 - 12 + 3 - 6) = (-16) : (-8) = +2$

e) $-(8 + 3 - 10) \cdot [(5 - 7) : (13 - 15)] = -1 \cdot [(-2) : (-2)] = -1 \cdot 1 = -1$

21 ***(+12) – (+2) · [(–3) – (–8)]***

Ejercicio resuelto.

22 **Calcula como en el ejercicio resuelto anterior.**

a) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)]$

b) $28 : [(-4) + (-3)]$

c) $[(-9) - (+6)] : (-5)$

d) $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)]$

e) $5 - (-18) : [9 - (+15)]$

f) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - 3 \cdot [(-11) + 7]$

g) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)]$

a) $(-3) \cdot [(-9) - (-7)] = (-3) \cdot [-2] = +6$

b) $28 : [(-4) + (-3)] = 28 : [-7] = -4$

c) $[(-9) - (+6)] : (-5) = [-15] : (-5) = +3$

d) $(-11) - (-2) \cdot [15 - (+11)] = (-11) - (-2) \cdot [+4] = -11 + 8 = -3$

e) $5 - (-18) : [9 - (+15)] = 5 - (-18) : [-6] = 5 - 3 = 2$

f) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - 3 \cdot [(-11) + 7] = (-4) \cdot [+2] - 3 \cdot [-4] = -8 + 12 = +4$

g) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)] = [+3] : [-1] = -3$

23 **Opera.**

a) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)]$

b) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)]$

c) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)]$

d) $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4)$

e) $4 \cdot [(1 + 4) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (5 - 2)]$

f) $(-3) \cdot (+11) - [(2 - 8) + (-8) - (-2)] \cdot (+2)$

g) $(-6) \cdot [(3 - 7) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3)$

a) $(+5) - (-18) : [(+9) - (+15)] = 5 - (-18) : [-6] = 5 - 3 = 2$

b) $(-4) \cdot [(-6) - (-8)] - (+3) \cdot [(-11) + (+7)] = (-4) \cdot [+2] - (+3) \cdot [-4] = -8 + 12 = 4$

c) $[(+5) - (+2)] : [(-8) + (-3) - (-10)] = [+3] : [-1] = -3$

d) $8 + (4 - 9 + 7) \cdot 2 + 4 \cdot (3 - 8 + 4) = 8 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) = 8 + 4 - 4 = 8$

e) $4 \cdot [(+5) + (-7)] - (-3) \cdot [7 - (+3)] = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 4 = -8 + 12 = 4$

f) $(-3) \cdot (+11) - [(-6) + (-8) - (-2)] \cdot (+2) = -33 - (-12) \cdot 2 = -33 + 24 = -9$

g) $(-6) \cdot [(-7) + (+3) - (7 + 6 - 14)] - (+7) \cdot (+3) = (-6) \cdot [(-4) - (-1)] - 21 =$
$= (-6) \cdot (-3) - 21 = -3$

Potencias y raíces

24 **Halla las potencias siguientes:**

a) $(-1)^{10}$ **b)** $(-1)^{7}$ **c)** $(-4)^{4}$

d) $(-9)^{2}$ **e)** $(-10)^{7}$

a) 1 b) -1 c) 256

d) 81 e) $-10\,000\,000$

25 **Calcula.**

a) $(-3)^{3}$ **b)** $(+3)^{3}$ **c)** -3^{3}

d) $(-3)^{4}$ **e)** -3^{4}

a) -27 b) 27 c) -27

d) 81 e) -81

26 **Calcula, usando las propiedades de las potencias.**

a) $(-5)^{4} \cdot (-2)^{4}$ **b)** $(-4)^{4} \cdot (-5)^{4}$

c) $(-18)^{3} : (-6)^{3}$ **d)** $(+35)^{3} : (-7)^{3}$

e) $[(-5)^{3}]^{2} : (-5)^{5}$ **f)** $[(+8)^{4}]^{3} : (-8)^{10}$

a) $(-5)^{4} \cdot (-2)^{4} = (+10)^{4} = 10\,000$ b) $(-4)^{4} \cdot (-5)^{4} = 20^{4} = 160\,000$

c) $(-18)^{3} : (-6)^{3} = 3^{3} = 27$ d) $(+35)^{3} : (-7)^{3} = (-5)^{3} = -125$

e) $[(-5)^{3}]^{2} : (-5)^{5} = (-5)^{6-5} = -5$ f) $[(+8)^{4}]^{3} : (-8)^{10} = 8^{2} = 64$

27 **Halla, si existe, el resultado entero, exacto o aproximado.**

a) $\sqrt{(+121)}$ **b)** $\sqrt{(-121)}$ **c)** $\sqrt{(+225)}$

d) $\sqrt{(+250)}$ **e)** $\sqrt{(-250)}$ **f)** $\sqrt{(+400)}$

g) $\sqrt{(-900)}$ **h)** $\sqrt{(+1\,000)}$ **i)** $\sqrt{(+10\,000)}$

a) +11 y –11 b) No tiene solución. c) +15 y –15

d) $\begin{cases} +15 < \sqrt{250} < +16 \\ -16 < \sqrt{250} < -15 \end{cases}$ e) No tiene solución. f) +20 y –20

g) No tiene solución. h) $\begin{cases} +31 < \sqrt{1\,000} < +32 \\ -32 < \sqrt{1\,000} < -31 \end{cases}$ i) +100 y –100

Página 82

Interpreta y resuelve

28 **En una industria de congelados, la nave de envasado está a 12 °C, y el interior del almacén frigorífico, a 15 °C bajo cero.**

¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones reflejan la diferencia de temperatura entre ambos espacios?

a) **15 – 12** **b)** **15 + 12**

c) **(+12) – (–15)** **d)** **(+12) + (– 15)**

b) 15 + 12 y c) (+12) – (–15)

29 **Un día de invierno amaneció a 2 grados bajo cero. A las doce del mediodía, la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cinco de la tarde subió 3 grados más. Desde las cinco a medianoche bajó 5 grados, y de medianoche al alba bajó 6 grados más.**

a) **¿Con cuál de las siguientes expresiones se calcula la variación de temperatura en las 24 horas?**

- **(–2) + (+8) + (+3) – (–5) – (–6)**
- **(–2) + (+8) + (+3) + (–5) + (–6)**
- **8 + 3 – 5 – 6**

b) **¿Con cuál se calcula la temperatura al alba?**

c) **Calcula ambos valores.**

a) 8 + 3 – 5 – 6

b) (–2) + (+8) + (+3) + (–5) + (–6)

c) 8 + 3 – 5 – 6 = 0

(–2) + (+8) + (+3) + (–5) + (–6) = –2

Resuelve problemas

30 **Resuelve mentalmente.**

a) El ascensor llega a la quinta planta tras subir seis pisos. ¿En qué planta estaba antes de subir?

b) El ascensor estaba en la cuarta planta y baja siete pisos. ¿A qué planta ha llegado?

c) Para mañana se anuncian temperaturas máximas de 8 °C y mínimas de 3 °C bajo cero. ¿Cuál será la variación térmica a lo largo del día?

d) El termómetro, a las dos de la tarde de un día de invierno, marcaba siete grados centígrados, doce más que a las seis de la mañana. ¿Cuál era la temperatura a las seis de la mañana?

e) La temperatura, a las 12 p. m., había descendido a 2 °C bajo cero, y entre esa hora y las cinco de la madrugada bajó siete grados más. ¿Qué marcaba el termómetro a las 5 a. m.?

a) –1 b) –3 c) 11 ºC d) –5 ºC e) –9 ºC

31 **Alejandro Magno nació en 356 a. C. y murió en 323 a. C.**

¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?

(–323) – (–356) = 356 – 323 = 33

Murió a los 33 años.

Para calcular cuánto tiempo hace que murió Alejandro Magno, se suman 323 años al año actual.

32 **Resuelve mentalmente.**

a) Julio Pomponio, ciudadano de Roma, se casó el año 14 d. C. y había nacido el año 13 a. C. ¿A qué edad se casó?

b) Marco Petronio, habitante de Cartago Nova, celebró su 25.º aniversario en el año 13 de nuestra era. ¿En qué año nació?

a) A los 27 años.

b) En el 12 a. C.

33 **Una estación de montaña presenta este resumen de la evolución de sus finanzas a lo largo de un año:**

MARZO-JUNIO: Pérdidas de 5 675 €/mes.

JULIO-AGOSTO: Ganancias de 4 280 €/mes.

SEPTIEMBRE-NOVIEMBRE: Pérdidas de 3 240 €/mes.

DICIEMBRE-FEBRERO: Ganancias de 9 720 €/mes.

¿Cuál fue el balance final del año?

4 · (–5 675) + 2 · 4 280 + 3 · (–3 240) + 3 · 9 720 = 5 300

En el año ganó 5 300 euros.

34 **Un buzo se encuentra en la plataforma base a 6 m sobre el nivel del mar y realiza estos desplazamientos:**

a) Baja 20 metros para dejar material.

b) Baja 12 metros más para hacer una soldadura.

c) Sube 8 metros para reparar una tubería.

d) Finalmente, vuelve a subir a la plataforma.

¿Cuántos metros ha subido en su último desplazamiento?

$6 - 20 - 12 + 8 = 14 - 32 = -18$

$-18 + 24 = +6$

En el último desplazamiento sube 24 metros.

35 **Cicerón y Séneca fueron ciudadanos de Roma, cultos, buenos oradores y metidos en política, lo que a ambos les costó la vida. Sin embargo, vivieron en distinta época:**

- **Cicerón nació en el año 106 a. C. y vivió 63 años.**
- **Séneca nació 47 años después de la muerte de Cicerón y vivió 61 años.**

¿En qué año murió Séneca?

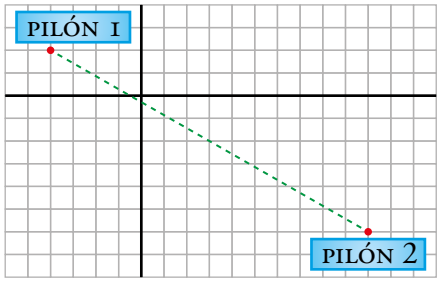
$-106 + 63 = -43$ → Cicerón murió en el año 43 a. C.

$-43 + 47 = 4$ → Séneca nació en el año 4 d. C.

$4 + 61 = 65$ → Séneca murió en el año 65 d. C.

36 **Dos agricultores acuerdan construir, de forma solidaria, un pozo que esté a la misma distancia de cada uno de sus respectivos pilones de riego.**

Escribe las coordenadas de cada uno de los pilones y las del lugar donde se construirá el pozo.



Coordenadas del pilón 1 → $(-4, 2)$

Coordenadas del pilón 2 → $(10, -6)$

El pozo se construirá en el punto central del segmento que une los dos pilones. Su primera coordenada estará a una distancia de $14 : 2 = 7$ unidades de las primeras coordenadas de cada pilón; y la segunda, a una distancia de $8 : 2 = 4$ unidades de las segundas coordenadas.

Primera coordenada → $-4 + 7 = 10 - 7 = 3$

Segunda coordenada → $2 - 4 = -6 - (-4) = -2$

Ese punto central es $(3, -2)$.

Página 83

37 ***Raquel y Antonio juegan tirando un dado. Si sale más de tres, Raquel anota cinco puntos y Antonio se quita cuatro, y en caso contrario, al revés. Después de diez tiradas, Raquel lleva 23 puntos. ¿Cuántos lleva Antonio?***

Problema resuelto.

Raquel → $7 \cdot (+5) + 3 \cdot (-4) = 35 - 12 = 23$ puntos

Antonio → $7 \cdot (-4) + 3 \cdot (+5) = -28 + 15 = -13$ puntos

En cada tirada, un jugador gana 5 puntos y el otro pierde 4. Así el cómputo global es de +1 punto por tirada.

La suma de los puntos, de ambos jugadores, en 10 tiradas será +10 puntos.

Si Raquel lleva +23, Antonio tendrá: $10 - 23 = -13$ puntos

38 **Resuelve la misma pregunta del problema resuelto, pero suponiendo que han realizado 12 tiradas y Raquel tiene –3 puntos.**

Raquel ha ganado 5 veces y ha perdido 7: $(+5) \cdot 5 + (-4) \cdot 7 = 25 - 28 = -3$

Antonio ha ganado 7 veces y perdido 5: $(+5) \cdot 7 + (-4) \cdot 5 = 35 - 20 = 15$

Antonio lleva 15 puntos.

39 **Abel y Laura juegan tirando al aire una moneda. Cada vez que sale cara, Abel gana cuatro puntos, y Laura pierde dos. Y si sale cruz, al revés. Después de 12 tiradas, Laura lleva seis puntos negativos. ¿Cuántos lleva Abel?**

En cada tirada, Laura gana cuatro puntos (+4) o pierde dos (–2).

Para que tenga –6 puntos, tienen que salir 3 caras.

Por cada cruz que salga, tienen que salir 2 caras para que Laura ni suba ni baje puntos.

Por tanto, tras doce tiradas, habrán salido 3 caras + (3 cruces + 6 caras).

En este caso, Abel lleva 30 puntos.

40 **En un examen de 20 preguntas, por cada pregunta acertada dan 3 puntos y por cada pregunta fallada (equivocada o no contestada) quitan 2. ¿Cuántas preguntas ha acertado un estudiante que ha obtenido un resultado de 20 puntos?**

Un estudiante que contestase bien a las 20 preguntas obtendría $20 \cdot 3 = 60$ puntos.

Sobre esos 60 puntos, por cada pregunta fallada o no contestada se pierden 5 puntos (3 que no suman y 2 que quitan).

El estudiante que ha obtenido 20 puntos ha perdido, sobre los 60 de máximo, 40 puntos, lo que supone haber contestado mal a $40 : 5 = 8$ preguntas.

Ha acertado 12 preguntas.

41 **Un depósito se abastece de agua mediante un grifo que se abre cada día, automáticamente, durante un cuarto de hora, y aporta un caudal de 15 litros por minuto. Después, se conecta, durante hora y media, a un sistema de riego que demanda un caudal de 3 litros por minuto.**

a) Calcula cuánta agua gana o pierde el depósito al día.

b) Calcula la cantidad de agua que debe contener hoy, al iniciar el día, para que el riego se mantenga durante un mes.

a) Cada día recibe $15 \cdot 15 = 225$ litros.
Cada día suelta $3 \cdot 90 = 270$ litros.
} Balance diario: $225 - 270 = -45$ litros

Por tanto, el depósito pierde 45 litros al día.

b) Suponemos que el mes tiene 30 días.

$45 \cdot 30 = 1\,350$

El depósito debe contener 1 350 litros a día de hoy.

Problemas «+»

42 **Representa y reflexiona.**

a) Dibuja unos ejes de coordenadas.

b) Representa los puntos $A(2, 2)$ y $B(-6, 2)$.

c) Los puntos A y B son vértices de un cuadrado. Dibuja el cuadrado.

d) Escribe las coordenadas de los otros dos vértices y las coordenadas del centro.

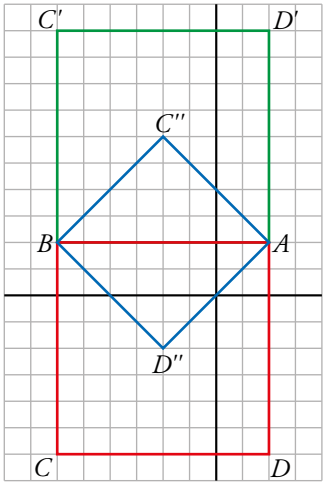
Intenta encontrar las tres soluciones posibles.

Hay tres posibles soluciones:

– Cuadrado rojo: $C(-6, -6)$; $D(2, -6)$
Coordenadas del centro: $(-2, -2)$

– Cuadrado verde: $C'(-6, 10)$; $D'(2, 10)$
Coordenadas del centro: $(-2, 6)$

– Cuadrado azul: $C''(-2, 6)$; $D''(-2, -2)$
Coordenadas del centro: $(-2, 2)$

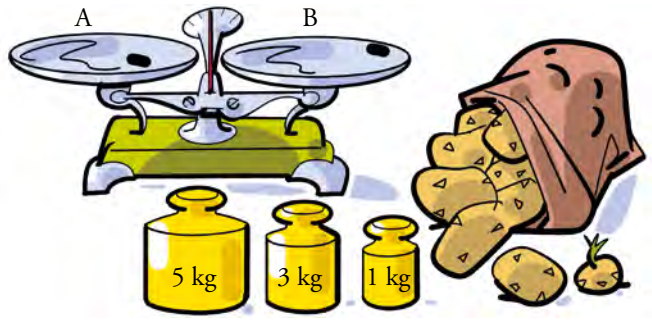


43 **Dispones de:**

— Una balanza con dos platillos, A y B.

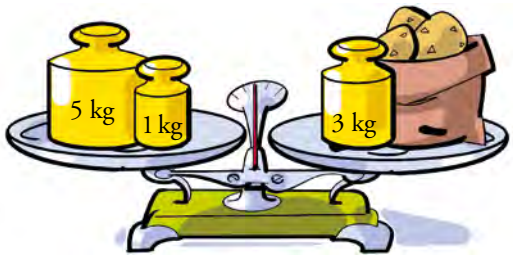
— Tres pesas: una de 1 kg, otra de 3 kg y otra de 5 kg.

— Un saco de patatas.



Busca todas las cantidades de patatas que podrías pesar, con una sola pesada, usando una, dos o las tres pesas.

Por ejemplo: para pesar 3 kg → 3 = 5 + 1 – 3



Respuesta abierta. Por ejemplo:

CÓMO PESAR	PESAS EN A	PESAS EN B
1 kg	1 kg	0 kg
2 kg	3 kg	1 kg
3 kg	3 kg	0 kg
4 kg	5 kg	1 kg
5 kg	5 kg	0 kg
6 kg	1 kg y 5 kg	0 kg
7 kg	5 kg y 3 kg	1 kg
8 kg	5 kg y 3 kg	0 kg
9 kg	5 kg, 3 kg y 1 kg	0 kg

Página 84

LEE E INFÓRMATE

Los cuadros mágicos

- **Construye un cuadrado mágico de 3 × 3 con los números enteros comprendidos entre el –4 y el +4.**

  AYUDA: ¿Cuánto valdrá la suma de cada línea, si restas 5 de cada casilla del anterior?

  Restando 5 a cada número del cuadrado que aparece en la página, se obtiene el cuadrado pedido:

4	9	2		–1	4	–3
3	5	7	(–5) ⟶	–2	0	2
8	1	6		3	–4	1

  A partir de lo aprendido aquí, se pueden generalizar diferentes formas de obtener cuadrados mágicos partiendo de uno dado:

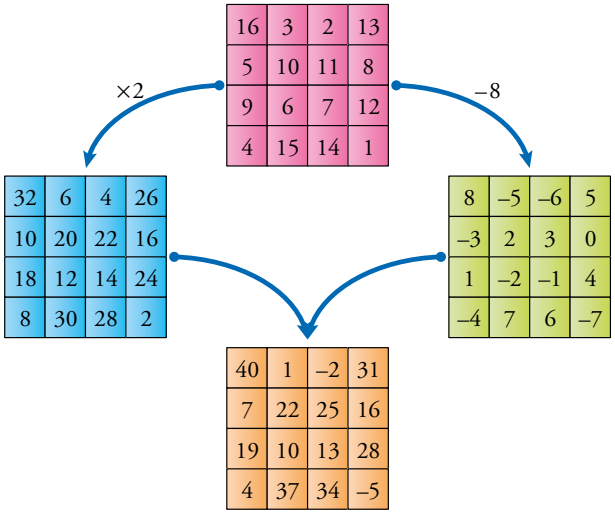
  — Al sumar o restar una cantidad constante a todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado con las mismas propiedades.

  — Al sumar, elemento a elemento, dos cuadrados mágicos, se obtiene otro cuadrado también mágico.

INVESTIGA

Nuevos cuadrados mágicos

Observa la ilustración, comprueba que todos los cuadrados son mágicos y describe cómo se han obtenido.



— Al multiplicar por el mismo número todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico.

Esta propiedad se deriva de la propiedad distributiva del producto: si se multiplican los sumandos por un número, la suma queda multiplicada por el mismo número.

Así, las filas y las columnas quedarán multiplicadas por el número, pero seguirán sumando lo mismo.

— Al restar el mismo número a todos los elementos de un cuadrado mágico, se obtiene otro cuadrado mágico, ya que todas las líneas disminuyen en la misma cantidad y, por tanto, las sumas siguen siendo iguales.

— El cuadrado naranja se ha obtenido sumando el cuadrado azul y el cuadrado verde.

Dados

Sara y Abel tiran dos dados idénticos.

¿Quién tiene más posibilidades de ganar? Explica por qué.

Abel gana en 4 casos:

DADO A	3	2	–2	–1
DADO B	–2	–1	3	2

Sara gana en 3 casos:

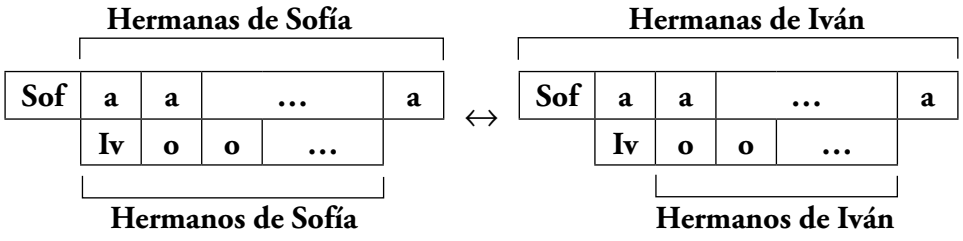
DADO A	3	–1	1
DADO B	–1	3	1

Página 85

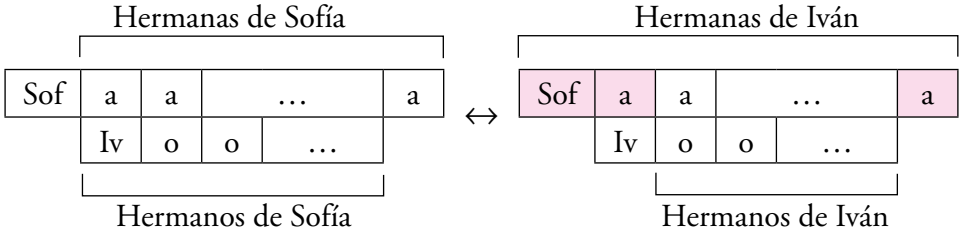
ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Apóyate en un gráfico

Soy Sofía y tengo una hermana más que hermanos. ¿Cuántas hermanas más que hermanos tiene mi mellizo Iván? Resuélvelo con el apoyo de este gráfico:

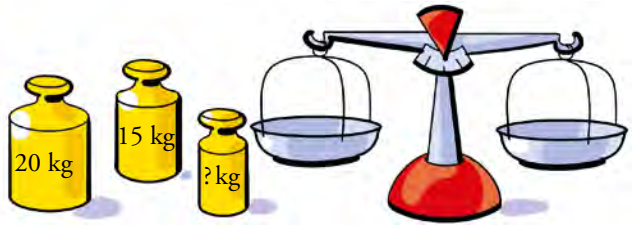


Iván tiene 3 hermanas más que hermanos.



Experimenta, tantea, haz pruebas

Andrea dice que con su balanza y sus tres pesas puede apartar exactamente un kilo de un saco de arena. ¿De cuántos kilos es la pesa pequeña? ¿Cómo lo hará?



La pesa pequeña es de 4 kg.

En uno de los platillos pone la pesa de 20 kg y en el otro la de 15 kg y la de 4 kg, así puede pesar el kilo que falta para equilibrar la balanza.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Escribe un número entero para cada enunciado:**

a) Jorge ha gastado 35 euros en el supermercado.

b) Adela ha recibido 6 euros de paga.

c) Hace frío. Estamos a dos grados bajo cero.

d) Mi casa está en la cuarta planta.

e) La temperatura ha subido de –2 °C a 2 °C.

f) La fiebre le ha bajado de 39 °C a 37 °C.

a) –35 b) +6 c) –2

d) +4 e) +4 f) –2

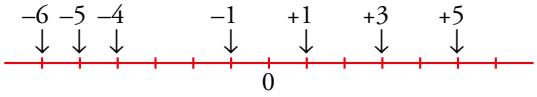
2 **¿Cuáles de los siguientes números son enteros?**

–3	**+1/2**	**0,7**	**+5**
0	**1 000**	**–0,2**	**+37**
–51	**+15,3**	**–7/2**	**–538**

–3; +5; 0; 1 000; +37; –51; –538

3 **Representa estos números en una recta numérica:**

(+3), (–4), (+1), (–6), (–1), (+5), (–5)



4 **Ordena de menor a mayor.**

(+4), (–3), (+5), (–5), (+1), (–6), (+2), (–1)

–6 < –5 < –3 < –1 < +1 < +2 < +4 < +5

5 **Calcula.**

a) 4 – 9 **b) 3 – 8 + 1**

c) –5 – 7 + 4 + 2 **d) 10 – 12 + 15 – 9 – 7**

a) –5 b) –4

c) –6 d) –3

6 **Opera.**

a) (–7) + (+4) **b) (+2) – (–3) + (–5)**

c) (–8) – (5 – 9) **d) 20 – [(15 – 9) – (7 + 3)]**

a) (–7) + (+4) = –7 + 4 = –3

b) (+2) – (–3) + (–5) = 2 + 3 – 5 = 5 – 5 = 0

c) (–8) – (5 – 9) = –8 – (– 4) = –8 + 4 = –4

d) 20 – [(15 – 9) – (7 + 3)] = 20 – [(+6) – (+10)] = 20 – [6 – 10] = 20 – (–4) = 20 + 4 = 24

7 **Resuelve.**

a) $\mathbf{5 \cdot (-2)}$ **b)** $\mathbf{(-3) \cdot (-4)}$

c) $\mathbf{(-1) \cdot (+3) \cdot (-5)}$ **d)** $\mathbf{15 : (-3)}$

e) $\mathbf{(-18) : (-6)}$ **f)** $\mathbf{(-20) : [(+12) : (-3)]}$

a) $5 \cdot (-2) = -10$ b) $(-3) \cdot (-4) = +12$

c) $(-1) \cdot (+3) \cdot (-5) = +15$ d) $15 : (-3) = -5$

e) $(-18) : (-6) = +3$ f) $(-20) : [(+12) : (-3)] = (-20) : [-4] = +5$

8 **Resuelve.**

a) $\mathbf{4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2}$

b) $\mathbf{(-2) \cdot (6 - 8)}$

c) $\mathbf{(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)]}$

a) $4 \cdot 5 - 2 \cdot 8 - 3 \cdot 2 = 20 - 16 - 6 = 20 - 22 = -2$

b) $(-2) \cdot (6 - 8) = (-2) \cdot (-2) = +4$

c) $(-3) \cdot (+5) - [(8 - 12) - (5 - 2)] = -15 - [(-4) - (3)] = -15 - [-4 - 3] =$
$= -15 - (-7) = -15 + 7 = -8$

9 **Calcula.**

a) $\mathbf{4^2}$ **b)** $\mathbf{-4^2}$ **c)** $\mathbf{(-4)^2}$

d) $\mathbf{2^3}$ **e)** $\mathbf{-2^3}$ **f)** $\mathbf{(-2)^3}$

a) 16 b) −16 c) 16

d) 8 e) −8 f) −8

10 **Averigua el resultado en cada caso:**

a) $\mathbf{\sqrt{+49}}$ **b)** $\mathbf{\sqrt{-25}}$ **c)** $\mathbf{\sqrt{(-2)^6}}$

d) $\mathbf{(-3)^5 : (-3)^4}$ **e)** $\mathbf{[(-2)^5 \cdot (-2)^5] : (-2)^8}$

a) −7 y +7

b) No tiene solución.

c) $\sqrt{64} = -8$ y $+8$

d) $[(-3) : (-3)]^{5-4} = (-3)^1 = -3$

e) $(-2)^{10} : (-2)^8 = (-2)^{10-8} = (-2)^2 = +4$

11 **Virgilio (70-19 a. C.), Horacio (65-8 a. C.) y Ovidio (43 a. C.-17 d. C.) fueron poetas romanos.**

a) **¿Cuántos años transcurrieron desde el nacimiento del primero hasta la muerte del último?**

b) **¿Cuántos años coexistieron Virgilio y Horacio?**

a) $17 - (-70) = 87$ años

b) $65 - 19 = 46$ años

12 **Marcos y Julia juegan tirando una moneda. Si sale cara, Marcos suma dos puntos, y si sale cruz, se quita uno. Y Julia, al revés. Después de 10 tiradas, Marcos lleva 8 puntos.**

a) ¿Cuántas veces ha salido cara?

b) ¿Cuántos puntos lleva Julia?

a) Si Marcos hubiera sacado cara en las 10 tiradas tendría $10 \cdot 2 = 20$ puntos.

Sobre esos 20 puntos, por cada cruz pierde 3 puntos (2 que no suma y 1 que quita).

Como lleva 8 puntos ha perdido, sobre los 20 de máximo, 12 puntos, lo que supone haber sacado $12 : 3 = 4$ cruces.

Por tanto, ha salido 6 veces cara.

b) $4 \cdot (+2) + 6\ (-1) = 8 - 6 = 2$

Julia lleva 2 puntos.

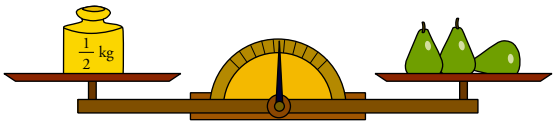
5 LOS NÚMEROS DECIMALES

Página 86

1 **¿Cuál o cuáles de estas medidas son correctas?**

- **Longitud del lápiz → 107 mm 10,7 cm**

- **Peso de las peras → 500 g 0,5 kg**



Son todas correctas porque expresan la misma longitud y el mismo peso en diferentes unidades.

2 **El cero no vale nada, ¿pero podríamos expresar sin él las cantidades anteriores? Justifica tu respuesta.**

No, porque con el número cero se indican las posiciones en las cuales no hay cantidad.

Página 87

3 **¿A cuánto sale cada magdalena? ¿Y cada tetrabrik de zumo? ¿Y cada botella de agua?**

0,5

0,33

0,25

4 **¿A cuánto sale cada salchicha, cada yogur y cada quesito?**

0,2

0,16

0,125

1 ESTRUCTURA DE LOS NÚMEROS DECIMALES

Página 89

Para practicar

1 **Escribe con cifras.**

a) Ocho décimas. **b) Dos centésimas.**

c) Tres milésimas. **d) Trece milésimas.**

a) 0,8 b) 0,02

c) 0,003 d) 0,013

2 **Escribe cómo se leen.**

a) 1,2 **b) 12,56** **c) 5,184**

d) 1,06 **e) 5,004** **f) 2,018**

a) Una unidad y dos décimas.

b) Doce unidades y cincuenta y seis centésimas.

c) Cinco unidades y ciento ochenta y cuatro milésimas.

d) Una unidad y seis centésimas.

e) Cinco unidades y cuatro milésimas.

f) Dos unidades y dieciocho milésimas.

3 **Escribe con cifras.**

a) Once unidades y quince centésimas.

b) Ocho unidades y ocho centésimas.

c) Una unidad y trescientas once milésimas.

d) Cinco unidades y catorce milésimas.

a) 11,15 b) 8,08 c) 1,311 d) 5,014

4 **Escribe cómo se leen.**

a) 0,0007 **b) 0,0042** **c) 0,0583**

d) 0,00008 **e) 0,00046** **f) 0,00853**

g) 0,000001 **h) 0,000055** **i) 0,000856**

a) Siete diezmilésimas.

b) Cuarenta y dos diezmilésimas.

c) Quinientas ochenta y tres diezmilésimas.

d) Ocho cienmilésimas.

e) Cuarenta y seis cienmilésimas.

f) Ochocientas cincuenta y tres cienmilésimas.

g) Una millonésima.

h) Cincuenta y cinco millonésimas.

i) Ochocientas cincuenta y seis millonésimas.

5 **Escribe con cifras.**

a) Quince diezmilésimas.

b) Ciento ochenta y tres cienmilésimas.

c) Cincuenta y ocho millonésimas.

a) 0,0015 b) 0,00183 c) 0,000058

6 **Observa la tabla y contesta.**

U,	d	c	m	dm	cm	mm
		4	**0**			
		2	**0**	**0**		
			3	**0**	**0**	**0**

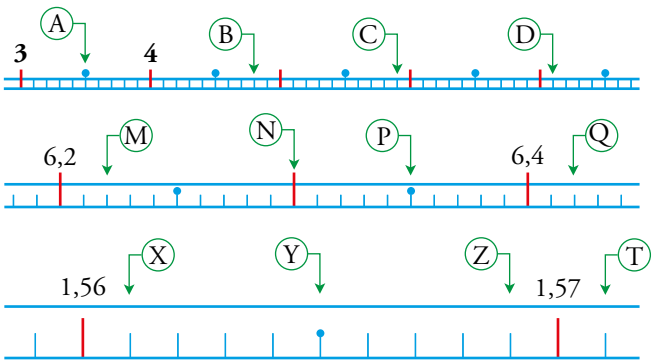
a) ¿Cuántas centésimas hay en 40 milésimas?

b) ¿Cuántas centésimas hacen 200 diezmilésimas?

c) ¿Cuántas millonésimas hay en 3 milésimas?

a) 4 b) 2 c) 3 000

7 **Indica el valor que representa cada letra.**



A = 3,5 B = 4,8 C = 5,9 D = 7,1

M = 6,22 N = 6,3 P = 6,35 Q = 6,42

X = 1,561 Y = 1,565 Z = 1,569 T = 1,571

8 **Ordena de menor a mayor.**

a) 5,83 5,51 5,09 5,511 5,47

b) 0,1 0,09 0,099 0,12 0,029

c) 0,5 −0,8 −0,2 1,03 −1,1

a) 5,09 < 5,47 < 5,51 < 5,511 < 5,83

b) 0,029 < 0,09 < 0,099 < 0,1 < 0,12

c) −1,1 < −0,8 < −0,2 < 0,5 < 1,03

Página 90

Para fijar ideas

1 Intercala en cada caso un número decimal distinto al que se muestra en el ejemplo.

a) 2 < □ < 2,1 **b) 2,1 < □ < 2,11**

c) 4,9 < □ < 5 **d) 4,99 < □ < 5**

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) 2,01 b) 2,103

c) 4,92 d) 4,998

Para practicar

9 Copia en tu cuaderno y escribe un número en cada casilla.

a) 7 < □ < 8 **b) 0,3 < □ < 0,5**

c) 2,6 < □ < 2,8 **d) 1,25 < □ < 1,27**

e) 0,4 < □ < 0,5 **f) 3,42 < □ < 3,43**

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) 7 < 7,5 < 8 b) 0,3 < 0,4 < 0,5

c) 2,6 < 2,7 < 2,8 d) 1,25 < 1,26 < 1,27

e) 0,4 < 0,45 < 0,5 f) 3,42 < 3,425 < 3,43

10 Intercala un número decimal entre cada par de números.

a) 0,5 y 0,6 **b) 1,5 y 1,6** **c) 1,35 y 1,36**

d) 0 y 0,1 **e) 3 y 3,1** **f) 3,2 y 3,21**

g) 0,9 y 1 **h) 2,9 y 3** **i) 2,99 y 3**

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) 0,55 b) 1,53 c) 1,356

d) 0,01 e) 3,05 f) 3,201

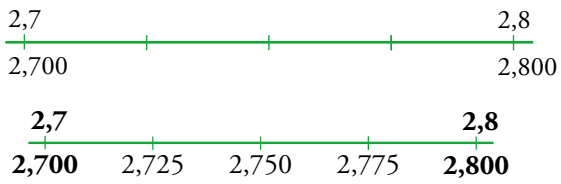
g) 0,97 h) 2,93 i) 2,998

11 Escribe, en cada caso, un número decimal que esté a la misma distancia de los dos números dados.

a) 4 y 5 **b) 1,8 y 1,9** **c) 2,04 y 2,05**

a) 4,5 b) 1,85 c) 2,045

12 Intercala, a intervalos iguales, tres números entre 2,7 y 2,8.



13 **Lola tiene una báscula en el cuarto de aseo que aprecia hasta las décimas de kilo. Si el peso no coincide con un número exacto de décimas, parpadea entre la décima anterior y la siguiente. ¿Qué peso le atribuirías si la báscula parpadeara entre 53,6 kg y 53,7 kg?**

53,6 = 5,60 → 53,65 ← 53,70 = 53,7

Lola pesa 53,65 kg, aproximadamente.

14 **En un encuentro internacional de atletismo se dispu-ta la prueba de los 100 metros lisos. Dos jueces se encargan de tomar el tiempo del ganador, pero obtienen una ligera diferencia en sus mediciones:**

- **Juez A → 9 segundos y 92 centésimas**
- **Juez B → 9 segundos y 93 centésimas**

¿Qué tiempo le asignarías al ganador de la prueba?

9 segundos y 925 milésimas

Página 91

Para practicar

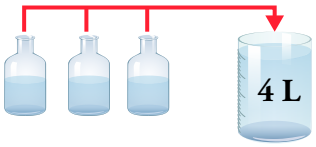
15 **Redondea a las décimas.**

a) 6,27	**b) 3,84**	**c) 2,99**
d) 0,094	**e) 0,341**	**f) 0,856**
a) 6,3	b) 3,8	c) 3,0
d) 0,1	e) 0,3	f) 0,9

16 **Redondea a las centésimas.**

a) 0,574	**b) 1,278**	**c) 5,099**
d) 3,0051	**e) 8,0417**	**f) 2,998**
a) 0,57	b) 1,28	c) 5,10
d) 3,01	e) 8,04	f) 3,00

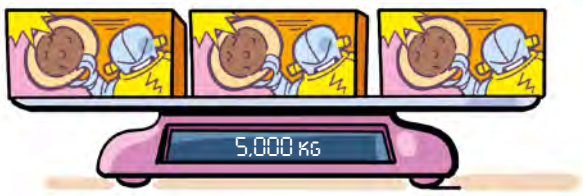
17 **Aproxima a los decilitros la capacidad de una botella.**



4 : 3 = 1,3333…

1,3 dL

18 **Aproxima a los gramos el peso de cada caja. Recuerda que un gramo es una milésima de kilo.**



1,667 g

19 **Copia y completa.**

El valor 3,5777… = $3,5\widehat{7}$ se ha redondeado a 3,6.

El error del redondeo es menor que cinco…

El error de redondeo es menor que cinco décimas.

2 ▶ SUMA, RESTA Y MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Página 93

Para fijar ideas

1 **Calcula mentalmente.**

a) 1 – 0,4 **b) 1,5 – 0,6** **c) 2,1 – 0,2**

d) 0,75 – 0,5 **e) 1,25 – 0,75** **f) 2 – 1,25**

a) 0,6 b) 0,9 c) 1,9

d) 0,25 e) 0,5 f) 0,75

2 **Observa, copia y completa en tu cuaderno.**

a) 1,5 – 1 = 0,5 → 1 – 1,5 = …

b) 1 – 0,75 = 0,25 → 0,75 – 1 = …

c) 2,2 – 0,4 = 1,8 → 0,4 – 2,2 = …

a) 1,5 – 1 = 0,5 → 1 – 1,5 = –0,5

b) 1 – 0,75 = 0,25 → 0,75 – 1 = –0,25

c) 2,2 – 0,4 = 1,8 → 0,4 – 2,2 = –1,8

3 **Calcula.**

a) (–0,3) · 4 **b) 0,8 · (–2)**

c) (–0,1) · 0,4 **d) (–0,2) · (–0,3)**

a) (–0,3) · 4 = –1,2 b) 0,8 · (–2) = –1,6

c) (–0,1) · 0,4 = –0,04 d) (–0,2) · (–0,3) = 0,06

Para practicar

1 **Calcula mentalmente.**

a) 0,8 + 0,4 **b) 1,2 + 1,8** **c) 3,25 + 1,75**

d) 1 – 0,3 **e) 2,4 – 0,6** **f) 2,5 – 0,75**

a) 1,2 b) 3 c) 5

d) 0,7 e) 1,8 f) 1,75

2 **Recuerda las operaciones con números positivos y negativos y calcula mentalmente.**

a) 0,4 – 0,6 **b) 0,9 – 1,6** **c) 0,25 – 1**

d) 1,2 – 1,5 **e) 0,5 – 0,75** **f) 2 – 1,95**

a) –0,2 b) –0,7 c) –0,75

d) –0,3 e) –0,25 f) 0,05

3 **Añade tres términos a estas series:**

a) 0,25 - 0,50 - 0,75 - … **b) 8,25 - 8,2 - 8,15 - 8,1 - …**

a) 1 - 1,25 - 1,50 b) 8,05 - 8 - 7,95

4 **Resuelve en tu cuaderno.**

a) 17,28 – 12,54 – 4,665 **b) 17,28 – (12,54 – 4,665)**

c) 12,4 – 18,365 + 7,62 **d) 12,4 – (18,365 + 7,62)**

a) 0,075 b) 9,405

c) 1,655 d) –13,585

5 **Copia en tu cuaderno y coloca la coma decimal que falta en cada producto.**

a) 2,7 · 1,5 → 405 **b) 3,8 · 12 → 456**

c) 0,3 · 0,02 → 0006 **d) 11,7 · 0,45 → 5265**

a) 4,05 b) 45,6

c) 0,006 d) 5,265

6 **Multiplica.**

a) 3,26 · 100 **b) 35,29 · 10** **c) 4,7 · 1 000**

d) 9,48 · 1 000 **e) 6,24 · 100** **f) 0,475 · (–10)**

a) 326 b) 352,9 c) 4 700

d) 9 480 e) 624 f) –4,75

7 **Multiplica.**

a) (–2) · 0,7 **b) (–0.5) · 4** **c) 0,6 · (–3)**

d) 0,2 · (–10) **e) (–0,2) · (–0,8)** **f) (–4) · (–0,25)**

a) –1,4 b) –2 c) –1,8

d) –2 e) 0,16 f) 1

8 **Calcula con lápiz y papel.**

a) 3,25 · 16 **b) 2,6 · 5,8** **c) 27,5 · 10,4**

d) 3,70 · 1,20 **e) 4,03 · 2,7** **f) 5,14 · 0,08**

a) 52 b) 15,08 c) 286

d) 4,44 e) 10,881 f) 0,4112

9 **Opera como en el ejemplo.**

• **5,6 – 2,1 · (0,5 – 1,2) = 5,6 – 2,1 · (–0,7) = 5,6 + 1,47 = 7,07**

a) 8,3 + 0,5 · (3 – 4,2)

b) 3,5 – 0,2 · (2,6 – 1,8)

c) (5,2 – 6,8) · (3,6 – 4,1)

d) (1,5 – 2,25) · (3,6 – 2,8)

a) 8,3 + 0,5 · (3 – 4,2) = 8,3 + 0,5 · (–1,2) = 8,3 – 0,6 = 7,7

b) 3,5 – 0,2 · (2,6 – 1,8) = 3,5 – 0,2 · 0,8 = 3,5 – 0,16 = 3,34

c) (5,2 – 6,8) · (3,6 – 4,1) = (–1,6) · (–0,5) = 0,8

d) (1,5 – 2,25) · (3,6 – 2,8) = (–0,75) · (0,8) = –0,6

10 **¿Verdadero o falso?**

a) Al multiplicar un número por 0,8, aumenta su valor.

b) El resultado de multiplicar un número por 1,1 es mayor que el número original.

c) Para multiplicar por 100, se desplaza la coma dos lugares a la derecha.

d) Desplazar la coma un lugar hacia la izquierda equivale a multiplicar por diez.

a) Falso, el valor disminuye.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Falso, equivale a dividir entre 10.

11 **De un listón de 2 m de longitud se corta un trozo de 0,97 m. ¿Cuánto mide el retal que queda?**

$2 - 0{,}97 = 1{,}03$

El retal que queda mide 1,03 m.

12 **En la carrera de 200 metros lisos, Jon Dalton ha invertido veintidós segundos y tres décimas, y Bobi García, veintitrés segundos y catorce centésimas. ¿Cuánto tiempo le ha sacado Jon a Bobi?**

$23{,}14 - 22{,}3 = 0{,}84$

Jon le ha sacado a Bobi 84 centésimas.

13 **En la ferretería se vende el cable blanco a 0,80 € el metro, y el negro, más grueso, a 2,25 € el metro. ¿Cuánto pagaremos por 3,5 m del blanco y 2,25 m del negro?**

$3{,}5 \cdot 0{,}80 + 2{,}25 \cdot 2{,}25 = 2{,}80 + 5{,}0625 = 7{,}8625$

Pagaremos 7,86 €.

3 ▶ DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Página 96

Para fijar ideas

1 **Calcula redondeando el cociente a las décimas.**

a) 10 : 3 **b) 16 : 9** **c) 25 : 7**

d) 9,2 : 8 **e) 15,9 : 12** **f) 45,52 : 17**

a) 3,3 b) 1,8 c) 3,6

d) 1,2 e) 1,3 f) 2,7

2 **Calcula el cociente con dos cifras decimales.**

a) 3 : 4 **b) 3 : 7** **c) 30 : 8**

d) 2 : 9 **e) 6 : 11** **f) 5 : 26**

a) 0,75 b) 0,43 c) 3,75

d) 0,22 e) 0,55 f) 0,19

3 **Copia y completa cada división en tu cuaderno.**

18 : 2,4

$\boxed{\cdot 10}$ $\boxed{\cdot 10}$

```
...     |24
...     7,5
...
180   |24
 120   7,5
   0
```

2,7 : 0,075

$\boxed{\cdot 1000}$ $\boxed{\cdot 1000}$

```
2700  |...
...    ...
...
2700 |75
 450  36
   0
```

Para practicar

1 **Divide mentalmente.**

a) 1 : 2 **b) 5 : 2** **c) 7 : 2**

d) 1 : 4 **e) 2 : 4** **f) 5 : 4**

g) 1,2 : 2 **h) 1,2 : 3** **i) 1,2 : 4**

a) 0,5 b) 2,5 c) 3,5

d) 0,25 e) 0,5 f) 1,25

g) 0,6 h) 0,4 i) 0,3

2 **Calcula con dos cifras decimales, si las hay.**

a) 28 : 5 **b) 53 : 4** **c) 35 : 8**

d) 47 : 3 **e) 6,2 : 5** **f) 12,5 : 4**

a) 5,6 b) 13,25 c) 4,38

d) 15,67 e) 1,24 f) 3,13

3 **Divide.**

a) 5 : 10 **b) 8 : 100** **c) 2 : 1 000**

d) 3,6 : 10 **e) 5,7 : 100** **f) 2,8 : 1 000**

a) 0,5 b) 0,08 c) 0,002

d) 0,36 e) 0,057 f) 0,0028

4 **Calcula con tres cifras decimales, si las hay.**

a) 0,9 : 5 **b) 0,5 : 4** **c) 0,3 : 9**

d) 1,2 : 7 **e) 0,08 : 2** **f) 0,02 : 5**

a) 0,18 b) 0,125 c) 0,033

d) 0,171 e) 0,04 f) 0,004

5 **Copia en tu cuaderno y completa.**

a) 8 : 0,9 = … : 9 **b) 15 : 0,35 = … : 35**

c) 2 : 1,37 = … : 137 **d) 7 : 0,009 = … : 9**

a) 8 : 0,9 = 80 : 9 b) 15 : 0,35 = 1 500 : 35

c) 2 : 1,37 = 200 : 137 d) 7 : 0,009 = 7 000 : 9

6 **Sustituye cada división por otra equivalente sin decimales en el divisor y calcula el cociente.**

a) 32 : 0,8 **b) 6 : 0,7** **c) 1,82 : 0,7**

d) 18 : 0,24 **e) 0,72 : 0,06** **f) 1,52 : 0,24**

g) 7 : 0,05 **h) 0,2 : 0,025** **i) 11,1 : 0,444**

a) 320 : 8 = 40 b) 60 : 7 = 8,57 c) 182 : 70 = 2,6

d) 1 800 : 24 = 75 e) 72 : 6 = 12 f) 152 : 24 = 6,33

g) 700 : 5 = 140 h) 200 : 25 = 8 i) 11 100 : 444 = 25

7 **Calcula.**

a) 0,4 : 0,84 **b) 0,7 : 1,4** **c) 0,8 : 1,25**

d) 2 : 5,4 **e) 3,2 : 8,36** **f) 3,654 : 6,3**

a) 0,48 b) 0,5 c) 0,64

d) 0,37 e) 0,38 f) 0,58

8 **Tres botes de refresco hacen un litro. Expresa en litros la capacidad de un bote.**

1 : 3 = 0,33 litros

9 **Una empresa de mantenimiento de carreteras se compromete a señalizar 15 kilómetros de una nueva autopista en ocho días. ¿Cuántos kilómetros debe señalizar por término medio cada día?**

15 : 8 = 1,875

Debe señalizar 1,875 km cada día.

10 **¿Cuántas filas de cajas de 0,2 m × 0,2 m × 0,2 m se pueden apilar en un contenedor de 1,85 m de altura? ¿Qué hueco quedaría entre la última caja y el techo del contenedor?**

1,85 : 0,2 = 9,25

Se pueden apilar 9 filas de cajas.

0,2 · 9 = 1,8

1,85 – 1,8 = 0,05 m = 5 cm

Quedaría un hueco de 5 cm.

11 **Los melones se venden a 1,25 €/kg. ¿Cuánto pesa un melón que cuesta 4,40 €?**

4,40 : 1,25 = 3,52

Pesa 3,52 kg.

12 **Para preparar una dosis de cierta vacuna, se necesitan 0,25 mililitros (0,00025 litros) de principio activo. ¿Cuántas dosis se obtendrán de un litro de principio activo?**

1 : 0,00025 = 4 000

Se obtendrán 4 000 dosis.

4 RAÍZ CUADRADA Y NÚMEROS DECIMALES

Página 97

Para practicar

1 **Calcula mentalmente.**

a) $\sqrt{0,01}$ **b)** $\sqrt{0,09}$ **c)** $\sqrt{0,25}$

d) $\sqrt{0,64}$ **e)** $\sqrt{0,0001}$ **f)** $\sqrt{0,0049}$

a) 0,1 b) 0,3 c) 0,5

d) 0,8 e) 0,01 f) 0,07

2 **Aproxima a las décimas y a las centésimas.**

a) $\sqrt{58}$ **b)** $\sqrt{7,2}$

c) $\sqrt{0,5}$ **d)** $\sqrt{14}$

e) $\sqrt{8,5}$ **f)** $\sqrt{0,03}$

a) $\sqrt{58} = 7,6157\ldots \begin{cases} 7,6 \\ 7,62 \end{cases}$ b) $\sqrt{7,2} = 2,6832\ldots \begin{cases} 2,7 \\ 2,68 \end{cases}$

c) $\sqrt{0,5} = 0,7071\ldots \begin{cases} 0,7 \\ 0,71 \end{cases}$ d) $\sqrt{14} = 3,7416\ldots \begin{cases} 3,7 \\ 3,74 \end{cases}$

e) $\sqrt{8,5} = 2,9154\ldots \begin{cases} 2,9 \\ 2,92 \end{cases}$ f) $\sqrt{0,03} = 0,1732\ldots \begin{cases} 0,2 \\ 0,17 \end{cases}$

Página 98

Ejercicios y problemas

El sistema de numeración decimal

1 **Escribe cómo se leen.**

a) 13,4 **b) 0,23** **c) 0,145**

d) 0,0017 **e) 0,0006** **f) 0,000148**

a) Trece unidades y cuatro décimas.

b) Veintitrés centésimas.

c) Ciento cuarenta y cinco milésimas.

d) Diecisiete diezmilésimas.

e) Seis diezmilésimas.

f) Ciento cuarenta y ocho millonésimas.

2 **Escribe con cifras.**

a) Ocho unidades y seis décimas.

b) Tres centésimas.

c) Dos unidades y cincuenta y tres milésimas.

d) Doscientas trece cienmilésimas.

e) Ciento ochenta millonésimas.

a) 8,6 b) 0,03 c) 2,053

d) 0,00213 e) 0,000180

3 **Expresa en décimas.**

a) 6 decenas. **b) 27 unidades.**

c) 200 centésimas. **d) 800 milésimas.**

a) 600 décimas. b) 270 décimas.

c) 20 décimas. d) 8 décimas.

4 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 8 U = 80 d = … c = … m

b) … U = … d = 30 c = … m

c) … U = … d = … c = 1 700 m

a) 8 U = 80 d = 800 c = 8 000 m

b) 0,3 U = 3 d = 30 c = 300 m

c) 1,7 U = 17 d = 170 c = 1 700 m

5 **Escribe con cifras.**

a) Media unidad. **b) Media décima.**

c) Media centésima. **d) Un cuarto de unidad.**

a) 0,5 b) 0,05

c) 0,005 d) 0,25

Orden. Representación. Redondeo

6 **Ordena de menor a mayor en cada caso.**

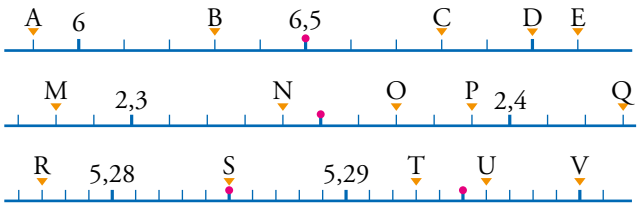
a) 1,4 1,390 $1,3\widehat{9}$ 1,399 1,41

b) –0,6 0,9 –0,8 2,07 –1,03

a) $1,390 < 1,399 < 1,3\widehat{9} < 1,4 < 1,41$

b) $-1,03 < -0,8 < -0,6 < 0,9 < 2,07$

7 **Asocia un número a cada letra.**



A = 5,9 B = 6,3 C = 6,8 D = 7
E = 7,1 M = 2,28 N = 2,34 O = 2,37
P = 2,39 Q = 2,43 R = 5,277 S = 5,285
T = 5,293 U = 5,296 V = 5,3

8 ***Aproximar 3,70965 a las…***

Ejercicio resuelto.

9 **Aproxima, en cada caso, a las unidades, a las décimas y a las centésimas.**

a) 2,499
a) Unidades → 2
Décimas → 2,5
Centésimas → 2,50

b) 1,992
b) Unidades → 2
Décimas → 2
Centésimas → 1,99

c) 0,999
c) Unidades → 1
Décimas → 1
Centésimas → 1

10 **Intercala un número decimal entre:**

a) 0,5 y 0,6 **b) 1,1 y 1,2** **c) 0,24 y 0,25**
d) 6,16 y 6,17 **e) 1 y 1,1** **f) 3 y 3,01**

Hay infinitas posibilidades. Por ejemplo:

a) 0,52 b) 1,15 c) 0,247
d) 6,1604 e) 1,06 f) 3,001

Operaciones

Suma y resta

11 **Calcula mentalmente.**

a) ¿Cuánto le falta a 4,7 para valer 5?
b) ¿Cuánto le falta a 1,95 para valer 2?
c) ¿Cuánto le falta a 7,999 para llegar a 8?

a) 0,3 b) 0,05 c) 0,001

12 **Realiza estas operaciones:**

a) 13,04 + 6,528 **b) 2,75 + 6,028 + 0,157**
c) 4,32 + 0,185 – 1,03 **d) 6 – 2,48 – 1,263**

a) 19,568 b) 8,935
c) 3,475 d) 2,257

13 **Opera las expresiones siguientes:**

a) $5 - (0{,}8 + 0{,}6)$

b) $2{,}7 - (1{,}6 - 0{,}85)$

c) $(3{,}21 + 2{,}4) - (2{,}8 - 1{,}75)$

d) $(5{,}2 - 3{,}17) - (0{,}48 + 0{,}6)$

a) $5 - (0{,}8 + 0{,}6) = 5 - 1{,}4 = 3{,}6$

b) $2{,}7 - (1{,}6 - 0{,}85) = 2{,}7 - 0{,}75 = 1{,}95$

c) $(3{,}21 + 2{,}4) - (2{,}8 - 1{,}75) = 5{,}61 - 1{,}05 = 4{,}56$

d) $(5{,}2 - 3{,}17) - (0{,}48 + 0{,}6) = 2{,}03 - 1{,}08 = 0{,}95$

Multiplicación y división

14 **Multiplica y divide mentalmente.**

a) $0{,}12 \cdot 10$ **b)** $0{,}12 : 10$

c) $0{,}002 \cdot 100$ **d)** $0{,}002 : 100$

e) $0{,}125 \cdot 1\,000$ **f)** $0{,}125 : 1\,000$

a) 1,2 b) 0,012

c) 0,2 d) 0,00002

e) 125 f) 0,000125

15 **Multiplica.**

a) $0{,}6 \cdot 0{,}4$ **b)** $0{,}03 \cdot 0{,}005$

c) $1{,}3 \cdot 0{,}08$ **d)** $15 \cdot 0{,}007$

e) $2{,}65 \cdot 1{,}24$ **f)** $0{,}25 \cdot 0{,}16$

a) 0,24 b) 0,00015

c) 0,104 d) 0,105

e) 3,286 f) 0,04

16 **Calcula con dos cifras decimales, si las hay.**

a) $0{,}8 : 0{,}3$ **b)** $1{,}9 : 0{,}04$

c) $5{,}27 : 3{,}2$ **d)** $0{,}024 : 0{,}015$

e) $2{,}385 : 6{,}9$ **f)** $4{,}6 : 0{,}123$

a) 2,67 b) 47,5

c) 1,65 d) 1,6

e) 0,35 f) 37,4

17 **Copia y completa en tu cuaderno.**

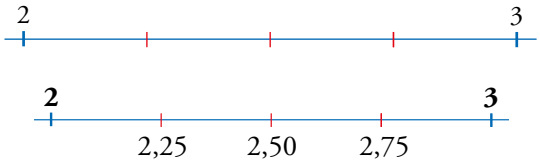
a) $72 : \ldots = 7{,}2$ **b)** $3{,}8 : \ldots = 0{,}038$

c) $\ldots : 1\,000 = 0{,}05$ **d)** $\ldots : 100 = 2{,}3$

a) $72 : 10 = 7{,}2$ b) $3{,}8 : 100 = 0{,}038$

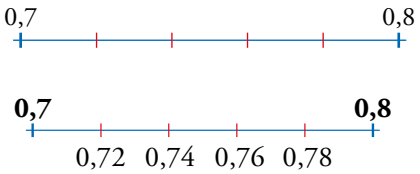
c) $50 : 1\,000 = 0{,}05$ d) $230 : 100 = 2{,}3$

18 **¿Qué números dividen el intervalo 2-3 en cuatro tramos iguales?**



Página 99

19 **Escribe los números que dividen el intervalo 0,7-0,8 en cinco partes iguales.**



20 **Multiplica. ¿Qué observas?**

a) **6 · 0,5** **b)** **10 · 0,5** **c)** **22 · 0,5**

d) **0,8 · 0,5** **e)** **1,4 · 0,5** **f)** **4,2 · 0,5**

a) 3 b) 5 c) 11

d) 0,4 e) 0,7 f) 2,1

Multiplicar por 0,5 es lo mismo que dividir entre 2.

21 **Divide. ¿Qué observas?**

a) **3 : 0,5** **b)** **5 : 0,5** **c)** **11 : 0,5**

d) **0,4 : 0,5** **e)** **0,7 : 0,5** **f)** **2,1 : 0,5**

a) 6 b) 10 c) 22

d) 0,8 e) 1,4 f) 4,2

Dividir entre 0,5 es lo mismo que multiplicar por 2.

22 **Calcula, observa los resultados y responde.**

a) **200 · 0,1** **30 · 0,1** **8 · 0,1**

¿Qué le ocurre a un número al multiplicarlo por 0,1?

b) **7 : 0,1** **35 : 0,1** **0,5 : 0,1**

¿Qué le ocurre a un número al dividirlo entre 0,1?

a) 200 · 0,1 = 20 30 · 0,1 = 3 8 · 0,1 = 0,8

Multiplicar un número por 0,1 es lo mismo que dividirlo entre 10.

b) 7 : 0,1 = 70 35 : 0,1 = 350 0,5 : 0,1 = 5

Dividir un número entre 0,1 es lo mismo que multiplicarlo por 10.

23 **Pon ejemplos, investiga y, después, completa en tu cuaderno.**

a) Multiplicar por 0,2 es igual que dividir entre…

b) Dividir entre 0,2 es igual que multiplicar por…

a) Multiplicar por 0,2 es igual que dividir entre 5.

b) Dividir entre 0,2 es igual que multiplicar por 5.

24 **Multiplica mentalmente.**

a) 18 · 0,1	**b) 15 · 0,01**	**c) 400 · 0,001**
d) 5 · 0,2	**e) 200 · 0,02**	**f) 3 000 · 0,002**
g) 20 · 0,5	**h) 20 · 0,05**	**i) 2 000 · 0,005**
a) 1,8	b) 0,15	c) 0,4
d) 1	e) 4	f) 6
g) 10	h) 1	i) 10

25 **Divide mentalmente.**

a) 7 : 0,1	**b) 9 : 0,01**	**c) 8 : 0,001**
d) 2 : 0,2	**e) 6 : 0,02**	**f) 10 : 0,002**
g) 1 : 0,5	**h) 1 : 0,05**	**i) 1 : 0,005**
a) 70	b) 900	c) 8 000
d) 10	e) 300	f) 5 000
g) 2	h) 20	i) 200

Operaciones combinadas

26 ***4,8 + 2,6 · 0,5 – 18 · 0,1***

Ejercicio resuelto.

27 **Opera ayudándote del cálculo mental.**

a) 5,6 – 0,8 : 0,5 + 6,2 · 0,5

b) 0,62 : 0,1 – 4,3 – 12 · 0,1

c) 15 · 0,5 + 0,5 : 0,2 – 9,8

d) 5,5 · 0,2 + 1,1 + 0,66 : 0,6

a) 7,1 b) 0,7 c) 0,2 d) 3,3

28 ***3,25 · 2,4 – 1,5 · (2,1 – 3,9) = 7,8 – 1,5 · (–1,8)***

Ejercicio resuelto.

29 **Calcula.**

a) $1{,}9 + 2 \cdot (1{,}3 - 2{,}2)$

b) $0{,}36 - 1{,}3 \cdot (0{,}18 + 0{,}02)$

c) $2{,}5 - 1{,}25 \cdot (2{,}57 - 0{,}97)$

d) $6{,}5 \cdot 0{,}2 - 0{,}4 : (2{,}705 - 3{,}105)$

e) $12 : 6{,}4 - 2 \cdot (1 : 8)$

f) $-(3{,}5 \cdot 1{,}2) : 2{,}1 + (0{,}865 - 3)$

g) $(-5{,}33 + 1{,}79) \cdot 3 - (8{,}75 : 0{,}5)$

a) 0,1 b) 0,1 c) 0,5 d) 2,3

e) 1,625 f) –4,135 g) –28,12

30 **Observa el ejemplo y resuelve con la calculadora.**

- $1{,}42 - 2{,}4 \cdot (2{,}15 - 1{,}6) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 2,15 [−] 1,6 [=] [×] 2,4 [M−] 1,42 [M+] [MR] $\Rightarrow$ [0,1]

$1{,}42 - 2{,}4 \cdot (2{,}15 - 1{,}6) = 0{,}1$

a) $2{,}755 - 0{,}5 \cdot (1{,}69 - 0{,}38)$

b) $2{,}3 \cdot (6{,}07 - 3{,}77) - 0{,}45$

a) 2,1

b) 4,84

Raíz cuadrada

31 **Calcula mentalmente.**

a) $\sqrt{0{,}04}$ **b)** $\sqrt{0{,}16}$ **c)** $\sqrt{0{,}36}$

d) $\sqrt{0{,}0009}$ **e)** $\sqrt{0{,}0025}$ **f)** $\sqrt{0{,}0081}$

a) 0,2 b) 0,4 c) 0,6

d) 0,03 e) 0,05 f) 0,09

32 **Resuelve con la calculadora y aproxima el resultado a las centésimas.**

a) $\sqrt{13}$ **b)** $\sqrt{217}$

c) $\sqrt{2\,829}$ **d)** $\sqrt{42}$

e) $\sqrt{230}$ **f)** $\sqrt{1\,425}$

a) $\sqrt{13} = 3{,}6055\ldots \to 3{,}61$ b) $\sqrt{217} = 14{,}7309\ldots \to 14{,}73$

c) $\sqrt{2\,829} = 53{,}1883\ldots \to 53{,}19$ d) $\sqrt{42} = 6{,}4807\ldots \to 6{,}48$

e) $\sqrt{230} = 15{,}1657\ldots \to 15{,}17$ f) $\sqrt{1\,425} = 37{,}7491\ldots \to 37{,}75$

Página 100

Resuelve problemas

33 ***Gustavo avanza 67 cm en cada paso. ¿Cuántos pasos da para ir desde casa al colegio, que está a una distancia de 1 km y 340 m?***

Problema resuelto.

Resolvemos el problema original: 1 km 340 m = 1 340 m = 134 000 cm

Dividimos la distancia entre la longitud de un paso: 134 000 : 67 = 2 000

Gustavo da 2 000 pasos para ir de casa al colegio.

34 ODS Meta 6.1. **El agua es un recurso escaso. Supón que dedicas 5 minutos diarios a ducharte y que el grifo, completamente abierto, vierte 0,4 litros cada segundo. ¿Cuántas veces te has podido duchar si se calcula que has consumido 7,2 hectolitros? ¿Qué harías para reducir ese consumo a la mitad?**

Haz primero: Si la cañería se hubiese roto y estuviera vertiendo 4 litros cada segundo, ¿en cuánto tiempo habremos perdido 8 000 litros?

7,2 hL = 720 L

720 : 0,4 = 1 800

1 800 : 300 = 6

Te has podido duchar 6 veces.

35 **Con una jarra que contenía 2,8 litros de agua se han llenado cuatro vasos de 45 centilitros. ¿Cuánta agua queda en la jarra?**

Haz primero: Con una jarra que contenía 2 litros de agua se han llenado cuatro vasos de 0,2 litros. ¿Cuánta agua queda en la jarra?

45 cL = 0,45 L

4 · 0,45 = 1,8

2,8 – 1,8 = 1

En la jarra queda 1 litro de agua.

36 **Una merluza de kilo y cuarto ha costado 15,75 €. ¿Cuánto costará otra merluza que pesa 1,4 kilos?**

Haz primero: Una pescadilla de kilo y medio ha costado 15 €. ¿Cuánto costará otra pescadilla de dos kilos?

15,75 : 1,25 = 12,6

12,6 · 1,4 = 17,64

Costará 17,64 €.

37 **Con 15 kilos de miel se han llenado 25 frascos.**

¿Cuál es el peso de cada frasco, teniendo en cuenta que el casco y la tapa pesan 120 gramos?

Haz primero:

Con 10 kilos de miel han llenado 20 frascos. ¿Cuánto pesa cada frasco si el casco y la tapa pesan 0,2 kilos?

15 : 25 = 0,6

0,6 + 0,12 = 0,72

Cada frasco pesa 720 gramos.

38 **Cuatro tazas pesan lo mismo que cinco vasos. Si cada taza pesa 0,115 kg, ¿cuánto pesa cada vaso?**

Haz primero:

Cuatro tazas pesan lo mismo que cinco vasos. Si cada taza pesa 100 gramos, ¿cuánto pesa cada vaso?

0,115 · 4 = 0,46 kg = 460 g

460 : 5 = 92

Cada vaso pesa 92 g.

39 **Marta compra en la panadería tres cruasanes que le cuestan 4,05 €. El cliente que entra después pide cuatro cruasanes y paga con un billete de 10 €. ¿Cuánto le devuelven?**

4,05 : 3 = 1,35

1,35 · 4 = 5,40

10 – 5,40 = 4,60

Le devuelven 4,60 €.

40 **Raquel ha hecho este trimestre tres exámenes de matemáticas y ha sacado un 5,5, un 7 y un 2,40. ¿Cuál es su nota media?**

Nota media: (5,5 + 7 + 2,40) : 3 = 14,9 : 3 = 4,9666…

La nota media es 4,97 si se aproxima a las centésimas y es 5 si se aproxima a las décimas o a las unidades.

41 **Tras consultar con su dietista, el señor Orondo se ha puesto a régimen. En la tabla ha recogido los resultados de la báscula tomados el primer día de cada uno de los seis últimos meses:**

1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º
91,38	90,16	88,815	87,801	86,9	86,15

a) ¿En qué mes ha adelgazado más?

b) ¿Cuánto ha adelgazado en total?

a) El primer mes adelgazó 91,38 – 90,16 = 1,22 kg.

El segundo mes adelgazó 90,16 – 88,815 = 1,345 kg.

El tercer mes adelgazó 88,815 – 87,801 = 1,014 kg.

El cuarto mes adelgazó 87,801 – 86,9 = 0,901 kg.

El quinto mes adelgazó 86,9 – 86,15 = 0,75 kg.

Ha adelgazado más el segundo mes del régimen.

b) 91,38 – 86,15 = 5,23

En total ha adelgazado 5,23 kg.

42 **Una caja contiene 80 bolsitas de té de 3,125 gramos. ¿Cuántos gramos de té contiene la caja?**

80 · 3,125 = 250

Contiene 250 g de té.

43 **Un aparcamiento público cobra 0,50 € por entrar, más 0,012 € por minuto. ¿Cuánto pagará una persona que ha aparcado durante una hora y trece minutos?**

(73 · 0,012) + 0,5 = 0,876 + 0,5 = 1,376

Pagará 1,38 €.

44 **Rosa y Javier compran en el supermercado:**

— Cinco litros de leche a 1,05 € el litro.

— Una bolsa de bacalao de 0,92 kg a 13,25 €/kg.

— Un paquete de galletas que cuesta 2,85 €.

— Un cuarto de kilo de jamón a 38,40 €/kg.

¿Cuánto pagan en caja por la compra?

5 · 1,05 + 0,92 · 13,25 + 2,85 + 38,4 : 4 = 29,89

Rosa y Javier pagan 29,89 €.

Página 101

45 **En una bocatería, Ana, Asier, Antonio y Montse toman un bocadillo cada uno. Los de Ana, Asier y Antonio son iguales, pero el de Montse es de jamón ibérico y cuesta 1,80 € más. Si en total pagan 14,60 €, ¿cuánto costaba el bocadillo de Montse?**

(14,60 – 1,80) : 4 = 12,80 : 4 = 3,20

3,20 + 1,80 = 5

El bocadillo de Montse cuesta 5 €.

46 **Una empresa de productos lácteos vende los yogures a 1,20 € la unidad. De esa cantidad, la tercera parte corresponde al envase; la mitad, a costes de producción, comercialización y ganancias, y el resto, al contenido. ¿Cuánto cuesta el contenido?**

1,20 : 3 = 0,40

1,20 : 2 = 0,60

1,20 – (0,40 + 0,60) = 0,20

El contenido cuesta 0,20 €.

47 **Un pilón tiene una capacidad de 19,35 metros cúbicos y se abastece de un pozo conectado a una bomba que aporta un caudal de 4,3 litros por segundo. ¿Cuánto tarda en llenarse el pilón, si la bomba se conecta cuando está vacío?**

Recuerda que un metro cúbico equivale a 1 000 litros.

19,35 m^3 = 19 350 L

19 350 : 4,3 = 4 500

4 500 s = 75 min = 1 h 15 min

El pilón tarda en llenarse 1 hora y cuarto.

48 **El cesto del panadero, vacío, pesa 8,5 kg; y cargado con barras de 250 gramos pesa 18,750 kg. ¿Cuántas barras hay en el cesto?**

18,750 – 8,500 = 10,250

250 g = 0,250 kg

10,250 : 0,250 = 41

En el cesto hay 41 barras.

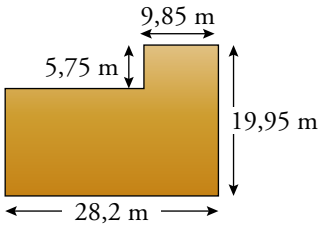
49 **Un coche avanza 2,68 metros por cada vuelta que da la rueda. ¿Cuántas vueltas dará en el trayecto de 620 kilómetros entre Madrid y Barcelona? (Aproxima el resultado a las centenas).**

620 kilómetros = 620 000 metros

620 000 : 2,68 = 231 343,2835

Dará 231 300 vueltas.

50 **Se desea cercar la finca que aparece en la figura con una valla de alambrada que se vende, por rollos de 5 metros, a 12,99 € el rollo. ¿Cuál será el presupuesto para la alambrada?**



$2 \cdot 28{,}2 + 2 \cdot 19{,}95 = 56{,}4 + 39{,}90 = 96{,}3$

$96{,}3 : 5 = 19{,}26$

Hacen falta 20 rollos de alambrada.

$20 \cdot 12{,}99 = 259{,}80$

El presupuesto para la alambrada es de 259,80 €.

51 **En la papelería venden los bolígrafos a 1,65 € y los rotuladores a 2,40 €. ¿Cuántos bolígrafos podré comprar si me llevo dos rotuladores y no quiero gastar más de 10 €? ¿Cuánto dinero me sobrará?**

$2{,}40 \cdot 2 = 4{,}80$

$10 - 4{,}80 = 5{,}20$

$5{,}20 : 1{,}65 = 3{,}15$

Puedo comprar 3 bolígrafos.

$10 - (1{,}65 \times 3 + 2{,}40 \times 2) = 0{,}25$

Me sobrarán 0,25 €.

52 **¿Cuántas baldas de 0,8 m de longitud y 0,25 m de anchura puede obtener una carpintera, cortando un tablero de 2,40 m × 1,75 m?**

$2{,}40 : 0{,}8 = 3$

$1{,}75 : 0{,}25 = 7$

$7 \cdot 3 = 21$

Puede obtener 21 baldas.

53 **De las 42 toneladas de uva que ha cosechado un viticultor, uno de cada cinco kilos es de uva de mesa, y el resto, para hacer vino. Si son necesarios 1,25 kilos de uva para obtener un litro de vino, ¿cuánto vino saldrá de la bodega en esta campaña?**

1 kg = 0,001 t → 42 t = 42 000 kg

$42\,000 : 5 = 8\,400$

$42\,000 - 8\,400 = 33\,600$

$33\,600 : 1{,}25 = 26\,880$

Saldrán 26 880 litros de vino.

54 **Un bodeguero compra una partida de 30 000 litros de vino por 72 000 € y los envasa en botellas de 75 centilitros. Las botellas, vacías, le salen a 14 € la centena, y los corchos, a 10 € el millar. ¿A cómo debe vender la botella para obtener 54 000 € de beneficios?**

75 cL = 0,75 L

30 000 : 0,75 = 40 000 botellas

40 000 : 100 = 400 → 400 × 14 = 5 600 € gasta en botellas.

40 000 : 1 000 = 40 → 40 × 10 = 400 € gasta en corchos.

72 000 + 5 600 + 400 = 78 000

78 000 + 54 000 = 132 000

132 000 : 40 000 = 3,3

Debe vender cada botella a 3,30 € para obtener 54 000 € de beneficio.

Problemas «+»

55 **Martina tiene dos teléfonos móviles contratados en dos compañías diferentes, A y B. La compañía telefónica A cobra 30 céntimos por establecimiento de llamada y 20 céntimos al minuto. La compañía B no cobra establecimiento de llamada, pero cobra 25 céntimos por minuto.**

Explica brevemente qué teléfono le conviene usar a Martina, dependiendo del tiempo previsto para la llamada.

Precio de una llamada de x minutos con A → $30 + 20 \cdot x$ céntimos.

Precio de una llamada de x minutos con B → $25 \cdot x$ céntimos.

Probando con llamadas de 1 hasta 7 minutos, vemos que si la llamada dura menos de 6 minutos, le conviene usar la compañía B; si la llamada dura 6 minutos le da igual una compañía u otra, y si dura más de 6 minutos, le conviene usar la A.

DURACIÓN DE LA LLAMADA (min)	1	2	3	4	5	6	7
COMPAÑÍA A	50	70	90	110	130	150	170
COMPAÑÍA B	25	50	75	100	125	150	175

56 **Las tablas siguientes recogen los tiros a canasta y las canastas conseguidas por dos jugadores en los cinco últimos partidos.**

JUGADOR A	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
TIROS	4	3	4	2	5
CANASTAS	2	3	3	2	4

JUGADOR B	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
TIROS	5	7	3	8	7
CANASTAS	2	5	2	7	5

¿Cuál de los dos jugadores crees que tiene el tiro más seguro? Justifica tu respuesta.

Hallamos el promedio de canastas de cada jugador.

Jugador A

Número total de tiros a canasta en los 5 partidos → 4 + 3 + 4 + 2 + 5 = 18

Número de aciertos en esos 5 partidos → 2 + 3 + 3 + 2 + 4 = 14

14 : 18 = 0,777… → Por cada tiro encesta 0,777… canastas.

Jugador B

Número total de tiros a canasta en los 5 partidos → 5 + 7 + 3 + 8 + 7 = 30

Número de aciertos en esos 5 partidos → 2 + 5 + 2 + 7 + 5 = 21

21 : 30 = 0,7 → Por cada tiro encesta 0,7 canastas.

Tiene el tiro un poco más seguro el jugador A.

Página 102

LEE E INFÓRMATE

Tipos diferentes de números decimales

- **¿Cuáles serían las tres cifras siguientes?**

  Las tres cifras siguientes serían 161.

INVESTIGA

a) Completa varias filas de esta tabla usando la calculadora:

1 : 9	0,11111…	$0,\widehat{1}$
2 : 9	0,22222…	
3 : 9		

b) Ahora, divide entre 9 varios números de esta serie:

1 - 10 - 19 - 28 - 37 - …

- **¿Qué tienen en común estos números?**
- **¿Qué tienen en común los cocientes?**

c) Haz lo mismo con los números de estas series:

2 - 11 - 20 - 29 - 38 - …

3 - 12 - 21 - 30 - 39 - …

4 - 13 - 22 - 31 - 40 - …

- **¿Qué observas?**
- **¿Qué números tienes que dividir para obtener 4,555…?**

a) Se obtiene $0,\widehat{1}$; $0,\widehat{2}$; $0,\widehat{3}$; $0,\widehat{4}$; $0,\widehat{5}$; $0,\widehat{6}$...

b) Se obtiene $0,\widehat{1}$; $1,\widehat{1}$; $2,\widehat{1}$; $3,\widehat{1}$; $4,\widehat{1}$; $5,\widehat{1}$…

- Cada uno de los números 1 - 10 - 19 - 28… es igual a un múltiplo de 9 más 1. Por tanto, dejan de resto 1 al dividirlos entre 9.
- Los cocientes tienen en común la parte decimal: $0,111\ldots = 0,\widehat{1}$

c) Primera serie:

Se obtiene $0,\widehat{2}$; $1,\widehat{2}$; $2,\widehat{2}$; $3,\widehat{2}$; $4,\widehat{2}$; $5,\widehat{2}$…

Todos ellos son «múltiplos de 9 más 2». Dejan de resto 2 al dividirlos entre 9.

Segunda serie:

Se obtiene $0,\widehat{3}$; $1,\widehat{3}$; $2,\widehat{3}$; $3,\widehat{3}$; $4,\widehat{3}$; $5,\widehat{3}$…

Todos ellos son «múltiplos de 9 más 3». Dejan de resto 3 al dividirlos entre 9.

Tercera serie:

Se obtiene $0,\widehat{4}$; $1,\widehat{4}$; $2,\widehat{4}$; $3,\widehat{4}$; $4,\widehat{4}$; $5,\widehat{4}$…

Todos ellos son «múltiplos de 9 más 4». Dejan de resto 4 al dividirlos entre 9.

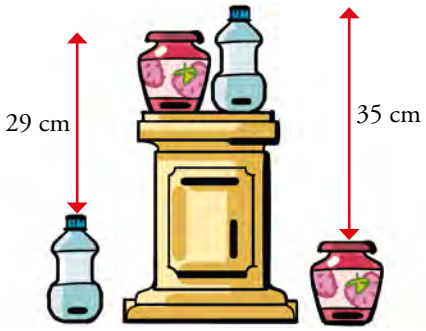
- La división entera de un número entre 9 deja un resto, *r*, comprendido entre 0 y 8, ambos inclusive. La parte decimal del cociente está formada por la cifra *r* (resto de la división entera), repetida indefinidamente.
- El número 4,555… se obtiene al dividir entre 9 el número $9 \cdot 4 + 5 = 41$.

$$41 : 9 = 4,5555$$

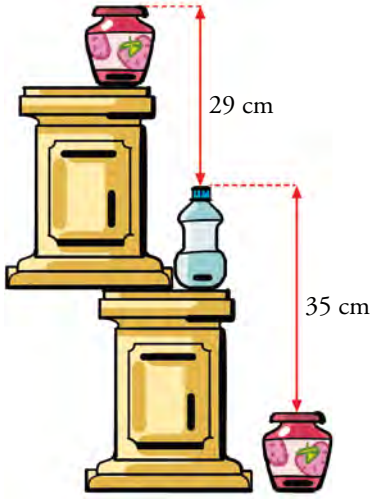
Página 103

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

- **¿Cuál es la altura del pedestal?**



El pedestal mide 32 cm.



- **Consigue el número 10 multiplicando:**

  a) Tres números diferentes.

  b) Tres números decimales.

  c) Tres números con una cifra decimal.

$$? \times ? \times ? = 10$$

Respuesta abierta; por ejemplo:

a) $5 \cdot 2 \cdot 1 = 10$

b) $1{,}25 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}2 = 10$

c) $2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}6 = 10$

- **Tres motoristas, Roberto Rojo, Bartolomé Blanco y Greta Gris, se disponen a salir de paseo:**

  — ¿Os habéis fijado —dice Roberto— que una de nuestras motos es roja, otra blanca y otra gris, pero en ningún caso el color coincide con el apellido del dueño?

  — No me había fijado —dice el de la moto blanca—, pero tienes razón.

  ¿De qué color es cada moto?

El de la moto blanca no puede ser Bartolomé Blanco y, con seguridad, no es Roberto Rojo. Por tanto, el de la moto blanca es Greta Gris.

La moto roja no puede ser de Roberto Rojo; entonces la moto roja es de Bartolomé Blanco. Y, finalmente, la moto gris es de Roberto Rojo.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Escribe con cifras.**

a) Veintiocho milésimas.

b) Dos unidades y siete centésimas.

c) Ciento treinta y dos diezmilésimas.

d) Nueve millonésimas.

a) 0,028 b) 2,07

c) 0,0132 d) 0,000009

2 **Piensa y contesta.**

a) ¿Cuántas milésimas hacen una décima?

b) ¿Cuántas millonésimas hay en una milésima?

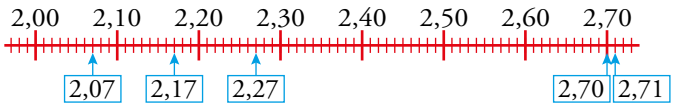
a) 100

b) 1 000

3 **Ordena de menor a mayor y representa en la recta.**

2,07 - 2,27 - 2,71 - 2,7 - 2,17

2,07 < 2,17 < 2,27 < 2,7 < 2,71



4 **Copia y completa con un número decimal.**

a) 4,5 < □ < 4,6 **b) 0,1 < □ < 0,11**

a) 4,5 < 4,55 < 4,6 b) 0,1 < 0,105 < 0,11

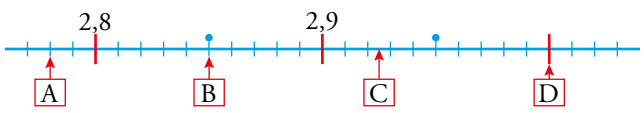
5 **Redondea a las décimas y a las centésimas.**

a) 2,726 **b) $5,\widehat{6}$**

A las décimas: a) 2,7 b) 5,7

A las centésimas: a) 2,73 b) 5,67

6 **Qué número señala cada letra?**



A → 2,78 B → 2,85 C → 2,925 D → 3

7 **Calcula.**

a) **2,8 – 3,75 + 1,245** **b)** **2,8 · 3,75**

c) **6,8 · 100** **d)** **2,6 : 100**

a) 0,295 b) 10,5

c) 680 d) 0,026

8 **Calcula.**

a) **4,2 – 0,2 · 5 – 0,6** **b)** **4,2 – 0,2 · (5 – 0,6)**

c) **(4,2 – 0,2) · 5 – 0,6** **d)** **4,2 – (0,2 · 5 – 0,6)**

a) 2,6 b) 3,32

c) 19,4 d) 3,8

9 **Calcula con dos cifras decimales.**

a) **7 : 13** **b)** **54,5 : 12** **c)** **8,34 : 15,25**

a) 0,54 b) 4,54 c) 0,55

10 **El melón se vende a 1,75 €/kg. ¿Cuánto costará un melón de 2,800 kilos?**

El melón costará 2,8 · 1,75 = 4,90 €.

11 **Manuel trabaja de forma eventual, en una tienda, envolviendo paquetes de regalo. Por cada paquete le dan ochenta céntimos. Ayer hizo 30 paquetes. ¿Cuánto ganó?**

Ganó 30 · 0,80 = 24 euros.

12 **Para hacer un regalo a Rosa, debemos poner 33 € entre 10 amigos. Para hacer un regalo a mi madre, debemos poner 10 € entre sus 3 hijos. ¿Cuál de los dos regalos me sale más caro?**

Sale más caro el regalo de la madre (3,33 € cada uno) que el regalo de Rosa (3,30 € cada uno).

6 EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Página 104

1 **¿Qué objetos crees que se medían en varas?**

Respuesta abierta.

2 **Si un pie equivalía a 27,9 cm, ¿cuántos centímetros medía una pulgada?**

Aproximadamente, 2,54 cm.

Página 105

3 **¿Cuál de estas unidades utilizarías para medir un carro de trigo? ¿Y un tonel de vino?**

Para medir un carro de trigo se podría usar la fanega.

Para medir un tonel de vino se podría usar la cántara.

4 **Si una cántara equivalía a 16,13 litros, ¿cuántos litros tenía un azumbre?**

Un azumbre tenía 1/8 de 16,13 litros. Esto es, 2,02 litros.

5 **Infórmate y comenta con tus compañeros y compañeras el significado de la expresión popular «dedadita de miel y azumbre de hiel».**

Respuesta abierta.

6 **¿Sabes cómo se llaman estos instrumentos de medida de la masa?**

Balanzas.

7 **Si 460 gramos hacen una libra, ¿cuántos gramos hacen una onza? ¿Y cuántos kilos hacen una arroba?**

$\frac{460}{16} = 28{,}75$

Una onza equivale a 28,75 gramos.

$460 \times 25 = 11\,500$

11 500 g = 11,5 kg

Una arroba equivale a 11,5 kilos.

1 LAS MAGNITUDES Y SU MEDIDA

Página 106

Para practicar

1 **¿Verdadero o falso?**

a) El kilómetro es una magnitud.

b) El palmo es una unidad de longitud.

c) La capacidad de memoria de un ordenador es una magnitud.

d) La cinta métrica es una unidad de medida.

e) La balanza es un instrumento de medida.

f) El decibelio es una unidad que se utiliza para medir la intensidad del sonido.

a) Falso. El kilómetro es una unidad de medida de longitud.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Falso. La cinta métrica es un instrumento para medir.

e) Verdadero.

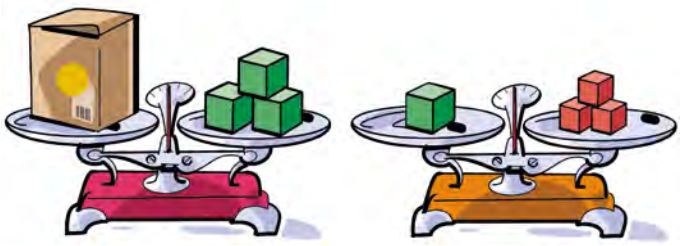
f) Verdadero.

2 **El color y la forma son cualidades, pero no magnitudes. ¿Por qué?**

Porque no se pueden medir y cuantificar de forma numérica.

3 **Expresa el peso de la caja, tomando como unidad:**

a) Un cubito verde. **b) Un cubito rojo.**



a) 1 caja = 3 cubitos verdes

b) 1 cubito verde = 3 cubitos rojos

1 caja = 3 · 3 cubitos rojos = 9 cubitos rojos

4 **¿Qué magnitudes se miden con estas unidades?**

a) Segundo **b) Bit**

c) Grado centígrado **d) Gramo**

e) Voltio **f) Metro cuadrado**

a) Tiempo. b) Memoria de un ordenador.

c) Temperatura. d) Masa.

e) Tensión eléctrica. f) Superficie.

2 EL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Página 107

Para practicar

1 Investiga.

La arroba es una antigua unidad de masa que se usaba en muchas regiones de España. Desafortunadamente, no valía lo mismo en todas.

a) Averigua el valor, en kilos, de una arroba castellana y una arroba aragonesa.

b) Describe alguno de los inconvenientes que ocasionaban esas diferencias.

a) Una arroba castellana equivalía a 11,5 kilos, y una arroba aragonesa, a 12,5 kilos.

b) Malentendidos y confusiones al hacer transacciones comerciales, pues las unidades de medida, aunque de igual nombre, tenían distinto valor.

2 Nombra:

a) Los múltiplos del metro.

b) Los múltiplos del gramo.

c) Los submúltiplos del litro.

d) Los submúltiplos del gramo.

a) Decámetro, hectómetro, kilómetro.

b) Decagramo, hectogramo, kilogramo.

c) Decilitro, centilitro, mililitro.

d) Decigramo, centigramo, miligramo.

3 Teniendo en cuenta que un cuadrante del meridiano terrestre es la cuarta parte del mismo:

a) ¿Cuántos metros mide un cuadrante de meridiano?

b) ¿Cuántos metros mide el meridiano completo?

a) Meridiano terrestre = 40 000 km

1 cuadrante de meridiano = 40 000 : 4 = 10 000 km = 10 000 000 m

b) 10 000 000 · 4 = 40 000 000 m

3 UNIDADES DE MEDIDA EN LAS MAGNITUDES BÁSICAS

Página 108

Para practicar

1 **¿Verdadero o falso?**

a) La distancia de la Tierra al Sol es de 1 UA.

b) La distancia de Marte al Sol es mayor que un año luz.

c) El radio de un átomo se mide en ángstroms.

d) Diez mil micras hacen un milímetro.

a) Verdadero.

b) Falso. La distancia de Marte al Sol es 225 300 000 km, aproximadamente, mientras que un año luz ≈ 9,5 billones de kilómetros.

c) Verdadero.

d) Falso. 10 000 μ = 10 mm

2 **¿Con qué unidad medirías estas longitudes?**

a) La anchura de una carretera.

b) La longitud de un río.

c) El grosor de un tablero de madera.

d) El diámetro de un tornillo.

e) El diámetro del sistema solar.

a) Metros.

b) Kilómetros.

c) Centímetros.

d) Milímetros.

e) Unidades astronómicas.

Página 109

Para practicar

3 **¿Verdadero o falso?**

a) Un bidón de 25 litros tiene una masa de 25 kilos.

b) Diez centilitros hacen un mililitro.

c) Diez decagramos hacen un hectogramo.

d) Un kilo de aceite pesa menos que un kilo de agua.

e) Un kilo de aceite ocupa más que un kilo de agua.

a) Verdadero.

b) Falso. 10 cL = 100 mL

c) Verdadero.

d) Falso. Ambos pesan un kilo.

e) Verdadero.

4 **¿Con qué unidad medirías en cada caso?**

a) La capacidad de un bote de champú.

b) La masa de una bolsa de naranjas.

c) La cantidad de agua de un embalse.

d) La producción anual de mejillón en Galicia.

e) La cantidad de azafrán que se echa a la paella.

a) Mililitros.

b) Kilos.

c) Millones de litros o billones de litros.

d) Toneladas.

e) Centigramos.

4 CAMBIOS DE UNIDAD

Página 110

Para fijar ideas

1 **Copia y completa la capacidad del bote en las unidades que se indican.**

33 cL

L	dL	cL	mL
0,	3	3	0

… L = … dL = … cL = … mL

0,33 L = 3,3 dL = 33 cL = 330 mL

Para practicar

1 **La altura del canguro está en la tabla. Exprésala:**

m	dm	cm	mm
1	2	7	

a) En metros. **b) En decímetros.**

c) En centímetros. **d) En milímetros.**

a) 1,27 m b) 12,7 dm

c) 127 cm d) 1 270 mm

2 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 0,2 kg → 0,2 · 1 000 = … g **b) 5,3 hg → 5,3 · … = … g**

c) 3,7 dg → 3,7 : 10 = … g **d) 280 cg → 280 : … = … g**

a) 0,2 kg → 0,2 · 1 000 = 200 g b) 5,3 hg → 5,3 · 100 = 530 g

c) 3,7 dg → 3,7 : 10 = 0,37 g d) 280 cg → 280 : 100 = 2,8 g

3 **Expresa en litros.**

a) 2,75 kL **b) 42,6 dL** **c) 74,86 hL**

d) 350 cL **e) 1,46 daL** **f) 3 800 mL**

a) 2 750 L b) 4,26 L c) 7 486 L

d) 3,5 L e) 14,6 L f) 3,8 L

4 **Pasa a hectómetros.**

a) 6 km **b) 0,54 km**

c) 80 dam **d) 28 m**

a) 60 hm b) 5,4 hm

c) 8 hm d) 0,28 hm

5 **Convierte a miligramos.**

a) 1,4 g **b) 0,6 g**

c) 5 dg **d) 62 cg**

a) 1 400 mg b) 600 mg

c) 500 mg d) 620 mg

6 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 3 kg = ... g **b) 420 g = ... kg**

c) 1,4 hg = ... dag **d) 28,7 dg = ... g**

e) 39 dg = ... mg **f) 470 mg = ... cg**

a) 3 000 g b) 0,42 kg

c) 14 dag d) 2,87 g

e) 3 900 mg f) 47 cg

7 **Expresa el peso del elefante en kilos, en gramos y en toneladas.**

t	q		kg	hg	dag	g
4	6	0	0	0	0	0

¿Cuáles son las unidades más adecuadas para expresar el peso del elefante?

El elefante pesa 4 600 kg = 4 600 000 g = 4,6 t.

Para expresar el peso del elefante, las unidades más adecuadas son las toneladas métricas.

8 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 4 q = ... kg **b) 280 kg = ... q**

c) 3,7 t = ... kg **d) 9 700 kg = ... t**

a) 400 kg b) 2,8 q

c) 3 700 kg d) 9,7 t

5 CANTIDADES COMPLEJAS E INCOMPLEJAS

Página 111

Para fijar ideas

1 Completa y resuelve.

a) Un camión cisterna que transportaba 3 *k*L 5 *h*L 2 *da*L de gasóleo ha servido un pedido de 9 *h*L 7 dal 5 L. ¿Cuántos litros le quedan?

	kL	hL	daL	L
	3	5	2	0
−		□	□	□
	□	□	□	□

(3 kL 5 hL 2 daL) – (9 hL 7 daL 5 L) = … L

Solución: **En el depósito quedan … litros de gasóleo.**

a) 3 520 L – 975 L = 2 545 L

En el depósito quedan 2 545 litros de gasóleo.

b) Cada frasco de cierto medicamento lleva 3 g 2 dg 4 cg de principio activo. ¿Cuántos gramos de principio activo se necesitarán para fabricar 75 frascos?

	hg	dag	g	dg	cg
			3	2	4
			×	7	5
		□	□	□	□
+	□	□	□	□	
	□	□	□	□	□

3,24 g · 75 = … g

Solución: **Se necesitarán … gramos de principio activo.**

b) 3,24 g · 75 = 243 g

Se necesitarán 243 gramos de principio activo.

Para practicar

1 Expresa en metros.

a) 6 km 4 hm 8 dam **b) 5 hm 3 m 6 dm**

c) 5 m 4 dm 7 cm **d) 3 dam 7 cm 1 mm**

a) 6 480 m b) 503,6 m

c) 5,47 m d) 30,071 m

2 Expresa en forma compleja.

a) 3,68 kL **b) 7,42 dL** **c) 22,36 hL**

d) 365 cL **e) 2 364 L** **f) 2 408 mL**

a) 3 kL 6 hL 8 daL b) 7 dL 4 cL 2 mL c) 2 kL 2 hL 3 daL 6 L

d) 3 L 6 dL 5 cL e) 2 kL 3 hL 6 daL 4 L f) 2 L 4 dL 8 mL

3 Fernando compra un pollo de 2 kg 200 g y un conejo de 0,760 kg.

¿Cuánto pesa la compra de Fernando?

La compra de Fernando pesa 2 kg 960 g = 2,960 kg.

4 **Marta ha ido al supermercado a por cinco garrafas de aceite de dos litros. Pero se ha encontrado que cada garrafa llevaba 20 cL extra de regalo.**

¿Cuánto aceite se lleva Marta en las cinco garrafas?

$5 \cdot 2 = 10$ L

$5 \cdot 20 = 100$ cL $= 1$ L

En total se lleva $10 + 1 = 11$ litros de aceite.

6 MEDIDA DE LA SUPERFICIE

Página 113

Para practicar

1 **Una fanega de simiente de trigo pesa 47 kg.**

a) ¿Cuántos kilos de trigo se necesitan para sembrar un campo de 10 fanegas?

b) ¿Cuántas fanegas de tierra se pueden sembrar con 1 000 kg de trigo?

a) $10 \cdot 47 = 470$

Se necesitan 470 kilos de trigo.

b) $1\,000 : 47 = 21{,}276 \approx 21{,}3$

Se pueden sembrar 21,3 fanegas de tierra.

2 **¿Cuánto tiempo tardarían tres parejas de bueyes en arar un campo que tiene una superficie de 48 yugadas?**

$48 : 3 = 16$

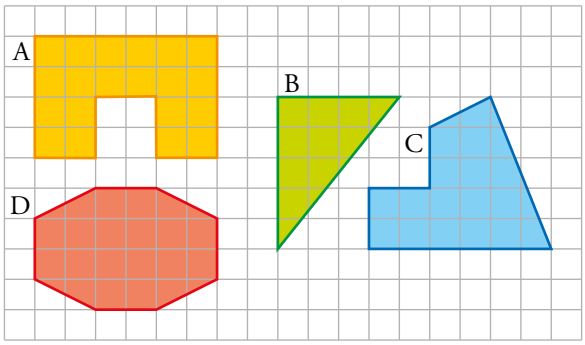
Tardarían 16 días.

3 **Sabemos que un tractor ara el campo del ejercicio anterior en dos días. ¿A cuántas parejas de bueyes sustituye el tractor?**

$48 : 2 = 24$

El tractor hace el trabajo 24 parejas de bueyes.

4 **Calcula la superficie de estas figuras tomando como unidad el cuadrado de la cuadrícula:**

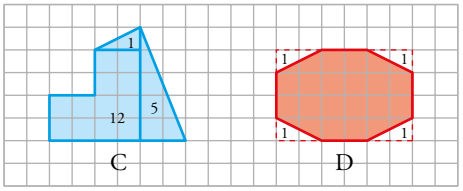


A $\rightarrow$ 20 u. c.

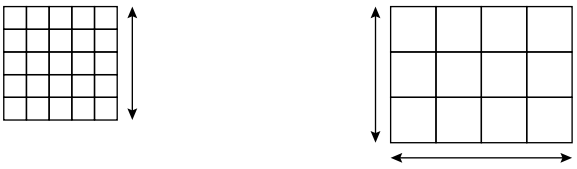
B $\rightarrow \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ u. c.

C $\rightarrow 12 + 1 + 5 = 18$ u. c.

D $\rightarrow 24 - 4 = 20$ u. c.



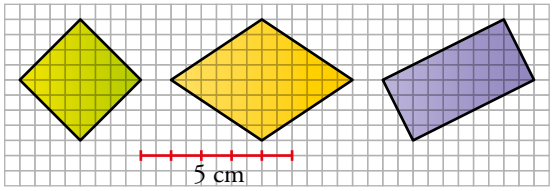
5 **¿Cuántas pulgadas cuadradas tiene un cuadrado que mide cinco pulgadas de lado?**
¿Cuántos pies cuadrados ocupa un rectángulo de tres pies de alto por cuatro de largo?



El cuadrado tiene $5 \cdot 5 = 25$ pulgadas cuadradas.

El rectángulo ocupa $3 \cdot 4 = 12$ pies cuadrados.

6 **Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie del cuadrado, la del rombo y la del rectángulo.**

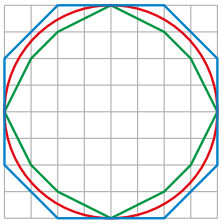


Cuadrado $\rightarrow 4 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 2}{2} = 16 - 4 \cdot 2 = 16 - 8 = 8$ centímetros cuadrados

Rombo $\rightarrow 6 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} = 24 - 4 \cdot 3 = 24 - 12 = 12$ centímetros cuadrados

Rectángulo $\rightarrow 4 \cdot 5 - 2 \cdot \frac{2 \cdot 1}{2} - 2 \cdot \frac{4 \cdot 2}{2} = 20 - 2 - 8 = 10$ centímetros cuadrados

7 **Calcula la superficie del polígono azul y la del polígono verde. Después, haz una estimación de la superficie del círculo.**



□ →

P. azul $\rightarrow 64 - 2 \cdot 4 = 56$ u. c.

P. verde $\rightarrow 64 - 5{,}5 \cdot 4 = 42$ u. c.

Círculo $\rightarrow \frac{56 + 42}{2} \approx 49$ u. c.

Página 114

Para fijar ideas

1 **Copia y completa realizando los cambios de unidad que se indican, primero sobre la tabla y después multiplicando o dividiendo por la unidad seguida de ceros.**

	km²	hm² ha	dam² a	m² ca	dm²	cm²	mm²	
6,2 dm² →					6	2 0	0 0	→ … cm² → 62 000 mm²
47 200 m² →		4	7 2	0 0				→ 472 dam² → … hm²
252 800 m² →	0	2 5	2 8	0 0				→ … ha → … km²

6,2 dm² $\xrightarrow{\cdot 100}$ … cm² $\xrightarrow{\cdot 100}$ … mm²

47 200 m² $\xleftarrow{:100}$ … dam² $\xleftarrow{:100}$ … hm²

252 800 m² $\xleftarrow{:10\,000}$ … ha $\xleftarrow{:100}$ … km²

6,2 dm² = 620 cm² = 62 000 mm²

47 200 m² = 472 dam² = 4,72 hm²

252 800 m² = 25,28 ha = 0,2528 km²

Página 115

Para fijar ideas

2 **Completa en tu cuaderno y resuelve.**

a) El suelo de un estadio está cubierto de césped artificial y tiene una superficie de 1,02 ha. En su interior se ha delimitado un campo de fútbol que ocupa 73 dam² 53 m² 50 dm². ¿Qué superficie de césped queda fuera del campo?

hm²	dam²	m²	dm²
1	0 2	0 0	0 0
−	□ □	□ □	□ □
	□ □	□ □	□ □

1,02 ha − 7 353,5 m² = … m²

Solución: **Fuera del campo de fútbol queda una superficie de … m².**

b) Se va a abordar la renovación del suelo de 6 pistas de pádel mediante la instalación de césped artificial que se comercializa en rollos de 10 m² 75 dm². Si cada pista mide 200 m², ¿serán suficientes 125 rollos para realizar la obra?

hm²	dam²	m²	dm²
		□ □	□ □
		× 1	2 5
		□ □	□ □
	□	□ □	□
+	□ □	□ □	
	□ □	□ □	□ □

Superficie que cubren los 125 rollos:

(10 m² 75 dm²) · 125 = … m²

Superficie de las 6 pistas:

… × … m² = … m²

Solución: **…**

a) 1,02 ha − 7 353,5 m² = 2 846,5 m²

Fuera del campo de fútbol queda una superficie de 2 846,5 m².

b) 10,75 · 125 = 1 343,75 m²

Superficie de las 6 pistas: 6 × 2 000 = 800 m²

Sí, serán suficientes.

Para practicar

8 **Indica la unidad más apropiada para expresar:**

a) La extensión de Portugal.

a) Kilómetro cuadrado.

b) La extensión de un pantano.

b) Hectárea.

c) La superficie de una vivienda.

c) Metro cuadrado.

d) La superficie de una hoja de papel.

d) Centímetro cuadrado.

9 **Expresa en metros cuadrados.**

a) 0,006 km^2

a) $0{,}006 \cdot 1\,000\,000 = 6\,000\ m^2$

b) 5,2 hm^2

b) $5{,}2 \cdot 10\,000 = 52\,000\ m^2$

c) 38 dam^2

c) $38 \cdot 100 = 3\,800\ m^2$

d) 70 dm^2

d) $70 : 100 = 0{,}7\ m^2$

e) 12 800 cm^2

e) $12\,800 : 10\,000 = 1{,}28\ m^2$

f) 8 530 000 mm^2

f) $8\,530\,000 : 1\,000\,000 = 8{,}53\ m^2$

10 **Expresa en centímetros cuadrados.**

a) 0,06 dam^2 **b) 5,2 m^2** **c) 0,47 dm^2** **d) 8 mm^2**

a) $0{,}06 \cdot 1\,000\,000 = 60\,000\ cm^2$

b) $5{,}2 \cdot 10\,000 = 52\,000\ cm^2$

c) $0{,}47 \cdot 100 = 47\ cm^2$

d) $8 : 100 = 0{,}08\ cm^2$

11 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 5,1 km^2 = ... hm^2

a) $5{,}1\ km^2 = 510\ hm^2$

b) 825 hm^2 = ... km^2

b) $825\ hm^2 = 8{,}25\ km^2$

c) 0,03 hm^2 = ... m^2

c) $0{,}03\ hm^2 = 300\ m^2$

d) 53 000 m^2 = ... dam^2

d) $53\,000\ m^2 = 530\ dam^2$

12 **Expresa en metros cuadrados.**

a) 5 km^2 48 hm^2 25 dam^2

a) $5\,482\,500\ m^2$

b) 6 dam^2 58 m^2 46 dm^2

b) $658{,}46\ m^2$

c) 5 m^2 4 dm^2 7 cm^2

c) $5{,}0407\ m^2$

13 **Pasa a forma compleja.**

a) 587,24 hm^2

a) $5\ km^2\ 87\ hm^2\ 24\ dam^2$

b) 587 209,5 m^2

b) $58\ hm^2\ 72\ dam^2\ 9\ m^2\ 50\ dm^2$

c) 7 042,674 dm^2

c) $70\ m^2\ 42\ dm^2\ 67\ cm^2\ 40\ mm^2$

14 **Calcula.**

a) $(6\ dam^2\ 52\ m^2\ 27\ cm^2) - 142{,}384\ m^2$

b) $5\,246{,}9\ cm^2 + (18\ dm^2\ 13\ cm^2\ 27\ mm^2)$

c) $(15\ hm^2\ 14\ dam^2\ 25\ m^2) \cdot 4$

a) $652{,}0027\ m^2 - 142{,}384\ m^2 = 509{,}6187\ m^2$

b) $5\,246{,}9\ cm^2 + 1\,813{,}27\ cm^2 = 7\,060{,}17\ cm^2$

c) $(151\,425\ m^2) \cdot 4 = 605\,700\ m^2$

15 **Una finca de 17,56 hm^2 tiene 13,45 ha de secano plantadas de cereal y 11 850 m^2 de regadío. El resto es terreno baldío. ¿Cuál es la superficie baldía?**

$17{,}56 - (13{,}45 + 1{,}1850) = 17{,}56 - 14{,}635 = 2{,}925$

La superficie baldía es 2,925 ha.

Página 116

Ejercicios y problemas

Magnitudes y unidades

1 **¿Verdadero o falso?**

a) **El radio de la Luna se mide en unidades astronómicas.**

b) **El radio de una célula se expresa en micras.**

c) **La cantidad de aire de una habitación se mide en metros cuadrados.**

d) **Para expresar el peso de una locomotora, lo adecuado es usar las toneladas.**

e) **La cantidad de gasóleo que transporta un camión se puede expresar en litros y en kilos.**

NOTA: En caso de *falso*, escribe la opción verdadera.

a) Falso. Se mide en kilómetros.

b) Verdadero.

c) Falso. Se mide en litros.

d) Verdadero.

e) Falso. Se mide en litros.

2 **Asocia cada enunciado con su medida:**

a) Una zancada.

b) La altura de un edificio.

c) Una cucharadita de jarabe.

d) El gasóleo que transporta un camión cisterna.

e) El peso de un gato.

f) La cosecha de maíz de una finca.

g) La lona de una tienda de campaña.

h) La superficie de una finca.

27 m	**6,8 m^2**	**6,7 t**	**8 mL**
95 hL	**80 cm**	**3,4 ha**	**2 500 g**

a) 80 cm b) 27 m c) 8 mL d) 95 hL

e) 2 500 g f) 6,7 t g) 6,8 m^2 h) 3,4 ha

Cambios de unidades

3 **Completa en tu cuaderno, como en el ejemplo.**

• Para pasar de kilómetros a metros, se multiplica por mil.

a) Para transformar decalitros en decilitros…

b) Para pasar de miligramos a gramos…

c) Para transformar decámetros en hectómetros…

a) Para transformar decalitros en decilitros, se multiplica por 100.

b) Para pasar de miligramos a gramos, se divide entre 1 000.

c) Para transformar decámetros en hectómetros, se divide entre 10.

4 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 2,7 hm = … km = … dam = … dm

b) 2 380 m = … km = … hm = … cm

c) 47 m = … dam = … dm = … hm

d) 382 cm = … m = … dm = … mm

a) 2,7 hm = 0,27 km = 27 dam = 2 700 dm

b) 2 380 m = 2,38 km = 23,8 hm = 238 000 cm

c) 47 m = 4,7 dam = 470 dm = 0,47 hm

d) 382 cm = 3,82 m = 38,2 dm = 3 820 mm

5 **Pasa a gramos.**

a) 1,37 kg **b) 0,7 kg** **c) 0,57 hg**

d) 1,8 dag **e) 0,63 dag** **f) 5 dg**

g) 18,9 dg **h) 480 cg** **i) 2 500 mg**

a) 1,37 kg = 1 370 g b) 0,7 kg = 700 g c) 0,57 hg = 57 g

d) 1,8 dag = 18 g e) 0,63 dag = 6,3 g f) 5 dg = 0,5 g

g) 18,9 dg = 1,89 g h) 480 cg = 4,8 g i) 2 500 mg = 2,5 g

6 **Expresa, primero en kilogramos y después en miligramos, el peso de la barra de pan.**

320 g = 0,32 kg = 320 000 mg

7 **Expresa en toneladas.**

a) 15 000 kg **b) 8 200 kg**

c) 400 kg **d) 1 kg**

a) 15 000 kg = 15 t b) 8 200 kg = 8,2 t

c) 400 kg = 0,4 t d) 1 kg = 0,001 t

8 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 5,4 t = ... kg = ... hg = ... dag

b) 0,005 kg = ... g = ... mg = ... dag

c) 7 hg = ... dag = ... g = ... dg

d) 42 g = ... dag = ... cg = ... mg

a) 5,4 t = 5 400 kg = 54 000 hg = 540 000 dag

b) 0,005 kg = 5 g = 5 000 mg = 0,5 dag

c) 7 hg = 70 dag = 700 g = 7 000 dg

d) 42 g = 4,2 dag = 4 200 cg = 42 000 mg

9 **Expresa en centilitros.**

a) 0,15 hL **b) 0,86 daL**

c) 0,7 L **d) 1,3 L**

e) 26 dL **f) 580 mL**

a) 0,15 · 10 000 = 1 500 cL b) 0,86 · 1 000 = 860 cL

c) 0,7 · 100 = 70 cL d) 1,3 · 100 = 130 cL

e) 26 · 10 = 260 cL f) 580 : 10 = 58 cL

10 **Expresa en decilitros la capacidad de la botella, y con una fracción de litro, la capacidad del vaso.**

Botella $\rightarrow \frac{3}{4}$ L = 0,75 L = 7,5 dL

Vaso $\rightarrow$ 25 cL = 0,25 L = $\frac{1}{4}$ L

11 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 4,52 kL = ... hL **b) 0,57 hL = ... daL**

c) 15 daL = ... L **d) 0,6 L = ... cL**

e) 850 mL = ... dL **f) 1 200 cL = ... L**

g) 2 000 mL = ... dL **h) 380 daL = ... kL**

a) 4,52 kL = 45,2 hL b) 0,57 hL = 5,7 daL

c) 15 daL = 150 L d) 0,6 L = 60 cL

e) 850 mL = 8,5 dL f) 1 200 cL = 12 L

g) 2 000 mL = 20 dL h) 380 daL = 3,8 kL

12 **Expresa en metros.**

a) 3 km 8 hm 5 dam

b) 8 dam 5 m 7 cm

c) 1 m 4 dm 6 cm 7 mm

a) 3 km 8 hm 5 dam = 3 000 m + 800 m + 50 m = 3 850 m

b) 8 dam 5 m 7 cm = 80 m + 5 m + 0,07 m = 85,07 m

c) 1 m 4 dm 6 cm 7 mm = 1 m + 0,4 m + 0,06 m + 0,007 m = 1,467 m

13 **Expresa en gramos.**

a) 4 kg 5 hg 2 dag 3 g **b) 9 hg 8 dag 5 g 4 dg**

c) 6 dag 8 g 6 dg 8 cg **d) 7 dg 6 mg**

a) 4 kg 5 hg 2 dag 3 g = 4 000 g + 500 g + 20 g + 3 g = 4 523 g

b) 9 hg 8 dag 5 g 4 dg = 900 g + 80 g + 5 g + 0,4 g = 985,4 g

c) 6 dag 8 g 6 dg 8 cg = 60 g + 8 g + 0,6 g + 0,08 g = 68,68 g

d) 7 dg 6 mg = 0,7 g + 0,006 g = 0,706 g

Página 117

14 **Pasa a forma compleja.**

a) 4,225 kg **b) 38,7 g**

c) 1 230 cg **d) 4 623 mg**

a) 4,225 kg = 4 kg 2 hg 2 dag 5 g b) 38,7 g = 3 dag 8 g 7 dg

c) 1 230 cg = 1 dag 2 g 3 dg d) 4 623 mg = 4 g 6 dg 2 cg 3 mg

15 **Expresa en forma compleja el contenido de cada recipiente:**

A → 3 L 2 dL 4 cL B → 3 L 4 dL 2 cL C → 1 dL 8 cL

16 **Traduce a litros.**

a) 8 kL 6 hL 3 L **b) 5 hL 2 daL 7 L 2 dL**

c) 1 daL 9 L 6 dL 3 cL **d) 4 L 2 dL 5 cL 7 mL**

a) 8 603 L b) 527,2 L

c) 19,63 L d) 4,257 L

Operaciones con cantidades complejas

17 **Calcula, en metros, la longitud total del circuito.**

2 km 700 m + 3 842 m + 25 hm 7 dam 8 m = 2 700 m + 3 842 m + 2 578 m = 9 120 m

18 **Calcula y expresa en la unidad indicada.**

a) 27,46 dam + 436,9 dm → m

b) 0,83 hm + 9,4 dam + 3 500 cm → m

c) 0,092 km + 3,06 dam + 300 mm → cm

d) 0,000624 km – 0,38 m → cm

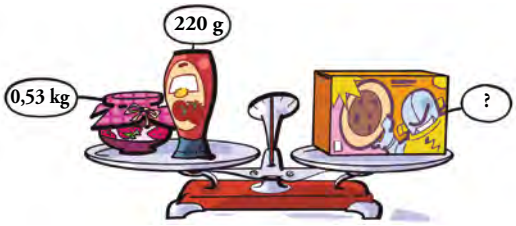
a) 27,46 dam + 436,9 dm = 274,6 m + 43,69 m = 318,29 m

b) 0,83 hm + 9,4 dam + 3 500 cm = 83 m + 94 m + 35 m = 212 m

c) 0,092 km + 3,06 dam + 300 mm = 9 200 cm + 3 060 cm + 30 cm = 12 290 cm

d) 0,000624 km – 0,38 m = 62,4 cm – 38 cm = 24,4 cm

19 **¿Cuánto pesa la caja de galletas?**



0,53 kg + 220 g = 530 g + 220 g = 750 g = 0,750 kg

La caja de galletas pesa 750 gramos.

20 **Calcula y expresa en forma compleja.**

a) 57,28 g + 462 cg **b) 0,147 t – 83,28 kg**

c) 0,472 kg · 15 **d) 324,83 hg : 11**

a) 57,28 g + 462 cg = 57,28 g + 4,62 g = 61,9 g = 6 dag 1 g 9 dg

b) 0,147 t – 83,28 kg = 147 kg – 83,28 kg = 63,72 kg = 63 kg 7 hg 2 dag

c) 0,472 kg · 15 = 7,08 kg = 7 kg 8 dag

d) 324,83 hg : 11 = 29,53 hg = 2 kg 9 hg 5 dag 3 g

21 **Calcula y expresa el resultado en litros.**

a) 0,05 kL + 1,2 hL + 4,7 daL

b) 42 dL + 320 cL + 2 600 mL

c) 7,8 daL – 52,4 L

a) 50 L + 120 L + 47 L = 217 L

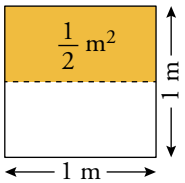
b) 4,2 L + 3,2 L + 2,6 L = 10 L

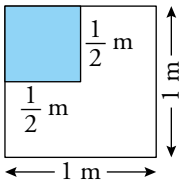
c) 78 L – 52,4 L = 25,6 L

Unidades de superficie

22 **Reflexiona, representa y explica la diferencia entre medio metro cuadrado y la superficie de un cuadrado de medio metro de lado.**

Medio metro cuadrado es la mitad de la superficie de un cuadrado de 1 metro de lado, mientras que, la superficie de un cuadrado de medio metro de lado es 0,5 · 0,5 = 0,25 metros cuadrados.





23 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 1 km² = ... m²

b) 1 m² = ... dm²

c) 1 hm² = ... m²

d) 1 m² = ... cm²

e) 1 dam² = ... m²

f) 1 m² = ... mm²

a) 1 km² = 1 000 000 m²

b) 1 m² = 100 dm²

c) 1 hm² = 10 000 m²

d) 1 m² = 10 000 cm²

e) 1 dam² = 100 m²

f) 1 m² = 1 000 000 mm²

24 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 4 km² = ... dam²

b) 54,7 hm² = ... m²

c) 0,005 dam² = ... dm²

d) 0,7 dm² = ... mm²

e) 5 400 m² = ... hm²

f) 174 cm² = ... dm²

a) 4 km² = 40 000 dam²

b) 54,7 hm² = 547 000 m²

c) 0,005 dam² = 50 dm²

d) 0,7 dm² = 7 000 mm²

e) 5 400 m² = 0,54 hm²

f) 174 cm² = 1,74 dm²

25 **Pasa a decímetros cuadrados.**

a) 0,146 dam²

b) 1,4 m²

c) 0,36 m²

d) 1 800 cm²

e) 544 cm²

f) 65 000 mm²

a) 1 460 dm²

b) 140 dm²

c) 36 dm²

d) 18 dm²

e) 5,44 dm²

f) 6,5 dm²

26 **Expresa en hectáreas.**

a) 572 800 a **b) 50 700 m^2**

c) 25,87 hm^2 **d) 6,42 km^2**

a) 5 728 ha b) 5,07 ha

c) 25,87 ha d) 642 ha

27 **Expresa en forma compleja.**

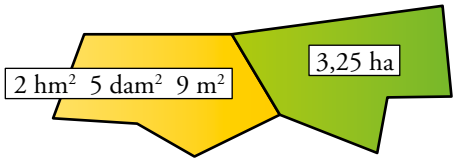
a) 248 750 dam^2 **b) 67 425 m^2**

c) 83 545 cm^2 **d) 2 745 600 mm^2**

a) 24 km^2 87 hm^2 50 dam^2 b) 6 hm^2 74 dam^2 25 m^2

c) 8 m^2 35 dm^2 45 cm^2 d) 2 m^2 74 dm^2 56 cm^2

28 **Observa y calcula la superficie total de la finca.**



2 hm^2 5 dam^2 9 m^2 + 3,25 ha = 2,0509 hm^2 + 3,25 hm^2 = 5,3009 hm^2 = 5,3009 ha

La superficie total de la finca son 5,3009 ha.

29 **Opera y expresa en metros cuadrados.**

a) 0,000375 km^2 + 2 500 dm^2 **b) 0,045 hm^2 – 29,5 m^2**

c) 520 mm^2 · 1 500 **d) 6,96 hm^2 : 24**

a) 375 m^2 + 25 m^2 = 400 m^2 b) 450 m^2 – 29,5 m^2 = 420,5 m^2

c) 0,00052 m^2 · 1 500 = 0,78 m^2 d) 69 600 m^2 : 24 = 2 900 m^2

30 **Calcula y expresa en forma compleja.**

a) 725,93 m^2 – 0,985 dam^2

b) 0,03592 km^2 + 27,14 ha + 3 000 a

c) 467 108,25 dam^2 : 30

d) (15 hm^2 16 dam^2 38 m^2) · 30

a) 725,93 m^2 – 98,5 m^2 = 627,43 m^2 = 6 dam^2 27 m^2 43 dm^2

b) 3,592 hm^2 + 27,14 hm^2 + 30 hm^2 = 60,732 hm^2 = 60 hm^2 73 dam^2 20 m^2

c) 467 108,25 dam^2 : 30 = 15 570,275 dam^2 = 1 km^2 55 hm^2 70 dam^2 27 m^2 50 dm^2

d) 151 638 m^2 · 30 = 4 549 140 m^2 = 4 km^2 54 hm^2 91 dam^2 40 m^2

Página 118

Resuelve problemas

31 ***Una finca municipal de 1,8 hectáreas se divide en parcelas de 7,5 dam^2 que se venderán como huertos familiares, a 3 000 € la parcela. ¿Cuánto espera recaudar el ayuntamiento por la venta?***

Problema resuelto.

32 **Copia y completa nombrando las unidades.**

a) Cada cápsula de un medicamento contiene 20 mg de principio activo. ¿Qué cantidad de principio activo se necesita para fabricar 100 000 cápsulas?

- **20 · 100 000 = 2 000 000 …**
- **2 000 000 … = 2 000 … = 2 …**

b) ¿Cuántos pasos dará un atleta que participa en una prueba de 10 km marcha, si en cada paso avanza 65 cm por término medio?

- **10 km = 10 000 …**
- **65 cm = 0,65 …**
- **N.º de pasos: 10 000 : 0,65 = 15 384,61 …**

Dará 15 385 pasos, aproximadamente.

a)
- 20 · 100 000 = 2 000 000 mg
- 2 000 000 mg = 2 000 g = 2 kg

b)
- 10 km = 10 000 m
- 65 cm = 0,65 m
- N.º de pasos: 10 000 : 0,65 = 15 384,61 m

Dará 15 385 pasos, aproximadamente.

33 **¿Cuántos vasos de 20 cL se llenan con una jarra que contiene dos litros y medio de agua?**

2,5 L = 250 cL

250 : 20 = 12,5

Se llenarán 12 vasos y medio.

34 **Con el contenido de un bidón de aceite se han llenado diez botellas de 75 cL. ¿Cuántos litros de aceite se han extraído del bidón?**

10 × 75 = 750 cL = 7,5 L

Se han extraído 7,5 litros de aceite.

35 **Cierto medicamento se comercializa, líquido, en frascos de 3 centilitros y se administra, mediante el gotero, en dosis de 0,3 mililitros. ¿Cuántas dosis contiene el frasco?**

3 cL = 30 mL

30 : 0,3 = 100

El frasco contiene 100 dosis de medicamento.

36 **En una huerta de 1,4 ha se han plantado 15 eras de remolacha con una superficie de 2 dam^2 cada una. ¿Cuántos metros cuadrados quedan libres para otros cultivos?**

Hay plantadas $15 \cdot 2\ dam^2 = 30\ dam^2 = 0{,}3\ hm^2 = 0{,}3$ ha.

$1{,}4 - 0{,}3 = 1{,}1$ ha $= 1{,}1\ hm^2 = 11\,000\ m^2$

Quedan libres para otros cultivos $11\,000\ m^2$.

37 **Se ha llenado una tinaja con 15 bidones iguales de aceite. Sabiendo que la capacidad de cada bidón es de 4 L 6 dL 4 cL, ¿cuántos litros caben en la tinaja?**

4L 6 dL 4 cL = 4,64 L

$4{,}64 \cdot 15 = 69{,}6$

En la tinaja caben 69,6 L.

38 **Si una cucharada de arroz pesa 22 dg y contiene 66 granos, ¿cuántos granos hay en un kilo?**

Como 66 granos de arroz pesan 22 dg, cada grano pesa $22 : 66 = 0{,}333333$ dg.

En un kilo de arroz hay 10 000 dg; por tanto, habrá $10\,000 : 0{,}333333 = 30\,000$ granos de arroz, aproximadamente.

39 **Hemos calculado que para pintar un metro cuadrado de madera se necesitan 200 g de pintura roja.**

¿Será suficiente un bote de pintura de dos kilos para pintar un cubo de madera de un metro de arista?

Las seis caras del cubo hacen una superficie total de 6 m^2.

Para pintar las seis caras, necesitamos $6 \cdot 200 = 1\,200$ g = 1,2 kg.

Con un bote de 2 kg se pintan las 6 caras y aún sobran 800 g de pintura.

40 **Para entarimar el suelo de un salón, se han necesitado 140 tablas de 80 cm × 20 cm.**

a) ¿Cuántos centímetros cuadrados ocupa cada tabla?

b) ¿Cuál es la superficie de la habitación?

a) $80 \cdot 20 = 1\,600$

Cada tabla ocupa 1 600 cm^2 (0,16 m^2).

b) $140 \cdot 0{,}16 = 22{,}4$

La superficie de la habitación es 22,4 m^2.

41 ***Sabiendo que un litro de agua pesa 1 kg, ¿cuántas toneladas pesa la carga de un camión cisterna que transporta 240 hectolitros de agua?***

Problema resuelto.

42 **¿Qué peso soporta un depósito de agua cuya capacidad es de 25 hL 5 daL?**

1 kg ≈ 1 L

25 hL 5 daL = 2 550 L

Soporta un peso de 2 550 kg.

Página 119

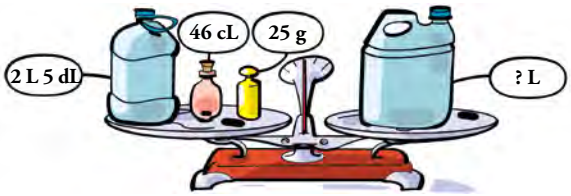
43 **Un camión cisterna del servicio de abastecimiento de agua pesa, vacío, 17,7 toneladas, y lleno, 25,2 toneladas. ¿Cuántos litros de agua transporta cuando va lleno?**

25,2 – 17,7 = 7,5 t

1 t = 1 000 L → 7,5 t = 7 500 L

Transporta 7 500 litros de agua.

44 **¿Cuánta agua hay en el recipiente que ocupa el platillo derecho de la balanza?**



25 g = 0,025 L

2 L 5 dL + 46 dL + 0,025 L = 2,5 L + 4,6 L + 0,025 L = 7,125 L

En el recipiente hay 7,125 L de agua.

45 **Cierta población se abastece de agua desde un embalse que guarda unas reservas de 1,4 millones de metros cúbicos. ¿Para cuánto tiempo tiene asegurado el abastecimiento, si el gasto medio es de 5,6 millones de litros al día?**

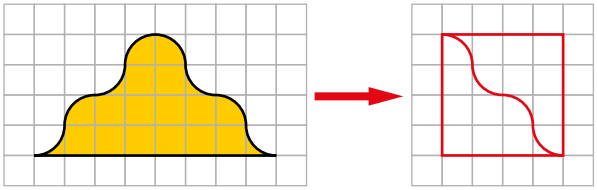
NOTA: Un metro cúbico equivale a 1 000 litros.

5 600 000 L = 5 600 m^3

1 400 000 : 5 600 = 250 m^3

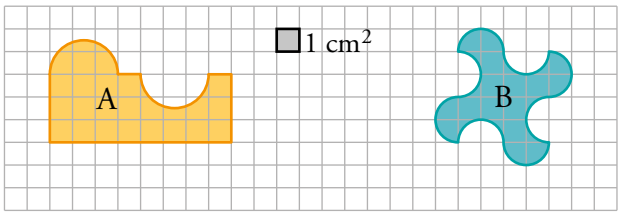
Tendrán para 250 días.

46 **¿Cuántos cuadrados ocupa la figura amarilla?**



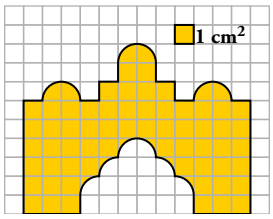
Ocupa 16 cuadrados.

47 **Calcula, en centímetros cuadrados, la superficie de estas figuras:**



- La figura A, cortando y pegando, se puede transformar en un rectángulo de 8 cm × 3 cm. Por tanto, su superficie es 24 cm^2.
- De la misma forma, la figura B se puede transformar en un cuadrado de 4 cm × 4 cm. Por tanto, su superficie es 16 cm^2.

48 **¿Cuántos centímetros cuadrados ocupa esta figura?**



Ocupa 66 cm^2.

49 **Un litro de aceite pesa 918 gramos. ¿Cabrá una tonelada de aceite en un contenedor de 10 hectolitros?**

1 t = 1 000 000 g

1 000 000 : 918 = 1 089,32 L

10 hL = 1 000 L

Entonces 1 t de aceite no entraría en un contenedor de 10 hL.

50 **Un grano de polen tiene un diámetro aproximado de 25 micras. ¿Cuántos granos de polen habría que alinear para hacer una fila de un metro?**

1 m = 1 000 mm = 1 000 000 μm

1 000 000 : 25 = 40 000

Habría que alinear 40 000 granos de polen.

51 **Una mayorista de alimentación mezcla 1,3 toneladas de café torrefacto con 800 kilos de café natural. Después, envasa la mezcla, al vacío, en paquetes de 200 gramos. ¿Qué ingresos obtendrá si vende todo el lote a 35 € la caja de diez paquetes?**

1 t = 1 000 kg

1,3 t = 1 300 kg

1 300 + 800 = 2 100 kg = 2 100 000 g

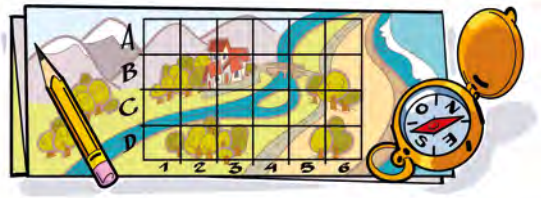
2 100 000 : 200 = 10 500 paquetes

10 500 : 10 = 1 050 cajas

1 050 · 35 = 36 750 €

Obtendrá unos ingresos de 36 750 €.

52 **Un club de senderismo ha organizado un recorrido de orientación. Para ello, ha delimitado sobre el mapa un terreno rectangular de 40,56 ha y lo ha dividido, mediante un sistema de coordenadas, en sectores cuadrados, como indica la figura:**



a) ¿Cuánto mide el lado de cada sector?

b) ¿Cuáles son las dimensiones del terreno delimitado?

40,56 ha = 40,56 hm^2 = 405 600 m^2

La superficie de cada sector cuadrado son 405 600 m^2 : 24 = 16 900 m^2.

a) Cada lado del sector mide $\sqrt{16\,900}$ = 130 m.

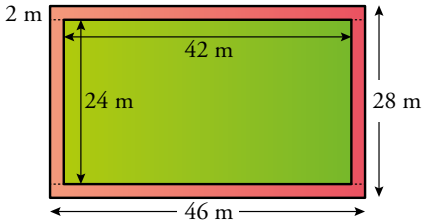
b) 4 · 16 900 m = 67 600 m

6 · 16 900 m = 101 400 m

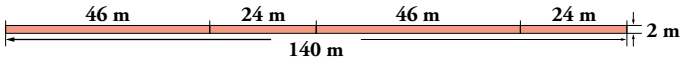
Por tanto, el terreno tiene 67,6 km de ancho y 101,4 km de largo.

Problemas «+»

53 **El patio de un bloque de viviendas es rectangular, y tiene una zona central, ajardinada, de 42 m × 24 m, rodeada de un paseo de dos metros de ancho, enlosado con baldosas de 25 cm de lado. ¿Cuántas baldosas se han necesitado para pavimentar el paseo?**



Supón que recortas el paseo y colocas los cuatro lados en línea recta:



El área total a cubrir es de 140 × 2 = 280 m.

El área de cada baldosa es de 0,25 × 0,25 = 0,0625 m.

280 : 0,0625 = 4 480

Se han necesitado 4 480 baldosas.

54 **Un jardinero va a abonar una pradera de césped con un fertilizante que se vende concentrado, para diluir en agua en una proporción de 10 mL por litro.**

a) Si cada bote contiene 2 litros de fertilizante, ¿en cuántos litros de agua debe disolver cada bote?

Después, ya diluido, se administra en una proporción de 5 litros para 100 m^2 de césped.

b) ¿Cuántos botes necesita para abonar una pradera de una hectárea?

a) 2 L = 2 000 mL

2 000 : 10 = 200

Cada bote de fertilizante hay que disolverlo en 200 L de agua.

b) 1 ha = 10 000 m^2

Por el apartado anterior, cada bote se convierte en 200 L. Por tanto, con un bote se abonan (200 : 5) · 100 = 4 000 m^2.

10 000 : 4 000 = 2,5

Para abonar 1 ha necesita 2,5 botes de fertilizante.

Página 120

LEE E INFÓRMATE

Medidas y cuentos

→ **En algunos cuentos y leyendas aparecen *las botas de siete leguas*. Eran mágicas y con ellas se podían recorrer grandes distancias.**

Teniendo en cuenta la información relativa a las medidas tradicionales, al principio de la unidad, ¿cuántos kilómetros eran siete leguas?

Conviene comentar con el alumnado que la legua, en principio, era la distancia que caminaba una persona en una hora (cantidad muy relativa), y que toma distintos valores en cada región.

Podrían quedarse con la idea de que una legua equivale a algo menos de 5 km. Así, siete leguas serían unos 34 km.

➜ **¿Conoces el libro de Julio Verne *Veinte mil leguas de viaje submarino*? ¿Cuál era la longitud de ese viaje en kilómetros?**

Una legua marina equivale a 5,556 km. Así, 20 000 leguas para el viaje en el Nautilus serían algo más de 110 000 km.

Medidas y dichos populares

➜ **Habrás oído alguna vez la expresión «meterse en camisa de once varas».**

- **¿Cuántos metros son once varas?**
- **¿Cuál es el significado de esa expresión?**

También la vara, como medida de longitud, variaba de unas regiones a otras. Venía a ser algo menor que el metro, unos 83,6 cm.

- Una camisa de once varas sería una camisa de casi 10 metros.
- Meterse en algo que nos sobrepasa.

➜ **Otra expresión decía «más vale onza de talento que libra de ciencia».**

Infórmate y explica su significado.

Una libra equivale a 16 onzas (unos 454 gramos). El significado de este dicho es que *es mejor ser talentoso que tener mucho conocimiento.*

Página 121

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

- **En una carretera se están instalando indicadores numerados para los kilómetros, y postes rayados, para los hectómetros.**

¿Cuántos indicadores y postes se necesitan para la señalización desde el kilómetro 10 hasta el kilómetro 20, ambos incluidos?

Para señalar los kilómetros, incluyendo los extremos (km 10 y km 20), se necesitan 11 indicadores.

Cada kilómetro se divide en 10 hectómetros mediante 9 postes. Por tanto, se necesitan:

$10 \times 9 = 90$ postes

- **En un supermercado se vende el agua en botellas de un litro, de dos litros y de cinco litros. ¿De cuántas formas distintas, en cuanto a las botellas elegidas, puede un cliente comprar 8 litros?**

– Una botella de 5 L, una de 2 L y una de 1 L.
– Una botella de 5 L y tres de 1 L.
– Cuatro botellas de 2 L.
– Tres de 2 L y dos de 1 L.
– Dos de 2 L y cuatro de 1 L.
– Una de 2 L y seis de 1 L.
– Ocho botellas de 1 L.

- **Estamos junto a una fuente y tenemos dos cántaros, uno de 3 litros y otro de 5 litros. ¿Qué haremos para medir 4 litros exactos?**

	G	P
Llenar el cántaro grande.	5	0
Llenar el pequeño pasando agua del grande.	2	3
Vaciar el pequeño.	2	0
Pasar los 2 litros del grande al pequeño.	0	2
Llenar de nuevo el grande.	5	2
Completar el pequeño pasando agua del grande.	4	3

AUTOEVALUACIÓN

1 **Explica las circunstancias que hicieron necesario el sistema métrico decimal.**

La expansión del comercio y de las comunicaciones entre las distintas regiones del planeta hizo necesario el uso de un sistema de medidas común para todos.

2 **Indica la unidad adecuada, en cada caso, para medir estas magnitudes:**

a) La anchura de un campo de fútbol.

b) El grosor de un folio.

c) La capacidad de un frasco de perfume.

d) El peso de la carga de un camión.

a) Metro.

b) Micra.

c) Mililitro.

d) Tonelada.

3 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 5,2 km = … hm

b) 18 hm = … m

c) 0,07 m = … cm

d) 345 mm = … cm

a) 5,2 km = 52 hm

b) 18 hm = 1 800 m

c) 0,07 m = 7 cm

d) 345 mm = 34,5 cm

4 **Expresa en forma compleja.**

a) 2 537 m

b) 35,42 daL

c) 0,856 kg

d) 2 348 mm

a) 2 km 5 hm 3 dam 7 m

b) 3 hL 5 daL 4 L 2 dL

c) 8 hg 5 dag 6 g

d) 2 m 3 dm 4 cm 8 mm

5 **Expresa en forma incompleja.**

a) 3 hm 8 dam 4 m 5 dm

b) 5 L 6 dL 7 cL

c) 5 kg 7 dag 8 g

a) 3 845 dm = 384,5 m

b) 567 cL = 5,67 L

c) 5 078 g = 5,078 kg

6 **Copia y completa en tu cuaderno.**

a) 5 hm^2 = … ha

b) 3,5 hm^2 = … m^2

c) 3 450 mm^2 = … cm^2

a) 5 hm^2 = 5 ha

b) 3,5 hm^2 = 35 000 m^2

c) 3 450 mm^2 = 34,5 cm^2

7 **Pasa a forma incompleja.**

a) $\mathbf{2\ km^2\ \ 15\ hm^2\ \ 23\ dam^2 = \ldots\ m^2}$

b) $\mathbf{35\ m^2\ \ 12\ dm^2\ \ 9\ cm^2 = \ldots\ dm^2}$

a) $2\ km^2\ 15\ hm^2\ 23\ dam^2 = 2\,152\,300\ m^2$

b) $35\ m^2\ 12\ dm^2\ 9\ cm^2 = 3\,512{,}09\ dm^2$

8 **Calcula.**

a) **(3 hm 5 dam 6 m) + (2 dam 5 m 8 dm)**

b) **(3 L 4 dL 5 cL) – (8 dL 5 cL 3 mL)**

a) (3 hm 5 dam 6 m) + (2 dam 5 m 8 dm) = 356 m + 25,8 m = 381,8 m

b) (3 L 4 dL 5 cL) – (8 dL 5 cL 3 mL) = 3 450 mL – 853 mL = 2 597 mL

9 **Opera.**

a) **(3 km 8 hm 5 m) · 4**

b) $\mathbf{(5\ m^2\ \ 14\ dm^2\ \ 25\ cm^2) \cdot 8}$

a) (3 km 8 hm 5 m) · 4 = (3,805 · 4) km = 15,22 km

b) $(5\ m^2\ 14\ dm^2\ 25\ cm^2) \cdot 8 = (5{,}1425 \cdot 8)\ m^2 = 41{,}14\ m^2$

10 **Un camión transporta 8 palés de café. Cada palé lleva 60 cajas, y cada caja, 75 paquetes de café de 250 gramos. ¿Cuántas toneladas de café transporta el camión?**

250 g = 0,250 kg

8 · 60 · 75 · 0,250 = 9 000

9 000 kg = 9 t

El camión transporta 9 t de café.

11 **Un grifo averiado pierde una gota de agua por segundo. Si estimamos que el volumen de una gota es de 0,05 mL, ¿cuánta agua pierde el grifo en un día?**

Un día tiene 60 · 60 · 24 = 86 400 segundos.

0,05 · 86 400 = 4 320

4 320 mL = 4,32 L

En un día, el grifo pierde 4,32 litros.

12 **Se ha embalado con tela de saco un fardo con forma de cubo de medio metro de arista.**

¿Cuánta tela se ha necesitado, teniendo en cuenta que las solapas y los sobrecosidos se llevan un 50 % más de lo que queda a la vista?

Superficie del cubo: $6 \cdot 0{,}25\ m^2 = 1{,}5\ m^2$

El 50 % de $1{,}5\ m^2$ son $0{,}75\ m^2$.

1,5 + 0,75 = 2,25

Se han necesitado $2{,}25\ m^2$ de tela de saco.

7 LAS FRACCIONES

Página 122

1 **¿Qué fracciones se han representado en estas losas?**

Las fracciones representadas son:

a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{14}$ c) $\frac{1}{210}$ d) $\frac{1}{123}$

Página 123

2 **¿Cómo repartirías, por el mismo sistema, dos panes entre tres personas? ¿Qué le tocaría a cada una?**

Se partían los panes por la mitad, cada uno cogía medio, $\frac{1}{2}$, y sobraba medio pan. El medio sobrante se dividía en tres partes (sextos) y cada uno cogía una, $\frac{1}{6}$. A cada una le tocaría $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ de pan.

3 **¿Qué fracción de pan es cada una de esas partes?**

Cada parte es $\frac{1}{7}$ de cada pan, y es $\frac{1}{28}$ del total del pan.

4 **¿Qué fracción de pan le toca a cada uno?**

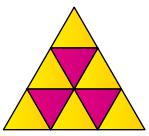
A cada uno le toca $\frac{4}{28}$ de pan, es decir, $\frac{1}{7}$ de pan.

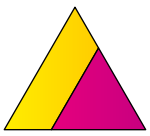
1 EL SIGNIFICADO DE LAS FRACCIONES

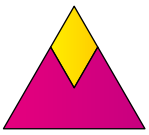
Página 125

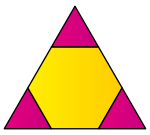
Para practicar

1 **Escribe la fracción que ocupa la parte amarilla en cada figura.**

a) 

b) 

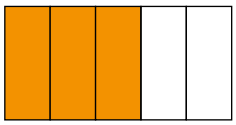
c) 

d) 

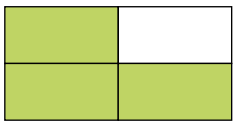
a) $\frac{6}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{6}{9}$

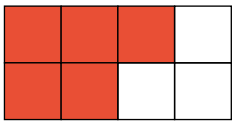
2 **Representa las fracciones siguientes:**

a) $\frac{3}{5}$ **b)** $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{3}{4}$ **d)** $\frac{5}{8}$

a)  $\frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{3}$

c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{5}{8}$

3 **Indica, para cada fracción, si es menor, igual o mayor que la unidad.**

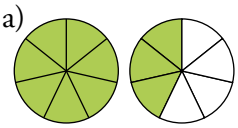
a) $\frac{2}{7}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** $\frac{6}{6}$

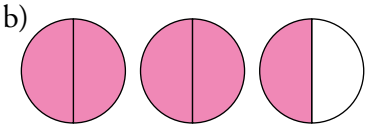
d) $\frac{8}{5}$ **e)** $\frac{3}{3}$ **f)** $\frac{5}{6}$

a) $\frac{2}{7} < 1$ b) $\frac{3}{2} > 1$ c) $\frac{6}{6} = 1$

d) $\frac{8}{5} > 1$ e) $\frac{3}{3} = 1$ f) $\frac{5}{6} < 1$

4 **Expresa como fracción y como número mixto:**

a) 

b) 

a) $\frac{10}{7}$ y $1 + \frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{2}$ y $2 + \frac{1}{2}$

5 **Reflexiona y contesta.**

a) ¿Qué fracción del año es un trimestre?

b) ¿Qué fracción del día son dos horas?

c) ¿Qué fracción de hora son diez minutos?

d) ¿Qué fracción de minuto son 15 segundos?

a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ c) $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ d) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

6 **Las siete décimas partes de los clientes de una tienda de discos tienen menos de 25 años. ¿Qué fracción de los clientes tienen 25 años o más?**

Las siete décimas partes tienen menos de 25 años:

El resto, las $\frac{3}{10}$ partes, tienen 25 años o más.

7 **Calcula mentalmente, en el orden que aparecen.**

a) $\frac{1}{3}$ **de 15** $\frac{2}{3}$ **de 15** $\frac{3}{3}$ **de 15**

a) 5, 10 y 15

b) $\frac{1}{5}$ **de 20** $\frac{2}{5}$ **de 20** $\frac{3}{5}$ **de 20**

b) 4, 8 y 12

c) $\frac{1}{7}$ **de 35** $\frac{2}{7}$ **de 35** $\frac{3}{7}$ **de 35**

c) 5, 10 y 15

8 **Calcula.**

a) $\frac{3}{5}$ **de 45** **b)** $\frac{3}{4}$ **de 48** **c)** $\frac{4}{7}$ **de 63**

d) $\frac{2}{8}$ **de 72** **e)** $\frac{2}{3}$ **de 90** **f)** $\frac{3}{5}$ **de 85**

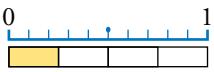
g) $\frac{1}{4}$ **de 384** **h)** $\frac{5}{7}$ **de 483** **i)** $\frac{3}{5}$ **de 715**

a) 27 b) 36 c) 36

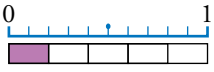
d) 18 e) 60 f) 51

g) 96 h) 345 i) 429

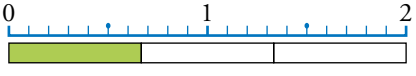
9 **Expresa cada división con una fracción que represente el mismo valor.**

a) 1 : 4 = 0,25 → 

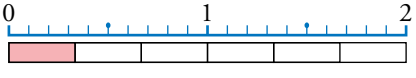
a) $\frac{1}{4}$

b) 1 : 5 = 0,2 → 

b) $\frac{1}{5}$

c) 2 : 3 = 0,66… → 

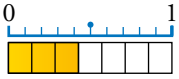
c) $\frac{2}{3}$

d) 2 : 6 = 0,33… → 

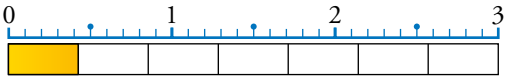
d) $\frac{2}{6}$

10 **Reflexiona: ¿Qué vale más, tres séptimos de uno o un séptimo de tres?**

$\frac{3}{7}$ **de 1**



$\frac{1}{7}$ **de 3**



Valen lo mismo.

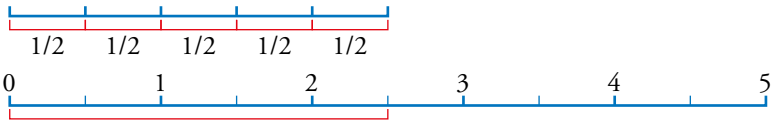
11 **Representa, reflexiona y di si estos enunciados son verdaderos o falsos:**

a) La mitad de cinco es tanto como cinco mitades.

b) La tercera parte de dos unidades vale lo mismo que dos tercios de una unidad.

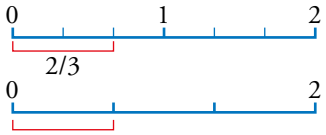
c) La quinta parte de tres es lo mismo que tres quintos de uno.

a) Verdadero.



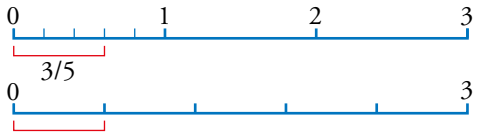
$5 : 2 = \frac{5}{2}$

b) Verdadero.



$2 : 3 = \frac{2}{3}$

c) Verdadero.



$3 : 5 = \frac{3}{5}$

12 **En mi clase, entre chicos y chicas, somos 27. Las chicas representan los 4/9 del total. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?**

Chicas $\rightarrow \frac{4}{9}$ de $27 = (27 : 9) \cdot 4 = 12$

Chicos $\rightarrow 27 - 12 = 15$

Hay 15 chicos y 12 chicas.

13 **El pollo está hoy en el mercado a 5 € el kilo. ¿Cuánto cuesta un pollo de un kilo y tres cuartos?**

$\frac{3}{4}$ de $5 = (5 : 4) \cdot 3 = 1{,}25 \cdot 3 = 3{,}75$

$3{,}75 + 5 = 8{,}75$

Un pollo de un kilo y tres cuartos cuesta 8,75 euros.

14 **Según una encuesta, de cada 100 personas con empleo, solo cuatro trabajan en domingo, y del resto, las dos terceras partes tampoco trabajan en sábado. ¿Qué fracción de las personas empleadas no trabaja ni sábados ni domingos?**

De cada 100, 4 trabajan en domingo, por lo que 96 no trabajan en domingo.

De estas, $\frac{2}{3}$ tampoco trabajan en sábado $\rightarrow$ $\frac{2}{3}$ de $96 = (96 : 3) \cdot 2 = 64$

Es decir, 64 personas no trabajan ni sábado ni domingo, que puesto en forma de fracción son $\frac{64}{100}$.

15 **Aunque el resultado se ve en la ilustración, describe el proceso de resolución del siguiente problema:**

De una caja de 24 bombones, se han consumido $\frac{2}{12}$.

¿Cuántos bombones se han consumido? ¿Cuántos quedan?

$\frac{2}{12}$ de $24 = \frac{24 \cdot 2}{12} = 4$

Se han consumido 4 bombones y quedan 20.

2 ▶ RELACIÓN ENTRE FRACCIONES Y DECIMALES

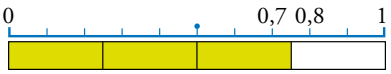
Página 126

Para fijar ideas

1 **Expresa en forma de fracción y en forma decimal el número representado en cada caso.**

a)

a) $\frac{3}{10} = 0,3$

b) 

b) $\frac{3}{4} = 0,75$

2 **Pasa las fracciones a forma decimal y, en cada pareja de fracciones, averigua cuál es la mayor.**

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$ **b)** $\frac{4}{7}$ y $\frac{3}{5}$ **c)** $\frac{4}{5}$ y $\frac{7}{10}$

a) $\frac{3}{4} = 3:4 = 0,75$ $\Big\}$ $0,75 < 0,8$
$\frac{4}{5} = 4:5 = 0,8$ $\Big\}$ $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{7} = 4:7 = 0,57$ $\Big\}$ $0,57 < 0,6$
$\frac{3}{5} = 3:5 = 0,6$ $\Big\}$ $\frac{3}{5} > \frac{4}{7}$

c) $\frac{4}{5} = 4:5 = 0,8$ $\Big\}$ $0,8 > 0,7$
$\frac{7}{10} = 7:10 = 0,7$ $\Big\}$ $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$

Para practicar

1 **Divide y expresa en forma decimal.**

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{2}$ **c)** $\frac{3}{8}$ **d)** $\frac{7}{10}$

e) $\frac{2}{2}$ **f)** $\frac{4}{2}$ **g)** $\frac{5}{4}$ **h)** $\frac{5}{2}$

a) 0,5 b) 1,5 c) 0,38 d) 0,7

e) 1 f) 2 g) 1,25 h) 2,5

2 **Expresa en forma de fracción.**

a) 0,1 **b) 1,4** **c) 0,01**

d) 0,3 **e) 1,5** **f) 0,23**

g) 0,5 **h) 1,9** **i) 1,11**

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{7}{5}$ c) $\frac{1}{100}$

d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{3}{2}$ f) $\frac{23}{100}$

g) $\frac{1}{2}$ h) $\frac{19}{10}$ i) $\frac{111}{100}$

3 **Transforma en número decimal y compara.**

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{9}$

b) $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{7}$

c) $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$

d) $\frac{6}{11}$ y $\frac{7}{13}$

e) $\frac{8}{10}$ y $\frac{9}{11}$

f) $\frac{6}{13}$ y $\frac{4}{9}$

a) $\left.\begin{array}{l}\frac{1}{2}=0,5\\ \frac{5}{9}=0,\widehat{5}\end{array}\right\}\frac{5}{9}>\frac{1}{2}$

b) $\left.\begin{array}{l}\frac{3}{4}=0,75\\ \frac{5}{7}=0,714\ldots\end{array}\right\}\frac{3}{4}>\frac{5}{7}$

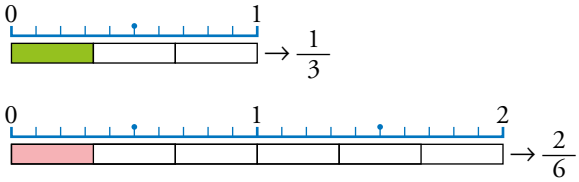
c) $\left.\begin{array}{l}\frac{2}{3}=0,\widehat{6}\\ \frac{6}{9}=0,\widehat{6}\end{array}\right\}\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$

d) $\left.\begin{array}{l}\frac{6}{11}=0,\widehat{54}\\ \frac{7}{13}=0,538\ldots\end{array}\right\}\frac{6}{11}>\frac{7}{13}$

e) $\left.\begin{array}{l}\frac{8}{10}=0,8\\ \frac{9}{11}=0,81\ldots\end{array}\right\}\frac{9}{11}>\frac{8}{10}$

f) $\left.\begin{array}{l}\frac{6}{13}=0,461\ldots\\ \frac{4}{9}=0,\widehat{4}\end{array}\right\}\frac{6}{13}>\frac{4}{9}$

4 **¿Cuál de estas dos fracciones es mayor? ¿Por qué?**



Las dos fracciones son iguales porque tienen el mismo valor decimal, aunque sus términos sean diferentes.

3 FRACCIONES EQUIVALENTES

Página 128

Para fijar ideas

1 **Completa en tu cuaderno y observa que se obtiene el mismo resultado.**

$\frac{3}{2} = 3 : 2 = \square$ $\qquad$ $\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square$ $\qquad$ $\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{\square}{\square} = \square : \square = \square$

$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1{,}5$ $\qquad$ $\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = 6 : 4 = 1{,}5$ $\qquad$ $\frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = 9 : 6 = 1{,}5$

2 **Copia en tu cuaderno y completa para obtener fracciones equivalentes.**

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$ $\qquad$ **b)** $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 3} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 2}{30 : \square} = \frac{\square}{\square}$ $\qquad$ **d)** $\frac{18}{30} = \frac{18 : \square}{30 : 3} = \frac{\square}{\square}$

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10}$ $\qquad$ b) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15}$

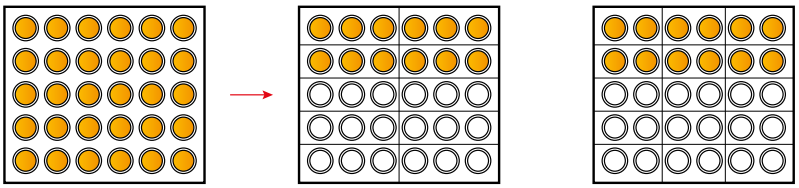
c) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 2}{30 : 2} = \frac{9}{15}$ $\qquad$ d) $\frac{18}{30} = \frac{18 : 3}{30 : 3} = \frac{6}{10}$

3 **Simplifica.**

a) $\frac{15}{20}$ → **dividiendo entre 5.** $\qquad$ **b)** $\frac{7}{21}$ → **dividiendo entre 7.**

a) $\frac{3}{4}$ $\qquad$ b) $\frac{1}{3}$

4 **Calcula y razona. ¿Qué puedes decir de las fracciones $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{15}$?**



30 magdalenas $\qquad$ **$\frac{4}{10}$ de 30 = …** $\qquad$ **$\frac{6}{15}$ de 30 = …**

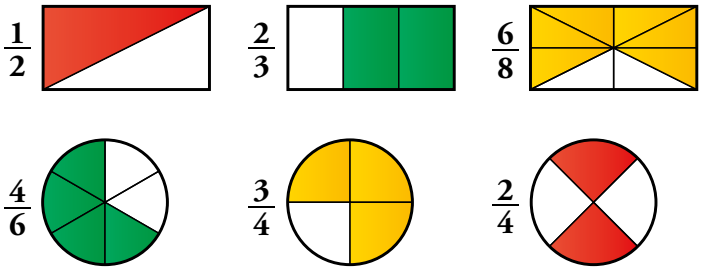
$\frac{4}{10}$ de 30 = 12

$\frac{6}{15}$ de 30 = 12

Las fracciones $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{15}$ son equivalentes porque expresan la misma parte de un todo.

Para practicar

1 **Busca, entre las siguientes, tres pares de fracciones equivalentes:**



$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ $\quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ $\quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

2 **Escribe, en cada caso, dos fracciones equivalentes:**

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{2}{3}$

c) $\frac{15}{20}$ **d)** $\frac{18}{24}$

a) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{10}{40}$ b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{20}{30}$

c) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{30}{40}$ d) $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

3 **Simplifica estas fracciones:**

a) $\frac{6}{8}$ **b)** $\frac{3}{6}$ **c)** $\frac{5}{10}$ **d)** $\frac{9}{12}$

e) $\frac{10}{18}$ **f)** $\frac{21}{28}$ **g)** $\frac{33}{22}$ **h)** $\frac{13}{26}$

a) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ f) $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ g) $\frac{33}{22} = \frac{3}{2}$ h) $\frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

4 **Simplifica, paso a paso.**

a) $\frac{12}{30}$ **b)** $\frac{18}{27}$ **c)** $\frac{16}{24}$ **d)** $\frac{30}{75}$

a) $\frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{18}{27} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ c) $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{30}{75} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

5 **Calcula, en cada caso, la fracción irreducible:**

a) $\frac{8}{20}$ **b)** $\frac{36}{24}$ **c)** $\frac{42}{70}$ **d)** $\frac{90}{108}$

a) $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{36}{24} = \frac{3}{2}$ c) $\frac{42}{70} = \frac{3}{5}$ d) $\frac{90}{108} = \frac{5}{6}$

6 **Reflexiona y contesta.**

a) ¿Qué fracciones son irreducibles?

$\frac{4}{7}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{10}{8}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{20}{25}$

b) ¿Qué deben tener en común los dos términos de una fracción para que se pueda simplificar?

a) Son irreducibles: $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{11}{12}$.

b) Deben ser divisibles por el mismo número.

7 **Calcula, razona y contesta.**

$\frac{2}{3}$ de 45 = ? **$\frac{6}{9}$ de 45 = ?** **$\frac{10}{15}$ de 45 = ?**

¿Qué puedes decir de las fracciones $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{9}$ y $\frac{10}{15}$?

$\frac{2}{3}$ de 45 = 30 $\frac{6}{9}$ de 45 = 30 $\frac{10}{15}$ de 45 = 30

Que son equivalentes porque expresan la misma parte de un todo.

Página 129

Para fijar ideas

5 **¿Cuánto vale el producto $m \cdot n$ en cada caso?**

a) $\frac{1}{m} = \frac{n}{14}$ **b)** $\frac{10}{m} = \frac{n}{10}$ **c)** $\frac{m}{6} = \frac{8}{n}$ **d)** $\frac{5}{m} = \frac{n}{12}$

a) 14 b) 100 c) 48 d) 60

6 **Copia y completa para hallar el valor de cada letra.**

$\frac{2}{10} = \frac{a}{5} \rightarrow a = \frac{\square \cdot \square}{10} = \square$ $\frac{4}{b} = \frac{6}{9} \rightarrow b = \frac{\square \cdot \square}{6} = \square$

$a = \frac{2 \cdot 5}{10} = 1$ $b = \frac{4 \cdot 9}{6} = 6$

Para practicar

8 **Comprueba si son equivalentes.**

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{2}{5}$ y $\frac{6}{15}$ **c)** $\frac{4}{6}$ y $\frac{6}{9}$

d) $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{11}$ **e)** $\frac{2}{12}$ y $\frac{3}{20}$ **f)** $\frac{20}{24}$ y $\frac{30}{36}$

a) $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{4}$, porque $1 \cdot 4 \neq 3 \cdot 2$.

b) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$, porque $2 \cdot 15 = 30 = 6 \cdot 5$.

c) $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$, porque $4 \cdot 9 = 36 = 6 \cdot 6$.

d) $\frac{6}{8} \neq \frac{9}{11}$, porque $6 \cdot 11 \neq 8 \cdot 9$.

e) $\frac{2}{12} \neq \frac{3}{20}$, porque $2 \cdot 20 \neq 3 \cdot 12$.

f) $\frac{20}{24} = \frac{30}{36}$, porque $20 \cdot 36 = 720 = 30 \cdot 24$.

9 **Calcula el término desconocido en cada caso:**

a) $\frac{5}{10} = \frac{3}{x}$ **b)** $\frac{4}{5} = \frac{8}{x}$ **c)** $\frac{4}{x} = \frac{8}{12}$

d) $\frac{x}{15} = \frac{4}{20}$ **e)** $\frac{2}{12} = \frac{x}{18}$ **f)** $\frac{10}{x} = \frac{5}{6}$

a) $x = \frac{10 \cdot 3}{5} = 6$ b) $x = \frac{5 \cdot 8}{4} = 10$ c) $x = \frac{4 \cdot 12}{8} = 6$

d) $x = \frac{15 \cdot 4}{20} = 3$ e) $x = \frac{2 \cdot 18}{12} = 3$ f) $x = \frac{6 \cdot 10}{5} = 12$

4 ALGUNOS PROBLEMAS CON FRACCIONES

Página 130

Para practicar

1 **Raquel tiene ya 180 de los 300 cromos de la colección que empezó el trimestre pasado. ¿Qué parte de la colección ha reunido hasta ahora?**

$\frac{180}{300} = \frac{3}{5}$

Ha reunido $\frac{3}{5}$ de la colección.

2 **De los 15 mensajes que ha mandado Alberto con el móvil, dos de cada tres eran para sus amigos y amigas. ¿Cuántos mensajes les ha mandado?**

$\frac{2}{5}$ de 15 = 10

Les ha mandado 10 mensajes.

3 **Un hotel tiene 250 habitaciones. Las tres quintas partes están ocupadas. ¿Cuántas están ocupadas?**

$\frac{3}{5}$ de 250 = 150

Están ocupadas 150 habitaciones.

4 **En la piscina hay 42 bañistas tomando el sol, que son las dos terceras partes del total de bañistas. ¿Cuántos hay en el agua? ¿Cuántos son en total?**

$\frac{2}{3}$ del total son 42, entonces el total es $(42 \cdot 3) : 2 = 63$ bañistas.

Por tanto, dentro del agua habrá $63 - 42 = 21$ bañistas.

5 **Manuel tiene ya 200 cromos, que son las dos terceras partes de la colección que está haciendo. ¿Cuántos cromos tendrá cuando haya completado la colección?**

$\frac{2}{3}$ del total son 200, entonces el total es $(200 \cdot 3) : 2 = 300$ cromos.

Tendrá 300 cromos.

6 **Tres cuartos de kilo de cerezas nos han costado 2,40 €. ¿A cómo hemos pagado el kilo de cerezas?**

$\frac{3}{4}$ de kilo = 2,40 €, entonces $(2{,}40 \cdot 4) : 3 = 3{,}20$ € el kilo.

Hemos pagado el kilo de cerezas a 3,20 €

Página 131

Ejercicios y problemas

Significado de las fracciones

1 **Observa y representa con una fracción.**

a) La parte de las cartas que están del revés.

b) La parte de la huevera que se ha usado ya.

c) La parte ocupada del depósito.

d) La parte que le falta al cubo.

a) $\frac{4}{10}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{3}{7}$ d) $\frac{1}{8}$

2 **La tabla muestra datos de los resultados académicos de los grupos de 1.º ESO en un colegio.**

	APRUEBAN TODO	NO APRUEBAN TODO
1.º A	22	6
1.º B	20	6

a) ¿Qué fracción de primero ocupa 1.º B?

b) ¿Qué fracción de primero aprueba todo?

c) ¿Qué fracción de 1.º B suspende alguna?

d) ¿Qué grupo obtiene mejores resultados?

a) $\frac{26}{54}$ b) $\frac{42}{54}$ c) $\frac{6}{26}$ d) $\frac{22}{28} > \frac{20}{26} \rightarrow$ 1.º A

3 **Ordena de menor a mayor, sin dividir, simplemente observando.**

$$\frac{3}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{3}{9}$$

$$\frac{3}{10} < \frac{3}{9} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{5}{8}$$

La fracción de un número

4 **Calcula mentalmente.**

a) $\frac{2}{3}$ **de 9** **b)** $\frac{4}{5}$ **de 20** **c)** $\frac{3}{4}$ **de 80**

d) $\frac{2}{7}$ **de 14** **e)** $\frac{5}{6}$ **de 60** **f)** $\frac{5}{8}$ **de 400**

a) 6 b) 16 c) 60

d) 4 e) 50 f) 250

5 **Calcula.**

a) $\frac{2}{3}$ **de 192** **b)** $\frac{4}{5}$ **de 375** **c)** $\frac{3}{7}$ **de 749**

d) $\frac{3}{4}$ **de 332** **e)** $\frac{5}{8}$ **de 1 096** **f)** $\frac{4}{9}$ **de 153**

a) $(192 : 3) \cdot 2 = 64 \cdot 2 = 128$ b) $(375 : 5) \cdot 4 = 75 \cdot 4 = 300$

c) $(749 : 7) \cdot 3 = 107 \cdot 3 = 321$ d) $(332 : 4) \cdot 3 = 83 \cdot 3 = 249$

e) $(1\,096 : 8) \cdot 5 = 137 \cdot 5 = 685$ f) $(153 : 9) \cdot 4 = 17 \cdot 4 = 68$

6 **Copia, calcula mentalmente y completa.**

a) Los $\frac{3}{4}$ **de … valen 15.** **b) Los** $\frac{2}{3}$ **de … valen 40.**

c) Los $\frac{4}{5}$ **de … valen 20.** **d) Los** $\frac{3}{5}$ **de … valen 9.**

a) Los $\frac{3}{4}$ de 20 valen 15. b) Los $\frac{2}{3}$ de 60 valen 40.

c) Los $\frac{4}{5}$ de 25 valen 20. d) Los $\frac{3}{5}$ de 15 valen 9.

Fracciones y números decimales

7 **Transforma cada fracción en número decimal.**

a) $\frac{3}{5}$ **b)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{7}{10}$ **d)** $\frac{11}{20}$ **e)** $\frac{5}{8}$

a) 0,6 b) 0,4 c) 0,7 d) 0,55 e) 0,625

8 **Pasa a la forma decimal y ordena de mayor a menor.**

$\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{11}{20}$ $\frac{5}{8}$

$\frac{3}{5} = 0{,}6$ $\frac{2}{3} = 0{,}67$ $\frac{7}{10} = 0{,}7$ $\frac{11}{20} = 0{,}55$ $\frac{5}{8} = 0{,}63$

$0{,}7 > 0{,}67 > 0{,}63 > 0{,}6 > 0{,}55$

9 **Expresa cada decimal en forma de fracción.**

a) 0,6 **b) 1,7** **c) 2,5** **d) 0,04** **e) 0,21**

a) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ b) $\frac{17}{10}$ c) $\frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

d) $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ e) $\frac{21}{100}$

10 **La tabla recoge los tiros y las canastas conseguidas por tres jugadoras en un partido de baloncesto.**

	A	B	C
TIROS	7	14	4
CANASTAS	4	7	2

a) Indica con una fracción y con un número decimal la eficacia en el tiro de cada jugadora.

b) ¿Cuál de las tres tiene el tiro más seguro?

a) Jugador A $\rightarrow \frac{4}{7} = 0{,}57$ Jugador B $\rightarrow \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ Jugador C $\rightarrow \frac{2}{4} = 0{,}5$

b) El jugador A tiene el tiro más seguro.

11 **¿Verdadero o falso?**

a) Una fracción equivale a una división indicada.

b) Toda fracción tiene un número decimal asociado.

c) Dos fracciones con términos diferentes no pueden tener el mismo decimal asociado.

d) Un decimal periódico se expresa con mayor exactitud mediante una fracción.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Falso. Por ejemplo $\frac{3}{6} = 0{,}5 = \frac{1}{2}$.

d) Verdadero.

Fracciones equivalentes

12 **Busca pares de fracciones equivalentes.**

$$\frac{1}{4} \quad \frac{12}{15} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{12}{28} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{15}{20}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \qquad \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \qquad \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \qquad \frac{3}{7} = \frac{12}{28}$$

13 **Simplifica.**

a) $\frac{2}{4}$ **b)** $\frac{10}{14}$ **c)** $\frac{5}{15}$ **d)** $\frac{18}{22}$

e) $\frac{5}{25}$ **f)** $\frac{6}{27}$ **g)** $\frac{21}{28}$ **h)** $\frac{22}{33}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{9}{11}$

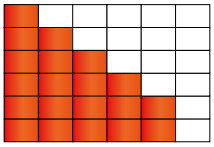
e) $\frac{1}{5}$ f) $\frac{2}{9}$ g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{2}{3}$

14 **Obtén la fracción irreducible en cada caso:**

a) $\frac{30}{45}$ **b)** $\frac{20}{60}$ **c)** $\frac{56}{80}$ **d)** $\frac{275}{330}$

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{5}{6}$

15 **¿Qué fracciones expresan la parte coloreada?**



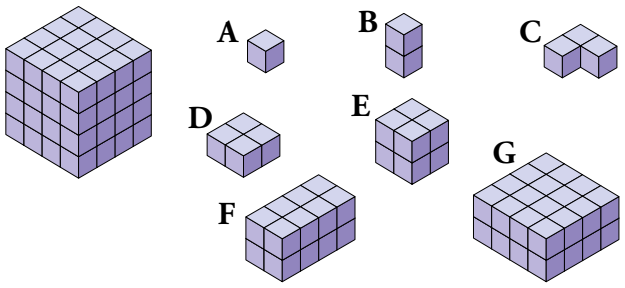
a) $\frac{10}{18}$ **b)** $\frac{15}{30}$ **c)** $\frac{20}{36}$

d) $\frac{5}{9}$ **e)** $\frac{12}{25}$ **f)** $\frac{36}{20}$

$\frac{20}{36} \rightarrow$ a), c) y d), pues son equivalentes.

Página 132

16 **Expresa con una fracción irreducible la parte del cubo grande que representa cada figura.**



A $\rightarrow \frac{1}{64}$ B $\rightarrow \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$ C $\rightarrow \frac{3}{64}$ D $\rightarrow \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$

E $\rightarrow \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$ F $\rightarrow \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ G $\rightarrow \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

17 **Calcula x en cada caso:**

a) $\frac{3}{7} = \frac{9}{x}$ **b)** $\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$ **c)** $\frac{5}{x} = \frac{10}{16}$

d) $\frac{3}{15} = \frac{4}{x}$ **e)** $\frac{4}{18} = \frac{x}{27}$ **f)** $\frac{3}{x} = \frac{2}{14}$

a) 21 b) 8 c) 8

d) 20 e) 6 f) 21

18 **Escribe tres fracciones equivalentes a $\frac{7}{21}$ que tengan por denominador 3, 6 y 30, respectivamente.**

$\frac{7}{21} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{10}{30}$

19 **¿Verdadero o falso?**

a) Tres meses son un tercio de año.

b) Seis días son la quinta parte del mes de marzo.

c) Nueve horas son $\frac{3}{8}$ de día.

d) Diez minutos hacen un quinto de hora.

e) Doce segundos hacen un quinto de minuto.

a) Falso. $\frac{1}{3}$ de 12 = 4

b) Falso. $\frac{1}{5}$ de 31 = 6,2

c) Verdadero. $\frac{3}{8}$ de 24 = 9

d) Falso. $\frac{1}{5}$ de 60 = 12

e) Verdadero. $\frac{1}{5}$ de 60 = 12

20 **Empareja las fracciones que sean equivalentes y, teniendo eso en cuenta, asocia los valores correspondientes de las columnas que ves debajo.**

$$\frac{75}{100} \quad \frac{25}{100} \quad \frac{20}{100} \quad \frac{5}{100} \quad \frac{1}{20} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{5}$$

La cuarta parte de un euro.	**0,75 €**
Tres cuartos de euro.	**0,25 €**
La quinta parte de un euro.	**0,05 €**
Un veinteavo de euro.	**0,01 €**
Un céntimo de euro.	**0,20 €**

$\frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75$

$\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$

$\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,20$

$\frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0,05$

La cuarta parte de un euro.	0,75 €
Tres cuartos de euro.	0,25 €
La quinta parte de un euro.	0,05 €
Un veinteavo de euro.	0,01 €
Un céntimo de euro.	0,20 €

21 **Estas son las notas de los 25 estudiantes de una clase en un control de Ciencias Sociales:**

6,25	**5**	**8**	**7,5**	**5,25**
5	**1,75**	**6,75**	**4,5**	**5,5**
5,5	**6**	**6,25**	**8,25**	**3,75**
3,25	**9,75**	**6,75**	**6**	**5**
7,75	**8,25**	**10**	**4,25**	**6,25**

a) ¿Qué fracción de la clase ha aprobado?

b) ¿Qué fracción ha suspendido?

Responde con fracciones irreducibles.

a) Han aprobado 20 de los 25 estudiantes $\rightarrow \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

b) Han suspendido 5 de los 25 estudiantes $\rightarrow \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

Resuelve problemas

22 **En mi clase somos 12 chicas y 15 chicos. ¿Qué fracción de la clase ocupan los chicos?**

$\frac{5}{9}$ son chicos.

23 **Con un bidón de 20 litros, se llenan 30 botellas de agua. ¿Qué fracción de litro entra en cada botella?**

En cada botella entran $\frac{2}{3}$ de litro.

24 **Una familia gasta $\frac{1}{3}$ de sus ingresos en pagar la hipoteca del piso y $\frac{7}{20}$ en la cesta de la compra. ¿En cuál de las dos partidas gasta más?**

$\frac{1}{3} = 0,\widehat{3}$ $\qquad$ $\frac{7}{20} = 0,35$

Gasta más en la cesta de la compra.

25 **Una caja de galletas pesa tres cuartos de kilo, y un frasco de mermelada, 0,8 kg. ¿Cuál pesa más?**

$\frac{3}{4}$ = 0,75 kg, por lo que pesa más el frasco de mermelada.

26 **Una empleada gana 1 200 € mensuales, de los que aparta 180 € para una cuenta de ahorro. ¿Qué fracción de su sueldo ahorra?**

Cada mes ahorra $\frac{180}{1\,200} = \frac{3}{20}$ del sueldo.

27 **Un kilo de fresas cuesta 2,80 €. ¿Cuánto pagarás por tres cuartos de kilo?**

Pagaré $\frac{3}{4}$ de 2,80 = (2,80 : 4) · 3 = 0,70 · 3 = 2,10 €.

28 **Las dos quintas partes de las 460 ovejas de un rebaño han tenido esta primavera un corderito. ¿Cuántos corderos ha dado el rebaño esta primavera?**

El rebaño ha dado $\frac{2}{5}$ de 460 = (460 : 5) · 2 = 92 · 2 = 184 corderos.

29 **Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos. ¿Cuánto pesa el trozo que queda?**

Pesa $\frac{3}{5}$ de 2 800 gramos = (2 800 : 5) · 3 = 1 680 gramos = 1,68 kg.

30 **Un empleado, que gana 1 200 € al mes, ingresa tres veinteavos del sueldo en una cuenta de ahorro. ¿Cuánto ahorra cada mes?**

Al mes ahorra $\frac{3}{20}$ de 1 200 = (1 200 : 20) · 3 = 180 €.

31 **Un hotel tiene 80 habitaciones, de las que el 20 % están vacías. ¿Qué fracción de las habitaciones están vacías? ¿Cuántas están vacías?**

El hotel tiene $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ de las habitaciones vacías.

Por tanto, están vacías $\frac{1}{5}$ de 80 = 16 habitaciones.

32 **Laura tiene, amontonadas, 10 bolas rojas y 6 bolas verdes.**

a) ¿Cuántas bolas rojas habría que añadir al montón para que fueran los tres cuartos del conjunto?

b) ¿Cuántas habría que quitar para que fueran solo la cuarta parte?

a) Añadiendo 8 bolas rojas, tendría 18 rojas de un total de 18 + 6 = 24 bolas, de esta manera, serían los tres cuartos del conjunto, pues $\frac{3}{4}$ de 24 = (24 : 4) · 3 = 18.

b) Quitando 8 bolas rojas, tendría 2 rojas de un total de 2 + 6 = 8, así las rojas serían un cuarto del conjunto, pues $\frac{1}{4}$ de 8 = 8 : 4 = 2.

33 ODS Meta 14.4. **Un barco pesquero regresa al puerto con 8 550 kg de pescado, el máximo permitido para restablecer las poblaciones de peces. Los $\frac{5}{6}$ son sardinas, que vende en la lonja a 1,80 €/kg. ¿Cuánto obtiene por la venta de las sardinas?**

Captura $\frac{5}{6}$ de 8 550 = (8 550 : 6) · 5 = 7 125 kilos de sardinas.

Por la venta de las sardinas obtiene 7 125 · 1,80 = 12 825 €.

34 **En un rebaño de 140 ovejas, el año pasado criaron tres de cada siete, y este año lo han hecho 60. ¿Cuál de los dos años ha tenido mayor éxito la cría?**

$\frac{3}{7}$ de 140 = (140 : 7) · 3 = 20 · 3 = 60

En los dos años han tenido 60 crías.

Página 133

35 ***De una caja de mantecados se han consumido las tres quintas partes y aún quedan ocho piezas. ¿Cuántos mantecados llevaba la caja completa?***

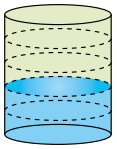
Problema resuelto.

36 **Observa, reflexiona y responde.**

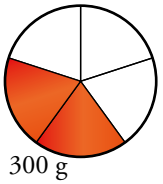
a) La abuela me dio ayer la paga.

Me he gastado ya una tercera parte. Si me compro una gorra que cuesta 10 €, ya solo me quedará otra tercera parte. ¿Cuánto me dio la abuela?

b) En este bidón hay 12 litros de agua. ¿Cuántos litros caben en total en el bidón?



c) He comprado $\frac{2}{5}$ de una empanada que han pesado 300 g. ¿Cuánto pesaba la empanada completa?



a) $3 \cdot 10 = 30$

Me dio 30 €.

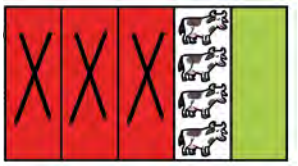
b) $6 \cdot 5 = 30$

Caben en total 30 litros.

c) $150 \cdot 5 = 750$

La empanada completa pesa 750 g.

37 **Un ganadero ha ordeñado ya $\frac{3}{5}$ de sus vacas. Cuando ordeñe cuatro más ya solo le faltará por ordeñar una quinta parte. ¿Cuántas vacas tiene el ganadero?**



$4 \cdot 5 = 20$

Tiene 20 vacas.

38 **He sacado $\frac{5}{6}$ del dinero que tenía en la hucha y aún quedan 11 euros. ¿Cuánto había antes de abrirla?**

$11 \cdot 6 = 66$

Antes de abrirla había 66 euros.

39 **Resuelve mentalmente.**

a) Un cuarto de kilo de aceitunas cuesta 1,50 euros. ¿Cuánto cuesta un kilo?

b) Tres cuartos de kilo de almendras cuestan 9 euros. ¿A cómo está el kilo?

c) Doscientos gramos de nueces cuestan 2 euros. ¿A cómo está el kilo?

a) Un kilo de aceitunas cuesta $4 \cdot 1{,}50 = 6$ euros.

b) Un kilo de almendras cuesta $(9 : 3) \cdot 4 = 3 \cdot 4 = 12$ euros.

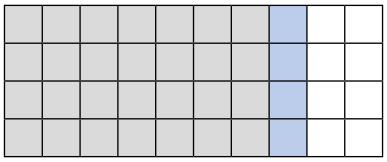
c) Un kilo de nueces cuesta $5 \cdot 2 = 10$ euros.

40 **Una bolsa de magdalenas de tres cuartos de kilo cuesta 2,25 €. ¿A cómo sale el kilo?**

El kilo sale a $(2{,}25 \cdot 4) : 3 = 3$ €.

41 **De la caja de bombones que me regalaron por mi cumpleaños, se han consumido ya los siete décimos. Si me como cuatro bombones más, solo quedarán dos décimos. ¿Cuántos bombones tenía la caja?**

Dibujamos el gráfico:



$4 \cdot 10 = 40$ bombones

La caja tenía 40 bombones.

42 **Se han sembrado de alfalfa los $\frac{3}{5}$ de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar. ¿Cuál es la superficie total de la finca?**

Dibujamos el gráfico:

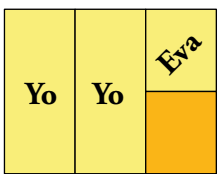
$600 : 2 = 300$ m^2

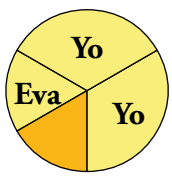
$5 \cdot 300 = 1\,500$ m^2

La superficie total de la finca es 1 500 m^2.

43 **Mi madre nos hizo anoche una pizza. Yo me comí dos terceras partes, y mi hermana Eva, la mitad de lo que quedaba. ¿Qué fracción de la pizza sobró?**

Apóyate en alguno de estos gráficos.





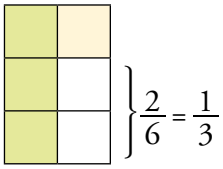
Dibujamos el gráfico:

Yo	Yo	Eva
Yo	Yo	

Sobró $\frac{1}{6}$ de la pizza.

44 **Un hortelano regó ayer la mitad de su huerta y hoy la tercera parte de lo que quedaba. ¿Qué fracción de la huerta le queda aún por regar?**

Dibujamos el gráfico:



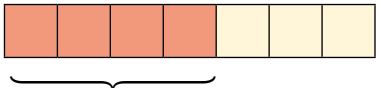
$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Le queda por regar $\frac{1}{3}$ de la huerta.

Problemas «+»

45 **Un cine ha recibido a 320 espectadores en la última sesión, lo que supone los cuatro séptimos del total. ¿Cuántas butacas han quedado vacías?**

Dibujamos el gráfico:



320 espectadores

320 : 4 = 80 butacas

80 · 3 = 240 butacas

Han quedado 240 butacas vacías.

46 **En un club de baloncesto, la mitad de las jugadoras mide más de uno ochenta y solo las dos terceras partes han sido titulares alguna vez en el equipo. ¿Cuántas son en total, sabiendo que pasan de 20 pero no llegan a 25?**

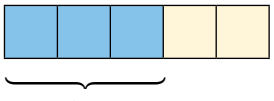
El número de jugadoras tiene que ser múltiplo de 6.

6 · 4 = 24

Son 24 jugadoras en total.

47 **Una comerciante compró, a principio de temporada, una partida de camisetas por 3 600 € y las puso a la venta a 12 € la unidad. Al cabo de un mes, había vendido las tres quintas partes del género, con lo que cubrió su inversión. ¿Cuánto habrá ganado cuando termine de vender las que le quedan?**

Dibujamos el gráfico:



3 600 €

3 600 : 3 = 1 200

1 200 · 2 = 2 400

Cuando termine de vender las que le quedan habrá ganado 2 400 €.

Página 134

INVESTIGA

Fracciones y probabilidades

- **¿Cuál de los dos crees que tiene razón?**

  La solución correcta es la de Cristina.

Página 135

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Utiliza tu ingenio

- **Un autobús escolar sale del colegio cargado de estudiantes.**

  — En la primera parada descarga a la mitad de los estudiantes, más medio.

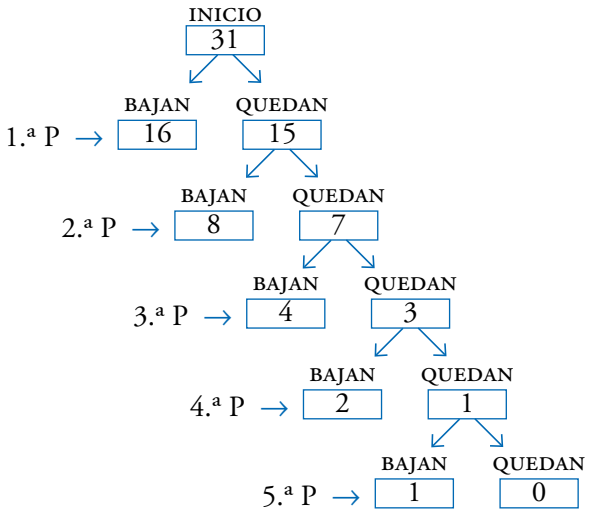
  — En la segunda ocurre lo mismo: baja la mitad más medio.

  — Y lo mismo ocurre en la tercera parada, en la cuarta y en la quinta.

  — Después, el autobús vuelve al garaje porque se ha quedado vacío.

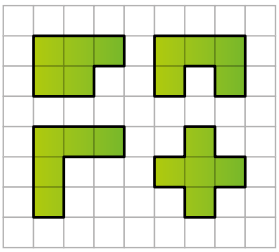
  ¿Cuántos estudiantes subieron al autobús?

  Explica la solución detallando, en cada parada, cuántos bajan y cuántos quedan.

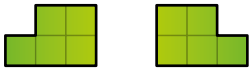


El autobús inició el viaje con 31 estudiantes.

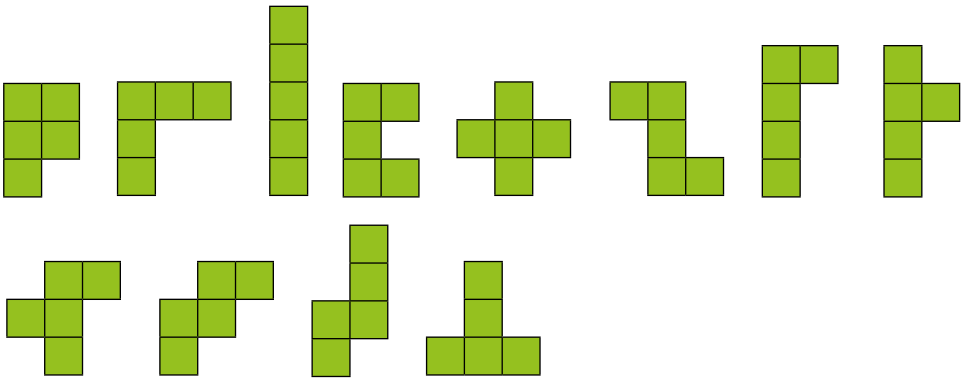
- **Llamamos pentominós a las distintas figuras planas que se pueden formar con cinco cuadrados de una cuadrícula. (Los cuadrados han de estar en contacto por uno de sus lados). Aquí tienes algunos de ellos:**



Consideramos que estas dos piezas son la misma:



Dibuja todos los pentominós diferentes que puedas.

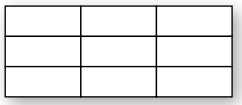


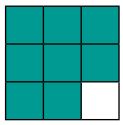
AUTOEVALUACIÓN

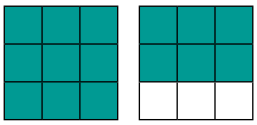
1 **¿Qué fracción de hora son 15 minutos? ¿Y 12 minutos?**

$\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ y $\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

2 **Representa en tu cuaderno, en gráficos como el que tienes a continuación o en otros que tú decidas, las fracciones $\frac{8}{9}$ y $\frac{15}{9}$.**



$\frac{8}{9}$ 

$\frac{15}{9}$ 

3 **En un concurso oposición aprueban 15 personas y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores y las opositoras ha aprobado?**

En total hay 35 + 15 = 50 candidatos.

La fracción de candidatos que ha aprobado es $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

4 **Calcula.**

a) Tres cuartos de 240 **b) $\frac{2}{5}$ de 80**

c) $\frac{3}{3}$ de 35 **d) Tres medios de 10**

a) $(240 : 4) \cdot 3 = 180$ b) $(80 : 5) \cdot 2 = 32$

c) 35 d) $(10 : 2) \cdot 3 = 15$

5 **Reflexiona y completa en tu cuaderno.**

a) $\frac{1}{2}$ de … = 8 **b) $\frac{1}{4}$ de … = 3**

c) $\frac{3}{4}$ de … = 6 **d) $\frac{5}{5}$ de … = 25**

a) 16 b) 12

c) 8 d) 25

6 **Expresa en forma decimal.**

a) $\frac{3}{10}$ **b) $\frac{4}{5}$** **c) $\frac{1}{8}$**

a) 0,3 b) 0,8 c) 0,125

7 **Expresa con una fracción.**

a) 0,2 **b) 1,2** **c) 0,24**

a) $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ b) $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ c) $0{,}24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$

8 **Escribe.**

a) Una fracción equivalente a $\frac{6}{21}$ que tenga por denominador 14.

b) Una fracción equivalente a $\frac{9}{15}$ que tenga por denominador 10.

a) $\frac{4}{14}$ b) $\frac{6}{10}$

9 **Simplifica.**

a) $\frac{14}{28}$ **b) $\frac{36}{48}$** **c) $\frac{40}{60}$**

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{3}$

10 **Ana y Valentina han comprado un bolígrafo cada una. Ana ha gastado las cuatro quintas partes de un euro, y Valentina, 75 céntimos. ¿Cuál de los dos bolígrafos ha salido más caro?**

Ana ha gastado 4/5 de 100 céntimos, es decir, $(100 : 5) \cdot 4 = 80$ céntimos.

Por tanto, ha salido más caro el bolígrafo de Ana.

11 **Un pueblo costero tiene 4 500 habitantes. La tercera parte vive de la pesca; dos quintos, de la agricultura, y el resto, del sector servicios.**

a) ¿Cuántos viven del sector servicios?

b) ¿Qué fracción de la población vive del sector servicios?

a) La tercera parte de 4 500 es $4\,500 : 3 = 1\,500$. Entonces, de la pesca viven 1 500 personas.

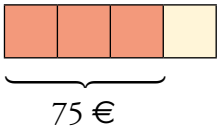
Los dos quintos de 4 500 son $(4\,500 : 5) \cdot 2 = 1\,800$. De la agricultura viven 1 800 personas.

Por tanto, del sector servicios viven $4\,500 - (1\,500 + 1\,800) = 1\,200$ personas.

b) Del sector servicios viven $\frac{1\,200}{4\,500} = \frac{4}{15}$ de la población.

12 **Amaya, al comprar unas zapatillas de deportes por 75 €, se gasta las tres cuartas partes del dinero que le dio su abuela. ¿Cuánto le dio la abuela?**

Dibujamos el gráfico:



75 €

$75 : 3 = 25$ €

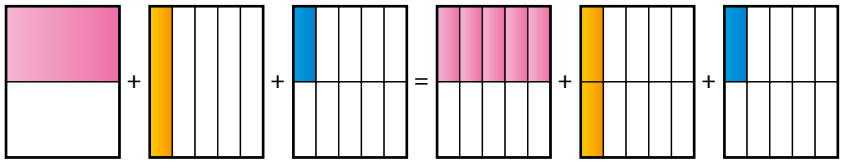
$25 \cdot 4 = 100$ €

La abuela le dio 100 €.

8 OPERACIONES CON FRACCIONES

Página 136

1 **Teniendo en cuenta la interpretación gráfica, escribe la misma cantidad con una sola fracción.**



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}+\frac{1}{10}=\boxed{?}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

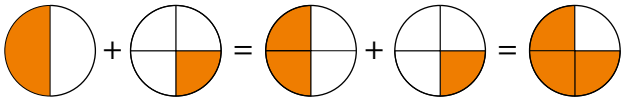
2 **¿Qué transformación se ha hecho en las fracciones para poder obtener la suma?**

Para hacer la suma, se han sustituido las fracciones por otras equivalentes con el mismo denominador.

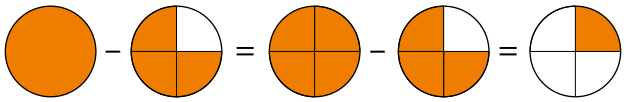
Página 137

3 **Ramiro saca una pizza del horno. Se come media, y su hermana Laura, un cuarto. Así que, entre los dos, se han comido tres cuartos de la pizza. Y solo queda otro cuarto.**

Completa en lenguaje aritmético, con fracciones, las operaciones representadas en los siguientes gráficos:

COMEN → 

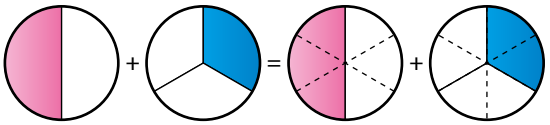
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\boxed{?}=\boxed{?}$$

QUEDA → 

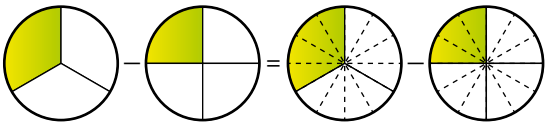
$$1-\frac{3}{4}=\frac{4}{4}-\boxed{?}=\boxed{?}$$

Comen → $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ Queda → $1-\frac{3}{4}=\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

4 **Observa los gráficos y calcula directamente cada resultado:**



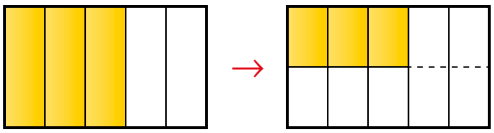
$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$ →



$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = ?$ →

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ $\qquad$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

5 **Doña Jovita compró ayer una empanada y hoy, en la cena, ha sacado a la mesa el trozo que quedaba, que eran $\frac{3}{5}$ de la empanada completa. Si en la cena han consumido la mitad del trozo, ¿qué parte del total de la empanada ha cenado la familia?**



$\frac{3}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5} = ?$

$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

Han cenado $\frac{3}{10}$ de la empanada.

1 REDUCCIÓN A COMÚN DENOMINADOR

Página 139

Para fijar ideas

1 **Sustituye las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ por:**

a) Otras equivalentes con denominador común 6.

b) Otras equivalentes con denominador común 12.

c) Otras equivalentes con denominador común 18.

a) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ b) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ c) $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$; $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$

2 **Copia y completa para reducir a común denominador $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{11}{15}$.**

mín. c. m. (5, 10, 15) = 30

30 : 5 = 6 **30 : 10 = 3** **30 : 15 = 2**

$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 6} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot \square}{10 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$ $\frac{11}{15} = \frac{11 \cdot \square}{15 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$

$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{6}{30}$ $\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{21}{30}$ $\frac{11}{15} = \frac{11 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{22}{30}$

3 **Reduce a común denominador teniendo en cuenta que 20 es múltiplo de 5 y que 18 es múltiplo de 2 y de 9.**

a) $\frac{1}{5}$ **y** $\frac{1}{20}$ **b)** $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{9}$ **y** $\frac{5}{18}$

a) $\frac{4}{20}$ y $\frac{1}{20}$ b) $\frac{9}{18}$, $\frac{4}{18}$ y $\frac{5}{18}$

4 **Explica paso a paso el proceso que se expone a continuación.**

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5} \text{ y } \frac{7}{10} \rightarrow \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5}, \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} \text{ y } \frac{7 \cdot 2}{10 \cdot 2} \rightarrow \frac{15}{20}, \frac{8}{20} \text{ y } \frac{14}{20}$$

$$\frac{8}{20} < \frac{14}{20} < \frac{15}{20} \rightarrow \frac{2}{5} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

1.° Se calcula el mín. c. m. (4, 5, 10) = 20.

2.° Se reduce a común denominador.

3.° Se comparan las fracciones.

4.° Se comparan las fracciones irreducibles del inicio.

Para practicar

1 **Reduce a denominador común.**

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ **b)** $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{9}$ **c)** $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{10}$

d) $\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{14}$ **e)** $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ **f)** $\frac{3}{10}$ y $\frac{4}{15}$

g) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$ **h)** $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{20}$ **i)** $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$ y $\frac{3}{5}$

j) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ y $\frac{4}{9}$ **k)** $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{15}$ **l)** $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{12}$

a) $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$; $\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$

b) $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$; $\frac{4}{9}=\frac{8}{18}$

c) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$; $\frac{3}{10}$

d) $\frac{3}{7}=\frac{6}{14}$; $\frac{5}{14}$

e) $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$; $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$

f) $\frac{3}{10}=\frac{9}{30}$; $\frac{4}{15}=\frac{8}{30}$

g) $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$

h) $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$; $\frac{3}{10}=\frac{6}{20}$; $\frac{7}{20}$

i) $\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$; $\frac{7}{10}=\frac{14}{20}$; $\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$

j) $\frac{5}{6}=\frac{30}{36}$; $\frac{7}{12}=\frac{21}{36}$; $\frac{4}{9}=\frac{16}{36}$

k) $\frac{1}{6}=\frac{5}{30}$; $\frac{1}{10}=\frac{3}{30}$; $\frac{1}{15}=\frac{2}{30}$

l) $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$; $\frac{7}{12}$

2 **Reduce a común denominador y compara las fracciones de cada pareja.**

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{12}$ **c)** $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{18}$

a) $\left.\begin{matrix}\frac{2}{3}=\frac{16}{24}\\ \frac{5}{8}=\frac{15}{24}\end{matrix}\right\}\ \frac{5}{8}<\frac{2}{3}$

b) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{8}=\frac{9}{24}\\ \frac{7}{12}=\frac{14}{24}\end{matrix}\right\}\ \frac{3}{8}<\frac{7}{12}$

c) $\left.\begin{matrix}\frac{5}{12}=\frac{15}{36}\\ \frac{7}{18}=\frac{14}{36}\end{matrix}\right\}\ \frac{7}{18}<\frac{5}{12}$

3 **Ordena de menor a mayor en cada caso.**

a) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ **b)** $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{20}$ **c)** $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$

d) $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{9}{8}$ **e)** $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{16}$ **f)** $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{13}{16}$

a) $\left.\begin{matrix}\frac{1}{2}=\frac{15}{30}\\ \frac{2}{3}=\frac{20}{30}\\ \frac{3}{5}=\frac{18}{30}\end{matrix}\right\}\ \frac{1}{2}<\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$

b) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{5}=\frac{12}{20}\\ \frac{7}{10}=\frac{14}{20}\\ \frac{13}{20}\end{matrix}\right\}\ \frac{3}{5}<\frac{13}{20}<\frac{7}{10}$

c) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{2}=\frac{12}{8}\\ \frac{3}{4}=\frac{6}{8}\\ \frac{5}{8}\end{matrix}\right\}\ \frac{5}{8}<\frac{3}{4}<\frac{3}{2}$

d) $\left.\begin{matrix}\frac{5}{4}=\frac{30}{24}\\ \frac{7}{6}=\frac{28}{24}\\ \frac{9}{8}=\frac{27}{24}\end{matrix}\right\}\ \frac{9}{8}<\frac{7}{6}<\frac{5}{4}$

e) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{5}=\frac{48}{80}\\ \frac{5}{8}=\frac{50}{80}\\ \frac{7}{10}=\frac{56}{80}\\ \frac{13}{16}=\frac{65}{80}\end{matrix}\right\}\ \frac{3}{5}<\frac{5}{8}<\frac{7}{10}<\frac{13}{16}$

f) $\left.\begin{matrix}\frac{3}{2}=\frac{24}{16}\\ \frac{3}{4}=\frac{12}{16}\\ \frac{7}{8}=\frac{14}{16}\\ \frac{13}{16}\end{matrix}\right\}\ \frac{3}{4}<\frac{13}{16}<\frac{7}{8}<\frac{3}{2}$

4 **En mi colegio, dos de cada tres nos quedamos al comedor y, tres de cada cinco usan el transporte escolar. ¿Cuál de los dos servicios usan más alumnos y alumnas, el comedor o el transporte?**

Comedor: $\frac{2}{3}$ Transporte escolar: $\frac{3}{5}$

mín. c. m. (3, 5) = 15

Comedor: $\frac{10}{15}$ Transporte escolar: $\frac{9}{15}$

Como $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$, usan el comedor más alumnos y alumnas.

5 **¿Verdadero o falso?**

a) Al reducir a común denominador, las fracciones se sustituyen por otras equivalentes.

b) El denominador común debe ser múltiplo de todos los denominadores.

c) El denominador común depende, en parte, de los numeradores.

d) El menor denominador común es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

e) Al reducir a común denominador, los numeradores no varían.

f) El denominador común puede ser distinto del mínimo común múltiplo de los denominadores.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Falso. El denominador común es un múltiplo de los denominadores.

d) Verdadero.

e) Falso. Por ejemplo, si reducimos a común denominador las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{1}{2}$ nos quedan las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{6}$.

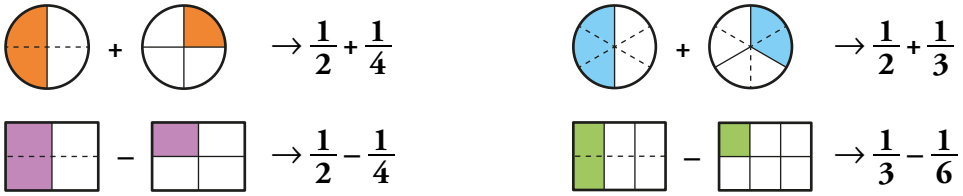
f) Verdadero.

2 ▶ SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Página 141

Para fijar ideas

1 **Observa y calcula mentalmente.**



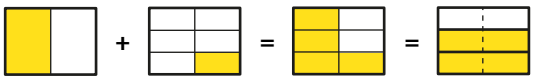
$\rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ $\rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

$\rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ $\rightarrow \frac{1}{3}-\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ $\quad \frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

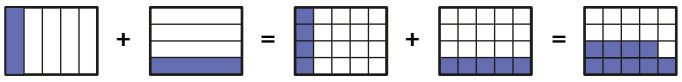
2 **Observa el gráfico y completa con fracciones.**



$\rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\ldots$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

3 **Expresa con fracciones las igualdades representadas en el gráfico.**



$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{4}{20}+\frac{5}{20}=\frac{9}{20}$

4 **Copia, completa y calcula.**

a) $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=\frac{5\cdot\square}{6\cdot\square}-\frac{4\cdot\square}{9\cdot\square}=\ldots$

b) $2-\frac{4}{5}-\frac{13}{15}=\frac{2\cdot\square}{1\cdot\square}-\frac{4\cdot\square}{5\cdot\square}-\frac{13\cdot\square}{15\cdot\square}=\ldots$

a) $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=\frac{5\cdot 3}{6\cdot 3}-\frac{4\cdot 2}{9\cdot 2}=\frac{7}{18}$

b) $2-\frac{4}{5}-\frac{13}{5}=\frac{2\cdot 15}{1\cdot 15}-\frac{4\cdot 3}{5\cdot 3}-\frac{13\cdot 1}{15\cdot 1}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

Para practicar

1 **Calcula, reduciendo primero a común denominador.**

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{5}{3}+\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{3}{10}+\frac{2}{15}$

d) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$ **e)** $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$ **f)** $\frac{3}{8}-\frac{1}{6}$

a) $\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=\frac{7}{10}$ b) $\frac{10}{6}+\frac{1}{6}=\frac{11}{6}$ c) $\frac{9}{30}+\frac{4}{30}=\frac{13}{30}$

d) $\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{1}{12}$ e) $\frac{9}{12}-\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$ f) $\frac{9}{24}-\frac{4}{24}=\frac{5}{24}$

2 **Opera y simplifica los resultados.**

a) $\frac{2}{9}+\frac{5}{18}$ **b)** $\frac{3}{10}+\frac{8}{15}$ **c)** $\frac{5}{8}+\frac{1}{24}$

d) $\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$ **e)** $\frac{3}{5}-\frac{1}{10}$ **f)** $\frac{5}{6}-\frac{3}{10}$

a) $\frac{4}{18}+\frac{5}{18}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$ b) $\frac{9}{30}+\frac{16}{30}=\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$ c) $\frac{15}{24}+\frac{1}{24}=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{12}-\frac{1}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ e) $\frac{6}{10}-\frac{1}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ f) $\frac{25}{30}-\frac{9}{30}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

3 **Transforma cada número entero en una fracción de denominador la unidad y opera.**

a) $1+\frac{1}{5}$ **b)** $1-\frac{3}{5}$ **c)** $2+\frac{2}{7}$

d) $2-\frac{5}{3}$ **e)** $3+\frac{1}{2}$ **f)** $3-\frac{11}{4}$

a) $\frac{5}{5}+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}$ b) $\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ c) $\frac{14}{7}+\frac{2}{7}=\frac{16}{7}$

d) $\frac{6}{3}-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$ e) $\frac{6}{2}+\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$ f) $\frac{12}{4}-\frac{11}{4}=\frac{1}{4}$

4 **Calcula.**

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ **b)** $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$ **c)** $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}-1$ **e)** $\frac{3}{5}-\frac{5}{8}+\frac{7}{20}$ **f)** $\frac{4}{3}+\frac{3}{2}-2$

a) $\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ b) $\frac{5}{20}+\frac{4}{20}+\frac{2}{20}=\frac{11}{20}$ c) $\frac{10}{10}-\frac{5}{10}-\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$

d) $\frac{10}{15}+\frac{9}{15}-\frac{15}{15}=\frac{4}{15}$ e) $\frac{24}{40}-\frac{25}{40}+\frac{14}{40}=\frac{13}{40}$ f) $\frac{8}{6}+\frac{9}{6}-\frac{12}{6}=\frac{5}{6}$

5 **Calcula y simplifica los resultados.**

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ **b)** $1-\frac{3}{10}-\frac{8}{15}$

c) $\frac{1}{2}-\frac{5}{6}+\frac{4}{5}$ **d)** $1-\frac{4}{15}-\frac{2}{5}$

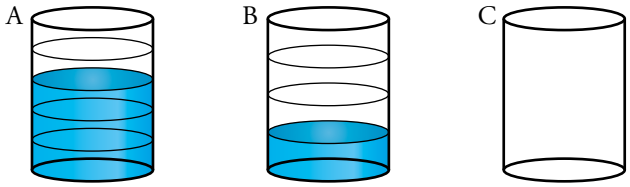
e) $\frac{1}{4}+\frac{3}{10}-\frac{1}{20}$ **f)** $\frac{5}{2}-2+\frac{1}{10}$

a) $\frac{3+2+1}{6}=\frac{6}{6}=1$ b) $\frac{30-9-16}{30}=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$

c) $\frac{15-25+24}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$ d) $\frac{15-4-6}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

e) $\frac{5+6-1}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$ f) $\frac{25-20+1}{10}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

6 **Los recipientes A, B y C son iguales.**



¿Qué fracción de C se ocuparía al verter sobre él los contenidos de A y B?

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{12}{20}+\frac{5}{20}=\frac{17}{20}$$

7 **La cuarta parte de la producción de un viñedo es uva de mesa, los 5/8 se destinan a la producción de vino y el resto se envía a la fábrica de zumos. ¿Qué parte de la producción va a la fábrica de zumos?**

$\frac{1}{4}+\frac{5}{8}=\frac{7}{8}$; $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

A la fábrica de zumos se envía un octavo de la producción.

8 **Con una botella de agua de litro y medio, se llenan dos vasos de cuarto de litro y dos botellitas de un tercio de litro. ¿Qué fracción de litro queda en la botella?**

$\frac{3}{2}-\frac{2}{4}-\frac{2}{3}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

Queda un tercio de litro en la botella.

3 MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Página 143

Para fijar ideas

1 **Copia, completa y simplifica.**

a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot \square}{\square \cdot 4} = \frac{\square}{36} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{4}{5} \cdot \frac{-5}{8} = \frac{\square \cdot (-5)}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square} = \frac{-1}{\square}$

c) $(-5) \cdot \frac{3}{10} = \frac{-5}{\square} \cdot \frac{3}{10} = \frac{-15}{\square} = \frac{\square}{\square}$

d) $\frac{2}{3} : \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot \square}{\square \cdot 5} = \frac{\square}{15} = \frac{\square}{\square}$

e) $\frac{-1}{4} : \frac{-1}{2} = \frac{(-1) \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square} = \frac{1}{\square}$

f) $\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4} : \frac{6}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{\square}$

a) $\frac{2 \cdot 3}{9 \cdot 4} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{4 \cdot (-5)}{5 \cdot 8} = \frac{-20}{40} = \frac{-1}{2}$

c) $\frac{-5 \cdot 3}{10 \cdot 1} = \frac{-15}{10} = \frac{-3}{2}$

d) $\frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 5} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$

e) $\frac{-1 \cdot 2}{4 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

f) $\frac{3}{4} : = \frac{6}{1} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

Para practicar

1 **Calcula mentalmente.**

a) $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{8}$

2 **Multiplica y, si es posible, simplifica.**

a) $15 \cdot \frac{3}{5}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$

c) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$

d) $\frac{3}{8} \cdot 8$

e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

f) $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}$

g) $(-3) \cdot \frac{2}{9}$

h) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

i) $\frac{12}{5} \cdot \frac{5}{18}$

a) 9

b) $\frac{1}{6}$

c) 1

d) 3

e) $\frac{2}{15}$

f) 2

g) $\frac{-2}{3}$

h) $\frac{3}{10}$

i) $\frac{2}{3}$

3 **Calcula como en el ejemplo.**

- $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 4} = \frac{9}{16}$

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

a) $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$

b) $\frac{(-1) \cdot (-1)}{3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{(1 \cdot 1 \cdot 1)}{(2 \cdot 2 \cdot 2)} = \frac{1}{8}$

4 **Divide y, si es posible, simplifica.**

a) $5 : \frac{1}{2}$ **b)** $-\frac{1}{2} : 5$ **c)** $\frac{3}{2} : 6$

d) $7 : \frac{14}{3}$ **e)** $\frac{2}{5} : 3$ **f)** $(-5) : \frac{10}{3}$

a) 10 b) $-\frac{1}{10}$ c) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{21}{24} = \frac{3}{2}$ e) $\frac{2}{15}$ f) $-\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$

5 **Divide.**

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ **b)** $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$ **c)** $\frac{-2}{7} : \frac{3}{4}$

d) $\frac{-3}{7} : \frac{-5}{2}$ **e)** $\frac{2}{11} : \frac{1}{5}$ **f)** $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$

a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $-\frac{8}{21}$

d) $\frac{6}{35}$ e) $\frac{10}{11}$ f) $\frac{21}{20}$

6 **Divide y simplifica.**

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ **c)** $\frac{3}{2} : \frac{5}{6}$

d) $\frac{4}{3} : \frac{1}{3}$ **e)** $\frac{-2}{5} : \frac{4}{10}$ **f)** $\frac{-5}{9} : \frac{-5}{12}$

a) $\frac{4}{2} = 2$ b) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{18}{10} = \frac{9}{5}$

d) $\frac{12}{3} = 4$ e) $\frac{-20}{20} = -1$ f) $\frac{-60}{-45} = \frac{4}{3}$

7 **Copia en tu cuaderno, calcula y completa.**

a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{1}{2}$ **b)** $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$ **c)** $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$

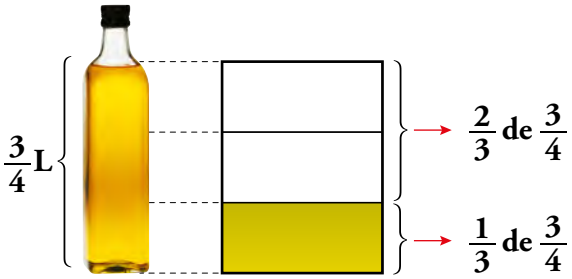
a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5}{12}$ c) $\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{4}$

8 **Calcula y compara los resultados en cada pareja.**

a) $5 \cdot 2 \leftrightarrow 5 : \frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{3} \cdot 2 \leftrightarrow \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

a) $10 \leftrightarrow 10$ b) $\frac{2}{3} \leftrightarrow \frac{2}{3}$

9 **De una botella de aceite de tres cuartos de litro queda la tercera parte.**



a) ¿Qué fracción de litro queda en la botella?

b) ¿Qué fracción de litro se ha consumido?

a) $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ L queda en la botella.

b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ L se ha consumido.

10 **Una empresa de productos lácteos comercializa la mantequilla en cajas que pesan kilo y medio (3/2 kg) y contienen doce tarrinas. ¿Cuál o cuáles de estas fracciones expresan el peso de una tarrina, en kilos?**

$\frac{3}{24}$ $\frac{3}{18}$ $\frac{18}{4}$ $\frac{1}{8}$

$\frac{3}{2} : 12 = \frac{3}{24}$ es el peso de la tarrina en kilos.

11 **Un bote de refresco contiene un tercio de litro. ¿Cuántos litros contiene un paquete de 12 botes?**

$12 \cdot \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$

Un paquete de 12 botes contiene 4 litros.

12 **Un caminante avanza $\frac{4}{5}$ de metro en cada paso.**

a) ¿Qué distancia recorre en mil pasos?

b) ¿Cuántos necesita para recorrer un kilómetro?

a) $\frac{4}{5} \cdot 1\,000 = 800$ m

b) $1\,000 : \frac{4}{5} = 1\,250$ pasos

13 **¿Cuántos vasos de capacidad de $\frac{1}{6}$ de litro se llenan con diez botes de $\frac{1}{3}$ de litro?**

$\left(10 \cdot \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{6} = \frac{10}{3} : \frac{1}{6} = \frac{60}{3} = 20$

Se llenan 20 vasos.

14 **Una ciclista avanza 4 km cada diez minutos.**

a) ¿Qué fracción de kilómetro avanza en un minuto?

b) ¿Cuál de las siguientes operaciones da su velocidad en km/h?

$60 + \frac{4}{10}$ $\frac{2}{5} \cdot 60$ $60 : \frac{4}{10}$ $60 - \frac{2}{5}$

a) $\frac{4}{10}$

b) $\frac{2}{5} \cdot 60$

4 OPERACIONES COMBINADAS

Página 144

Para fijar ideas

1 **Copia, completa y reduce a una única fracción.**

a) **Calcula** $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$.

Puedes operar dentro de los paréntesis:

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=\left(\frac{\square}{15}+\frac{\square}{15}\right)-\left(\frac{\square}{10}-\frac{\square}{10}\right)=\frac{\square}{15}-\frac{\square}{10}=\frac{\square-\square}{30}=\frac{\square}{\square}$$

O quitar primero los paréntesis, y después, operar:

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=\frac{\square}{5}+\frac{\square}{3}-\frac{\square}{2}+\frac{\square}{5}=\ldots$$

b) **Calcula** $\frac{2}{5}:\frac{1}{2}-\frac{3}{10}$.

Resuelve, primero, la división, y después, la resta:

$$\frac{2}{5}:\frac{1}{2}-\frac{3}{10}=\frac{\square}{\square}-\frac{3}{10}=\ldots$$

c) **Calcula** $\frac{2}{5}:\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{10}\right)$.

Opera, primero, dentro del paréntesis, y después, divide:

$$\frac{2}{5}:\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{10}\right)=\frac{2}{5}:\left(\frac{\square}{10}-\frac{\square}{10}\right)=\frac{2}{5}:\frac{\square}{\square}=\ldots$$

a) $\left(\frac{6}{5}+\frac{5}{15}\right)-\left(\frac{5}{10}-\frac{2}{10}\right)=\frac{11}{15}-\frac{3}{10}=\frac{22-9}{30}=\frac{13}{30}$

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{12+10-15+6}{30}=\frac{13}{30}$$

b) $\frac{4}{5}-\frac{3}{10}=\frac{8-3}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{5}:\left(\frac{5}{10}-\frac{3}{10}\right)=\frac{2}{5}:\frac{2}{10}=\frac{20}{10}=2$

Para practicar

1 **Calcula.**

a) $1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{3}{5}-\left(1-\frac{2}{3}\right)$

c) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{6}$

d) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{8}{15}$

e) $\left(1+\frac{2}{7}\right)+\left(2-\frac{10}{7}\right)$

f) $\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$

g) $\left(3-\frac{7}{2}\right)-\left(\frac{5}{4}-1\right)$

h) $\left(\frac{4}{5}-\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{3}{10}+\frac{1}{6}\right)$

a) $1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$

b) $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

c) $\frac{1}{6}-\frac{5}{6}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

d) $\frac{7}{15}+\frac{8}{15}=\frac{15}{15}=1$

e) $\frac{9}{7}+\frac{4}{7}=\frac{13}{7}$

f) $\frac{3}{12}+\frac{3}{10}=\frac{33}{60}=\frac{11}{20}$

g) $-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}$

h) $-\frac{1}{30}-\frac{14}{30}=-\frac{15}{30}=-\frac{1}{2}$

2 **Opera.**

a) $\frac{2}{3}\cdot 2-\frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{3}\cdot\left(2-\frac{5}{6}\right)$

c) $\frac{1}{6}:\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{6}:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)$

e) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}$

f) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{5}$

g) $\frac{3}{5}-\frac{1}{6}:\frac{1}{2}$

h) $\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right):\frac{1}{2}$

a) $\frac{4}{3}-\frac{5}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{6}=\frac{14}{18}=\frac{7}{9}$

c) $\frac{2}{6}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{6}:\frac{2}{6}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3}+\frac{3}{30}=\frac{20}{30}+\frac{3}{30}=\frac{23}{30}$

f) $\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$

g) $\frac{3}{5}-\frac{2}{6}=\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

h) $\frac{9}{6}:\frac{1}{2}=\frac{18}{6}=3$

5 ALGUNOS PROBLEMAS CON FRACCIONES

Página 145

Para practicar

1 **Un hortelano vende $\frac{2}{3}$ de su producción de tomate a una conservera y $\frac{1}{5}$ a una tienda de verduras. ¿Qué parte de la producción de tomate ha vendido?**

Ha vendido $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{13}{15}$ de su producción de tomate.

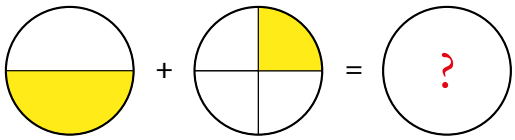
2 **El mismo hortelano vende $\frac{2}{3}$ de sus melones a un supermercado y $\frac{1}{5}$ del resto a un vendedor ambulante. ¿Qué fracción de los melones ha vendido?**

El hortelano vende $\frac{2}{3}$ de sus melones a un supermercado, por tanto, le quedan $\frac{1}{3}$ de melones sin vender.

A un vendedor ambulante le vende $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$ de sus melones.

En total el hortelano ha vendido $\frac{2}{3}+\frac{1}{15}=\frac{11}{15}$ de sus melones.

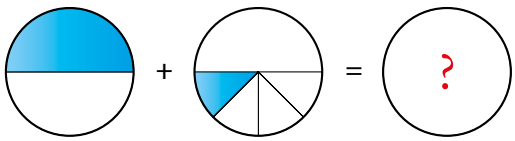
3 **Cora y Daniel piden una pizza. Cora toma la mitad, y Daniel, la cuarta parte. ¿Qué fracción de la pizza han consumido? ¿Qué fracción de pizza sobra?**



Han consumido $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ de pizza.

Sobra $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ de pizza.

4 **Andrés y Berta piden una pizza. Andrés toma la mitad, y Berta, la cuarta parte del resto. ¿Qué fracción de la pizza han consumido? ¿Qué fracción de la pizza sobra?**



Han consumido $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$ de pizza.

Sobra $1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$ de pizza.

Página 146

Ejercicios y problemas

Operaciones con fracciones

Suma y resta

1 **¿Verdadero o falso?**

a) Para sumar fracciones, se suman los numeradores y se suman los denominadores.

b) Para restar fracciones del mismo denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

c) Para sumar o restar fracciones, se reducen primero a común denominador.

d) Para sumar o restar un número a una fracción, se le trata como una fracción con denominador la unidad.

a) Falso. Por ejemplo, $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

2 **Calcula mentalmente.**

a) $\mathbf{1-\frac{1}{2}}$ **b)** $\mathbf{1-\frac{1}{4}}$ **c)** $\mathbf{1-\frac{3}{4}}$

d) $\mathbf{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$ **e)** $\mathbf{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}$ **f)** $\mathbf{\frac{1}{4}-\frac{1}{8}}$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{4}$

d) 1 e) $\frac{1}{4}$ f) $\frac{1}{8}$

3 **Realiza estas sumas y restas:**

a) $\mathbf{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}$ **b)** $\mathbf{\frac{1}{8}+\frac{3}{7}}$ **c)** $\mathbf{\frac{2}{7}+\frac{1}{3}}$

d) $\mathbf{\frac{3}{8}+\frac{1}{2}}$ **e)** $\mathbf{\frac{5}{8}-\frac{1}{4}}$ **f)** $\mathbf{\frac{1}{2}-\frac{3}{14}}$

a) $\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$ b) $\frac{7}{56}+\frac{24}{56}=\frac{31}{56}$ c) $\frac{6}{21}+\frac{7}{21}=\frac{13}{21}$

d) $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8}$ e) $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$ f) $\frac{7}{14}-\frac{3}{14}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$

4 **Calcula el término desconocido en cada igualdad:**

a) $\mathbf{1+\square=\frac{5}{4}}$ **b)** $\mathbf{\square+\frac{1}{6}=\frac{4}{3}}$ **c)** $\mathbf{\frac{2}{9}+\square=\frac{1}{3}}$

d) $\mathbf{2-\square=\frac{3}{5}}$ **e)** $\mathbf{\square-\frac{2}{9}=\frac{1}{6}}$ **f)** $\mathbf{\frac{7}{10}-\square=\frac{2}{5}}$

a) $\frac{1}{4}$ b $\frac{7}{6}$ c) $\frac{1}{9}$

d) $\frac{7}{5}$ e) $\frac{7}{18}$ f) $\frac{3}{10}$

5 **Opera.**

a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{3}{8}$ **b)** $\frac{1}{3}+\frac{8}{9}-\frac{25}{27}$

c) $2-\frac{3}{2}+\frac{1}{6}$ **d)** $\frac{3}{4}-\frac{7}{5}+\frac{3}{10}$

e) $\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{11}{15}$ **f)** $\frac{8}{5}-1+\frac{13}{15}$

g) $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}-\frac{5}{8}$ **h)** $\frac{5}{9}+\frac{1}{4}-\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$

a) $\frac{4-2+3}{8}=\frac{5}{8}$ b) $\frac{9+24-25}{27}=\frac{8}{27}$ c) $\frac{12-9+1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

d) $\frac{15-28+6}{20}=\frac{-7}{20}$ e) $\frac{12+21-22}{30}=\frac{11}{30}$ f) $\frac{24-15+13}{15}=\frac{22}{15}$

g) $\frac{4+18-15}{24}=\frac{7}{24}$ h) $\frac{20+9-30+21}{36}=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

6 **Continúa en tres términos cada serie:**

a) $\frac{1}{4}\rightarrow\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{4}\rightarrow 1\rightarrow\frac{5}{4}\rightarrow\ldots$

b) $1\rightarrow\frac{1}{2}\rightarrow\frac{3}{2}\rightarrow 2\rightarrow\frac{7}{2}\rightarrow\ldots$

Reduce a común denominador.

a) $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$ y 2 b) $\frac{11}{2}$, 9 y $\frac{29}{2}$

Multiplicación y división

7 **¿Verdadero o falso?**

a) Para multiplicar o dividir fracciones, es necesario reducirlos primero a común denominador.

b) Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores y se multiplican los denominadores.

c) Para multiplicar o dividir un número por una fracción, se le trata como una fracción de denominador la unidad.

d) Para multiplicar una fracción por un número, se multiplica el número por el numerador.

e) Para dividir una fracción por un número, se multiplica el número por el denominador.

a) Falso. Por ejemplo, $\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{8}$.

b) Verdadero.

c) Verdadero.

d) Falso. Por ejemplo, $\frac{5}{7}\cdot 2=\frac{10}{7}$.

e) Falso. Por ejemplo, $\frac{8}{3}:2=\frac{6}{8}$.

8 **Calcula y simplifica.**

a) $4 \cdot \frac{1}{8}$ **b)** $6 \cdot \frac{5}{12}$ **c)** $\frac{4}{3} \cdot 9$ **d)** $3 \cdot \frac{2}{15}$

e) $\frac{5}{6} \cdot 12$ **f)** $\frac{4}{9} \cdot 3$ **g)** $\frac{1}{7} \cdot 7$ **h)** $10 \cdot \frac{2}{15}$

a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{30}{12} = \frac{5}{2}$ c) $\frac{36}{3} = 12$ d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

e) $\frac{60}{6} = 10$ f) $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ g) $\frac{7}{7} = 1$ h) $\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

9 **Multiplica y reduce.**

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$ **b)** $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$ **c)** $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8}$ **d)** $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8}$

e) $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{12}$ **f)** $\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{15}$ **g)** $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$ **h)** $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{16}$

a) $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ c) $\frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ d) 1

e) $\frac{7}{5}$ f) $\frac{10}{15}$ g) $\frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$ h) $\frac{3}{8}$

10 **Calcula y reduce, si es posible.**

a) $1 : \frac{5}{6}$ **b)** $1 : \frac{3}{8}$ **c)** $\frac{1}{3} : 3$ **d)** $\frac{10}{7} : 5$

e) $5 : \frac{3}{4}$ **f)** $3 : \frac{6}{5}$ **g)** $\frac{4}{5} : 8$ **h)** $\frac{9}{4} : 6$

a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{10}{35} = \frac{2}{7}$

e) $\frac{20}{3}$ f) $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ g) $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ h) $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

11 **Divide y simplifica.**

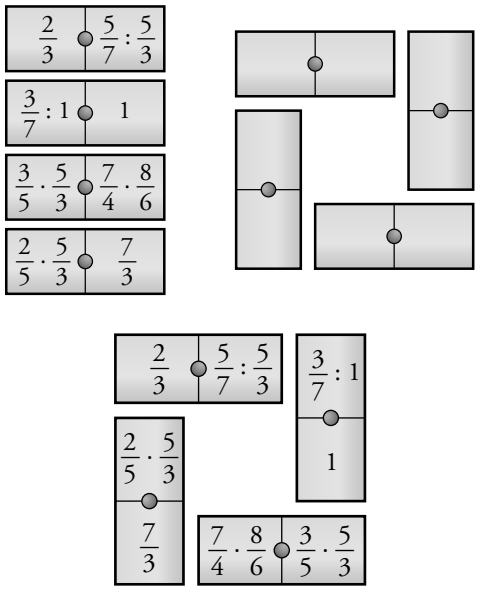
a) $\frac{2}{5} : \frac{2}{5}$ **b)** $\frac{1}{3} : \frac{2}{6}$ **c)** $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$ **d)** $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$ **f)** $\frac{15}{12} : \frac{3}{10}$ **g)** $\frac{5}{3} : \frac{1}{6}$ **h)** $\frac{2}{7} : \frac{6}{14}$

a) 1 b) $\frac{6}{6} = 1$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{8}$ f) $\frac{150}{36} = \frac{25}{6}$ g) $\frac{30}{3} = 10$ h) $\frac{28}{42} = \frac{2}{3}$

12 **Busca la manera de acoplar estas cuatro piezas de dominó formando un cuadrado.**



Página 147

13 **Calcula el término desconocido en cada igualdad:**

a) $3 \cdot \square = \frac{2}{5}$ **b)** $\square \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$ **c)** $\frac{1}{7} \cdot \square = \frac{1}{5}$

d) $\square \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$ **e)** $\square : 12 = \frac{1}{8}$ **f)** $\square : \frac{5}{3} = 6$

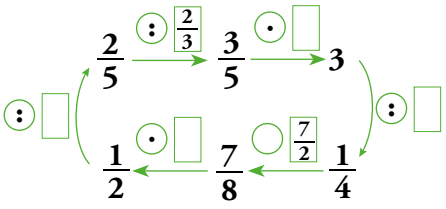
g) $\frac{1}{7} : \square = \frac{3}{7}$ **h)** $\square : \frac{6}{5} = \frac{1}{4}$ **i)** $\frac{5}{6} : \square = \frac{1}{6}$

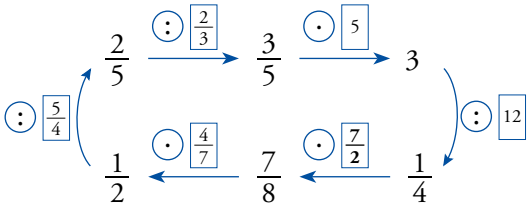
a) $\frac{2}{15}$ b) 4 c) $\frac{7}{5}$

d) $\frac{7}{6}$ e) $\frac{3}{2}$ f) 10

g) $\frac{1}{3}$ h) $\frac{3}{10}$ i) 5

14 **Copia y completa en tu cuaderno.**





Operaciones combinadas

15 **Copia y completa las dos formas de resolver cada expresión con operaciones combinadas:**

a) $1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=1-\frac{\square+\square}{6}=\ldots$

$1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}-\frac{\square}{\square}=\ldots$

b) $\frac{8}{15}-\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{15}-\frac{\square-\square}{\square}=\ldots$

$\frac{8}{15}-\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{15}-\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}=\ldots$

a) $1-\frac{3+2}{6}=1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{6-3-2}{6}=\frac{1}{6}$

b) $\frac{8}{15}-\frac{12-5}{15}=\frac{1}{15}$

$\frac{8}{15}-\frac{4}{5}+\frac{1}{3}=\frac{8-12+5}{15}=\frac{1}{15}$

16 **Opera y compara los resultados de cada apartado:**

a) $\frac{3}{4}:\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\right)$ $\quad\left(\frac{3}{4}:\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{5}:\left(2\cdot\frac{1}{3}\right)$ $\quad\left(\frac{2}{5}:2\right)\cdot\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{5}:\frac{7}{5}\right)$ $\quad\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}\right):\frac{7}{5}$

d) $2\cdot\left(\frac{3}{8}:\frac{3}{4}\right)$ $\quad\left(2\cdot\frac{3}{8}\right):\frac{3}{4}$

¿Qué observas?

a) $\frac{3}{4}:\frac{3}{10}=\frac{5}{2}$; $\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{10}$ → Los resultados son distintos.

b) $\frac{2}{5}:\frac{2}{3}=\frac{3}{5}$; $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$ → Los resultados son distintos.

c) $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{7}=\frac{1}{7}$; $\frac{1}{5}:\frac{7}{5}=\frac{1}{7}$ → Los resultados son iguales.

d) $2\cdot\frac{1}{2}=1$; $\frac{3}{4}:\frac{3}{4}=1$ → Los resultados son iguales.

17 **Calcula.**

a) $\frac{5}{4}-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)$

b) $\frac{3}{5}-\left(1-\frac{7}{10}\right)$

c) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

d) $\left(1-\frac{1}{5}\right)-\left(1-\frac{2}{3}\right)$

e) $\left(1-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$

f) $\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\right)$

g) $\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{5}\right)$

h) $\left(3-\frac{5}{3}\right)-\left(2-\frac{7}{5}\right)$

a) $\frac{5}{4}-\frac{4+3}{8}=\frac{10-7}{8}=\frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=\frac{6-3}{10}=\frac{3}{10}$

c) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

d) $\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=\frac{12-5}{15}=\frac{7}{15}$

e) $\frac{2}{3}-\frac{3}{10}=\frac{20-9}{30}=\frac{11}{30}$

f) $\frac{8}{6}-\frac{11}{12}=\frac{16-11}{12}=\frac{5}{12}$

g) $\frac{17}{20}-\frac{1}{10}=\frac{17-2}{20}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$

h) $\frac{4}{3}-\frac{3}{5}=\frac{20-9}{15}=\frac{11}{15}$

18 **Calcula.**

a) $\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$ **b)** $\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$ **c)** $2\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{6}\right)$

d) $\frac{1}{10}:\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$ **e)** $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{9}\right)$ **f)** $\frac{7}{9}:\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{9}\right)$

a) $\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{4}:\frac{1}{4}=1$ c) $2\cdot\frac{3}{6}=\frac{6}{6}=1$

d) $\frac{1}{10}:\frac{1}{15}=\frac{3}{2}$ e) $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{6}$ f) $\frac{7}{9}:\frac{7}{18}=2$

19 $\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)$

Ejercicio resuelto.

20 **Copia en tu cuaderno y completa.**

$\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\right):\left(1+\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{\square}{9}+\frac{\square}{9}\right):\left(\frac{\square}{3}+\frac{\square}{3}\right)=\frac{\square}{9}:\frac{\square}{3}=\ldots$

$\left(\frac{6}{9}+\frac{4}{9}\right):\left(\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\right)=\frac{10}{9}:\frac{4}{3}=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

21 **Calcula.**

a) $\left(1-\frac{1}{5}\right):\left(1+\frac{1}{5}\right)$ **b)** $\left(1-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)$

c) $\left(1-\frac{3}{2}\right):\left(1-\frac{4}{3}\right)$ **d)** $\left(1+\frac{1}{8}\right)\cdot\left(2-\frac{16}{9}\right)$

e) $\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(2-\frac{2}{7}\right)$ **f)** $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{5}{6}\right)$

g) $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right):\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)$ **h)** $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)$

a) $\frac{4}{5}:\frac{6}{5}=\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{10}$

c) $\frac{(-1)}{2}:\frac{(-1)}{3}=\frac{3}{2}$ d) $\frac{9}{8}\cdot\frac{2}{18}=\frac{9}{8}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{12}\cdot\frac{12}{7}=\frac{1}{7}$ f) $\frac{1}{6}:\frac{1}{6}=1$

g) $\frac{14}{15}:\frac{3}{10}=\frac{140}{45}=\frac{28}{9}$ h) $\frac{1}{6}:\frac{2}{15}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$

22 $\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$

Ejercicio resuelto.

23 **Copia en tu cuaderno y completa.**

$$\frac{5}{6}-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\right)=\frac{5}{6}-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{\square}{\square}-\frac{1}{10}\right)=\frac{5}{6}-\frac{5}{3}\cdot\frac{\square}{\square}=\frac{5}{6}-\frac{\square}{\square}=\ldots$$

$$\frac{5}{6}-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{2}{10}-\frac{1}{10}\right)=\frac{5}{6}-\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{10}=\frac{5}{6}-\frac{5}{30}=\frac{2}{3}$$

24 **Calcula.**

a) $1-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)$

b) $\frac{9}{10}-\frac{2}{5}:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)$

c) $\frac{1}{6}-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{5}\right)$

d) $2-\frac{5}{6}:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$

a) $1-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{6}=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

b) $\frac{9}{10}-\frac{2}{5}:\frac{2}{3}=\frac{9}{10}-\frac{6}{10}=\frac{3}{10}$

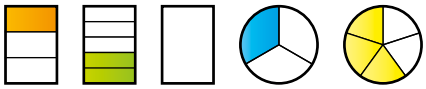
c) $\frac{1}{6}-\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{10}=\frac{1}{6}-\frac{1}{6}=0$

d) $2-\frac{5}{6}:\frac{5}{6}=2-1=1$

Página 148

Reflexiona y resuelve

25 **Reflexiona y resuelve.**



a) Si recortas la parte coloreada de los dos primeros rectángulos y las colocas sobre el tercero, ¿qué parte quedará en blanco?

b) Si recortas la porción de círculo azul y la colocas sobre la amarilla, ¿qué porción de círculo se verá en amarillo?

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=5+\frac{6}{15}=\frac{11}{15}\rightarrow 1-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$

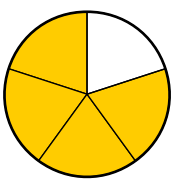
Quedarán $\frac{4}{15}$ en blanco.

b) $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=9-\frac{5}{15}=\frac{4}{15}$

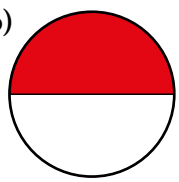
Se verán $\frac{4}{15}$ de color amarillo.

26 **¿Qué fracción de cada figura obtienes si calculas las tres cuartas partes de la zona que está coloreada?**

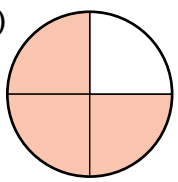
a)



b)



c)



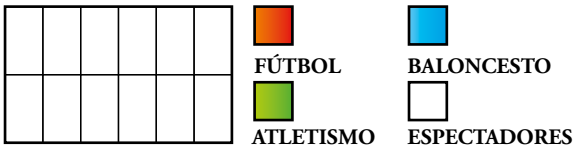
a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{9}{16}$

27 **La cuarta parte de las personas que hay ahora en el polideportivo juegan al fútbol, 1/3 hacen atletismo, 1/6 juegan al baloncesto y el resto son espectadores.**

a) Representa en tu cuaderno esos datos en un gráfico como este:



b) ¿Qué fracción suponen los espectadores?

c) ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones dan respuesta a la pregunta anterior?

$\text{I} \to 1+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ $\qquad$ $\text{II} \to 1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$

$\text{III} \to 1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$ $\qquad$ $\text{IV} \to 1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$

a)

b) La cuarta parte de las personas que hay en el polideportivo son espectadores.

c) II y III

28 **¿Verdadero o falso?**

a) La inversa de un número entero mayor que uno es siempre una fracción propia.

b) La suma de una fracción y su inversa es cero.

c) El producto de una fracción por su inversa es uno.

d) Si se divide una fracción entre su inversa, se obtiene su cuadrado.

e) La inversa de la inversa de una fracción es la fracción.

a) Verdadero. $\text{a} \to \frac{1}{\text{a}}$

b) Falso. Por ejemplo, $\frac{3}{4}+\frac{4}{3}=\frac{25}{12}$

c) Verdadero. $\frac{\text{a}}{\text{b}}\cdot\frac{\text{b}}{\text{a}}=\frac{\text{a}\cdot\text{b}}{\text{b}\cdot\text{a}}=1$

d) Verdadero. $\frac{\text{a}}{\text{b}}:\frac{\text{b}}{\text{a}}=\frac{\text{a}\cdot\text{a}}{\text{b}\cdot\text{b}}=\frac{\text{a}^2}{\text{b}^2}$

e) Verdadero. La inversa de $\frac{\text{a}}{\text{b}}$ es $\frac{\text{b}}{\text{a}}$, y la inversa de esta última, $\frac{\text{a}}{\text{b}}$.

Resuelve problemas

29 **Ana, Loli y Mar han comprado un queso por 32 €. Ana se queda con la mitad; Loli, con la cuarta parte, y Mar, con el resto.**

a) ¿Qué fracción de queso se lleva Mar?

b) ¿Cuánto debe pagar Mar por su parte?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Mar se lleva $\frac{1}{4}$ del queso.

b) $\frac{1}{4}$ de $32 = 32 : 4 = 8$

Mar debe pagar 8 €.

30 ODS Meta 15.3. **Una agricultora ha sembrado de trigo dos tercios de la superficie de sus tierras y una quinta parte de cebada, dejando el resto en barbecho para regenerar el suelo degradado. ¿Qué parte ha sembrado? ¿Qué parte ha quedado en barbecho?**

$\frac{2}{3}+\frac{1}{5}=\frac{13}{15}$

Ha sembrado $\frac{13}{15}$.

$1-\frac{13}{15}=\frac{2}{15}$

Han quedado $\frac{2}{15}$ en barbecho.

31 **Un barco pesquero entra a puerto con la bodega llena. Los dos tercios de la carga son de merluza; la cuarta parte, de boquerón, y el resto, de calamar. ¿Qué fracción de la carga corresponde al calamar?**

$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$ de la carga son de merluza y boquerón.

Por tanto, al calamar le corresponde $\frac{1}{12}$ de la carga.

32 **Una vuelta ciclista consta de cuatro etapas. La primera abarca la sexta parte del recorrido; la segunda, la tercera parte, y la tercera, los dos novenos. ¿Qué parte del recorrido abarca la última etapa?**

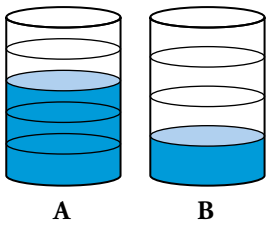
Las tres primeras etapas abarcan $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}=\frac{13}{18}$ del recorrido.

La última etapa abarca $\frac{5}{18}$ del recorrido.

33 **De un bidón A, que estaba lleno, se han extraído dos quintas partes de su contenido. En otro bidón B, igual al anterior, solo queda la cuarta parte.**

a) ¿Qué fracción de B falta para alcanzar el nivel de A?

b) ¿Qué fracción de A se ocupará si se le añade el contenido de B?



a) $\frac{3}{5}-\frac{1}{4}=\frac{7}{20}$

b) $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{17}{20}$

34 **Joaquín abre una botella de aceite de 3/4 de litro y retira un vaso de 2/5 de litro para la receta de un gazpacho. ¿Cuánto aceite queda en la botella?**

$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}=\frac{15-8}{20}=\frac{7}{20}$

Quedan $\frac{7}{20}$ de litro.

35 **Resuelve, una tras otra, cada par de cuestiones.**

a) • **Un gigante avanza dos metros por paso. ¿Cuánto avanza en 50 pasos?**

• **Julia avanza 3/4 de metro por paso. ¿Cuánto avanza en 50 pasos?**

b) • **¿Cuántas botellas de dos litros se llenan con un bidón de 30 litros?**

• **¿Cuántas botellas de cuarto de litro se llenan con una garrafa de cinco litros?**

a) • En 50 pasos avanza $50 \cdot 2 = 100$ metros.

• En 50 pasos avanza $50 \cdot \frac{3}{4} = \frac{150}{4} = 37{,}5$ metros.

b) • Se llenan $30 : 2 = 15$ botellas.

• Se llenan $5 : \frac{1}{4} = 20$ botellas.

36 **¿Cuántos litros de perfume se necesitan para llenar 100 frasquitos de 3/20 de litro?**

Se necesitan $100 \cdot \frac{3}{20} = 15$ litros.

Página 149

37 **¿Cuántos frascos de perfume de 3/20 de litro se llenan con un bidón de 15 litros?**

Se llenan $15 : \frac{3}{20} = 100$ frasquitos.

38 **Una industria conservera envasa 1 500 kilos de mermelada de frambuesa en 3 750 frascos de cristal. ¿Qué fracción de kilo de mermelada contiene cada frasco?**

Resuelve primero este otro problema:

Se han envasado 3 kilos de mermelada en 4 frascos de cristal. ¿Qué fracción de kilo lleva cada frasco?

$$\frac{1500}{3750} = \frac{150}{375} = \frac{30}{75} = \frac{2}{5}$$

Cada frasco contiene $\frac{2}{5}$ de kilo de mermelada.

39 **Un embalse estaba lleno a finales de primavera. Durante el verano pierde 7/8 de su capacidad total y durante el otoño recupera 2/5 de la misma. ¿Qué fracción del embalse está llena cuando empieza el invierno?**

$$1 - \frac{7}{8} + \frac{2}{5} = \frac{40 - 35 + 16}{40} = \frac{21}{40}$$

Está lleno $\frac{21}{40}$ del embalse.

40 **En las últimas elecciones, tres de cada cinco personas han emitido un voto a algún partido; una de cada cincuenta ha votado en blanco, y una de cada cien ha hecho voto nulo. ¿Qué fracción de la ciudadanía inscrita en el censo ha votado? ¿Cuántas de cada cien personas han optado por la abstención?**

$\frac{3}{5} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100} = \frac{60+2+1}{100} = \frac{63}{100}$

Ha votado $\frac{63}{100}$ de la ciudadanía.

$1 - \frac{63}{100} = \frac{37}{100}$

Han optado por las abstención 37 personas.

41 **Un mayorista vende a un supermercado 1 000 botellas de aceite de 3/4 de litro. Por otro lado, debe pagar urgentemente una factura de 2 700 €. Si vende el aceite a 3,50 €/litro, ¿tendrá suficiente con lo que ingrese para saldar la deuda?**

Vende $1\,000 \cdot \frac{3}{4} = 750$ litros de aceite.

Ingresa $750 \cdot 3{,}50 = 2\,625$ €.

Con lo que ingresa no tiene suficiente para saldar la deuda.

Le faltan $2\,700 - 2\,625 = 75$ €.

42 ***Un puesto de melones vendió el lunes la mitad y el martes, la tercera parte de las existencias con las que empezó la semana. Entonces pidieron más género al mayorista porque solo quedaban diez unidades. ¿Cuántos melones había al comenzar la semana?***

Problema resuelto.

Han vendido $\frac{5}{6}$, entonces queda $\frac{1}{6}$ del total, que son 10 unidades.

$6 \cdot 10 = 60$

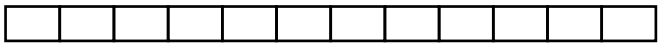
Al comenzar la semana había 60 melones.

43 **Ana, Loli y Mar han comprado un queso. Ana se queda con la mitad; Loli, con la cuarta parte, y Mar, con el resto. Sabiendo que Mar, por su porción, ha puesto 8 €, ¿cuánto costó el queso?**

Ana y Loli $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Mar $\rightarrow \frac{1}{4}$ El queso costó $8 \cdot 4 = 32$ €.

44 **Un sastre utiliza 1/3 de un corte de tela para confeccionar la americana de un traje; 1/4 para el pantalón, y 1/6 para el chaleco. Si aún le ha sobrado un metro, ¿cuál era la longitud del corte?**

$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \ldots$



Ha utilizado: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Queda $\frac{1}{4}$, que mide 1 m. La pieza entera $\left(\frac{4}{4}\right)$ mide 4 m.

45 ***La frutería del mercado ha vendido la mitad de sus sandías por la mañana, dos tercios del resto por la tarde, y aún quedaban seis unidades al echar el cierre al final del día. ¿Cuántas sandías había al abrir por la mañana?***

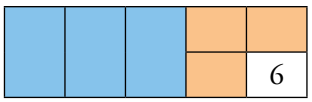
Problema resuelto.

Si $\frac{1}{3}$ son 6 sandías, entonces $\frac{3}{3}$ son 18 sandías.

$18 \cdot 2 = 36$

Había 36 sandías al abrir por la mañana.

46 **Los 3/5 de las chicas y los chicos inscritos en extraescolares están en actividades deportivas. De los otros, 3/4 están en pintura y los seis restantes en el periódico escolar. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas asisten a extraescolares?**



$\frac{3}{5}$ deporte

$\frac{3}{4}$ pintura

Si $\frac{1}{4}$ son 6 chicos y chicas, entonces $\frac{2}{4}$ son 12 chicos y chicas.

$5 \cdot 12 = 60$

Asisten 60 chicos y chicas en extraescolares.

47 **El panadero saca una hornada de magdalenas. Envasa en bolsas los 2/3 para un supermercado. Una cafetería se lleva 1/2 de las que quedaban. Por último, pone a la venta, en el escaparate, las 20 restantes. ¿Cuántas magdalenas salieron del horno?**

Envasa $\frac{2}{3}$ para un supermercado y le quedan $\frac{1}{3}$ de magdalenas.

Para una cafetería son $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Quedan $1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$, que son 20 magdalenas.

Del horno salieron $20 \cdot 6 = 120$ magdalenas.

48 **Juan compró ayer una tarta y comió 2/5. Hoy ha comido la mitad del resto. Si el trozo que queda pesa 300 gramos, ¿cuál era el peso de la tarta entera?**

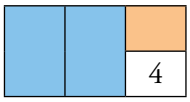
Ayer quedaban $1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ de la tarta.

Hoy ha comido $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$ de la tarta.

Hoy quedan $1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{10}{10} - \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ de la tarta.

Si $\frac{3}{10}$ de la tarta pesan 300 gramos, $\frac{1}{10}$ pesa 100 gramos, y la tarta entera $\left(\frac{10}{10}\right)$ pesaba $10 \cdot 100 = 1\,000$ g = 1 kg.

49 **En última jornada de la liga femenina de fútbol juvenil, las dos terceras partes de los partidos los han ganado los equipos que jugaban en casa. En la mitad de los restantes han ganado los visitantes y en la otra mitad han terminado en empate. Si los empates han sido cuatro, ¿en cuántos partidos ganaron los locales y en cuántos los visitantes?**



$\frac{2}{3}$ locales

$\frac{1}{2}$ visitantes

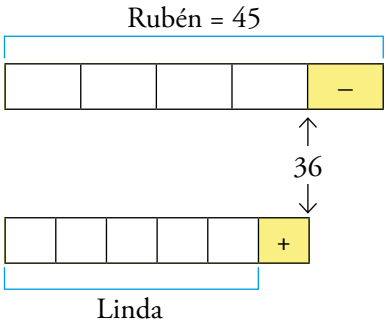
Si $\frac{1}{2}$ son 4 partidos empatados, la otra mitad son 4 partidos ganados por los visitantes.

$4 \cdot 4 = 16$

En 16 partidos ganaron los locales.

Problemas «+»

50 **Si Rubén perdiera un quinto de su peso y su hermana pequeña, Linda, ganara un quinto del suyo, ambos pesarían lo mismo. ¿Cuál es el peso de cada uno si Rubén está entre los 40 y 50 kilos?**



Partimos del esquema gráfico y arriesgamos una primera suposición: El peso de Rubén es múltiplo de cinco: $40 < 45 < 50$

Si a 45 le quitamos su quinta parte, 9, queda 36.

El peso de Linda será $(36 : 6) \cdot 5 = 30$ kg.

Entonces, Rubén pesa 45 kg, y Linda, 30 kg.

Página 150

LEE E INFÓRMATE

Reflexiona con el apoyo de gráficos

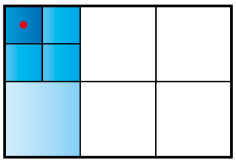
• **Observa:**

UN CUARTO → MITAD DE CUARTO → UN TERCIO DE MITAD DE CUARTO

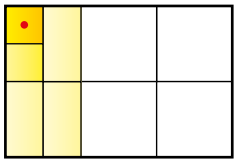
Ahora, compara. ¿Qué cantidad es mayor?

a) La tercera parte de medio cuarto.

b) La cuarta parte de medio tercio.



c) La mitad de un cuarto de tercio.



Justifica tu respuesta mediante operaciones con fracciones.

Por medio de un juego de palabras, y con ayuda de un gráfico, se introduce una reflexión sobre la conmutatividad y la asociatividad en la multiplicación de fracciones. Las propiedades quedarán claras cuando se traduzcan los enunciados a lenguaje aritmético:

Un cuarto $\rightarrow \frac{1}{4}$

Mitad de un cuarto $\rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$

a) Un tercio de mitad de cuarto $\rightarrow \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$

b) La cuarta parte de medio tercio $\rightarrow \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$

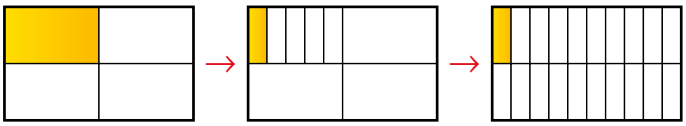
c) La mitad de un cuarto de tercio $\rightarrow \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$

Observa, valora y exprésate

- **Describe cómo ha resuelto el problema cada uno, e indica los aciertos y lo que se puede mejorar en cada caso. Por último, redacta tu propia resolución.**

Problema: ***Con un trozo de queso que pesa un cuarto de kilo se hacen cinco bocadillos iguales. ¿Cuánto queso entra en cada bocadillo?***

MIRIAM



Cada bocadillo llevará $\frac{1}{20}$ de kilo de queso.

PABLO

$\frac{1}{4}$ de kg : 5 = $\frac{1}{4} : \frac{5}{1} = \frac{1}{20}$ kg

$\frac{1}{20}$ kg = 1 000 g : 20 = 50 g

ANIA

1 000 : 4 = 250

250 : 5 = 50

Cada bocadillo llevará 50 gramos.

El análisis de las distintas soluciones pretende:

— Mostrar la misma situación desde distintas perspectivas.

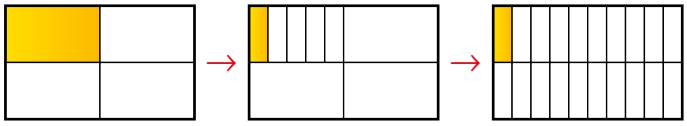
— Establecer relaciones entre distintos contenidos: decimales, fracciones, sistema métrico…

— Desarrollar la capacidad crítica al valorar aciertos y errores, ventajas y desventajas…

Se sugiere un primer tiempo de trabajo individual seguido de una puesta en común, para contrastar ideas entre iguales.

Se pueden plantear cuestiones como: ¿Quién lo ha explicado mejor? ¿Quién no lo ha resuelto del todo? ¿Quién lo ha hecho más sencillo?…

MIRIAM



Cada bocadillo llevará $\frac{1}{20}$ de kilo de queso.

PABLO

$\frac{1}{4}$ de kg : 5 = $\frac{1}{4} : \frac{5}{1} = \frac{1}{20}$ kg $\qquad$ $\frac{1}{20}$ kg = 1 000 g : 20 = 50 g

Cada bocadillo llevará 50 gramos de queso.

ANIA

1 000 : 4 = 250 $\qquad$ 250 : 5 = 50

Cada bocadillo llevará 50 gramos.

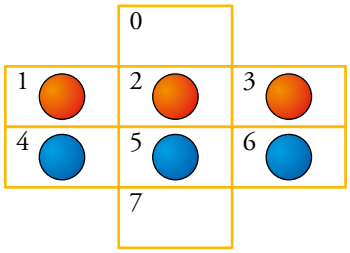
INVESTIGA

- **¿Cómo intercambiar las fichas naranjas y las azules con el mínimo número de movimientos?**

  Reglas:

  — Una ficha solo se puede mover a una casilla contigua si está vacía.

  — Los desplazamientos se realizan en horizontal o en vertical, pero no en diagonal.



El intercambio de fichas se logra con 16 movimientos. Por ejemplo: (2, 0) - (5, 2) - (4, 5) - - (1, 4) - (2, 1) - (3, 2) - (6, 3) - (5, 6) - (2, 5) - (5, 7) - (0, 2) - (2, 5) - (3, 2) - (6, 3) - (5, 6) - (7, 5)

Página 151

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

¡Echa cuentas!

- **Javier y Susana han compartido una pizza. Si Javier hubiera comido 1/5 menos de lo que ha comido, la parte de Susana habría aumentado en 1/3, y el reparto habría sido a partes iguales. ¿Qué fracción de pizza ha comido cada uno?**

  NOTA: Apoyándote en una de estas figuras, es fácil llegar a la solución. ¿Cuál?

Javier ha comido $\frac{5}{8}$, y Susana, $\frac{3}{8}$. Es la tercera figura.

- **En una granja, cuatro de cada cinco reses son vacas. Y del resto, por cada cinco, hay cuatro terneros y un toro. ¿Cuántas vacas hay por cada toro?**

Vacas $\rightarrow \frac{4}{5}$; Otros $\rightarrow \frac{1}{5}$

Terneros $\rightarrow \frac{4}{5}$ de $\frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

Toros $\rightarrow \frac{1}{5}$ de $\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

Vacas $\rightarrow \frac{20}{25}$

Toros $\rightarrow \frac{1}{25}$

Hay 20 vacas por cada toro.

- **Expresa el número 10 utilizando solo cinco nueves y las operaciones que necesites. A continuación, tienes un ejemplo. Busca otras formas diferentes.**

$$\frac{99}{9} - \frac{9}{9}$$

¿Podrías hacer lo mismo, obtener 10, con cinco ochos?

¿Y con cualquier otra cifra distinta de cero?

Por ejemplo: $\frac{9}{9} + 9 + 9 - 9$; $\left(9 + \frac{9}{9}\right) \cdot \frac{9}{9}$; $\frac{99}{99} + 9$; $9 \cdot \frac{9}{9} + \frac{9}{9}$; $\frac{9+9}{9+9} + 9$

Con ochos: $\frac{88}{8} - \frac{8}{8}$; $8 + \frac{8}{8} + \frac{8}{8}$

Con otras cifras: $\frac{7+7+7}{7} + 7$; $\frac{66}{6} - \frac{6}{6}$; $\left(\frac{5}{5} + \frac{5}{5}\right) \cdot 5$; $4 + 4 + \frac{4+4}{4}$; $3 + 3 + 3 + \frac{3}{3}$;

$2^2 + 2^2 + 2$; $1 \cdot 11 - \frac{1}{1}$

AUTOEVALUACIÓN

1 **Reduce a común denominador y ordena de menor a mayor las fracciones siguientes:**

$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{11}{24}$$

$\frac{16}{24}; \frac{6}{24}; \frac{4}{24}; \frac{11}{24}$ $\qquad$ $\frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{11}{24} < \frac{2}{3}$

2 **Calcula.**

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{11}{24}$ $\qquad$ **b)** $1 - \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

a) $\frac{3}{8}$ $\qquad$ b) $\frac{-5}{12}$

3 **Calcula y simplifica.**

a) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$ $\qquad$ **b)** $\frac{5}{12} : \frac{5}{9}$

a) $\frac{1}{4}$ $\qquad$ b) $\frac{3}{4}$

4 **Resuelve y da cada resultado con una fracción irreducible:**

a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot 2\right)$ $\qquad$ **b)** $15 : \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{5}\right)$

a) $\frac{3}{5}$ $\qquad$ b) 4

5 **Resuelve.**

a) $\left(2 - \frac{8}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)$ $\qquad$ **b)** $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{5}{6}\right)$

a) $\frac{1}{2}$ $\qquad$ b) 5

6 **Ramiro hace un flan, le da a su vecina una tercera parte, come dos quintas partes de flan y guarda el resto en el frigorífico. ¿Qué fracción del flan guarda?**

Como le da $\frac{1}{3}$ a la vecina, le quedan $\frac{2}{3}$.

Se come: $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{15}$

Le queda: $1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$

Guarda $\frac{11}{15}$ del flan en la nevera.

7 **Los 2/3 de una huerta están plantados de hortalizas, y el resto, de frutales.**

Sabiendo que los manzanos ocupan una quinta parte de la huerta, ¿qué fracción del terreno ocupa el resto de los frutales?

Como $\frac{2}{3}$ son hortalizas, el resto, que es $\frac{1}{3}$, es de frutales.

Los manzanos: $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{15}$

El resto: $1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$

El resto de frutales ocupa $\frac{14}{15}$ del terreno.

8 **En una estantería del supermercado hay 20 botellas de aceite de tres cuartos de litro y 25 botellitas de dos quintos de litro. ¿Cuántos litros de aceite hay en la estantería?**

$20 \cdot \frac{3}{4} + 25 \cdot \frac{2}{5} = \frac{60}{4} + \frac{50}{5} = \frac{500}{20} = 25$

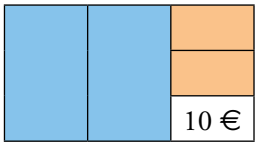
Hay 25 litros de aceite en la estantería.

9 **En la tienda de frutos secos van a envasar 15 kilos de nueces en mallas de tres cuartos de kilo. ¿Cuántas mallas llenarán?**

$15 : \frac{3}{4} = \frac{60}{3} = 20$

Llenarán 20 mallas.

10 **Belén saca de la hucha todos sus ahorros y gasta las tres cuartas partes en repuestos para el monopatín. De lo que le queda, devuelve a la hucha dos terceras partes y guarda en su monedero los 10 euros restantes. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?**



Si $\frac{1}{3}$ son 10 €, entonces $\frac{3}{3}$ son 30 €.

$3 \cdot 30 = 90$

Tenía 90 € ahorrados.

9 PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Página 152

1 **¿Cuántos litros arroja el grifo en 3 minutos?**

El grifo arroja 15 litros.

2 **¿Cuántos días dura un saco de pienso dando de comer a tres perros?**

El saco de pienso dura 10 días.

Página 153

3 **¿Qué longitud deberían tener las cuerdas para producir la misma secuencia en otras octavas?**

	LONGITUD DE LAS CUERDAS EN DISTINTAS OCTAVAS		
A	5	10	
B	3	6	
C		8	16

AGUDA — GRAVE

4 **Copia la tabla en tu cuaderno, completa los datos y construye con ellos fracciones equivalentes.**

	LONGITUD DE LAS CUERDAS EN DISTINTAS OCTAVAS		
A	5	10	20
B	3	6	12
C	4	8	16

5 **¿Cuántos caramelos de limón habrá en cada una de las bolsas?**

80, 120 y 200.

6 **Si coges un puñado de 100 caramelos de las bolsas medianas, ¿cuántos serán de limón? ¿Y de naranja? ¿Y si lo coges de la mayor?**

De la primera mediana habrá $\frac{80 \cdot 100}{200} = 40$ de limón y 60 de naranja.

De la segunda mediana habrá $\frac{120 \cdot 100}{300} = 40$ de limón y 60 de naranja.

En la grande habrá $\frac{200 \cdot 100}{500} = 40$ de limón y 60 de naranja.

1 RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

Página 154

Para practicar

1 **Di cuáles de los siguientes pares de magnitudes son directamente proporcionales:**

a) El peso de una sandía y lo que cuesta.

b) La edad de una persona y su altura.

c) La cantidad de aceite de una botella y su peso.

d) El precio de la entrada y el tiempo que dura la película.

e) El número de páginas de un libro y su precio.

La a) y la c).

2 **Copia y completa la tabla que hace corresponder el número de terrones de azúcar y su peso en gramos.**

N.º TERRONES	1	2	3	4	5	10	20
PESO (GRAMOS)	5	10					

a) ¿Es de proporcionalidad directa? Explica por qué.

b) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

N.º TERRONES	1	2	3	4	5	10	20
PESO (GRAMOS)	5	10	15	20	25	50	100

a) Sí, porque al multiplicar una, la otra también se multiplica.

b) 5

Página 155

Para practicar

3 **Di si las magnitudes son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o no proporcionales.**

a) El número de botellas de aceite que compras y el dinero que pagas.

b) El número de operarios que descargan un camión y el tiempo que tardan.

c) La talla de un pantalón y su precio.

d) La distancia que recorre un coche y el número de vueltas que da la rueda.

e) El precio de un sobre de cromos y el número de sobres que puedo comprar con 5 €.

f) La superficie de una habitación y el número de ventanas que tiene.

a) Directamente proporcional.

b) Inversamente proporcional.

c) No proporcionales.

d) Directamente proporcional.

e) No proporcionales.

f) No proporcionales.

4 **Una cuadrilla de limpieza, de cuatro personas, limpia un edificio de oficinas en cinco horas.**

Copia y completa en tu cuaderno la tabla con los tiempos que tardaría la cuadrilla en hacer el mismo trabajo si tuviera distintos números de trabajadores.

: 4

N.º DE PERSONAS	1	2	4	5	10
TIEMPO (HORAS)	20		5		

· 4

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes consideradas? Justifica tu respuesta.

N.º DE OPERARIOS	1	2	4	5	10
TIEMPO (HORAS)	20	10	5	4	2

Las magnitudes son inversamente proporcionales porque al multiplicar una de las magnitudes por un número, la otra se divide por el mismo número.

2 PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Página 157

Para fijar ideas

1 **Resuelve por reducción a la unidad.**

Tres chocolatinas pesan 90 gramos. ¿Cuánto pesan cuatro chocolatinas?

90 g **? g** **? g**

90 : 3 = 30

30 × 4 = 120

Cuatro chocolatinas pesan 120 g.

2 **Resuelve con la regla de tres.**

Con una manguera se llena una garrafa de 20 litros en 16 segundos. ¿Cuánto tardaríamos, con esa misma manguera, en llenar un depósito de 150 litros?

$20 \cdot x = 150 \cdot 16 \rightarrow x = \frac{150 \cdot 6}{20} = 120$

Tardaríamos 120 segundos.

Para practicar

1 **Resuelve por reducción a la unidad.**

a) Un canguro avanza 12 metros en cuatro saltos. ¿Cuánto avanzará en 10 saltos?

b) Por cuatro entradas para el circo hemos pagado 60 €. ¿Cuánto nos costarían cinco entradas?

c) Por aparcar dos horas pago 2,40 €. ¿Cuánto pagaré por tres cuartos de hora?

d) Un corredor avanza a un ritmo de 20 metros cada 5 segundos. ¿Qué distancia recorre en 10 minutos?

a)

SALTOS		DISTANCIA (m)
4	→	12
1	→	12 : 4 = 3
10	→	3 · 10 = 30

En 10 saltos avanzará 30 metros.

b)

N.º ENTRADAS		PRECIO (€)
4	→	60
1	→	60 : 4 = 15
5	→	15 · 5 = 75

Nos costarían 75 €.

c)

TIEMPO (h)		PRECIO (€)
2	→	2,40
1	→	2,40 : 2 = 1,20
3/4	→	1,20 · 3/4 = 0,90

Pagaré 0,90 €.

d)

TIEMPO (s)		DISTANCIA (m)
5	→	20
1	→	20 : 4 = 4
600	→	600 · 4 = 2 400

Recorre 2 400 metros, o lo que es lo mismo, 2,4 kilómetros.

2 **Calcula x en cada caso.**

a) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$ **b)** $\frac{5}{3} = \frac{1}{x}$ **c)** $\frac{1,2}{3} = \frac{0,6}{x}$

d) $\frac{0,5}{0,6} = \frac{7,5}{x}$ **e)** $\frac{7}{4} = \frac{154}{x}$ **f)** $\frac{142}{71} = \frac{150}{x}$

a) 15 b) 0,6 c) 1,5

d) 9 e) 88 f) 75

3 **Resuelve con una regla de tres.**

a) Por un gasto de 20 € te dan 3 cupones descuento. ¿Cuántos cupones te darán por un gasto de 140 €?

b) Si 100 g de salmón ahumado cuestan 2,40 €, ¿cuánto costarán 260 g?

c) Por aparcar dos horas y media he pagado 2,75 €. ¿Cuánto pagaré por tres horas y media?

d) Un ciclista avanza por una carretera a 25 km/h. ¿Cuántos minutos tardará en recorrer diez kilómetros?

e) Sabiendo que diez nueces han pesado 185 gramos, ¿cuántas nueces entrarán aproximadamente en un kilo?

a) $\frac{20}{140} = \frac{3}{x} \rightarrow 20 \cdot x = 140 \cdot 3 \rightarrow x = \frac{140 \cdot 3}{20} = 21$

Por un gasto de 140 € me darán 21 cupones.

b) $\frac{100}{260} = \frac{2,40}{x} \rightarrow x = \frac{260 \cdot 2,40}{100} = 6,24$

Los 260 g de salmón costarán 6,24 €.

c) $\frac{150}{210} = \frac{2,75}{x} \rightarrow x = \frac{210 \cdot 2,75}{150} = 3,85$

Pagaré 3,85 €.

d) $\frac{25}{10} = \frac{60}{x} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 10}{25} = 24$

Tardará 24 minutos.

e) $\frac{10}{x} = \frac{185}{1000} \rightarrow x = \frac{10 \cdot 1000}{185} \approx 54$

Entrarán aproximadamente 54 nueces.

3 PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Página 159

Para fijar ideas

1 **Resuelve por reducción a la unidad.**

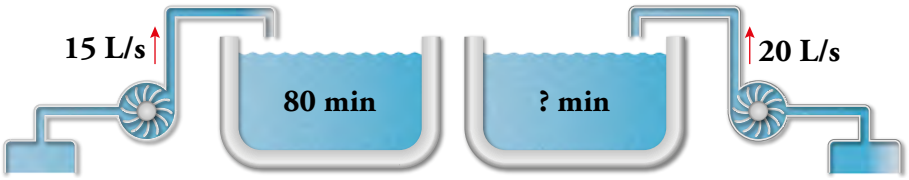
Dos pintores de brocha pintan una pared en 9 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo tres pintores?

PINTORES		TIEMPO (h)
2	→	9
1	→	$9 \cdot 2 = 18$
3	→	$18 : 3 = 6$

En hacer el mismo trabajo, tres pintores tardarían 6 horas.

2 **Resuelve con la regla tres.**

Una bomba de agua, que arroja un caudal de 15 litros por segundo, tarda 80 minutos en llenar un pilón de riego. ¿Cuánto tardaría si el caudal fuera de 20 litros por segundo?



$$\frac{15}{20} = \frac{x}{80} \rightarrow x = \frac{15 \cdot 80}{20} = 60$$

Tardaría 60 minutos.

Para practicar

1 **Copia, resuelve mentalmente y completa.**

a) Con una carga de heno se alimenta a tres caballos durante seis días.

- **Un solo caballo consumiría la carga en … días.**
- **Dos caballos consumirían la carga en … días.**

b) Un ciclista, a 15 km/h, tarda 30 minutos en ir del pueblo A al pueblo B.

- **¿Cuánto tardará un caminante a 5 km/h?**
- **¿Y una furgoneta a 50 km/h?**

a) Un solo caballo consumirá la carga en 18 días.

Dos caballos consumirían la carga en 9 días.

b) $\frac{15}{5} = \frac{x}{30} \rightarrow x = 90$

Un caminante tardará 90 minutos.

$\frac{15}{50} = \frac{x}{30} \rightarrow x = 9$

Una furgoneta tardará 9 minutos.

2 **Resuelve con una regla de tres inversa.**

a) Una granjera tiene pienso en su almacén para alimentar a 25 vacas durante 18 días. ¿Durante cuánto tiempo podría alimentar con ese pienso a 45 vacas?

b) Un coche ha cubierto el recorrido de la ciudad A hasta la ciudad B en 39 minutos, a una velocidad media de 95 km/h. ¿Cuánto tardará en ese mismo recorrido un camión a una velocidad media de 65 km/h?

a) $\frac{25}{45} = \frac{x}{18} \rightarrow x = \frac{25 \cdot 18}{45} = 10$

Podrá alimentarlas durante 10 días.

b) $\frac{95}{65} = \frac{x}{39} \rightarrow 95 \cdot 39 = 65 \cdot x \rightarrow x = \frac{95 \cdot 39}{65} = 57$

El camión tardará 57 minutos.

4 PORCENTAJES

Página 161

Para fijar ideas

1 **Calcula el 30 % de estas cantidades:**

a) De 100 tomamos → …
De 200 tomamos → …
De 300 tomamos → …

a) De 100 tomamos 30.
De 200 tomamos 60.
De 300 tomamos 90.

b) De 50 tomamos → …
De 150 tomamos → …
De 250 tomamos → …

b) De 50 tomamos 15.
De 150 tomamos 45.
De 250 tomamos 75.

2 **Calcula mentalmente en el orden en que aparecen.**

a) 20 % de 400
10 % de 400
5 % de 400

a) 80; 40; 20

b) 60 % de 200
30 % de 200
15 % de 200

b) 120; 60; 30

3 **Resuelve con la regla de tres y contrástalo con el ejercicio resuelto de la página anterior.**
Un hotel tiene 36 habitaciones vacías, lo que supone un 20 % del total. ¿Cuántas habitaciones hay en total?

	HABITACIONES		VACÍAS
20 % de x = 36 →	**100**	→	**20**
	x	→	**36**

$$\frac{100}{x}=\frac{20}{36} \rightarrow x=\frac{100\cdot 36}{20}=180$$

Hay 180 habitaciones en total.

Para practicar

1 **Reflexiona y contesta.**

a) El 70 % de las cabezas de un rebaño son ovejas, y el resto, cabras. ¿Cuál es el porcentaje de cabras?

b) El 92 % del alumnado ha aprobado un examen. ¿Qué porcentaje no ha aprobado?

c) Si al comprar un abrigo me rebajan un 10 %, ¿qué porcentaje pago?

a) El 30 % son cabras.

b) No ha aprobado el 8 %.

c) Pago el 90 %.

2 **Calcula mentalmente.**

a) 7 % de 300 **b) 25 % de 400**

c) 12 % de 200 **d) 6 % de 800**

e) 40 % de 200 **f) 10 % de 500**

a) 21 b) 100

c) 24 d) 48

e) 80 f) 50

3 **Calcula.**

a) 4 % de 175 **b) 9 % de 1 200**

c) 10 % de 820 **d) 17 % de 560**

e) 25 % de 1 480 **f) 32 % de 625**

g) 44 % de 10 000 **h) 90 % de 451**

a) 7 b) 108

c) 82 d) 95,2

e) 370 f) 200

g) 4 400 h) 405,9

4 **Copia, reflexiona y completa las casillas vacías.**

a) 20 % de ☐ = 80 **b) 8 % de ☐ = 24**

c) 15 % de ☐ = 30 **d) 25 % de ☐ = 75**

e) ☐ % de 200 = 16 **f) ☐ % de 300 = 60**

g) ☐ % de 400 = 120 **h) ☐ % de 300 = 75**

a) 400 b) 300

c) 200 d) 300

e) 8 % f) 20 %

g) 30 % h) 25 %

5 **El ayuntamiento impone un recargo del 15 % a las multas pagadas con retraso. ¿Cuál será el recargo para una multa de 75 €?**

$15\,\%\text{ de }75 = \frac{75}{100} \cdot 15 = 11{,}25$

El recargo para una multa de 75 euros es de 11,25 euros.

6 **Una urbanización de 24 000 m^2 tiene un 35 % de su superficie ajardinada. ¿Cuántos metros cuadrados ocupan los jardines?**

$35\,\%\text{ de }24\,000 = \frac{24\,000}{100} \cdot 35 = 8\,400$

Los jardines ocupan una superficie de 8 400 metros cuadrados.

7 **Una fábrica sirve a un supermercado un pedido de 3 000 botes de mermelada. El 25 % son de fresa; el 45 %, de ciruela; el 20 %, de melocotón, y el resto, de naranja. ¿Cuántos botes van de cada clase?**

25 % de 3 000 = $\frac{3\,000}{100} \cdot 25$ = 750 botes de mermelada de fresa.

45 % de 3 000 = $\frac{3\,000}{100} \cdot 45$ = 1 350 botes de mermelada de ciruela.

20 % de 3 000 = $\frac{3\,000}{100} \cdot 20$ = 600 botes de mermelada de melocotón.

3 000 – (750 + 1 350 + 600) = 300 botes de mermelada de naranja

8 **En un rebaño de 480 ovejas se han esquilado ya 120. ¿Qué tanto por ciento de las ovejas están ya esquiladas?**

TOTAL		*ESQUILADAS*
100	→	*x*
480	→	*120*

$x = \frac{100 \cdot 120}{480} = 25$

Un 25 % de las ovejas están ya esquiladas.

9 **Un apicultor ha extraído la miel de 54 de sus colmenas, lo que supone el 30 % del colmenar. ¿Cuántas colmenas tiene en total?**

TOTAL		*RECOLECTADAS*
100	→	*30*
x	→	*54*

$x = \frac{100 \cdot 54}{30} = 180$

En total tiene 180 colmenas.

Página 162

Para practicar

10 **Copia en tu cuaderno y completa.**

PORCENTAJE	FRACCIÓN	N.° DECIMAL
30 %		
	3/4	
		0,07

PORCENTAJE	FRACCIÓN	N.° DECIMAL
30 %	3/10	0,3
75 %	**3/4**	0,75
7 %	7/100	**0,07**

11 **Calcula mentalmente.**

a) 50 % de 18 **b) 25 % de 180**

c) 10 % de 390 **d) 20 % de 55**

a) 9 b) 45

c) 39 d) 11

12 **¿Verdadero o falso?**

a) Para calcular el 5 %, se divide entre 10 y después entre 2.

b) Para calcular el 30 %, se divide entre 10 y se multiplica por 3.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

13 **Calcula, como en el ejemplo.**

• **15 % de 80 = 80 · 0,15 = 12**

a) 12 % de 350 **b) 5 % de 380**

c) 22 % de 1 300 **d) 8 % de 475**

a) 12 % de 350 = 350 · 0,12 = 42

b) 5 % de 380 = 380 · 0,05 = 19

c) 22 % de 1 300 = 1 300 · 0,22 = 286

d) 8 % de 475 = 475 · 0,08 = 38

5 AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

Página 163

Para practicar

1 **El billete de avión Barcelona-Las Palmas costaba el lunes 140 € pero el miércoles salía un 25 % más caro. ¿Cuál era el precio del billete el miércoles?**

COSTE LUNES	+	AUMENTO	=	COSTE MIÉRCOLES
140		25 % de 140		

25 % de 140 = 35

140 + 35 = 175

El miércoles, el billete costaba 175 €.

2 **Un mecánico cobra a 20 € la hora extra y la encargada de taller, un 30 % más. ¿Cuánto cobra por su hora extra la encargada?**

30 % de 20 = 6

20 + 6 = 26

La encargada cobra 26 € la hora extra.

3 **Un agricultor recogió el año pasado 240 toneladas de trigo. Este año se presenta excelente y cree que recogerá un 30 % más. ¿Cuántas toneladas espera recolectar este año?**

30 % de 240 = 72

240 + 72 = 312

Espera recolectar 312 toneladas.

4 **Observa cómo ha resuelto Begoña el problema anterior:**

130 % de 240 = (240 : 100) · 130 = 312 toneladas

¿Coincide con tu solución? Explica lo que ha hecho.

Ha calculado el 100 % de la cosecha del año anterior más el 30 % de más que espera recoger: el 130 %.

5 **Una tienda de confección anuncia una rebaja del 15 % en todos sus artículos. ¿En cuánto se queda un abrigo que costaba 260 €?**

COSTE INICIAL	−	DESCUENTO	=	COSTE REBAJADO
260		15 % de 260		

15 % de 260 = 39

260 − 39 = 221

Se queda en 221 €.

6 **Un mecánico cobra a 20 € la hora extra y su aprendiz un 40 % menos. ¿Cuánto cobra por su hora extra el aprendiz?**

40 % de 20 = 8

20 – 8 = 12

El aprendiz cobra 12 € la hora extra.

7 **Un agricultor recogió el año pasado 240 toneladas de trigo. Este año ha llovido poco y cree que recogerá un 30 % menos. ¿Cuántas toneladas de trigo espera recolectar este año?**

30 % de 240 = 72

240 – 72 = 168

Espera recolectar 168 toneladas.

8 **Observa cómo ha resuelto Aitor el problema anterior:**

70 % de 240 = (240 : 100) · 70 = 168 toneladas

¿Coincide con tu solución? Explica lo que ha hecho.

Ha restado el 30 % al porcentaje total de la cosecha recogida el año anterior y lo ha calculado.

Página 164

Ejercicios y problemas

Las relaciones de proporcionalidad

1 **Indica los pares de magnitudes que son directamente proporcionales (D), los que son inversamente proporcionales (I) y los que no guardan proporcionalidad (X).**

a) **Las veces que se lanza un dardo y las veces que se acierta en el centro de la diana.**

b) **La velocidad media que alcanza un tren que va de Valencia a Barcelona y el tiempo que tarda en cubrir el recorrido.**

c) **El tiempo que está encendida una bombilla y la energía que gasta.**

d) **La velocidad de un coche y el consumo de combustible por kilómetro.**

e) **El número de vacas de una granja y el tiempo que dura una carga de heno.**

f) **El número de entradas vendidas en el circo y la recaudación en taquilla.**

g) **La capacidad de los vasos desechables de un paquete y el número de vasos que se llenan con una botella de refresco.**

a) X b) I c) D d) D e) I f) D g) X

2 **Copia estas tablas en tu cuaderno y complétalas según el tipo de proporcionalidad de cada una:**

DIRECTA	
1	
2	6
3	
4	12
6	

INVERSA	
1	
2	6
3	
4	3
6	

Escribe tres pares de fracciones equivalentes con los valores de cada tabla.

DIRECTA	
1	3
2	6
3	9
4	12
6	18

INVERSA	
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2

Tres pares de fracciones equivalentes pueden ser:

$$\frac{2}{3} \text{ y } \frac{6}{9}; \frac{1}{4} \text{ y } \frac{3}{12}; \frac{1}{3} \text{ y } \frac{4}{12}$$

3 **Calcula en cada caso el término desconocido:**

a) $\frac{6}{10} = \frac{30}{x}$ **b)** $\frac{21}{24} = \frac{28}{x}$ **c)** $\frac{17}{24} = \frac{51}{x}$

d) $\frac{14}{21} = \frac{x}{69}$ **e)** $\frac{x}{63} = \frac{65}{91}$ **f)** $\frac{39}{x} = \frac{13}{17}$

g) $\frac{x}{18} = \frac{18}{81}$ **h)** $\frac{5}{9} = \frac{1}{x}$ **i)** $\frac{3}{2{,}4} = \frac{35}{x}$

a) 50 b) 32 c) 72

d) 46 e) 45 f) 51

g) 4 h) 1,8 i) 28

4 **Calcula x en el supuesto de que las magnitudes A y B sean:**

a) Directamente proporcionales.

b) Inversamente proporcionales.

A	8	20
B	10	x

a) 25

b) 16

Problemas de proporcionalidad

5 **Resuelve mentalmente.**

a) Dos máquinas quitanieves limpian un tramo de carretera en 45 minutos. ¿Cuánto tardaría una sola? ¿Y tres máquinas?

b) Por tres botes de refresco hemos pagado 2,10 €. ¿Cuánto pagaremos por otros dos botes?

c) 300 gramos de filetes han costado 3,60 €. ¿A cómo sale el kilo?

d) Una ciclista, a 12 km/h, cubre cierto recorrido en 5 minutos. ¿Cuánto tardará, en el mismo recorrido, una persona que camina a 4 km/h?

a) 90 minutos; 30 minutos

b) 1,4 €

c) 12 €/kg

d) 15 minutos

6 **Resuelve por reducción a la unidad.**

a) Cinco cajas de bizcochos pesan 1 200 gramos. ¿Cuánto pesan tres cajas?

b) Una máquina embotelladora ha llenado 350 botellas en siete minutos. ¿Cuántas botellas llenará en diez minutos?

c) Dos jardineros siegan un parque en 3 horas. ¿Cuánto tardaría uno solo? ¿Y tres jardineros?

d) Caminando a 4 kilómetros por hora, doy mi paseo en 25 minutos. ¿Cuánto tardaría caminando a 5 kilómetros por hora?

a)

CAJAS		PESO (g)
5	→	1 200
1	→	1 200 : 5 = 240
3	→	240 · 3 = 720

Tres cajas pesan 720 gramos.

b)

TIEMPO (min)		BOTELLAS
7	→	350
1	→	350 : 7 = 50
10	→	50 · 10 = 500

Llenará 500 botellas.

c)

JARDINEROS		TIEMPO (h)
2	→	3
1	→	3 · 2 = 6
3/4	→	6 : 3 = 2

Uno solo tardaría 6 horas y tres, 2 horas.

d)

VELOCIDAD (km/h)		TIEMPO (min)
4	→	25
1	→	25 · 4 = 100
5	→	100 : 5 = 20

Tardaría 20 minutos.

7 **Hay tres grifos iguales para llenar un depósito. Si abro uno, el depósito se llena en 12 minutos.**

¿Cuánto tardará el depósito en llenarse si abro dos?

¿Y si abro tres?

GRIFOS		TIEMPO (min)
1	→	12
2	→	12 : 2 = 6
3	→	12 : 3 = 4

Si abro dos grifos tardará 6 minutos y si abro tres, 4 minutos.

8 **Un grifo llena un cubo de 20 litros en 5 minutos. ¿Cuánto tardará el mismo grifo en llenar una garrafa de 12 litros?**

$\frac{5}{20} = \frac{x}{12} \rightarrow x = 3$

Tardará 3 minutos.

9 **Con un paquete de jamón de pavo, hacemos cuatro sándwiches poniendo tres lonchas en cada uno.**

¿Cuántos sándwiches haríamos poniendo en cada uno solo dos lonchas?

$\frac{x}{4} = \frac{3}{2} \rightarrow x = 6$

Haríamos 6 sándwiches.

10 **Si con un cuarto de kilo de queso se hacen cuatro bocadillos, ¿cuánto queso necesito para diez bocadillos?**

$\frac{250}{x} = \frac{4}{10} \rightarrow x = 625$

Necesito 625 gramos de queso.

11 **Dos ciudades, A y B, separadas 85 km en la realidad, están a 34 cm de distancia en un plano.**

¿Cuál será la distancia real entre otras dos ciudades, M y N, separadas 12 cm en el plano?

$\frac{85}{x} = \frac{34}{12} \rightarrow x = 30$

La distancia real será de 30 km.

Página 165

12 **Un taller de confección ha fabricado 4 200 jerséis en 12 jornadas laborales. Si mantiene el ritmo de producción, ¿cuántas jornadas tardará en cubrir un nuevo pedido de 3 500 jerséis?**

$\frac{12}{4\,200} = \frac{x}{3\,500} \rightarrow x = 10$

Tardará 10 jornadas.

13 **Con una botella de refresco, lleno diez vasos de 15 centilitros. ¿Cuántos vasos de 20 centilitros llenaría con la misma botella?**

$\frac{10}{x} = \frac{20}{15} \rightarrow x = 7{,}5$

Llenaría 7 vasos y medio.

14 **Una jardinera, con su máquina cortacésped, tarda 18 minutos en segar una parcela de 200 m^2. ¿Qué superficie puede segar en hora y media?**

$\frac{18}{90} = \frac{200}{x} \rightarrow x = 1\,000$

Podrá segar 1 000 m^2.

15 **Con un depósito de agua, se abastece una cuadra de 20 caballos durante 15 días. ¿Cuánto duraría el depósito si se vendieran 8 caballos de la cuadra?**

$\frac{20}{12} = \frac{x}{15} \rightarrow x = 25$

Duraría 25 días.

16 **La receta de arroz con leche que utiliza cierto chef propone 100 gramos de arroz y 125 cL de leche para cuatro raciones. ¿Cuánto arroz y cuánta leche debe utilizar para preparar 10 raciones?**

$\frac{100}{x} = \frac{4}{10} \rightarrow x = 250$

$\frac{125}{x} = \frac{4}{10} \rightarrow x = 312{,}5$

Debe utilizar 250 g de arroz y 312,5 cL de leche.

17 **Un ciclista, a 12 km/h, tarda media hora en cubrir cierto recorrido. ¿Con qué velocidad debería hacer el viaje de vuelta para tardar solo 20 minutos en completar el recorrido?**

$\frac{12}{x} = \frac{20}{30} \rightarrow x = 18$

Debería hacer el viaje a 18 km/h.

18 ***Dos operarios de limpieza, tras un encuentro de atletismo, tardan 6 horas en acondicionar el polideportivo municipal. ¿Cuánto tardaría una cuadrilla de 5 operarios en hacer el mismo trabajo?***

Problema resuelto.

19 **Un tren ha tardado 8 horas en hacer el viaje desde la ciudad A hasta la ciudad B, con una velocidad media de 54 km/h. ¿Cuánto tardará, en el mismo recorrido, otro tren a una velocidad media de 180 km/h?**

$\frac{54}{180} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 2{,}4$

Tardará 2 horas y 24 minutos.

20 **Una bomba de agua llena una piscina de dos millones de litros en 6 horas. ¿Cuánto tardará esa bomba en llenar un aljibe de 1,2 millones de litros?**

$\frac{2\,000\,000}{1\,200\,000} = \frac{6}{x} \rightarrow x = 3{,}6$

Tardará 3 horas y 36 minutos.

21 **Un ciclista, a una media de 20 km/h, tarda 3 h en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto tardará una moto a 45 km/h?**

$\frac{20}{45} = \frac{x}{3} \rightarrow x = 1{,}3$

Tardará 1 hora y 18 minutos.

22 **Cierta receta de arroz con leche incluye 115 gramos de arroz y 1,25 litros de leche por cada 100 gramos de azúcar, además de un palito de canela y una vaina de vainilla. ¿Qué cantidades de azúcar y de arroz se han de medir si se desea preparar la receta con una botella de leche de litro y medio?**

$\frac{1{,}25}{1{,}5} = \frac{115}{x} \rightarrow x = 138$

$\frac{1{,}25}{1{,}5} = \frac{100}{x} \rightarrow x = 120$

Necesita 138 g de arroz y 120 g de azúcar.

23 **Un tornillo de paso de rosca de 3/4 de pulgada atraviesa una placa metálica en 8 vueltas. ¿Cuántas vueltas necesita para atravesar la misma placa otro tornillo de 2/5 de pulgada?**

$\frac{0{,}75}{0{,}4} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 15$

Necesita 15 vueltas.

24 **Ana, Berta y Cora, en un día de excursión, compran un paquete de 12 postales por 6 €. Ana se queda con tres, Berta con cuatro y Cora con las cinco restantes. ¿Cuánto debe poner cada una para pagar el paquete?**

$\frac{6\,€}{3+4+5} = \frac{6\,€}{12} = \frac{x\,€}{3} = \frac{y\,€}{4} = \frac{z\,€}{5}$

$\frac{12}{6} = \frac{3}{x} \rightarrow x = 1{,}5$

$\frac{12}{6} = \frac{4}{x} \rightarrow x = 2$

$\frac{12}{6} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 2{,}5$

Ana debe poner 1,50 €, Berta 2 € y Cora, 2,50 €.

25 **Divide 22 en tres partes que sean inversamente proporcionales a 1, 2 y 3.**

Repartir en partes inversamente proporcionales a 1, 2 y 3 es lo mismo que repartir en partes directamente proporcionales a sus inversas $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ***y*** $\frac{1}{4}$.

$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \rightarrow \frac{x}{6/6} = \frac{y}{3/6} = \frac{z}{2/6} \rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2} = \frac{x+y+z}{6+3+2} = \frac{22}{11} = 2$

$\frac{x}{6} = 2 \rightarrow x = 12$

$\frac{y}{3} = 2 \rightarrow y = 6$

$\frac{z}{2} = 2 \rightarrow z = 4$

26 **En un concurso de televisión se va a repartir un premio de 13 000 € entre las tres personas finalistas, A, B y C, de forma que a cada una le corresponderá una cantidad mayor cuanto menos haya tardado en resolver la última prueba. Si A tardó cuatro minutos; B, tres minutos, y C, dos minutos, ¿cuánto se llevará cada uno?**

$\frac{A}{4} = \frac{B}{3} = \frac{C}{2} \rightarrow \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{6} \rightarrow \frac{A+B+C}{3+4+6} = \frac{13\,000}{13} = 1\,000$

$\frac{A}{3} = 1\,000 \rightarrow A = 3\,000$

$\frac{B}{4} = 1\,000 \rightarrow B = 4\,000$

$\frac{C}{6} = 1\,000 \rightarrow C = 6\,000$

Página 166

Porcentajes

27 **¿Verdadero o falso?**

a) Para calcular el 25 %, se divide entre cuatro.

b) Para calcular el 30 %, se divide entre 3.

c) La cuarta parte de un número es su 40 %.

d) El diez por ciento es la décima parte.

e) Calcular el 75 % es lo mismo que calcular las tres cuartas partes.

a) Verdadero.

b) Falso, el 30 % de 60 es 18.

c) Falso, el 40 % de 80 es 32.

d) Verdadero.

e) Verdadero.

28 **Calcula mentalmente.**

a) 10 % de 340 **b) 10 % de 4 800**

c) 50 % de 68 **d) 50 % de 850**

e) 25 % de 40 **f) 25 % de 2 000**

g) 20 % de 45 **h) 20 % de 500**

i) 32 % de 50 **j) 80 % de 50**

a) 34 b) 480

c) 34 d) 425

e) 10 f) 500

g) 9 h) 100

i) 16 j) 40

29 **Calcula mentalmente.**

a) El 50 % de un número es 16. ¿Cuál es el número?

b) El 25 % de un número es 9. ¿Cuál es el número?

c) El 75 % de un número es 15. ¿Cuál es el número?

d) El 20 % de un número es 7. ¿Cuál es el número?

e) El 10 % de un número es 12. ¿Cuál es el número?

a) $16 \cdot 2 = 32$

b) $9 \cdot 4 = 36$

c) $(15 : 3) \cdot 4 = 20$

d) $7 \cdot 5 = 35$

e) $12 \cdot 10 = 120$

30 **Calcula con lápiz y papel y, después, comprueba con la calculadora.**

a) 15 % de 360 **b) 11 % de 3 400**

c) 8 % de 175 **d) 60 % de 1 370**

e) 45 % de 18 **f) 84 % de 5 000**

g) 150 % de 80 **h) 120 % de 350**

i) 200 % de 45 **j) 250 % de 250**

a) 54 b) 374

c) 14 d) 822

e) 8,1 f) 4 200

g) 120 h) 420

i) 90 j) 625

31 **Calcula y, si el resultado no es exacto, redondea a las unidades.**

a) 16 % de 470 **b) 14 % de 288**

c) 57 % de 1 522 **d) 7 % de 3 640**

e) 6 % de 895 **f) 92 % de 2 630**

g) 115 % de 94 **h) 120 % de 751**

a) $75{,}2 \approx 75$ b) $40{,}32 \approx 40$

c) $867{,}54 \approx 868$ d) $254{,}8 \approx 255$

e) $53{,}7 \approx 54$ f) $2\,419{,}6 \approx 2\,420$

g) $108{,}1 \approx 108$ h) $901{,}2 \approx 901$

32 **Copia y completa en tu cuaderno.**

PARA CALCULAR EL...	20 %	15 %	43 %	65 %	5 %	2 %
SE MULTIPLICA POR...	0,20					

PARA CALCULAR EL...	20 %	15 %	43 %	65 %	5 %	2 %
SE MULTIPLICA POR...	0,20	0,15	0,43	0,65	0,05	0,02

33 **Copia y completa cada casilla con un número decimal y, después, calcula el resultado.**

a) 20 % de 560 = ☐ · 560 = …

b) 16 % de 1 250 = ☐ · 1 250 = …

c) 72 % de 925 = ☐ · 925 = …

d) 9 % de 700 = ☐ · 700 = …

e) 2 % de 650 = ☐ · 650 = …

a) 0,2 · 560 = 112

b) 0,16 · 1 250 = 200

c) 0,72 · 925 = 666

d) 0,09 · 700 = 63

e) 0,02 · 650 = 13

Problemas de porcentajes

34 **Reflexiona y calcula.**

a) En un pueblo, el 75 % de las casas tienen la cubierta de teja, y el resto, de pizarra. ¿Qué tanto por ciento llevan pizarra?

b) El 7,5 % de las naranjas que vende un mayorista van envueltas en papel. ¿Qué tanto por ciento van sin envolver?

c) En las rebajas, has pagado por un jersey el 85 % del precio sin rebajar. Estaba rebajado un … %.

d) El billete de autobús ha subido hoy un 5 %. Ahora cuesta un … % de lo que costaba ayer.

e) Un 18 % de los coches que vendió un concesionario el mes pasado eran diésel; el 29 %, gasolina; el 38 %, híbridos, y el resto, eléctricos. ¿Qué porcentaje eran eléctricos?

a) El 25 % llevan pizarra.

b) El 92,5 % van sin envolver.

c) Está rebajado un 15 %.

d) Ahora cuesta un 105 % de lo que costaba ayer.

e) Un 15 % eran eléctricos.

35 **Un rebaño tiene 225 cabezas. Si el 4 % son corderitos, ¿cuántos corderitos hay en el rebaño?**

4 % de 225 = 9

Hay 9 corderitos.

36 **El zoo expone 44 serpientes. Si el 75 % de ellas son venenosas, ¿cuántas serpientes venenosas se exponen?**

75 % de 44 = 33

Se exponen 33 serpientes venenosas.

37 **Una frutería abre por la mañana con 44 cajas de naranjas. Si a lo largo de la jornada vende el 75 %, ¿cuántas cajas quedan al cierre?**

75 % de 44 = 33

44 – 33 = 11

Quedan 11 cajas al cierre.

38 **Un agricultor tiene un huerto con 80 manzanos. Si el 40 % son de la variedad reineta, ¿cuántos árboles de reineta tiene?**

40 % de 80 = 32

Tiene 32 árboles de reineta.

39 **La familia Rodríguez ingresa 2 400 € al mes y destina el 35 % a pagar la hipoteca del piso. ¿A cuánto asciende la mensualidad de la hipoteca?**

35 % de 2 400 = 840

La mensualidad de la hipoteca asciende a 840 euros.

40 **Una fábrica de automóviles saca 1 600 vehículos al mes, de los que el 22,5 % son eléctricos. ¿Cuántos coches eléctricos saca al mes?**

22,5 % de 1 600 = 360

Saca 360 coches eléctricos al mes.

Página 167

41 **Solo el 12 % de los 25 asistentes a la clase de baile son chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas son?**

12 % de 25 = 3

25 – 3 = 22

En la clase de baile son 3 chicos y 22 chicas.

42 **Una camiseta que costaba 18 € está rebajada un 20 %. ¿Cuánto se ha rebajado? ¿Cuánto cuesta ahora?**

20 % de 18 = 3,6

18 – 3,6 = 14,4

Se ha rebajado 3,60 €. Ahora cuesta 14,40 €.

43 **En actividades extraescolares, se han apuntado a fútbol 48 estudiantes, y a baloncesto, un 25 % menos. ¿Cuántos se han apuntado a baloncesto?**

25 % de 48 = 12

48 – 12 = 36

Se han apuntado a baloncesto 36 estudiantes.

44 **El ayuntamiento rebaja un 20 % en las multas si se pagan en las primeras 48 horas. ¿En cuánto se queda una multa de 75 € pagada con rapidez?**

20 % de 75 = 15

75 – 15 = 60

La multa se queda en 60 euros.

45 **Marta cobraba 1 200 € mensuales, pero le van a subir un 10 %. ¿Cuánto cobrará tras la subida?**

10 % de 1 200 = 120

1 200 + 120 = 1 320

Cobrará 1 320 €.

46 **Un pantano guardaba a finales de febrero 15 hectómetros cúbicos de agua. Si en abril ha ganado un 20 %, ¿cuáles son sus reservas a finales de abril?**

20 % de 15 = 3

15 + 3 = 18

En abril serán 18 hm^3.

47 **¿A cuánto asciende una factura de 85 € después de cargarle el 21 % de IVA?**

21 % de 85 = 17,85

85 + 17,85 = 102,85

La factura asciende a 102,85 €.

48 **Un restaurante hizo el martes 650 € de caja, lo que supone el 10 % de la caja de toda la semana. ¿Cuál ha sido el importe de la caja semanal?**

$\frac{650}{x} = \frac{10}{100} \rightarrow x = 6\,500$

El importe de la caja semanal ha sido de 6 500 €.

49 **En mi clase nos hemos apuntado siete al equipo de atletismo, es decir, el 25 % del total. ¿Cuántos somos en clase?**

$\frac{7}{x} = \frac{25}{100} \rightarrow x = 28$

En la clase somos 28 alumnos y alumnas.

50 **En mi clase somos 28 y nos hemos apuntado 7 al equipo de atletismo. ¿Qué tanto por ciento de la clase nos hemos apuntado a atletismo?**

$\frac{7}{28} = \frac{x}{100}$

$\frac{7}{28} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 25$

Nos hemos apuntado a atletismo un 25 % de la clase.

51 **Un agricultor estaba a punto de recoger una cosecha de melocotones estimada en 20 000 kilos, pero después de una tormenta de granizo solo ha podido aprovechar 4 000 kilos. ¿Qué tanto por ciento de la cosecha ha perdido?**

$\frac{4\,000}{20\,000} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 20$

$100 - 20 = 80$

Ha perdido el 80 % de la cosecha.

52 **Por una falda que costaba 50 €, Adela ha pagado, en las rebajas, 45 €. ¿Qué tanto por ciento de rebaja tenía la falda?**

De 50 € te rebajan … → De 100 € te rebajan …

$\frac{45}{50} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 90$

$100 - 90 = 10$

La falda tenía un 10 % de rebaja.

53 **Alberto recibe 50 € de paga al mes y compra un videojuego a un amigo por 12,50 €. ¿Qué tanto por ciento de paga invierte en el videojuego?**

$\frac{12{,}5}{50} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 25$

Invierte un 25 % de su paga.

54 **En una granja hay 40 vacas y este año han nacido 12 terneros. ¿Qué tanto por ciento de las vacas han tenido un ternero?**

$\frac{12}{40} = \frac{x}{100} \rightarrow x = 30$

El 30 % de las vacas ha tenido un ternero.

55 **Por un equipo de música que estaba rebajado un 25 % he pagado 150 €. ¿Cuánto costaba sin rebajar?**

$\frac{100}{75} = \frac{x}{150} \rightarrow x = 200$

El equipo costaba 200 € sin rebajar.

56 ***Una familia compra un frigorífico que cuesta 640 € pagando el 40 % al contado y el resto en 6 plazos mensuales sin recargo. ¿Cuál es el importe de cada plazo?***

Problema resuelto.

57 **El 20 % de las familias de un bloque están de alquiler. El resto son propietarios, de los cuales el 75 % está pagando la hipoteca. ¿Qué tanto por ciento de los residentes están libres de hipoteca?**

El 80 % de las familias que residen en el bloque son propietarios. De estas familias, el 25 % están libres de hipoteca, lo que supone la cuarta parte del 80 %; es decir, un 20 %.

58 **Acaba de terminar la liga de fútbol femenina. Este año hemos ganado doce partidos y hemos empatado cuatro, lo que quiere decir que hemos perdido el 20 % de los encuentros. ¿Cuántos partidos hemos disputado en total?**

Si hemos perdido el 20 %, el 80 % restante son los partidos ganados más los empatados, que son, 12 + 4 = 16.

Por tanto, hemos disputado $\frac{100 \cdot 16}{80}$ = 20 partidos.

Problemas «+»

59 **La tabla recoge las respuestas de los veinticinco estudiantes a la pregunta: «¿Cuántos hermanos o hermanas tienes?».**

0	**3**	**1**	**1**	**1**
2	**2**	**1**	**2**	**1**
1	**0**	**0**	**2**	**2**
4	**1**	**0**	**1**	**0**
2	**0**	**1**	**1**	**2**

Calcula, para el conjunto de esas familias, el tanto por ciento de las que tienen:

a) Un solo hijo o hija.

b) Dos hijos o hijas.

c) Más de dos hijos o hijas.

a) $\frac{6}{25} \cdot 100 = 24 \rightarrow$ El 24 % tiene un solo hijo o hija.

b) $\frac{10}{25} \cdot 100 = 40 \rightarrow$ El 40 % tiene dos hijos o hijas.

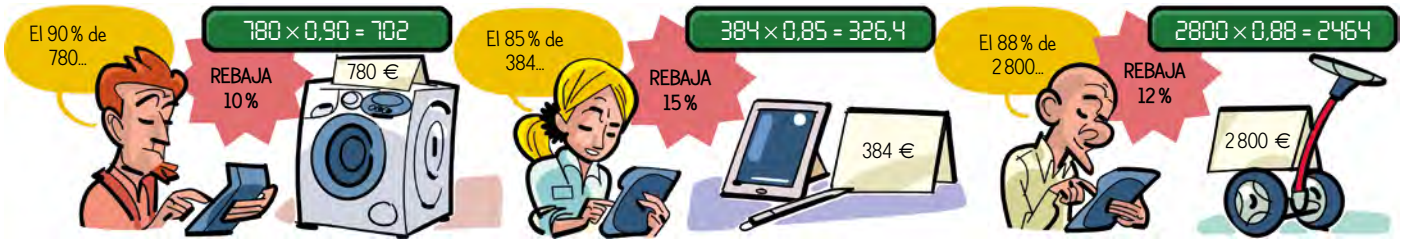
c) $100 - (24 + 40) = 36 \rightarrow$ El 36 % tiene más de dos hijos o hijas.

Página 168

LEE E INFÓRMATE

Exprésate

Cuando hay rebajas en las tiendas, los dependientes calculan los descuentos con gran rapidez mediante una sola operación. Explica cómo lo hacen.



Se incide en los procedimientos de cálculo rápido aplicados habitualmente en los problemas de descuentos comerciales, resaltando la relación existente entre porcentajes y números decimales.

Al rebajar un 10 % se paga el 90 %. Para calcular el 90 %, se multiplica por 0,9.

Al rebajar un 15 % se paga el 85 %. Para calcular el 85 %, se multiplica por 0,85.

Al rebajar un 12 % se paga el 88 %. Para calcular el 88 %, se multiplica por 0,88.

Analiza

Mi hermana Rosa ha pagado 40 € por un jersey que estaba rebajado un 20 %, y nos preguntamos cuánto costaba sin rebajar. Pero no nos ponemos de acuerdo:

MI SOLUCIÓN

20 % de 40 = 8

40 + 8 = 8

EL JERSEY COSTABA 48 €

LA SOLUCIÓN DE ROSA

PRECIO ANTIGUO		PRECIO NUEVO
100	→	80
x	→	40

EL JERSEY COSTABA 50 €

¿Cuál de los dos tiene razón?

¡COMPRUÉBALO!

20 % de 48 = ?
80 % de 48 = ?

20 % de 50 = ?
80 % de 50 = ?

La actividad llama la atención sobre un error que aparece frecuentemente en los problemas de descuentos porcentuales, cuando se intenta recorrer la situación en sentido inverso; es decir, calculando el precio inicial a partir del precio final.

Los estudiantes han de ver que el tanto por ciento es diferente si se toma sobre el precio inicial que si se toma sobre el precio rebajado. Con eso claro, comprenderán que la primera solución es errónea. Cálculo de la cantidad inicial, x.

80 % de $x = 40 \rightarrow 0{,}8 \cdot x = 40 \rightarrow x = 40 : 0{,}8 = 50$

La solución correcta es la de Rosa.

Comprobación:

MI SOLUCIÓN: 20 % de 48 = 9,6 → 48 – 9,6 = 38,4 (INCORRECTA)

LA SOLUCIÓN DE ROSA: 20 % de 50 = 10 → 50 – 10 = 40 (ACERTADA)

INVESTIGA

Sé sistemático

Observa que se pueden construir seis cuadrados que tengan los vértices sobre una trama cuadrada de 3 × 3 puntos.

Como este, hay cuatro. → **4, ¿los ves?**

Y como este, solo uno. → 1

Y uno más como este. → 1

Total: 4 + 1 + 1 = 6

¿Cuántos cuadrados se pueden construir sobre una trama de 4 × 3 puntos? ¿?Y sobre una trama de 4 × 4 puntos?

Los alumnos y las alumnas realizarán la actividad empleando las técnicas observadas en la resolución del primer caso. El objetivo consiste en que practiquen y desarrollen capacidades y hábitos necesarios en la resolución de problemas.

— Análisis de una situación que presenta distintas alternativas.

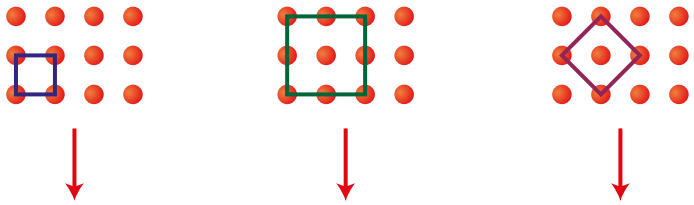
— Estudio de todos los casos posibles.

— Descripción ordenada de cada caso.

— Transferencia de recursos de una situación a otra similar.

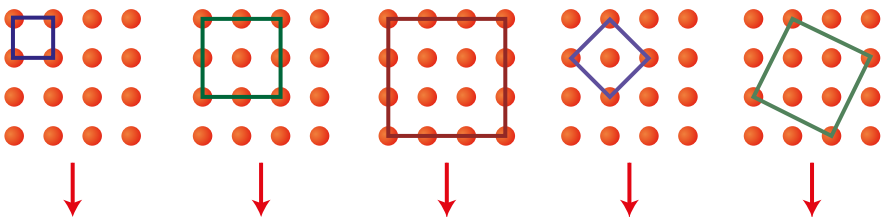
Este tipo de actividades tienen la ventaja de ser bien recibidas por los estudiantes y de eludir el bloqueo inicial; es decir, todos tienen alguna idea para empezar.

En una trama 4 × 3 son 10 cuadrados.



6 + 2 + 2 = 10

En una trama 4 × 4 son 20 cuadrados.



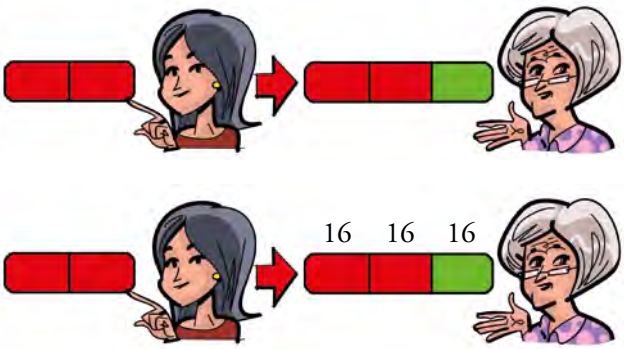
9 + 4 + 1 + 4 + 2 = 20

Página 169

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

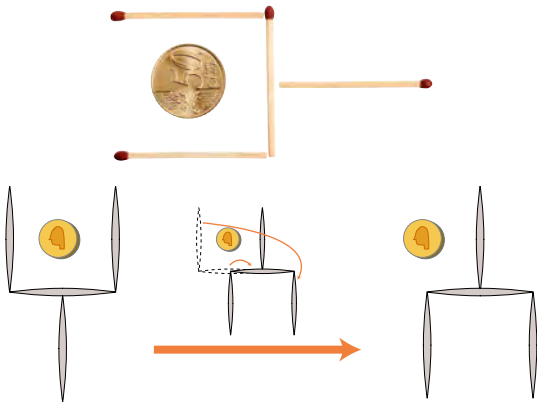
Razona con ayuda de gráficos

- **Marta tenía, hace 16 años, 2/3 de su edad actual. ¿Cuántos años tiene ahora?**

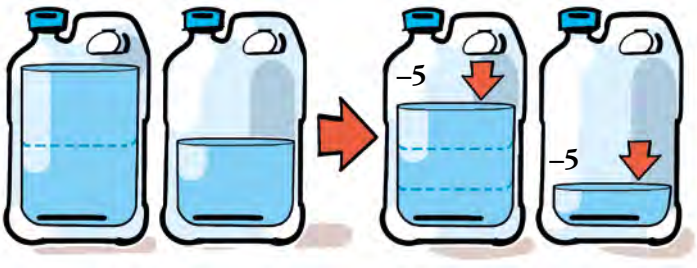


Marta tiene $16 \cdot 3 = 48$ años.

- **Moviendo solo dos cerillas, haz que la moneda quede fuera de la cuchara (la cuchara final tiene que ser idéntica a la inicial).**



- **En una garrafa hay doble cantidad de agua que en otra.**



Si sacáramos 5 litros de cada una, la primera quedaría con el triple de agua que la segunda.

¿Cuántos litros hay en cada garrafa?

En una garrafa hay 20 litros y en la otra 10 litros.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Indica si hay relación de proporcionalidad directa o inversa en los siguientes pares de magnitudes:**

a) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en llegar a su destino.

b) El peso de un libro y su precio.

c) El número de horas trabajadas y el pago recibido.

d) El número de caballos que tiene una granjera y el tiempo que tardan en consumir una carga de heno.

e) El número de folios de un paquete y su peso.

a) Proporcionalidad inversa.

b) No existe relación de proporcionalidad.

c) Proporcionalidad directa.

d) Proporcionalidad inversa.

e) Proporcionalidad directa.

2 **Completa estas tablas en tu cuaderno:**

PROPORCIONALIDAD DIRECTA			
1	2	3	4
	30		

PROPORCIONALIDAD INVERSA			
1	2	3	4
	30		

PROPORCIONALIDAD DIRECTA			
1	**2**	**3**	**4**
15	**30**	45	60

PROPORCIONALIDAD INVERSA			
1	**2**	**3**	**4**
60	**30**	20	15

3 **Resuelve por reducción a la unidad.**

a) Tres operarias descargan una furgoneta en 20 minutos. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo dos operarias?

b) Una piscina dispone de tres desagües iguales. Si se abren dos, la piscina se vacía en 90 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

a) N.º DE OPERARIOS — TIEMPO (minutos)

3 → 20 minutos
1 → $20 \cdot 3 = 60$ minutos
2 → $60 : 2 = 30$ minutos

Dos operarios tardarían 30 minutos.

b) DESAGÜES — TIEMPO (minutos)

2 → 90
1 → $90 \cdot 2 = 180$
3 → $180 : 3 = 60$

Si se abren tres desagües tardará una hora en vaciarse.

4 **Resuelve con ayuda de la regla de tres.**

Un trozo de queso de 375 gramos ha costado 4,50 €. ¿Cuánto costará otro trozo de 200 gramos?

$\frac{375}{200} = \frac{4{,}50}{x} \rightarrow x = 2{,}4$

El trozo de 200 gramos costará 2,40 €.

5 **Resuelve con ayuda de la regla de tres.**

Un taxi, a 85 km/h, ha tardado 12 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto habría tardado a 60 km/h?

$\frac{85}{60} = \frac{x}{12} \rightarrow x = 17$

Habría tardado 17 minutos.

6 **Completa en tu cuaderno la tabla siguiente:**

%	30 %		20 %		
FRACCIÓN	3/10	7/10		1/2	
N.º DECIMAL		0,7			0,25

%	**30 %**	70 %	**20 %**	50 %	25 %
FRACCIÓN	**3/10**	**7/10**	1/5	**1/2**	1/4
N.º DECIMAL	0,3	**0,7**	0,2	0,5	**0,25**

7 **Calcula.**

a) 10 % de 48

a) $48 \cdot 0{,}10 = 4{,}8$

b) 30 % de 350

b) $350 \cdot 0{,}30 = 105$

c) 65 % de 520

c) $520 \cdot 0{,}65 = 338$

8 **Un colegio tiene 585 estudiantes. El 60 % se queda al comedor. ¿Cuántos estudiantes usan ese servicio?**

60 % de 585 = 351

Usan el servicio de comedor 351 estudiantes.

9 **Pedro ha comprado una camisa que costaba 35 €, pero le han hecho una rebaja de un 20 %. ¿Cuánto ha pagado finalmente por la camisa?**

20 % de 35 = 7

35 – 7 = 28

Pedro ha pagado 28 € por la camisa.

10 **En un rebaño hay 22 ovejas negras, lo que supone el 10 % del total. ¿Cuántas ovejas hay en el rebaño?**

$\frac{22}{x} = \frac{10}{100} \rightarrow x = 220$

En el rebaño hay 220 ovejas.

10 ÁLGEBRA

Página 170

1 **En un rebaño, al llegar la primavera, un séptimo de las ovejas ha tenido un corderito. Ahora, entre madres y crías, son 24.**

□□□□□□□ + □ = 24

a) ¿Cuántas ovejas adultas hay en el rebaño?

b) Calcula por tanteo el valor de x en la igualdad: $x + \frac{x}{7} = 24$

a) Según el gráfico, 8 grupos iguales de ovejas son 24 ovejas: 24 : 8 = 3

Por tanto, cada grupo tiene 3 ovejas.

Entonces: $(7 \cdot 3) + 3 = 21 + 3 = 24$

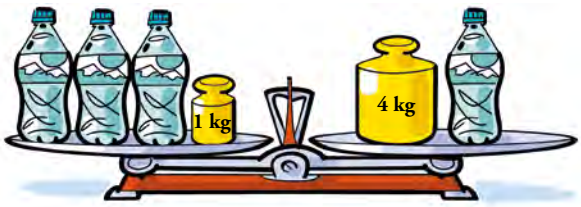
Hay 21 ovejas adultas.

b) Comprobamos que 21 cumple la igualdad:

$21 + \frac{21}{7} = 24 \rightarrow x = 21$

Página 171

2 **a) Si llamamos x al peso de una botella de agua, ¿cuál de las igualdades expresa el equilibrio de la balanza?**



$3 + x = 4 + x$

$3x + 1 = 4 + x$

$3(x + 1) = 4 + 1$

b) Podemos simplificar la balanza anterior sin desequilibrarla. Escribe una igualdad para la nueva situación.

c) ¿Cuánto pesa una botella?

a) $3x + 1 = 4 + x$

b) $2x = 3$

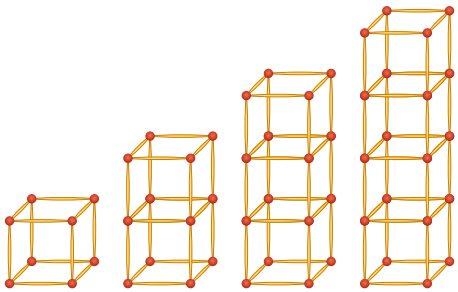
c) $2x = 3 \rightarrow x = 1{,}5$. Una botella pesa 1,5 kg.

3 **Supón que construimos, con palillos y plastilina, torres huecas de uno, dos, tres… pisos. Y que anotamos en una tabla el número de bolas y de palillos utilizados en cada una.**

N.° DE PISOS	1	2	3	4	5	…	10	…	25	n
N.° DE BOLAS	8	12	16			…		…		$4 \cdot n + 4$
N.° DE PALILLOS	12	20				…		…		$8 \cdot n + 4$

a) **Completa la tabla en tu cuaderno.**

b) **Comprueba que las expresiones de la última columna permiten calcular el número de bolas y de palillos para una torre con el número de pisos que desees (n).**



N.° DE PISOS	1	2	3	4	5	…	10	…	25
N.° DE BOLAS	8	12	16	20	24	…	44	…	104
N.° DE PALILLOS	12	20	28	36	44	…	84	…	204

1 LETRAS EN VEZ DE NÚMEROS

Página 173

Para fijar ideas

1 **Considerando que a, b y c son números cualesquiera, ¿cuál de los siguientes enunciados asocias a esta igualdad?**

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

— *El orden en que se tomen los sumandos no influye en el resultado.*

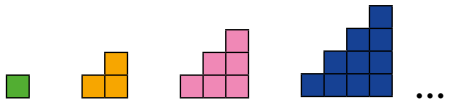
— *La forma en que se agrupen los sumandos, no influye en el resultado.*

¿Qué propiedad expresa el enunciado que has elegido?

La forma en que se agrupen los sumandos no influye en el resultado.

La propiedad asociativa de la suma.

2 **¿Cuál sería el número de casillas en una torre de 25 pisos de altura?**



1 3 6 10 → $\frac{n + n^2}{2}$

$\frac{25 + (25)^2}{2}$ = 325 casillas

3 **Una profesora evalúa, sobre diez, cada uno de los siguientes conceptos:**

ACTITUD	TRABAJOS	NOTAS CONTROLES		
A	T	a	b	c

Después, confecciona la nota según la fórmula que ves debajo, en la que se da a la actitud un peso del 10 %; a los trabajos, un 20 %, y el resto, el 70 %, a la nota media de los controles:

$$\text{Nota} = 0{,}10 \cdot A + 0{,}20 \cdot T + 0{,}70 \cdot \frac{a + b + c}{3}$$

Julio, en esta evaluación, tiene un 7 en actitud, un 6 en los trabajos y en los controles 6, 4 y 8, respectivamente. ¿Cuál es su nota definitiva?

$0{,}10 \cdot 7 + 0{,}20 \cdot 6 + 0{,}70 \cdot \frac{6 + 4 + 8}{3} = 0{,}7 + 1{,}2 + 4{,}2 = 6{,}1$

Su nota definitiva es 6,1.

Página 174

Para fijar ideas

4 **Completa las tablas en tu cuaderno.**

n	2	5	8	10
$2 \cdot n - 1$			15	

n	2	5	8	10
$n^2 + 3$			67	

n	2	5	8	10
$2 \cdot n - 1$	3	9	15	19
$n^2 + 3$	7	28	67	103

5 **Los miembros de la familia de Nuria han ideado un método para confeccionar y poder recordar las claves de sus tarjetas de crédito. Se basa en las fechas de nacimiento y un número secreto personal de una sola cifra.**

$a \rightarrow$ Año de nacimiento **$b \rightarrow$ Mes del cumpleaños**

$c \rightarrow$ Día del cumpleaños **$d \rightarrow$ N.º secreto personal < 10**

Clave $\rightarrow$ $a + b \cdot c - d$

La madre de Nuria nació el 24 de junio de 1981 y su número secreto es el 8. ¿Cuál es la clave de su tarjeta?

$a + b \cdot c - d = 1\,981 + 6 \cdot 24 - 8 = 2\,117$

La clave de su tarjeta es 2 117.

6 **Llamamos n a un número natural.**

a) Escribe una expresión matemática para cada enunciado:

— *El siguiente de n.*

— *El doble de n.*

— *La suma de n, su siguiente y su doble.*

b) Codifica matemáticamente, mediante una igualdad, este enunciado:

La suma de un número, su siguiente y su doble es igual a 21.

a) $n + (n + 1) + 2n$

b) $n + (n + 1) + 2n = 21$

7 **Llamando x a la edad de Javier.**

a) Escribe una expresión matemática para cada enunciado:

— *La edad de su hermano Abel, que es dos años menor.*

— *La edad de su prima Montse, que tiene el doble de años que Javier.*

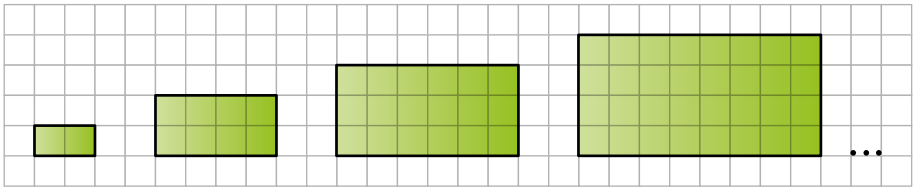
b) Codifica matemáticamente, mediante una igualdad, este enunciado:

Entre Javier, Abel y Montse tienen tantos años como la tía Marta, que nació hace 42 años.

a) $x - 2;\ 2x$

b) $x + x - 2 + 2x = 42$

8 **Dibuja, sobre una cuadrícula, esta serie creciente de rectángulos que son el doble de largos que de anchos. Considera sus dimensiones y completa la tabla en tu cuaderno poniendo especial atención en la última columna.**



ANCHO	1	2	3	4	...	n
LARGO	2	4			...	$2n$
PERÍMETRO	6	12			...	
N.º DE CUADROS	2	8			...	

ANCHO	1	2	3	4	...	n
LARGO	2	4	6	8	...	$2n$
PERÍMETRO	6	12	18	24	...	$6n$
N.º DE CUADROS	2	8	18	32	...	$2n^2$

2 EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Página 176

Para practicar

1 **Calcula el valor numérico de la expresión $x^2 + xy - 12$ cuando $x = 3$ e $y = -1$.**

$3^2 + 3 \cdot (-1) - 12 = 9 - 3 - 12 = -6$

2 **Indica cuáles de las expresiones siguientes son monomios:**

$a + b$ $\quad 5x^3$ $\quad a^2b^2$ $\quad 2x^3 - x$

Son monomios: $5x^3$ $\quad a^2b^2$ $\quad -2xy$

3 **Para cada uno de los monomios siguientes, indica su coeficiente, su parte literal y su grado:**

a) $2a$ **b)** x^2

c) $-3ab$ **d)** $\frac{1}{2}xy^3$

MONOMIO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	GRADO
$2a$	2	a	1
x^2	1	x^2	2
$-3ab$	-3	ab	2
$\frac{1}{2}xy^3$	$\frac{1}{2}$	xy^3	4

4 **Reduce las expresiones siguientes:**

a) $a + a + a + a$ **b)** $m + m + m - m$

c) $a + a + b + b$ **d)** $x + x + y + y + y$

e) $2x + 5x$ **f)** $6a + 2a - 5a$

g) $4a - 3a + a$ **h)** $10x - 3x - x$

a) $4a$ b) $2m$

c) $2a + 2b$ d) $2x + 3y$

e) $7x$ f) $3a$

g) $2a$ h) $6x$

5 **Iguala cada expresión con su reducida:**

$x + x + 1$	$2x^2 + 2x + 3$
$x^2 + x^2 + x$	$x^2 + 5$
$3x^2 - 2x^2 + 5$	$4x^2 + x + 4$
$x^2 + x^2 + x + x$	$2x^2 + x$
$2x^2 + 4x - 2x + 3$	$2x^2 + 2x$
$9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1$	$2x + 1$

$x + x + 1 = 2x + 1$

$x^2 + x^2 + x = 2x^2 + x$

$3x^2 - 2x^2 + 5 = x^2 + 5$

$x^2 + x^2 + x + x = 2x^2 + 2x$

$2x^2 + 4x - 2x + 3 = 2x^2 + 2x + 3$

$9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1 = 4x^2 + x + 4$

6 **Simplifica.**

a) $x^2 + 2x^2 + x + 2x$ **b)** $3x^2 + 2x^2 + 5x - 4x$

c) $6x^2 - 2x^2 + 7x - 4x$ **d)** $8x^2 - 3x^2 + 2x + x$

e) $x + 3x^2 + x^2 - 4x$ **f)** $2x^2 - 6x + 2x^2 - x$

a) $3x^2 + 3x$ b) $5x^2 + x$

c) $4x^2 + 3x$ d) $5x^2 + 3x$

e) $4x^2 - 3x$ f) $4x^2 - x$

7 **Reduce.**

a) $3x - (4x - 3x)$ **b)** $5x - (2x + 1)$

c) $8x - (3x + 2x)$ **d)** $2x - (4 - x)$

e) $(x + 4x) - (5x - 3x)$ **f)** $(6x - 4) - (2x - 1)$

a) $3x - x = 2x$ b) $5x - 2x - 1 = 3x - 1$

c) $8x - 5x = 3x$ d) $2x - 4 + x = 3x - 4$

e) $5x - 2x = 3x$ f) $6x - 4 - 2x + 1 = 4x - 3$

8 **Elimina los paréntesis y simplifica.**

a) $5x^2 - (2x + x^2)$ **b)** $3x - (x - x^2)$

c) $x^2 - (3x - x^2)$ **d)** $5x - (2x - 3x^2)$

e) $(5x^2 - 4x) - (2x^2 + 2x)$ **f)** $(7x^2 + 3) - (5x^2 - 2)$

g) $(x^2 + x) + (3x + 1)$ **h)** $(4x^2 - 5) - (2x^2 + 2)$

a) $5x^2 - 2x - x^2 = 4x^2 - 2x$ b) $3x - x + x^2 = x^2 + 2x$

c) $x^2 - 3x + x^2 = 2x^2 - 3x$ d) $5x - 2x + 3x^2 = 3x^2 + 3x$

e) $5x^2 - 4x - 2x^2 - 2x = 3x^2 - 6x$ f) $7x^2 + 3 - 5x^2 + 2 = 2x^2 + 5$

g) $x^2 + x + 3x + 1 = x^2 + 4x + 1$ h) $4x^2 - 5 - 2x^2 - 2 = 2x^2 - 7$

9 **¿Verdadero o falso?**

a) La suma de dos monomios es otro monomio.

b) La suma o la diferencia de dos monomios semejantes es otro monomio semejante a los sumandos.

c) El grado de la suma de dos monomios es la suma de los grados de los sumandos.

d) El grado de la suma de dos monomios semejantes es el mismo que el de los sumandos.

a) Falso. Por ejemplo, $7x + 8y$ no es un monomio.

b) Verdadero. Por ejemplo, $6xy + 4xy = 10xy$.

c) Falso, el grado de la suma de dos monomios es el mismo que el de los sumandos. Por ejemplo, $2x + 8x = 10x$.

d) Verdadero. Por ejemplo, $8b + 6b = 14b$.

Página 178

Para fijar ideas

1 **Copia, multiplica y completa el coeficiente de cada resultado:**

a) $2 \cdot (-3m) = \ldots m$ **b)** $4x^2 \cdot \frac{1}{2}x = \ldots x^3$ **c)** $\frac{2}{3}a^2 b \cdot \frac{3}{5}b^2 = \ldots \cdot a^2 b^3$

a) $-6m$ b) $2x^3$ c) $\frac{6}{15}a^2b^3 = \frac{2}{5}a^2b^3$

2 **Copia, multiplica y completa la parte literal de cada resultado:**

a) $3a \cdot 4b^2 = 12 \ldots$ **b)** $5x \cdot (-xy) = -5 \ldots$ **c)** $\frac{2}{3}ab^2 \cdot 3a^2 = 2 \ldots$

a) $12ab^2$ b) $-5x^2y$ c) $2a^3b^2$

3 **Copia, multiplica y completa el sumando que falta.**

a) $5 \cdot (x + 1) = 5x + \ldots$ **b)** $3 \cdot (a - 3) = \ldots - 9$

c) $\frac{1}{5} \cdot (10m^2 - 2m - 1) = 2m^2 - \frac{2}{5}m - \ldots$ **d)** $x \cdot (x + 1) = \ldots + x$

e) $5m \cdot (3m - 2) = 15m^2 - \ldots$ **f)** $2a \cdot (3a^2 + 2a - 1) = 6a^3 + \ldots - 2a$

a) $5x + 5$ b) $3a - 9$

c) $2m^2 - \frac{2}{5}m - \frac{1}{5}$ d) $x^2 + x$

e) $15m^2 - 10m$ f) $6a^3 + 4a^2 - 2a$

4 **Divide, completa y comprueba que el resultado es un número.**

a) $6x : 2x = \frac{2 \cdot 3 \cdot x}{2 \cdot x} = \ldots$

b) $(-2xy) : (5xy) = \frac{-2 \cdot x \cdot y}{5 \cdot x \cdot y} = \ldots$

c) $(12ab^2) : (4ab^2) = \frac{3 \cdot 4 \cdot a \cdot b \cdot b}{4 \cdot a \cdot b \cdot b} = \ldots$

a) 3 b) $-\frac{2}{5}$ c) 3

5 **Divide, completa y comprueba que el resultado es otro monomio.**

a) $9x^2 : 3x = \dfrac{3 \cdot 3 \cdot x \cdot x}{3 \cdot x} = \ldots$

b) $(2ab^3) : (4b) = \dfrac{2 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b}{2 \cdot 2 \cdot b} = \ldots$

c) $(6m^2k) : (-6m) = \dfrac{6 \cdot m \cdot m \cdot k}{-6 \cdot m} = \ldots$

a) $3x$ b) $\frac{1}{2}ab^2$ c) $-mk$

6 **Divide y comprueba que el resultado es una fracción algebraica.**

a) $10x : 5x^2 = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot x}{5 \cdot x \cdot x} = \ldots$

b) $(-2ab) : (2a^3) = \dfrac{-2 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a \cdot a \cdot a} = \ldots$

c) $(5m) : (15mk) = \dfrac{5 \cdot m}{3 \cdot 5 \cdot m \cdot k} = \ldots$

a) $\frac{2}{x}$ b) $\frac{-b}{a^2}$ c) $\frac{1}{3k}$

Para practicar

10 **Recuerda las propiedades de las potencias y reduce.**

a) $x \cdot x^2$ **b)** $a^2 \cdot a^2$ **c)** $m^3 \cdot m$

d) $x^2 : x$ **e)** $a^2 : a$ **f)** $m^5 : m^3$

a) x^3 b) a^4 c) m^4

d) x e) a f) m^2

11 **Multiplica los monomios siguientes:**

a) $2x \cdot 5x$ **b)** $3a \cdot 4a^2$ **c)** $2m^2 \cdot 5m^2$

d) $3x^2 \cdot 2x^3$ **e)** $(-4a) \cdot 2a^4$ **f)** $(-2m^2) \cdot (2m^4)$

a) $10x^2$ b) $12a^3$ c) $10m^4$

d) $6x^5$ e) $-8a^5$ f) $-4m^6$

12 **Reduce.**

a) $(4xy) \cdot (5xy)$ **b)** $(3xy) \cdot 2x$

c) $(2a) \cdot (-4ab)$ **d)** $5a^2 \cdot (2ab)$

a) $20x^2y^2$ b) $6x^2y$

c) $-8a^2b$ d) $10a^3b$

13 **Copia y completa cada paréntesis con un monomio:**

a) $x \cdot (\ldots) = x^3$ **b)** $2x^2 \cdot (\ldots) = 4x^4$

c) $3a \cdot (\ldots) = 6a^2$ **d)** $2a^2 \cdot (\ldots) = -8a^5$

a) $x \cdot (x^2) = x^3$ b) $2x^2 \cdot (2x^2) = 4x^4$

c) $3a \cdot (2a) = 6a^2$ d) $2a^2 \cdot (-4a^3) = -8a^5$

14 **Expresa cada resultado con una fracción algebraica:**

a) $x : x^2$ **b)** $a : a^3$ **c)** $m : m^4$

d) $x^2 : x^3$ **e)** $a^3 : a^6$ **f)** $m^2 : m^5$

a) $\frac{1}{x}$ b) $\frac{1}{a^2}$ c) $\frac{1}{m^3}$

d) $\frac{1}{x}$ e) $\frac{1}{a^3}$ f) $\frac{1}{m^3}$

15 **Divide.**

a) $8x : 2x$ **b)** $12x^2 : (-4x^2)$ **c)** $a : 3a$

d) $10x^4 : 5x$ **e)** $15x^4 : 3x^2$ **f)** $6a^5 : 3a$

g) $2x : 6x^3$ **h)** $4a^3 : 10a^4$ **i)** $6a^2 : 9a^5$

a) 4 b) -3 c) $\frac{1}{3}$

d) $2x^3$ e) $5x^2$ f) $2a^4$

g) $\frac{1}{3x^2}$ h) $\frac{2}{5a}a$ i) $\frac{2}{3a^3}$

16 **Simplifica estas fracciones algebraicas:**

a) $\frac{4x^3}{8x^2}$ **b)** $\frac{10x}{5x^3}$ **c)** $\frac{6x^4}{2x^2}$

d) $\frac{3ab}{9a^2}$ **e)** $\frac{4a^2b}{8ab^2}$ **f)** $\frac{2ab}{10a^2b^2}$

a) $\frac{1}{2}x$ b) $\frac{2}{x^2}$ c) $3x^2$

d) $\frac{b}{3a}$ e) $\frac{a}{2b}$ f) $\frac{1}{5ab}$

17 **Multiplica y expresa sin paréntesis.**

a) $2 \cdot (x + 1)$ **b)** $5 \cdot (a - b)$ **c)** $a \cdot (3 - a)$

d) $x^2 \cdot (x^2 + x)$ **e)** $3x \cdot (x + 5)$ **f)** $5a \cdot (2a - a^2)$

a) $2x + 2$ b) $5a - 5b$ c) $3a - a^2$

d) $x^4 + x^3$ e) $3x^2 + 15x$ f) $10a^2 - 5a^3$

18 **Copia y completa las casillas vacías.**

a) $\square \cdot (x + 3) = 5x + 15$ **b)** $\square \cdot (3 + 2x) = 9 + 6x$

c) $\square \cdot (a - 1) = a^3 - a^2$ **d)** $\square \cdot (a + a^2) = a^2 + a$

a) $5 \cdot (x + 3) = 5x + 15$ b) $3 \cdot (3 + 2x) = 9 + 6x$

c) $a^2 \cdot (a - 1) = a^3 - a^2$ d) $a \cdot (a + a^2) = a^2 + a^3$

4 PRIMERAS TÉCNICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Página 180

Para practicar

1 **Resuelve aplicando las técnicas recién aprendidas.**

a) $x + 3 = 4$ **b)** $x - 1 = 8$ **c)** $x + 5 = 11$

d) $x - 7 = 3$ **e)** $x + 4 = 1$ **f)** $x - 2 = -6$

g) $9 = x + 5$ **h)** $5 = x - 4$ **i)** $2 = x + 6$

a) $x = 1$ b) $x = 9$ c) $x = 6$

d) $x = 10$ e) $x = -3$ f) $x = -4$

g) $x = 4$ h) $x = 9$ i) $x = -4$

2 **Resuelve aplicando las técnicas anteriores.**

a) $x + 6 = 9$ **b)** $x - 4 = 5$ **c)** $2 - x = 4$

d) $5 + x = 4$ **e)** $3 + x = 3$ **f)** $6 = x + 8$

g) $0 = x + 6$ **h)** $1 = 9 - x$ **i)** $4 = x - 8$

a) $x = 3$ b) $x = 9$ c) $x = -2$

d) $x = -1$ e) $x = 0$ f) $x = -2$

g) $x = -6$ h) $x = 8$ i) $x = 12$

Página 181

Para practicar

3 **Resuelve con las técnicas que acabas de aprender.**

a) $4x = 20$ **b)** $\frac{x}{2} = 1$ **c)** $3x = 12$

d) $\frac{x}{5} = 2$ **e)** $8 = 4x$ **f)** $4 = \frac{x}{2}$

a) $x = 5$ b) $x = 2$ c) $x = 4$

d) $x = 10$ e) $x = 2$ f) $x = 8$

4 **Resuelve combinando las técnicas anteriores.**

a) $3x - 2 = 0$ **b)** $4x + 5 = 13$ **c)** $2x - 5 = 9$

d) $8 - 3x = 2$ **e)** $\frac{x}{2} + 4 = 7$ **f)** $\frac{x}{3} - 2 = 3$

a) $x = \frac{2}{3}$ b) $x = 2$ c) $x = 7$

d) $x = 2$ e) $x = 6$ f) $x = 15$

5 RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Página 183

Para fijar ideas

1 **Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $x + 1 = 6$ **b)** $x + 8 = 3$

c) $x - 3 = -1$ **d)** $4 - x = 1$

e) $5 - x = -6x$ **f)** $1 - x = -1$

g) $7 = x + 3$ **h)** $5 = x - 1$

i) $-4 = x - 2$ **j)** $1 = 3 - x$

k) $4 = 5 - x$ **l)** $-3 = 1 - x$

a) $x = 6 - 1 \rightarrow x = 5$ b) $x = 3 - 8 \rightarrow x = -5$

c) $x = -1 + 3 \rightarrow x = 2$ d) $-x = 1 - 4 \rightarrow x = 3$

e) $5 = -6x + x \rightarrow x = -1$ f) $1 + 1 = x \rightarrow x = 2$

g) $7 - 3 = x \rightarrow x = 4$ h) $5 + 1 = x \rightarrow x = 6$

i) $-4 + 2 = x \rightarrow x = -2$ j) $1 - 3 = -x \rightarrow x = 2$

k) $4 - 5 = -x \rightarrow x = 1$ l) $-3 - 1 = -x \rightarrow x = 4$

2 **Resuelve.**

a) $4x = 12$ **b)** $5x = 3$

c) $-5 = 10x$ **d)** $-6x = -9$

e) $2x = \frac{1}{2}$ **f)** $-2x = \frac{2}{3}$

g) $\frac{2x}{3} = 1$ **h)** $-\frac{2x}{3} = -\frac{1}{2}$

a) $x = \frac{12}{4} \rightarrow x = 3$ b) $x = \frac{3}{5}$

c) $x = -\frac{5}{10} \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ d) $x = \frac{-9}{-6} \rightarrow x = \frac{3}{2}$

e) $x = \frac{1}{4}$ f) $x = \frac{2}{-6} \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

g) $2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$ h) $-2x = -\frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{4}$

3 **Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $5x - 4x = 9$ **b)** $7x - 2x = 15$ **c)** $4x - 6x = -8$

d) $1 = 6x - 4x$ **e)** $2 = 11x - 5x$ **f)** $4 = 2x - 7x$

a) $x = 9$ b) $5x = 15 \rightarrow x = 3$ c) $-2x = -8 \rightarrow x = 4$

d) $1 = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2}$ e) $2 = 6x \rightarrow x = \frac{1}{3}$ f) $4 = -5x \rightarrow x = -\frac{4}{5}$

4 **Halla x en cada caso:**

a) $4x = 3x + 5$ **b)** $5x = 7x - 4$ **c)** $2x = 7x - 5$

d) $3x = 9x + 12$ **e)** $8x = 5x + 2$ **f)** $3x = 9x - 5$

g) $4 - 2x = 3x$ **h)** $2 + 6x = 9x$ **i)** $5 - 6x = -x$

a) $4x - 3x = 5 \rightarrow x = 5$ b) $5x - 7x = -4 \rightarrow x = 2$ c) $2x - 7x = -5 \rightarrow x = 1$

d) $3x - 9x = 12 \rightarrow x = -2$ e) $8x - 5x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$ f) $3x - 9x = -5 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

g) $4 = 3x + 2x \rightarrow x = \frac{4}{5}$ h) $2 = 9x - 6x \rightarrow x = \frac{2}{3}$ i) $5 = -x + 6x \rightarrow x = 1$

5 **Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $8x - 5x = x + 8$ **b)** $3x + 6 = 2x + 13$

c) $5x - 7 = 2 - 4x$ **d)** $3x + x + 4 = 2x + 10$

e) $4x + 7 - x = 5 + 2x$ **f)** $8 - x = 3x + 2x + 5$

a) $8x - 5x - x = 8 \rightarrow x = 4$ b) $3x - 2x = 13 - 6 \rightarrow x = 7$

c) $5x + 4x = 2 + 7 \rightarrow x = 1$ d) $3x + x - 2x = 10 - 4 \rightarrow x = 3$

e) $4x - x - 2x = 5 - 7 \rightarrow x = -2$ f) $8 - 5 = 3x + 2x + x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Página 184

Para fijar ideas

6 **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $13 - 2x = 6 - 2x$ **b)** $5x - 1 = 2x - 4 + 3x$

c) $5x - 3 = 2x - 3$ **d)** $8x + 3 = 5x + 3$

e) $7 - 3x = 4 - 3x + 3$ **f)** $3x + 4 = 2x + 4 + x$

a) $13 - 6 = -2x + 2x \rightarrow$ No tienen solución.

b) $5x - 2x - 3x = -4 + 1 \rightarrow$ No tienen solución.

c) $5x - 2x = -3 + 3 \rightarrow x = 0$

d) $8x - 5x = 3 - 3 \rightarrow x = 0$

e) Son identidades. Cualquier número satisface la igualdad.

f) Son identidades. Cualquier número satisface la igualdad.

7 **Calcula el valor que debe tener x para que se verifique cada igualdad.**

a) $12x - 7 + x - 5 = 11x - 10 + x$ **b)** $7x - 3 + 5x - 4 = 8x - 5 - x$

c) $10x + 1 - 7x = 5x - 5 + 4x$ **d)** $2 - 13x = 6x + 1 + x - 9$

e) $2x - 5 - 7x + 1 = 4x - 6x + 11$ **f)** $18x - 15 + 5x - 9 - 7x = 11 + 9x$

g) $6 - 11x + 7 + 12x = x - 13 - 8x + 2$ **h)** $16x - 5 - 15x + 8 + 2x = 4x + 3 - x$

i) $7 - 5x = 9x + 2 - 13x + 7 - x$

a) $12x + x - 11x - x = -10 + 7 + 5 \rightarrow x = 2$

b) $7x + 5x - 8x + x = -5 + 3 + 4 \rightarrow x = \frac{2}{5}$

c) $10x - 7x - 5x - 4x = -5 - 1 \rightarrow x = 1$

d) $2 - 1 + 9 = 6x + x + 13x \rightarrow x = \frac{1}{2}$

e) $2x - 7x - 4x + 6x = 11 + 5 - 1 \rightarrow x = -5$

f) $18x + 5x - 7x - 9x = 11 + 15 + 9 \rightarrow x = 5$

g) $6 + 7 + 13 - 2 = x - 8x + 11x - 12x \rightarrow x = -3$

h) Infinitas soluciones.

i) Sin solución.

8 **Elimina paréntesis y resuelve.**

a) $5 - (4x + 6) = 2x$

b) $x + 1 = 5x - (2x + 3)$

c) $2x - (5 - 4x) + 1 = x + (3x - 5)$

d) $5 - (x + 1) - 3 = 3x - (2x + 3) - x$

a) $5 - 4x - 6 = 2x \rightarrow 5 - 6 = 2x + 4x \rightarrow x = -\frac{1}{6}$

b) $x + 1 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x - 5x + 2x = -3 - 1 \rightarrow x = 2$

c) $2x - 5 + 4x + 1 = x + 3x - 5 \rightarrow 2x + 4x - x - 3x = -5 + 5 - 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

d) $5 - x - 1 - 3 = 3x - 2x - 3 - x \rightarrow 5 - 1 - 3 + 3 = 3x - 2x - x + x \rightarrow x = 4$

Página 185

Para fijar ideas

9 **Encuentra en cada caso el valor de x que hace cierta la igualdad.**

a) $x - 2(x - 2) = 3x$

b) $11 - x = 3x - 5(2x - 1)$

c) $x - 4(x + 2) = x + 5 - 3x$

d) $4(x - 2) + 3 = 1 - 3(2 - x)$

a) $x - 2x + 4 = 3x \rightarrow x - 2x - 3x = -4 \rightarrow x = 1$

b) $11 - x = 3x - 10x + 5 \rightarrow 11 - 5 = 3x - 10x + x \rightarrow x = -1$

c) $x - 4x - 8 = x + 5 - 3x \rightarrow x - 4x - x + 3x = 5 + 8 \rightarrow x = -13$

d) $4x - 8 + 3 = 1 - 6 + 3x \rightarrow 4x - 3x = 1 - 6 + 8 - 3 \rightarrow x = 0$

10 **Resuelve.**

a) $2x - 8 = 1 - 3(x - 2)$

b) $4x - (2 + x) = 3(x - 1)$

c) $2x + 3(x + 1) = 5 - 2(2x - 5)$

d) $7 - (3x - 5) = x + 2(x - 3)$

e) $3(1 - 4x) + 7 = 5 - (8x + 7)$

f) $2(5x - 7) + 3x - 1 = 5 + 4(3x - 5) - 8x$

a) $2x - 8 = 1 - 3x + 6 \rightarrow 2x + 3x = 1 + 6 + 8 \rightarrow x = 3$

b) $4x - 2 - x = 3x - 3 \rightarrow 4x - x - 3x = -3 + 2 \rightarrow$ Sin solución.

c) $2x + 3x + 3 = 5 - 4x + 10 \rightarrow 2x + 3x + 4x = 5 + 10 - 3 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

d) $7 - 3x + 5 = x + 2x - 6 \rightarrow 7 + 5 + 6 = x + 2x + 3x \rightarrow x = 3$

e) $3 - 12x + 7 = 5 - 8x - 7 \rightarrow 3 + 7 - 5 + 7 = -8x + 12x \rightarrow x = 3$

f) $10x - 14 + 3x - 1 = 5 + 12x - 20 - 8x \rightarrow 10x + 3x - 12x + 8x = 5 - 20 + 14 + 1 \rightarrow x = 0$

11 **Resuelve.**

a) $x - \frac{x}{6} = 1$ **b)** $x + \frac{2x}{5} = 7$ **c)** $2x - \frac{3x}{4} = 5$

d) $\frac{3x}{7} = 1 - x$ **e)** $3 - \frac{x}{5} = 2 + x$ **f)** $3 + x = \frac{7x}{5} + 1$

g) $\frac{5x}{8} = 2 - \frac{3x}{8}$ **h)** $\frac{x}{3} + 1 = 2 - \frac{5x}{3}$ **i)** $x - \frac{1}{5} = \frac{x}{5} - 1$

a) $6x - x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$ b) $5x + 2x = 35 \rightarrow x = 5$ c) $8x - 3x = 20 \rightarrow x = 4$

d) $3x = 7 - 7x \rightarrow x = \frac{7}{10}$ e) $15 - x = 10 + 5x \rightarrow x = \frac{5}{6}$ f) $15 + 5x = 7x + 5 \rightarrow x = 5$

g) $5x = 16 - 3x \rightarrow x = 2$ h) $x + 3 = 6 - 5x \rightarrow x = \frac{1}{2}$ i) $5x - 1 = x - 5 \rightarrow x = -1$

12 **Elimina denominadores y resuelve.**

a) $1 - \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$ **(Multiplica los dos miembros por 4).**

b) $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x}{2}$ **(Multiplica los dos miembros por 6).**

c) $\frac{x}{2} - 6 = \frac{x}{5}$ **(Multiplica los dos miembros por 10).**

d) $\frac{x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{x}{5} + \frac{2}{3}$ **(Multiplica los dos miembros por 15).**

a) $4 - x = 2x \rightarrow x = \frac{4}{3}$

b) $4x - 3 = 3x \rightarrow x = 3$

c) $5x - 60 = 2x \rightarrow x = 20$

d) $5x - 6 = 3x + 10 \rightarrow x = 8$

13 **Resuelve siguiendo el método anterior.**

a) $x + \frac{2}{5} = 1 + \frac{x}{10}$

b) $\frac{x}{3} + 1 = x + \frac{5}{6}$

c) $\frac{2x}{3} + 1 = \frac{x}{2} + 2$

d) $2 - \frac{2x}{5} = \frac{3}{2} - x$

e) $\frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{5} - \frac{2}{3}$

f) $\frac{x}{2} - \frac{2}{5} = \frac{x}{5} + \frac{1}{2}$

a) $10x + 4 = 10 + x \rightarrow x = \frac{2}{3}$

b) $2x + 6 = 6x + 5 \rightarrow x = \frac{1}{4}$

c) $4x + 6 = 3x + 12 \rightarrow x = 6$

d) $20 - 4x = 15 - 10x \rightarrow x = -\frac{5}{6}$

e) $5x - 15 = 3x - 10 \rightarrow x = \frac{5}{2}$

f) $x - 4 = 2x + 5 \rightarrow x = 3$

6 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ECUACIONES

Página 187

Para practicar

1 **Si a un número le sumas su anterior, obtienes 37. ¿De qué número hablamos?**

EL NÚMERO $\longrightarrow$ x

SU ANTERIOR $\longrightarrow$ $x - 1$

EL NÚMERO + EL ANTERIOR = 37

$x + (x - 1) = 37 \rightarrow 2x - 1 = 37 \rightarrow 2x = 38 \rightarrow x = \frac{38}{2} = 19$

El número buscado es 19.

2 **Al sumarle a un número trece, obtienes el doble que si le restas 5. ¿Qué número es?**

EL NÚMERO $\longrightarrow$ x

EL NÚMERO MÁS TRECE $\longrightarrow$ $x + 13$

EL NÚMERO MENOS CINCO $\longrightarrow$ $x - 5$

EL NÚMERO MÁS 13 = 2 · EL NÚMERO MENOS 5

$x + 13 = 2(x - 5) \rightarrow x + 13 = 2x - 10 \rightarrow 23 = x$

Es el número 23.

3 **En una cafetería hay 13 sillas más que taburetes, y en total se pueden sentar 45 clientes. ¿Cuántas sillas y cuántos taburetes hay?**

TABURETES $\longrightarrow$ x

SILLAS $\longrightarrow$ $x + 13$

SILLAS + TABURETES = 45

$x + (x + 13) = 45 \rightarrow 2x + 13 = 45 \rightarrow 2x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{2} = 16$

Hay 16 taburetes y 16 + 13 = 29 sillas.

4 **Una canica de cristal pesa ocho gramos menos que una de acero. Si tres canicas de acero pesan lo mismo que cinco de cristal, ¿cuánto pesa una de cada clase?**

$\rightarrow$ x gramos

$\rightarrow$ $(x - 8)$ gramos

$3x = 5(x - 8) \rightarrow 3x = 5x - 40 \rightarrow 40 = 2x \rightarrow x = \frac{40}{2} = 20$

La canica de acero pesa 20 gramos y la canica de cristal 20 – 8 = 12 gramos.

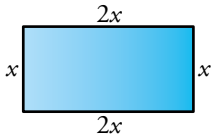
5 **Hemos pagado 7,50 € por tres cafés y dos cruasanes. Sabiendo que un cruasán cuesta medio euro más que un café, ¿cuál es el precio del café?**

CAFÉ (€) → x CRUASÁN (€) → $x + 0{,}50$

$3x + 2(x + 0{,}50) = 7{,}50 \rightarrow 3x + 2x + 1 = 7{,}50 \rightarrow 5x = 6{,}50 \rightarrow x = \frac{6{,}50}{5} = 1{,}30$

El café cuesta 1,30 euros.

6 **La base de un rectángulo es el doble que la altura, y el perímetro mide 48 cm.**



¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

$x + 2x + x + 2x = 48 \rightarrow x = 8$

Altura → 8 cm

Base → 16 cm

Página 188

Ejercicios y problemas

Lenguaje algebraico

1 **Asocia la edad de cada personaje con una de las expresiones que hay debajo:**

- **Jorge tiene x años.**
- **Pilar, su esposa, tiene 3 años menos.**
- **Manuel, su padre, le dobla la edad.**
- **Lola, su madre, tiene 5 años menos que su padre.**
- **Gema, su hija, nació cuando Jorge tenía 26 años.**
- **Javi, el pequeño, tiene la mitad de años que la niña.**

$x - 3$	$x - 26$	$2x$
$2x - 5$	x	$(x - 26) : 2$

Jorge tiene x años. → x

Pilar, su esposa, tiene 3 años menos. → $x - 3$

Manuel, su padre, le dobla la edad. → $2x$

Lola, su madre, tiene 5 años menos que su padre. → $2x - 5$

Gema, su hija, nació cuando Jorge tenía 26 años. → $x - 26$

Javi, el pequeño, tiene la mitad de años que la niña. → $(x - 26) : 2$

2 **Llamando x a un número natural, escribe la expresión algebraica que corresponde a cada enunciado:**

a) El siguiente de ese número.

b) Su doble.

c) El doble de su anterior.

d) La mitad del número que resulta al sumarle cinco.

e) El número que resulta al restarle cinco a su mitad.

a) $x + 1$ b) $2x$ c) $2(x - 1)$

d) $(x + 5) : 2$ e) $(x : 2) - 5$

3 **Asigna una expresión algebraica al sueldo de cada uno de los siguientes empleados o empleadas:**

- **El sueldo de una informática en cierta empresa es de x euros mensuales.**
- **Un contable gana un 10 % menos.**
- **La jefa de su sección gana 700 € más.**
- **Un operario manual gana 400 euros menos que una informática.**
- **El gerente gana el doble que una jefa de sección.**
- **La directora gana 800 euros más que el gerente.**
- **El sueldo de un peón sobrepasa en 200 euros el de un operario manual.**

Informática $\rightarrow x$

Contable $\rightarrow 0{,}9x$

Jefa de sección $\rightarrow x + 700$

Operario manual $\rightarrow x - 400$

Gerente $\rightarrow 2(x + 700)$

Directora $\rightarrow 2(x + 700) + 800$

Peón $\rightarrow x - 200$

4 **¿Cuál de las siguientes expresiones representa un número de dos cifras $\boxed{a}\boxed{b}$?**

a) $a + b$ **b) $a \cdot b$**

c) $a + 10 \cdot b$ **d) $10 \cdot a + b$**

La expresión d) $10 \cdot a + b$.

5 **Siguiendo el criterio que da la solución del ejercicio anterior, ¿cómo expresarías algebraicamente un número de tres cifras $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}$?**

Usaríamos la siguiente expresión: $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$.

6 **Una empresa de ventas online anuncia una promoción de discos, a 4,50 € el álbum, más un fijo de 3,50 € por los gastos de envío. ¿Cuál de las siguientes igualdades relaciona el importe (I) del envío, con el número de discos (d) pedidos?**

a) $I = (3{,}5 + 4{,}5) \cdot d$ **b) $I = 3{,}5 - 4{,}5 \cdot d$**

c) $I = 3{,}5 + 4{,}5 \cdot d$ **d) $I = (3{,}5 + 4{,}5) : d$**

La igualdad c) $I = 3{,}5 + 4{,}5 \cdot d$.

7 **Copia y completa cada tabla en tu cuaderno:**

n	1	2	3	5	10	50
$3n - 2$	1			13		

n	1	2	3	5	10	50
$\frac{n+3}{2}$		$\frac{5}{2}$				

n	1	2	3	5	10	50
$n^2 - 1$		3				

n	1	2	3	5	10	50
$3n - 2$	1	4	7	13	28	148

n	1	2	3	5	10	50
$\frac{n+3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	$\frac{13}{2}$	$\frac{53}{2}$

n	1	2	3	5	10	50
$n^2 - 1$	0	3	8	24	99	2 499

8 **Reflexiona y completa en tu cuaderno.**

1	2	3	4	5	10	a	n
2	7	12	17	22			

1	2	3	4	5	10	a	n
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$			

1	2	3	4	5	10	a	n
0	3	8	15	24			

1	2	3	4	5	10	a	n
2	7	12	17	22	47	$5 \cdot a - 3$	$5 \cdot n - 3$

1	2	3	4	5	10	a	n
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{n}{6}$

1	2	3	4	5	10	a	n
0	3	8	15	24	99	$a^2 - 1$	$n^2 - 1$

Monomios y operaciones

9 **Opera.**

a) $3x + 2x + x$ **b)** $10x - 6x + 2x$ **c)** $5a - 7a + 3a$

d) $a - 5a + 2a$ **e)** $-2x + 9x - x$ **f)** $-5x - 2x + 4x$

a) $6x$ b) $6x$ c) a

d) $-2a$ e) $6x$ f) $-3x$

10 **Reduce todo lo posible.**

a) $x + x + y$ **b)** $2x - y - x$

c) $5a + b - 3a + b$ **d)** $3a + 2b + a - 3b$

e) $2 + 3x + 3$ **f)** $5 + x - 4$

g) $2x - 5 + x$ **h)** $3x + 4 - 4x$

i) $x - 2y + 3y + x$ **j)** $2x + y - x - 2y$

a) $2x + y$ b) $x - y$

c) $2a + 2b$ d) $4a - b$

e) $3x + 5$ f) $x + 1$

g) $3x - 5$ h) $4 - x$

i) $2x + y$ j) $x - y$

Página 189

11 **Reduce, cuando sea posible.**

a) $x^2 + 2x^2$ **b)** $x^2 + x$

c) $3a^2 - a - 2a^2$ **d)** $a^2 - a - 1$

e) $x^2 - 5x + 2x$ **f)** $4 + 2a^2 - 5$

g) $2a^2 + a - a^2 - 3a + 1$ **h)** $a^2 + a - 7 + 2a + 5$

a) $3x^2$ b) $x^2 + x$

c) $a^2 - a$ d) $a^2 - a - 1$

e) $x^2 - 3x$ f) $2a^2 - 1$

g) $a^2 - 2a + 1$ h) $a^2 + 3a - 2$

12 **Suprime los paréntesis y reduce.**

a) $3x - (x + 1)$ **b)** $x + (2 - 5x)$

c) $4a - (3a - 2)$ **d)** $2a + (1 - 3a)$

e) $(x - 4) + (3x - 1)$ **f)** $(6x - 3) - (2x - 7)$

a) $3x - x - 1 = 2x - 1$ b) $x + 2 - 5x = 2 - 4x$

c) $4a - 3a + 2 = a + 2$ d) $2a + 1 - 3a = 1 - a$

e) $x - 4 + 3x - 1 = 4x - 5$ f) $6x - 3 - 2x + 7 = 4x + 4$

13 **Multiplica.**

a) $2 \cdot (5a)$ **b)** $(-4) \cdot (3x)$ **c)** $(-2a) \cdot a^2$

d) $(5x) \cdot (-x)$ **e)** $(2a) \cdot (3a)$ **f)** $(-2x) \cdot (-3x^2)$

g) $(2a) \cdot (-5ab)$ **h)** $(6a) \cdot \left(\frac{1}{3}b\right)$ **i)** $\left(\frac{2}{3}x\right) \cdot (3x)$

a) $10a$ b) $-12x$ c) $-2a^3$

d) $-5x^2$ e) $6a^2$ f) $6x^3$

g) $-10a^2b$ h) $2ab$ i) $2x^2$

14 **Divide.**

a) $(6x) : 3$ **b)** $(-8) : (2a)$ **c)** $(-15a) : (-3)$

d) $(2x) : (2x)$ **e)** $(6a) : (-3a)$ **f)** $(-2x) : (-4x)$

g) $(15a^2) : (3a)$ **h)** $(-8x) : (4x^2)$ **i)** $(10a) : (5a^3)$

a) $2x$ b) $\frac{-4}{a}$ c) $5a$

d) 1 e) -2 f) $\frac{1}{2}$

g) $5a$ h) $\frac{-2}{x}$ i) $\frac{2}{a^2}$

15 **Quita paréntesis.**

a) $(-5) \cdot (1 + x)$ **b)** $4 \cdot (2 - 3a)$ **c)** $3a \cdot (1 + 2a)$

d) $x^2 \cdot (2x - 3)$ **e)** $x^2 \cdot (x + x^2)$ **f)** $2a \cdot (a^2 - a)$

a) $-5 - 5x$ b) $8 - 12a$ c) $3a + 6a^2$

d) $2x^3 - 3x^2$ e) $x^3 + x^4$ f) $2a^3 - 2a^2$

16 **Quita paréntesis y reduce.**

a) $x + 2(x + 3)$ **b)** $7x - 3(2x - 1)$

c) $4 \cdot (a + 2) - 8$ **d)** $3 \cdot (2a - 1) - 5a$

e) $2(x + 1) + 3(x - 1)$ **f)** $5(2x - 3) - 4(x - 4)$

a) $x + 2x + 6 = 3x + 6$ b) $7x - 6x + 3 = x + 3$

c) $4a + 8 - 8 = 4a$ d) $6a - 3 - 5a = a - 3$

e) $2x + 2 + 3x - 3 = 5x - 1$ f) $10x - 15 - 4x + 16 = 6x + 1$

Ecuaciones sencillas

17 **Resuelve.**

a) $2x + 5 - 3x = x + 19$ **b)** $7x - 2x = 2x + 1 + 3x$

c) $11 + 2x = 6x - 3 + 3x$ **d)** $7 + 5x - 2 = x - 3 + 2x$

e) $x - 1 - 4x = 5 - 3x - 6$ **f)** $5x = 4 - 3x + 5 - x$

a) $x = -7$ b) No tiene solución.

c) $x = 2$ d) $x = -4$

e) Es una identidad. f) $x = 1$

18 **Resuelve las ecuaciones siguientes:**

a) $3x - x + 7x + 12 = 3x + 9$

b) $6x - 7 - 4x = 2x - 11 - 5x$

c) $7x + 3 - 8x = 2x + 4 - 6x$

d) $5x - 7 + 2x = 3x - 3 + 4x - 5$

a) $x = -\frac{1}{2}$

b) $x = -\frac{4}{5}$

c) $x = \frac{1}{3}$

d) No tiene solución.

Ecuaciones con paréntesis

19 **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $4 - (5x - 4) = 3x$

b) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x)$

c) $5x - (4 - 2x) = 2 - 2x$

d) $1 - 6x = 4x - (3 - 2x)$

a) $4 - (5x - 4) = 3x \rightarrow 4 - 5x + 4 = 3x \rightarrow 8 = 8x \rightarrow x = 1$

b) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x) \rightarrow 7x + 10 = 5 - 2 + 6x \rightarrow x = -7$

c) $5x - (4 - 2x) = 2 - 2x \rightarrow 5x - 4 + 2x = 2 - 2x \rightarrow 9x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

d) $1 - 6x = 4x - (3 - 2x) \rightarrow 1 - 6x = 4x - 3 + 2x \rightarrow 4 = 12x \rightarrow x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

20 **Resuelve.**

a) $x - (3 - x) = 7 - (x - 2)$

b) $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x$

c) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x)$

d) $9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x)$

a) $x - (3 - x) = 7 - (x - 2) \rightarrow x - 3 + x = 7 - x + 2 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$

b) $3x - (1 + 5x) = 9 - (2x + 7) - x \rightarrow 3x - 1 - 5x = 9 - 2x - 7 - x \rightarrow x = 3$

c) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 + 7x) \rightarrow 2x - 5 - 5x - 1 = 8x - 2 - 7x \rightarrow -4 = 4x \rightarrow x = -1$

d) $9x + (x - 7) = (5x + 4) - (8 - 3x) \rightarrow 9x + x - 7 = 5x + 4 - 8 + 3x \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

21 **Halla x en cada caso:**

a) $2(x+5)=16$ **b)** $5=3(1-2x)$

c) $5(x-1)=3x-4$ **d)** $5x-3=3-2(x-4)$

e) $10x-(4x-1)=5(x-1)+7$ **f)** $6(x-2)-x=5(x-1)$

g) $7(x-1)-4x-4(x-2)=2$ **h)** $3(3x-2)-7x=6(2x-1)-10x$

i) $4x+2(x+3)=2(x+2)$

a) $2(x+5)=16 \rightarrow 2x+10=16 \rightarrow 2x=6 \rightarrow x=3$

b) $5=3\cdot(1-2x) \rightarrow 5=3-6x \rightarrow 2=-6x \rightarrow x=-\frac{2}{6}=-\frac{1}{3}$

c) $5(x-1)=3x-4 \rightarrow 5x-5=3x-4 \rightarrow 2x=1 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

d) $5x-3=3-2(x-4) \rightarrow 5x-3=3-2x+8 \rightarrow 7x=14 \rightarrow x=2$

e) $10x-(4x-1)=5\cdot(x-1)+7 \rightarrow 10x-4x+1=5x-5+7 \rightarrow x=1$

f) $6(x-2)-x=5(x-1) \rightarrow 6x-12-x=5x-5 \rightarrow 0x=7$

No tiene solución.

g) $7(x-1)-4x-4(x-2)=2 \rightarrow 7x-7-4x-4x+8=2 \rightarrow -x=1 \rightarrow x=-1$

h) $3(3x-2)-7x=6(2x-1)-10x \rightarrow 9x-6-7x=12x-6-10x \rightarrow 0x=0$

Es una identidad.

i) $4x+2(x+3)=2(x+2) \rightarrow 4x+2x+6=2x+4 \rightarrow 4x=-2 \rightarrow x=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$

Ecuaciones con denominadores

22 **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $2x=\frac{1}{2}$ **b)** $2x=-\frac{4}{3}$

c) $3x-1=\frac{1}{2}$ **d)** $5x-1=x-\frac{1}{3}$

a) $x=\frac{1}{4}$ b) $x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

c) $3x=\frac{1}{2}+1 \rightarrow 3x=\frac{3}{2} \rightarrow x=\frac{1}{2}$ d) $5x-x=1-\frac{1}{3} \rightarrow 4x=\frac{2}{3} \rightarrow x=\frac{1}{6}$

23 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{x}{5}-1=\frac{3x}{5}-3$ **b)** $\frac{7x}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3x}{4}+\frac{1}{2}$

c) $3x=\frac{x}{3}+\frac{4}{3}$ **d)** $\frac{x}{5}-2=x-\frac{1}{3}$

a) $x-5=3x-15 \rightarrow 10=2x \rightarrow x=\frac{10}{2}=5$

b) $7x-2=3x+2 \rightarrow 7x-3x=2+2 \rightarrow 4x=4 \rightarrow x=1$

c) $9x=x+4 \rightarrow 9x-x=4 \rightarrow 8x=4 \rightarrow x=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

d) $3x-30=15x-5 \rightarrow 5-30=15x-3x \rightarrow 12x=-25 \rightarrow x=-\frac{25}{12}$

24 **Resuelve siguiendo las indicaciones.**

a) $\frac{x}{2}+\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$ **(Multiplica los dos términos por 6).**

b) $\frac{2x}{3}-\frac{3x}{4}=1$ **(Multiplica los dos términos por 12).**

c) $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}=\frac{x}{5}+1$ **(Multiplica los dos términos por 10).**

d) $\frac{x}{3}+1=\frac{2x}{5}-\frac{1}{3}$ **(Multiplica los dos términos por 15).**

a) $3x + 4 = 2 \rightarrow 3x = 2 - 4 = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$

b) $8x - 9x = 1 \rightarrow -x = 1 \rightarrow x = -1$

c) $5x - 5 = 2x + 10 \rightarrow 5x - 2x = 10 + 5 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

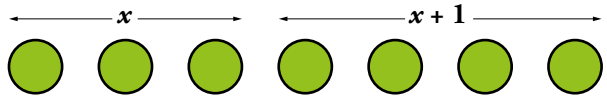
d) $5x + 15 = 6x - 5 \rightarrow 20 = x$

Página 190

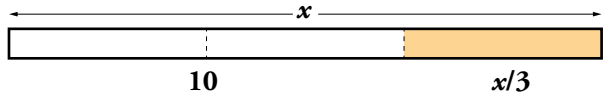
Resuelve problemas

25 **Resuelve, primero mentalmente y, después, mediante una ecuación.**

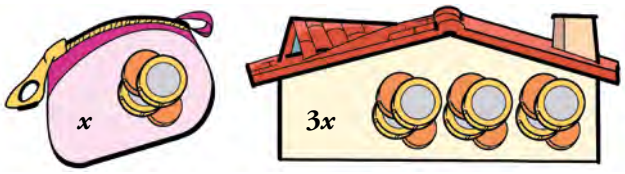
a) En la pandilla somos siete y hay un chico más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas somos?



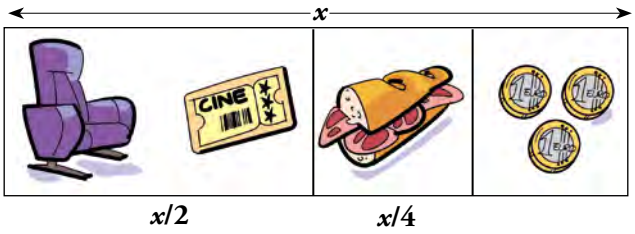
b) Si a un número le restas 10, se reduce a su tercera parte. ¿Qué número es?



c) Tengo dinero en el monedero y el triple en casa. En total son 20 €. ¿Cuánto llevo en el monedero?



d) Alberto gasta la mitad de su paga en el cine, la cuarta parte en un bocadillo y aún le quedan tres euros. ¿Cuánto tenía de paga?



a) $x + x + 1 = 7 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$

Hay 3 chicas y 4 chicos.

b) $x - 10 = \frac{x}{3} \rightarrow 3x - 30 = x \rightarrow 2x = 30 \rightarrow x = 15$

El número es 15.

c) $x + 3x = 20 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$

Llevo 5 € en el monedero.

d) $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 3 \rightarrow 4x - 2x - x = 3 \rightarrow x = 3$

Su paga era de 6 euros.

26 **Si a un número le sumas su mitad y le restas 7, obtienes 17. ¿Qué número es?**

EL NÚMERO + **LA MITAD DEL NÚMERO** **– 7 = 17**

$x + \frac{x}{2} - 7 = 17 \rightarrow 2x + x - 14 = 34 \rightarrow 3x = 34 + 14 = 48 \rightarrow x = \frac{48}{3} = 16$

El número buscado es 16.

27 **Al sumarle a un número 30 unidades se obtiene el mismo resultado que al multiplicarlo por cuatro. ¿Cuál es el número?**

EL NÚMERO + 30 = 4 · EL NÚMERO

$x + 30 = 4x \rightarrow 30 = 4x - x = 3x \rightarrow x = \frac{30}{3} = 10$

El número buscado es 10.

28 **Si a un número le sumas 20, obtienes el triple que si le restas 8. ¿De qué número se trata?**

EL NÚMERO + 20 = 3 · EL NÚMERO – 8

$x + 20 = 3(x - 8) \rightarrow x + 20 = 3x - 24 \rightarrow 20 + 24 = 3x - x \rightarrow 44 = 2x \rightarrow x = \frac{44}{2} = 22$

El número buscado es 22.

29 **La suma de tres números consecutivos es 57. ¿Qué números son?**

LOS TRES NÚMEROS $\rightarrow$ x $x + 1$ $x + 2$

$x + x + 1 + x + 2 = 57 \rightarrow 3x = 57 - 3 \rightarrow 3x = 54 \rightarrow x = \frac{54}{3} = 18$

Los números son 18, 19 y 20.

30 ***En un garaje hay 12 coches más que motos, y en total contamos 60 ruedas. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?***

Problema resuelto.

31 **Una pastora tiene, entre ovejas y cabras, 231 cabezas. El número de ovejas supera en 83 al de cabras. ¿Cuántas cabras y cuántas ovejas hay en el rebaño?**

CABRAS $\rightarrow x$ **OVEJAS** $\rightarrow x + 83$

OVEJAS MÁS CABRAS IGUAL A 231

Cabras $\rightarrow x$

Ovejas $\rightarrow x + 83$

$x + x + 83 = 231 \rightarrow 2x = 231 - 83 = 148 \rightarrow x = \frac{148}{2} = 74$

Por tanto, en el rebaño hay 74 cabras y $231 - 74 = 157$ ovejas.

32 **Amaya ha encontrado en un cajón 13 monedas, unas de 10 céntimos y otras de 20 céntimos, que valen en total 1,70 €. ¿Cuántas hay de cada clase?**

→ **x monedas** → **$(13 - x)$ monedas**

VALOR → **$0{,}10\,x$** **VALOR** → **$0{,}20 \cdot (13 - x)$**

$10x + 20(13 - x) = 170 \rightarrow 10x + 260 - 20x = 170 \rightarrow 260 - 170 = 20x - 10x \rightarrow$

$\rightarrow 90 = 10x \rightarrow x = 9$

Hay 9 monedas de 10 céntimos y 4 monedas de 20 céntimos.

33 **Alfredo tiene 36 cromos más que Iván, y si comprara 10 más, tendría el triple. ¿Cuántos cromos tiene cada uno?**

IVÁN → x **ALFREDO** → $x + 36$

CROMOS DE ALFREDO + 10 = 3 · CROMOS DE IVÁN

Iván → x

Alfredo → $x + 36$

$x + 36 + 10 = 3x \rightarrow 46 = 2x \rightarrow x = \frac{46}{2} = 23$

Por tanto, Iván tiene 23 cromos y Alfredo tiene 23 + 36 = 59 cromos.

34 **Una tableta de chocolate cuesta el doble que un paquete de arroz. Dos tabletas de chocolate y tres paquetes de arroz han costado 5,60 €. ¿Cuánto cuesta cada uno de esos artículos?**

+ **= 5,60 €**

Arroz → x

Tableta de chocolate → $2x$

$2 \cdot 2x + 3x = 5{,}60 \rightarrow 7x = 5{,}60 \rightarrow x = \frac{5{,}60}{7} = 0{,}80$

Cada paquete de arroz cuesta 0,80 € y cada tableta de chocolate cuesta $2 \cdot 0{,}80 = 1{,}60$ €.

Página 191

35 **Una caja de pastas cuesta lo mismo que tres cajas de galletas. Por dos cajas de galletas y una de pastas he pagado 10 euros. ¿Cuánto cuesta una caja de pastas y cuánto una de galletas?**

Galletas → x

Pastas → $3x$

$2x + 3x = 10 \rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{5} = 2$

Una caja de galletas cuesta 2 euros y una caja de pastas cuesta $3 \cdot 2 = 6$ euros.

36 **Sabiendo que un yogur de frutas es 5 céntimos más caro que uno natural, y que seis de frutas y cuatro naturales me han costado 4,80 €, ¿cuánto cuesta un yogur natural? ¿Y uno de frutas?**

NATURAL $\rightarrow x$ € FRUTAS $\rightarrow (x + 0{,}05)$ €

$4x + 6(x + 0{,}05) = 4{,}8 \rightarrow 4x + 6x + 0{,}30 = 4{,}80 \rightarrow 10x = 4{,}50 \rightarrow x = 0{,}45$

Un yogur natural cuesta 0,45 €. Uno de frutas cuesta 0,45 + 0,05 = 0,50 €.

37 **Dos cestas contenían la misma cantidad de huevos. Se han pasado 8 de la primera a la segunda y ahora una tiene el triple que la otra. ¿Cuántos huevos hay en total?**

Al pasar los huevos de una cesta a otra, en la primera cesta quedan $x - 8$ huevos y en la segunda cesta quedan $x + 8$ huevos.

$x + 8 = 3(x - 8) \rightarrow x + 8 = 3x - 24 \rightarrow 24 + 8 = 2x \rightarrow x = \frac{32}{2} = 16$

En cada cesta había 16 huevos, por tanto, en total hay 32 huevos.

38 **En un concurso de cincuenta preguntas, dan tres puntos por cada acierto y quitan dos por cada fallo.**

¿Cuántas preguntas ha acertado un concursante que ha obtenido 85 puntos?

ACIERTOS $\rightarrow x$ FALLOS $\rightarrow 50 - x$

$3 \cdot$ [ACIERTOS] $- 2 \cdot$ [FALLOS] = [PUNTOS OBTENIDOS]

$3x - 2(50 - x) = 85 \rightarrow 3x - 100 + 2x = 85 \rightarrow 5x = 185 \rightarrow x = \frac{185}{5} = 37$

El concursante ha acertado 37 preguntas.

39 **Tres amigas compran un regalo para la cuarta de la pandilla. Ana pone la cuarta parte más 10 €; Eva, la mitad menos 5 €, y Adela, la quinta parte. ¿Cuánto costaba el regalo?**

PRECIO DEL REGALO $\rightarrow x$

ANA $\rightarrow \frac{x}{4} + 10$	EVA $\rightarrow \frac{x}{2} - 5$	ADELA $\rightarrow \frac{x}{5}$

$\frac{x}{4} + 10 + \frac{x}{2} - 5 + \frac{x}{5} = x \rightarrow 5x + 200 + 10x - 100 + 4x = x \rightarrow x = 100$

El regalo costaba 100 €.

40 **Una confitería vende la mermelada en tarros de tres tamaños: grande, mediano y pequeño. El tarro grande pesa el doble que el mediano y un kilo más que el pequeño. Y uno pequeño, las dos terceras partes que uno mediano. ¿Cuánto pesa cada tarro?**

$\frac{2x}{3} + 1 = 2x \rightarrow x = \frac{3}{4}$

El mediano pesa $\frac{3}{4}$ de kilo, es decir, 750 gramos.

El grande pesa el doble que el mediano; esto es, 1 kilo y medio.

El pequeño es las dos terceras partes de uno mediano; esto es, 500 gramos.

41 **Si subo las escaleras de mi casa de dos en dos, doy cinco saltos más que si las subo de tres en tres. ¿Cuántos escalones tienen en total?**

ESCALONES	SALTOS DE DOS EN DOS	SALTOS DE TRES EN TRES
x	$x/2$	$x/3$

$\frac{x}{2} = \frac{x}{3} + 5 \rightarrow 3x = 2x + 30 \rightarrow x = 30$

Las escaleras tienen en total 30 escalones.

42 **Eva tiene 9 años más que su primo Roberto y dentro de 3 años le doblará en edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?**

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE 3 AÑOS
ROBERTO	x	$x + 3$
EVA	$x + 9$	$x + 12$

EDAD DE EVA DENTRO DE 3 AÑOS $= 2 \cdot$ EDAD DE ROBERTO DENTRO DE 3 AÑOS

$x + 12 = 2(x + 3) \rightarrow x + 12 = 2x + 6 \rightarrow 12 - 6 = x \rightarrow x = 6$

Roberto tiene 6 años y Eva tiene $6 + 9 = 15$ años.

43 **Rosa tiene cinco años más que su hermano Vicente, y hace tres años, le doblaba en edad. ¿Cuántos años tiene cada uno?**

	EDAD HOY	EDAD HACE 3 AÑOS
VICENTE	x	
ROSA		

	EDAD HOY	EDAD HACE 3 AÑOS
VICENTE	x	$x - 3$
ROSA	$x + 5$	$x + 2$

$x + 2 = 2(x - 3) \rightarrow x + 2 = 2x - 6 \rightarrow 8 = x$

Vicente tiene 8 años y Rosa tiene $8 + 5 = 13$ años.

44 **Dos hermanos reciben como herencia el mismo capital y lo invierten en distintos negocios. Al cabo de dos años, el capital del hermano mayor ha perdido un 6 % y el del menor ha aumentado un 10 %. Así, la diferencia entre ambos es de 24 000 €. ¿A cuánto ascendía la herencia que recibió cada uno?**

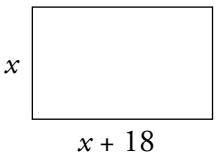
EL MAYOR $\rightarrow x - \frac{6x}{100}$ EL MENOR $\rightarrow x + \frac{10x}{100}$

$x + \frac{10x}{100} - x + \frac{6x}{100} = 24\,000 \rightarrow 100x + 10x - 100x + 6x = 2\,400\,000 \rightarrow$

$\rightarrow 16x = 2\,400\,000 \rightarrow x = 150\,000$

Cada uno recibió 150 000 €.

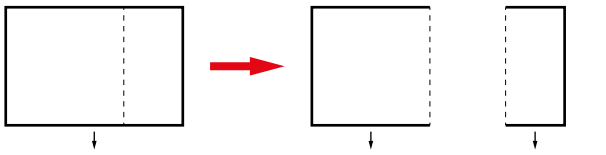
45 **Una parcela rectangular es 18 metros más larga que ancha, y tiene una valla de 156 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?**



$2x + 2(x + 18) = 156 \rightarrow 4x = 156 - 36 = 120 \rightarrow x = \frac{120}{4} = 30$

La parcela mide 30 metros de ancho y 30 + 18 = 48 metros de largo.

46 **Una finca rectangular, de 200 metros de perímetro, se ha dividido en dos partes mediante una valla paralela al lado menor. Una de las partes es cuadrada y el perímetro de la otra mide 120 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca original?**



$3x + 120 - x = 200 \rightarrow 2x = 80 \rightarrow x = 40$

Como el perímetro de la parte pequeña es 120, calculamos:

120 – 40 – 40 = 40

40 : 2 = 20

Las dimensiones de la finca original son de 40 metros de ancho y 60 metros de largo.

Página 192

LEE E INFÓRMATE

La tarea de generalizar

- **¿Te atreverías, sin contar, a completar la sexta casilla? ¡Compruébalo!**

  Sí, $6^2 = 36$

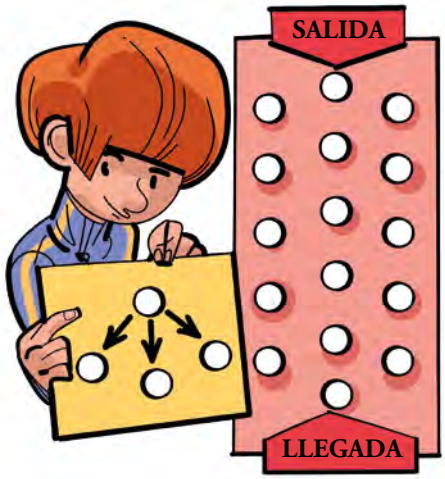
- **¿Sabrías ya decir el número de cubitos para cualquier número de pisos?**

  Sí.

INVESTIGA

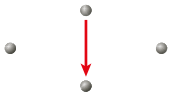
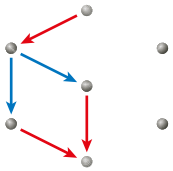
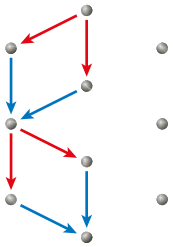
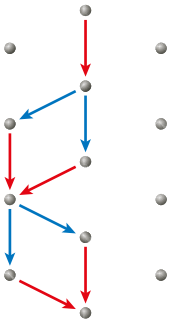
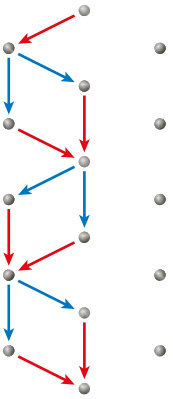
A continuación, te presentamos un juego para dos jugadores. Ensaya, analízalo y describe razonadamente la estrategia ganadora.

El juego empieza colocando una ficha en la posición SALIDA. Cada jugador o jugadora, por turno, mueve la ficha, siempre hacia abajo, a una de las posiciones adyacentes. Gana quien deje la ficha en la posición LLEGADA.



Para analizar el juego, empezamos estudiando situaciones más sencillas, con menos posiciones entre la salida y la llegada.

Las flechas rojas indican los movimientos del jugador que inicia el juego, y las azules, las respuestas del contrario.

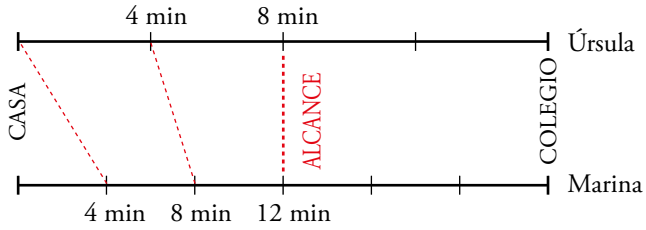
A	B	C	D	E
				
Gana el que sale.	Gana el que sale.	Gana el segundo.	Gana el que sale.	Gana el que sale.

Página 193

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Razona ayudándote de un esquema

Úrsula y Marina viven en la misma casa y van al mismo colegio. Úrsula, cuando va sola, tarda 16 minutos de casa al colegio. Marina, a su paso, tarda 24 minutos en el mismo recorrido. ¿Cuánto tardará Úrsula en alcanzar a Marina, si esta ha salido hoy con 4 minutos de ventaja?



Úrsula tarda 8 minutos en recorrer la mitad del camino, y Marina, 12 minutos.

Por tanto, si Marina sale 4 minutos antes, Úrsula la alcanza a la mitad del camino, cuando lleva caminando 8 minutos.

Por tanteo... o con ayuda del álgebra

- **¿Qué número hay que sumar arriba y abajo en la fracción 1/3 para que resulte equivalente a 1/2?**

$$\frac{1+1}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- **MÁS DIFÍCIL: ¿Qué número hay que restar arriba y abajo en la fracción 1/2 para que resulte equivalente a 1/3? (NOTA: ¿Y si fuera un decimal?)**

$$\frac{1-0,5}{2-0,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \text{ o bien } \frac{1-\frac{1}{2}}{2-\frac{1}{2}} = \left(1-\frac{1}{2}\right):\left(2-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}:\frac{3}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

AUTOEVALUACIÓN

1 **En una granja hay vacas (V) y avestruces (A).**

a) ¿Cuál de las siguientes expresiones indica el número de cabezas?

b) ¿Y el número de alas?

c) ¿Y el número de patas?

$\boxed{2V + A}$ $\boxed{4V + 2A}$ $\boxed{V + A}$ $\boxed{2A}$ $\boxed{V - 2A}$

a) $V + A$

b) $2A$

c) $4V + 2A$

2 **Completa en tu cuaderno las tablas siguientes:**

n	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$				28		

1	2	3	5	10	a	n
2	5	10	26	101		

n	1	2	3	5	10	15
$n^2 + 3$	4	7	12	28	103	228

1	2	3	5	10	a	n
2	5	10	26	101	$a^2 + 1$	$n^2 + 1$

3 **Señala los monomios y di el grado de cada uno.**

$x^3 - 1$ $a^3 \cdot b$ $5x^2$ $x^2 + 3x + 2$ $\frac{2}{5}m^5$

Monomios:

$a^3 \cdot b$, grado 4 $5x^2$, grado 2 $\frac{2}{5}m^5$, grado 5

4 **Calcula el valor de la expresión $\frac{3x^2 - 5x}{2}$:**

a) Para $x = 0$. **b) Para $x = 2$.**

a) 0 b) 1

5 **Opera.**

a) $x \cdot 3x^3$ **b) $15a^3 : 3a^2$** **c) $(-2x) \cdot 3x^4$**

a) $3x^4$ b) $5a$ c) $-6x^5$

6 **Reduce.**

a) $5a^3 - 2a^3$ **b)** $x + 2 - x^2 + 2x + x^2$

c) $(7x^2 - x) - (4x^2 + 2x)$ **d)** $3(x^2 - 1) + 2(x - 1)$

a) $3a^3$ b) $3x + 2$

c) $3x^2 - 3x$ d) $3x^2 + 2x - 5$

7 **Separa las ecuaciones de las identidades.**

a) $3x + 2x = 5x$ **b)** $2 + a = 7$

c) $2 + 6a = 2 \cdot (1 + 3a)$ **d)** $x^2 = 9$

Ecuaciones: $2 + a = 7$; $x^2 = 9$

Identidades: $3x + 2x = 5x$; $2 + 6a = 2 \cdot (1 + 3a)$

8 **Resuelve.**

a) $3x - 5 + 2x = x + 3$

b) $8 - 2(x + 1) = 5(x - 1) + 4$

a) $3x - 5 + 2x = x + 3 \rightarrow 3x + 2x - x = 3 + 5 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{4} \rightarrow x = 2$

b) $8 - 2(x + 1) = 5(x - 1) + 4 \rightarrow 8 - 2x - 2 = 5x - 5 + 4 \rightarrow 8 - 2 + 5 - 4 = 5x + 2x \rightarrow$

$\rightarrow 7 = 7x \rightarrow x = 1$

9 **La suma de tres números naturales consecutivos es 54. ¿Cuáles son esos números?**

$x + x + 1 + x + 2 = 54 \rightarrow 3x = 54 - 3 = 51 \rightarrow x = \frac{51}{3} = 17$

Los números son 17, 18 y 19.

10 **Por tres kilos de naranjas y dos de peras, he pagado 6,40 €. ¿A cómo está el kilo de cada una de esas frutas, si el de peras es veinte céntimos más caro que el de naranjas?**

$x \rightarrow$ precio del kilo de naranjas

$x + 0{,}20 \rightarrow$ precio del kilo de peras

Planteamos la ecuación:

$3x + 2(x + 0{,}20) = 6{,}40 \rightarrow 3x + 2x + 0{,}40 = 6{,}40 \rightarrow 3x + 2x = 6{,}40 - 0{,}40 \rightarrow$

$\rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5} \rightarrow x = 1{,}2$

Las naranjas están a 1,20 €/kg, y las peras, a 1,20 + 0,20 = 1,40 €/kg.

11 **En una ferretería se venden clavos en cajas de tres tamaños diferentes. La caja grande contiene el doble de unidades que la mediana, y esta, el doble que la pequeña. Si compras una caja de cada tamaño, te llevas 350 unidades. ¿Cuántos clavos tiene cada caja?**

Clavos en la caja pequeña $\rightarrow x$

Clavos en la caja mediana $\rightarrow 2x$

Clavos en la caja grande $\rightarrow 2 \cdot 2x = 4x$

$x + 2x + 4x = 350 \rightarrow 7x = 350 \rightarrow x = \frac{350}{7} = 50$

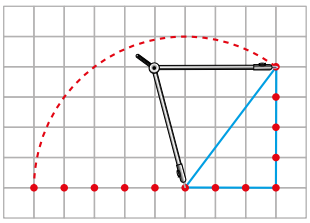
La caja pequeña contiene 50 clavos; la mediana, 100 clavos, y la grande, 200 clavos.

11 RECTAS Y ÁNGULOS

Página 194

1 **¿Te animas a hacer sobre un corcho, con cuerda y alfileres, ángulos rectos como los hacían en Egipto e India?**

O dibuja sobre una cuadrícula dos segmentos de longitudes 3 y 4, en ángulo recto, y une los extremos libres completando un triángulo rectángulo. Después, comprueba que el tercer lado mide 5.



Respuesta abierta.

Página 195

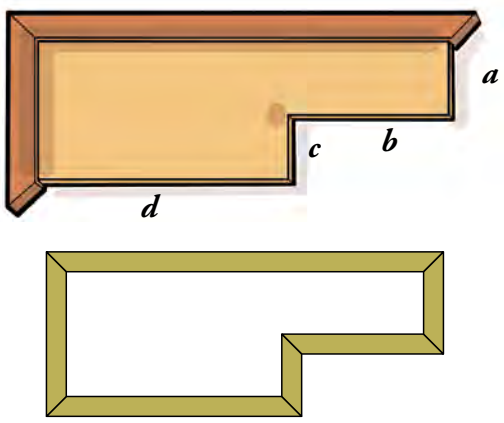
2 **Según los babilonios, ¿qué ángulo giraba el Sol alrededor de la Tierra en medio año? ¿Cuánto tiempo tardaba en girar un cuarto de vuelta?**

Giraba 180°. Tardaba 90 días.

3 **¿Qué tipo de ángulos se consiguen con ellos en las paredes?**

Con el nivel y la plomada se consiguen ángulos rectos.

4 **Al marco de este tablero le faltan varios listones. Dibújalos en tu cuaderno. Puedes hacer uso de la escuadra.**



1 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS

Página 197

Para fijar ideas

1 **¿Verdadero o falso?**

Ayúdate con dibujos. Considera todos los casos, todas las posibilidades.

a) Si dos puntos distintos A y B están en la recta r y también están en la recta s, entonces r y s son la misma recta.

b) Dos rectas del mismo plano, o son secantes o son paralelas.

c) Si dos rectas del mismo plano no tienen ningún punto común son paralelas.

d) Dos rectas, si son secantes, tienen al menos dos puntos comunes.

e) Dos rectas secantes tienen un punto en común y solo uno.

f) Por un punto exterior a una recta se puede trazar solo una paralela a ella.

g) Dos semirrectas del mismo plano tienen necesariamente un único punto común.

h) Si dos semirrectas tienen dos o más puntos comunes, coinciden.

i) Si los puntos P y Q están a la misma distancia de la recta r, la recta que pasa por P y por Q necesariamente es paralela a r.

a) Verdadero.

b) Falso. Pueden ser coincidentes.

c) Verdadero.

d) Falso. Solo tienen un punto en común.

e) Verdadero.

f) Verdadero.

g) Falso. Pueden tener infinitos puntos en común.

h) Falso. Pueden tener un segmento como intersección.

i) Falso. Es posible si P y Q están cada uno en uno de los semiplanos en que la recta divide al plano.

2 **Reflexiona y contesta apoyando tus respuestas con dibujos.**

a) A, B y C son tres puntos. Sabemos que la recta AB coincide con la recta BC. ¿Qué puedes decir de la recta AC?

b) Dos puntos, A y B, pertenecen a la recta r. ¿Qué queda de r al quitar la porción comprendida entre A y B?

c) ¿Pueden tener dos semirrectas un segmento en común?

d) Una recta, r, divide a un plano en dos semiplanos. Otra recta, s, del mismo plano, es secante a r. ¿Qué tiene en común s con cada semiplano?

e) ¿Deben ser necesariamente paralelas dos rectas que no tienen ningún punto común? (Dibuja un cubo y las diagonales de dos caras opuestas).

a) Que es también coincidente con las otras dos.

b) Dos semirrectas.

c) Sí, el punto que los separa.

d) Infinitos puntos.

e) No, porque pueden no pertenecer al mismo plano.

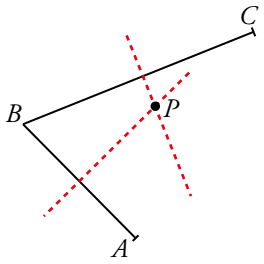
2 DOS RECTAS IMPORTANTES

Página 198

Para practicar

1 **Dibuja dos segmentos concatenados, *AB* y *BC*. Traza sus mediatrices y llama *P* al punto en que se cortan.**

Razona por qué *P* está a la misma distancia (equidista) de *A*, de *B* y de *C*.



Por estar *P* en la mediatriz de *AB*, la distancia de *P* a *A* es igual a la distancia de *P* a *B*.

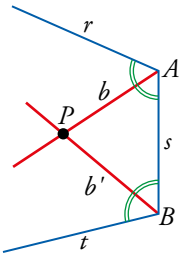
Por estar *P* en la mediatriz de *BC*, la distancia de *P* a *B* es igual a la distancia de *P* a *C*.

Por tanto, la distancia de *P* a *A*, *B* y *C* es la misma.

2 **Dibuja en tu cuaderno dos ángulos $\widehat{rs}$ y $\widehat{st}$ como se ve en la figura.**

— Traza sus bisectrices, *b* y *b'*, que se cortan en *P*.

— Razona que las distancias del punto *P* a las rectas *r*, *s* y *t* coinciden.



Por estar *P* en la bisectriz de $\widehat{rs}$, la distancia de *P* a *r* es igual a la distancia de *P* a *s*.

Por estar *P* en la bisectriz de $\widehat{st}$, la distancia de *P* a *s* es igual a la distancia de *P* a *t*.

Por tanto, la distancia de *P* a *r*, a *s* y a *t* es la misma.

3 ÁNGULOS

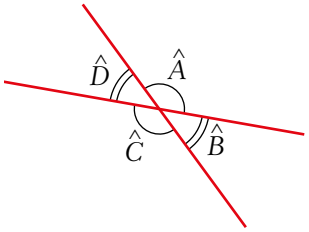
Página 199

Para practicar

1 **Observa la ilustración e identifica:**

a) Parejas de ángulos adyacentes.

b) Parejas de ángulos opuestos por el vértice.



a) $\widehat{D}$ y $\widehat{A}$; $\widehat{C}$ y $\widehat{B}$; $\widehat{C}$ y $\widehat{D}$; $\widehat{B}$ y $\widehat{A}$

b) $\widehat{D}$ y $\widehat{B}$; $\widehat{A}$ y $\widehat{C}$

2 **¿Verdadero o falso?**

a) Si dos ángulos suplementarios son iguales, entonces ambos son rectos.

b) Dos ángulos complementarios no pueden ser iguales.

c) El suplementario de un ángulo agudo es un ángulo obtuso.

a) Verdadero.

b) Falso. Dos ángulos de 45° son complementarios e iguales.

c) Verdadero.

4 MEDIDA DE ÁNGULOS

Página 200

Para practicar

1 **¿Cuántos minutos son 5°? ¿Y 7°? ¿Y 18°?**

$5° = 5 \cdot 60' = 300'$

$7° = 7 \cdot 60' = 420'$

$18° = 18 \cdot 60' = 1\,080'$

2 **Pasa a segundos las siguientes expresiones:**

a) 3' **b) 5'**

c) 10' **d) 15'**

a) $3' = 3 \cdot 60'' = 180''$ b) $5' = 5 \cdot 60'' = 300''$

c) $10' = 10 \cdot 60'' = 600''$ d) $15' = 15 \cdot 60'' = 900''$

3 **Transforma en minutos estas cantidades:**

a) 120" **b) 180"**

c) 1 200" **d) 3 600"**

a) $120'' = (120 : 60)' = 2'$ b) $180'' = (180 : 60)' = 3'$

c) $1\,200'' = (1\,200 : 60)' = 20'$ d) $3\,600'' = (3\,600 : 60)' = 60'$

4 **Pasa a grados las siguientes expresiones:**

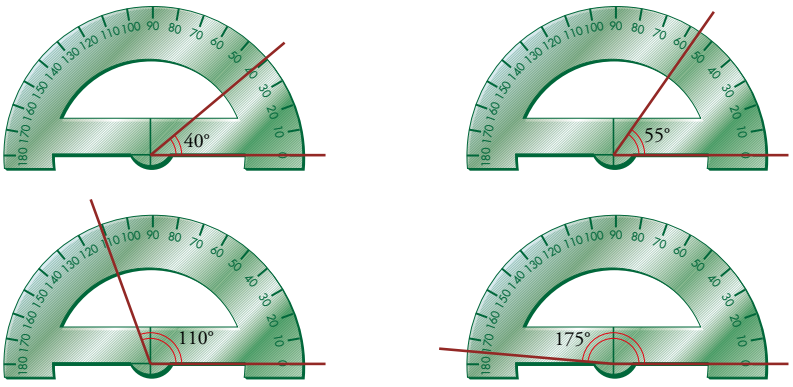
a) 60' **b) 180'**

c) 240' **d) 120'**

a) $60' = 1°$ b) $180' = (180 : 60)° = 3°$

c) $240' = (240 : 60)° = 4°$ d) $120' = (120 : 60)° = 2°$

5 **Con la ayuda del transportador, dibuja en tu cuaderno ángulos de 40°, 55°, 110° y 175°.**



6 **Calcula el ángulo suplementario de los ángulos que has dibujado en la actividad anterior.**

Suplementario de 40°: 180° – 40° = 140°

Suplementario de 55°: 180° – 55° = 125°

Suplementario de 110°: 180° – 110° = 70°

Suplementario de 175°: 180° – 175° = 5°

Página 201

Para fijar ideas

1 **¿Cuántos segundos son 45° 27' 53"?**

— Multiplica 45 grados por 60 para transformarlos en minutos y otra vez por 60 para transformarlos en segundos.

— Multiplica 27 minutos por 60 para hacerlos segundos.

— Suma las cantidades de segundos obtenidas al transformar los grados y los minutos con los 53 segundos iniciales del enunciado.

Solución: **45° 27' 53" = …"**

45° → 45 × 60 × 60 = 162 000"

27' → 27 × 60 = 1 620"

162 000" + 1 620" + 53" = 163 673"

45° 27' 53" = 163 673"

2 **Pasa 163 673" a grados, minutos y segundos. Copia y completa.**

— Divide 163 673" entre 60 para pasarlos a minutos. Queda un resto de … segundos.

— Divide los minutos otra vez entre 60 para pasarlos a grados.

— Finalmente, se obtienen … grados y queda un resto de … minutos.

Solución: **163 673" = …° …' …"**

163 673" | 60	2727' | 60
436 2727'	327 45°
167	27'
473	
53"	

163 673" = 45° 27' 53"

Para practicar

7 **Copia y completa.**

a) 25° · 60 = … **b) 8° · 3 600 = …**

c) 180" : 60 = … **d) 7 200" : 3 600 = …**

a) 1 500' b) 28 800"

c) 3' d) 2°

8 **Opera mentalmente y completa en tu cuaderno.**

a) **1° 20' → …'** **b)** **2' 15" → …"**

c) **65' → …° …'** **d)** **130" → …' …"**

a) 80' b) 135"

c) 1° 5' d) 2' 10"

9 **Pasa a la unidad que se indica.**

a) **0,1° → …'** **b)** **2,5° → …°…'** **c)** **4,2' → …' …"**

a) 6' b) 2° 30' c) 4' 12"

10 **Pasa a segundos.**

a) **53° 45' 13"**

b) **81° 37'**

c) **26° 11"**

a) 53° 45' 13" = (53 · 3 600)" + (45 · 60)" + 13" = 190 800" + 2 700" + 13" = 193 513"

b) 81° 37' = (81 · 3 600)" + (37 · 60)" = 291 600" + 2 220" = 293 820"

c) 26° 11" = (26 · 3 600)" + 11" = 93 600" + 11" = 93 611"

11 **Pasa a forma compleja.**

a) **32 220"**

b) **59 233"**

c) **9 123"**

a) 32220" | 60 — 222 537' — 420 — 00"

537' | 60 — 57' 8°

32 220'' = 8° 57' 0'' = 8° 57'

b) 59233" | 60 — 523 987' — 433 — 13"

987' | 60 — 387 16° — 27'

59 233'' = 16° 27' 13''

c) 9123" | 60 — 312 152' — 123 — 03"

152' | 60 — 32' 2°

9 123'' = 2° 32' 3''

12 **Observa y después transforma en grados.**

24' → 24 : 60 = 0,4° ⟶ 37° 24' = 37,4°

a) 15' **b) 1° 15'** **c) 27° 30'**

d) 10° 45' **e) 16° 24'** **f) 20° 6'**

a) 15' : 60 = 0,25°

b) 1° 15' → 15' : 60 = 0,25° → 1° 15' = 1,25°

c) 27° 30' → 30' : 60 = 0,5° → 27° 30' = 27,5°

d) 10° 45' → 45' : 60 = 0,75° → 10° 45' = 10,75°

e) 16° 24' → 24' : 60 = 0,4° → 16° 24' = 16,4°

f) 20° 6' → 6' : 60 = 0,1° → 20° 6' = 20,1°

5 OPERACIONES CON MEDIDAS ANGULARES

Página 202

Para fijar ideas

1 **Copia, completa y resuelve las sumas.**

$$\begin{array}{rr} 16^\circ & 43' \\ +\,18^\circ & 32' \\ \hline 34^\circ & 75' \\ \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 35^\circ & \ldots' \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 79^\circ & 54' & 28'' \\ +\,36^\circ & 27' & 45'' \\ \hline 115^\circ & 81' & 73'' \\ \downarrow & \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 115^\circ & 82' & \ldots'' \\ \downarrow & \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 116^\circ & \ldots' & \ldots'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} 16^\circ & 43' \\ +\,18^\circ & 32' \\ \hline 34^\circ & 75' \\ \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 35^\circ & 15' \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 79^\circ & 54' & 28'' \\ +\,36^\circ & 27' & 45'' \\ \hline 115^\circ & 81' & 73'' \\ \downarrow & \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 115^\circ & 82' & 13'' \\ \downarrow & \downarrow^{+1} & \downarrow \\ 116^\circ & 22' & 13'' \end{array}$$

2 **Copia, completa y resuelve las restas.**

$$\begin{array}{rr} 35^\circ & 15' \\ -\,16^\circ & 43' \\ \hline \multicolumn{2}{c}{\text{NO SE PUEDE}} \\ \downarrow & \\ 34^\circ \xrightarrow{+60} & 75' \\ -\,16^\circ & 43' \\ \hline 18^\circ & 32' \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 116^\circ & 22' & 13'' \\ -\,79^\circ & 14' & 28'' \\ \hline \multicolumn{3}{c}{\text{NO SE PUEDE}} \\ \downarrow & & \\ 116^\circ & 21' \xrightarrow{+60} & \ldots'' \\ -\,79^\circ & 14' & 28'' \\ \hline \ldots^\circ & \ldots' & \ldots'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} 116^\circ & 21' \xrightarrow{+60} & 73'' \\ -\,79^\circ & 14' & 28'' \\ \hline 37^\circ & 7' & 45'' \end{array}$$

Para practicar

1 **Realiza las siguientes operaciones:**

a) **35° 27' 14" + 62° 48' 56"**

b) **62° 46" + 25' 43" + 39° 58'**

c) **82° 2' 7" – 39° 43' 27"**

d) **56° 14' – 34° 42"**

a)
$$\begin{array}{rrrr} & 35^\circ & 27' & 14'' \\ + & 62^\circ & 48' & 56'' \\ \hline & 97^\circ & 75' & 70'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 97^\circ & 75' & 70'' \\ + & & 1' & 10'' \\ \hline & 97^\circ & 76' & 10'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 97^\circ & 76' & 10'' \\ + & 1^\circ & 16' & \\ \hline & 98^\circ & 16' & 10'' \end{array}$$

Resultado: 98° 16' 10''

b)
$$\begin{array}{rrrr} & 62^\circ & & 46'' \\ & & 25' & 43'' \\ + & 39^\circ & 58' & \\ \hline & 101^\circ & 83' & 89'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 101^\circ & 83' & 89'' \\ + & & 1' & 29'' \\ \hline & 101^\circ & 84' & 29'' \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 101^\circ & 84' & 29'' \\ + & 1^\circ & 24' & \\ \hline & 102^\circ & 24' & 29'' \end{array}$$

Resultado: 102° 24' 29''

c)
$$\begin{array}{rrrr} & 82^\circ & 2' & 7'' \\ - & 39^\circ & 43' & 27'' \\ \hline & & & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 81^\circ & 61' & 67'' \\ - & 39^\circ & 43' & 27'' \\ \hline & 42^\circ & 18' & 40'' \end{array}$$

Resultado: 42° 18' 40''

d)
$$\begin{array}{rrrr} & 56^\circ & 14' & \\ - & 34^\circ & & 42'' \\ \hline & & & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{rrrr} & 56^\circ & 13' & 60'' \\ - & 34^\circ & & 42'' \\ \hline & 22^\circ & 13' & 18'' \end{array}$$

Resultado: 22° 13' 18''

2 **Opera, de igual forma, con medidas de tiempo.**

a) 2 h 20 min 46 s + 3 h 55 min 17 s

b) 1 h 59 min 50 s + 33 min 15 s

c) 5 h 18 min 30 s – 3 h 24 min 47 s

d) 4 h 50 s – 2 h 56 min 59 s

a)
$$\begin{array}{rrrrrrr} & 2 & \text{h} & 20 & \text{min} & 46 & \text{s} \\ + & 3 & \text{h} & 55 & \text{min} & 17 & \text{s} \\ \hline & 5 & \text{h} & 75 & \text{min} & 63 & \text{s} \\ & 5 & \text{h} & 76 & \text{min} & 3 & \text{s} \\ & \mathbf{6} & \mathbf{h} & \mathbf{16} & \mathbf{min} & \mathbf{3} & \mathbf{s} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rrrrrrr} & 1 & \text{h} & 59 & \text{min} & 50 & \text{s} \\ + & & & 33 & \text{min} & 15 & \text{s} \\ \hline & 1 & \text{h} & 92 & \text{min} & 65 & \text{s} \\ & 1 & \text{h} & 93 & \text{min} & 5 & \text{s} \\ & \mathbf{2} & \mathbf{h} & \mathbf{33} & \mathbf{min} & \mathbf{5} & \mathbf{s} \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{rrrrrrr} & 5 & \text{h} & 18 & \text{min} & 30 & \text{s} \\ - & 3 & \text{h} & 24 & \text{min} & 47 & \text{s} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{rrrrrrr} & 4 & \text{h} & 77 & \text{min} & 90 & \text{s} \\ - & 3 & \text{h} & 24 & \text{min} & 47 & \text{s} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{h} & \mathbf{53} & \mathbf{min} & \mathbf{43} & \mathbf{s} \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rrrrrrr} & 4 & \text{h} & & & 50 & \text{s} \\ - & 2 & \text{h} & 56 & \text{min} & 59 & \text{s} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{rrrrrrr} & 3 & \text{h} & 59 & \text{min} & 110 & \text{s} \\ - & 2 & \text{h} & 56 & \text{min} & 59 & \text{s} \\ \hline & \mathbf{1} & \mathbf{h} & \mathbf{3} & \mathbf{min} & \mathbf{51} & \mathbf{s} \end{array}$$

Página 203

Para fijar ideas

3 **Copia, completa y resuelve las multiplicaciones.**

$$\begin{array}{r} \mathbf{7°\ 13'} \\ \times 5 \\ \hline \mathbf{35°\ 65'} \\ \downarrow\ {}^{+1}\!\downarrow\ \downarrow \\ \mathbf{36°\ 5'} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \mathbf{42°\ 58'\ 26"} \\ \times 3 \\ \hline \mathbf{126°\ 174'\ 78"} \\ \downarrow\ \downarrow\ {}^{+1}\!\downarrow\ \downarrow \\ \mathbf{126°\ 175'\ 18"} \\ {}^{+\ldots}\!\downarrow\ \downarrow\ \downarrow \\ \mathbf{\ldots°\ \ \ldots'\ \ \ldots"} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42°\ 58'\ 26" \\ \times 3 \\ \hline 126°\ 174'\ 78" \\ \downarrow\ \downarrow\ {}^{+1}\!\downarrow\ \downarrow \\ 126°\ 175'\ 18" \\ {}^{+2}\!\downarrow\ \downarrow\ \downarrow \\ 128°\ 55'\ 18" \end{array}$$

4 **Copia, completa y resuelve las divisiones.**

36°	**5'**	**5**		**128°**	**55'**	**18"**	**3**
1° → + 60'	**7° …'**			**2° → + 120' + 60"**		**42° …' …"**	
…				**…**	**…**		
…				**1'**	**0**		
36°	5'	5		128°	55'	18"	3
1° → + 60'	7° 13'			2° → + 120' + 60"		42° 58' 26"	
65'				175'	78"		
00'				1'	00"		

Para practicar

3 **Halla el suplementario del ángulo de 108° 49' 1".**

180° – 108° 49' 1" = 71° 10' 59"

4 **Efectúa.**

a) 36° 51" + 2° 11' **b) 48° 26' – 13° 52'**

c) 37' 11" · 13 **d) (32° 37') : 6**

a) 38° 11' 51" b) 34° 34'

c) 8° 3' 23" d) 5° 26' 10"

5 **Dado el ángulo $\hat{A}$ = 35° 46' 23", halla:**

a) $2\hat{A}$ **b) $5\hat{A}$** **c) $\frac{\hat{A}}{4}$** **d) $\frac{2}{3} \cdot \hat{A}$**

a) 2 · (35° 46' 23") = 70° 92' 46" = 71° 32' 46"

b) 5 · (35° 46' 23") = 175° 230' 115" = 175° 231' 55" = 178° 51' 55"

c)

35°	46'	23"	4
3° → 180'			8° 56' 35"
226'			
26			Cociente: 8° 56' 35"
2' → 120"			Resto: 3"
143"			
23			
3"			

d) $2 \cdot \hat{A}$ = 71° 32' 46"

71°	32'	46"	3
			23° 50' 55"
2° → 120'			
152'			Cociente: 23° 50' 55"
2' → 120"			Resto: 1"
166"			
1"			

6 **Divide 151° 6' 17" entre 7, de dos formas:**

a) Como se explica arriba.

b) Pasándolo a segundos, dividiendo entre 7 y pasando el resultado a grados, minutos y segundos.

a)

151°	6'	17"	7
4° →	240'		21° 35' 11"
	246'		Cociente: 21° 35' 11"
	1' →	60"	Resto: 0"
		77"	
		0"	

b) $151° 6' 17'' = (151 \cdot 3\,600)'' + (6 \cdot 60)'' + 17'' = 543\,600'' + 360'' + 17'' = 543\,977''$

$543\,977'' : 7 = 77\,711'' = 21° 35' 11''$

Se obtiene lo mismo que en el apartado a).

7 **Un grifo llena $\frac{5}{12}$ de un depósito en una hora. ¿Cuánto tarda en llenar $\frac{1}{12}$ de depósito? ¿Y en llenar el depósito completo?**

$60 : 5 = 12$

En llenar $\frac{1}{12}$ tarda 12 minutos.

$12 \cdot 12 = 144$

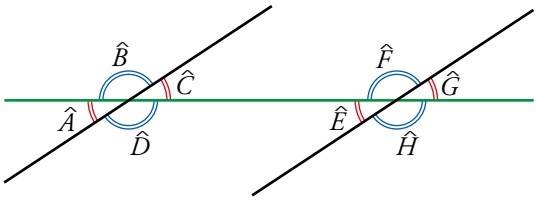
En llegar el deposito completo tardará 144 minutos, o lo que es lo mismo, 2 horas y 24 minutos.

6 RELACIONES ANGULARES

Página 204

Para practicar

1 **De estos ángulos, di dos que sean iguales por ser:**



a) Opuestos por el vértice.

b) Correspondientes.

c) Alternos internos.

d) Alternos externos.

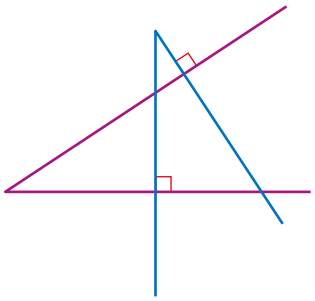
a) $\widehat{A} = \widehat{C}$; $\widehat{B} = \widehat{D}$; $\widehat{E} = \widehat{G}$; $\widehat{F} = \widehat{H}$

b) $\widehat{A} = \widehat{E}$; $\widehat{B} = \widehat{F}$; $\widehat{C} = \widehat{G}$; $\widehat{D} = \widehat{H}$

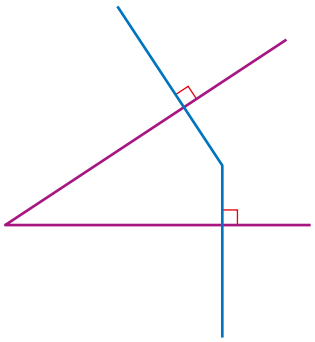
c) $\widehat{C} = \widehat{E}$; $\widehat{D} = \widehat{F}$

d) $\widehat{A} = \widehat{G}$; $\widehat{B} = \widehat{H}$

2 **Dos ángulos de lados perpendiculares pueden ser iguales, pero también pueden ser suplementarios.**



Justifícalo en tu cuaderno con un dibujo.



7 ÁNGULOS EN LOS POLÍGONOS

Página 205

Para fijar ideas

1 **Dos de los ángulos de un triángulo miden 45° y 37°. ¿Cuál es la medida del tercer ángulo?**

$180 - 45 - 37 = 98°$

2 **¿Es posible construir un cuadrilátero que tenga tres ángulos rectos? ¿Cómo será el cuarto ángulo? Dibújalo.**

Un cuadrilátero con tres ángulos rectos tiene que tener el cuarto ángulo recto obligatoriamente: $360° - 3 \cdot 90° = 90°$. Por tanto, no puede haber un cuadrilátero con solo 3 ángulos rectos.

3 **Averigua cuánto suman todos los ángulos de un decágono cualquiera y cuánto mide cada ángulo de un decágono regular.**

Suma de los ángulos de un decágono: $(10 - 2) \cdot 180° = 1\,440°$

Cada uno de los ángulos de un decágono regular mide:

$$\frac{(10-2)\cdot 180°}{10} = 144°$$

Para practicar

1 **Tres de los cuatro ángulos de un cuadrilátero miden 110°, 110° y 80°. ¿Cuánto mide el cuarto ángulo?**

$360° - (110° + 110° + 80°) = 60°$

2 **Si uno de los ángulos de un rombo mide 39°, ¿cuánto miden los otros tres?**

$(360° - 2 \cdot 39°) : 2 = 141°$

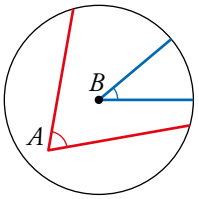
Dos de ellos miden 39° y los otros dos 141°.

8 ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Página 206

Para practicar

1 **¿Verdadero o falso?**

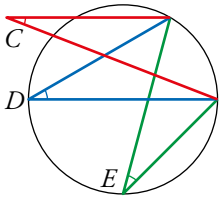


a) El ángulo $\hat{A}$ es central.

b) El ángulo $\hat{B}$ es central.

a) Falso. Su vértice debería estar en el centro de la circunferencia.

b) Verdadero.



c) Los ángulos $\hat{C}$ y $\hat{D}$ son iguales.

d) Los ángulos $\hat{D}$ y $\hat{E}$ son iguales.

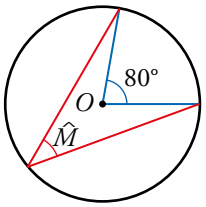
c) Falso. El ángulo $\widehat{C}$ no es inscrito.

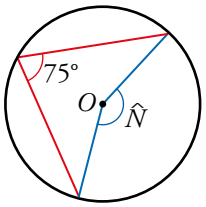
d) Verdadero.

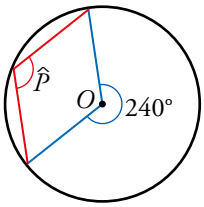
Página 207

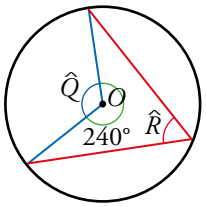
Para fijar ideas

1 **Copia y completa en tu cuaderno.**









$\hat{M} = \square : 2 = \square$

$\hat{N} = \square \times 2 = \square$

$\hat{P} = \square : \square = \square$

$\hat{Q} = \square \times \square = \square$

$\hat{M} = 80° : 2 = 40°$

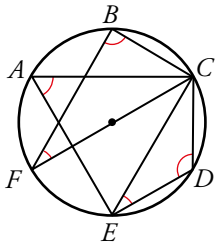
$\hat{N} = 75° \times 2 = 150°$

$\hat{P} = 240° : 2 = 120°$

$\hat{Q} = 240° \times 1/2 = 120°$

Para practicar

2 **Teniendo en cuenta que cada arco señalado en la circunferencia es de 60°, di el valor de los ángulos marcados en rojo.**



$\widehat{CAE} = \dfrac{2 \cdot 60°}{2} = 60°$ $\quad$ $\widehat{CBF} = \dfrac{3 \cdot 60°}{2} = 90°$ $\quad$ $\widehat{CDE} = \dfrac{4 \cdot 60°}{2} = 120°$

$\widehat{CED} = \dfrac{60°}{2} = 30°$ $\quad$ $\widehat{BFC} = \dfrac{60°}{2} = 30°$

3 **Dibuja una semicircunferencia y recorta una esquina de una hoja de papel (ángulo recto). Comprueba que, siempre que hagas pasar los lados del ángulo por los extremos del diámetro, el vértice estará situado sobre la semicircunferencia.**

Respuesta abierta.

Página 208

Ejercicios y problemas

Operaciones con ángulos

1 **Efectúa las siguientes sumas:**

a) **32° 18’ 22” + 85° 31’ 47”**

b) **26° 19’ 15” + 2° 48’ 36”**

c) **24° 16’ 27” + 34’ 13” + 3° 9’ 20”**

a) 117° 50' 9"

b) 29° 7' 51"

c) 28°

2 **Resuelve estas restas:**

a) **102° 54’ 27” – 59° 25’ 37”**

b) **35° 1’ 46” – 32° 51’ 49”**

c) **93° 23” – 28° 23’**

a) 43° 28' 50"

b) 2° 9' 57"

c) 64° 37' 23"

3 **Haz los productos siguientes:**

a) **(18° 12’ 3”) · 4**

b) **(13° 2’ 35”) · 5**

c) **(36° 39’ 27”) · 8**

d) **(84° 26”) · 13**

a) 72° 48' 12"

b) 65° 12' 55"

c) 293° 15' 36"

d) 1 092° 5' 38"

4 **Resuelve estas divisiones:**

a) **(280° 40’ 20”) : 20**

b) **(121° 52’ 33”) : 11**

c) **(84° 37’ 52”) : 2**

d) **(190° 42’) : 7**

a) Cociente: 14° 2' 1"; resto: 0"

b) Cociente: 11° 4' 46"; resto: 7"

c) Cociente: 42° 18' 56"; resto: 0"

d) Cociente: 27° 14' 34"; resto: 2"

5 **Halla el complementario de los siguientes ángulos:**

a) 24° **b) 86° 23’ 39”**

c) 52° 29” **d) 58’ 24”**

a) 90° – 24° = 66°

b) 90° – 86° 23' 39" = 3° 36' 21"

c) 90° – 52° 29" = 37° 59' 31"

d) 90° – 58' 24" = 89° 1' 36"

6 **Halla, en cada caso, el suplementario del ángulo que se te da:**

a) 103° **b) 89° 28’ 52”**

c) 129° 31’ **d) 76° 29”**

a) 180° – 103° = 77°

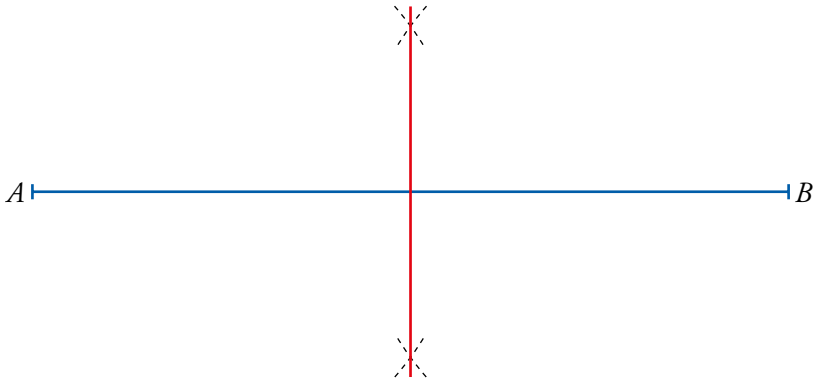
b) 180° – 89° 28' 52'' = 90° 31' 8"

c) 180° – 129° 31' = 50° 29'

d) 180° – 76° 29'' = 103° 59' 31"

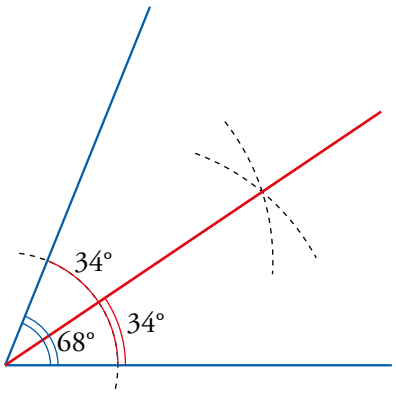
Construcciones geométricas

7 **Traza un segmento de 6 cm y construye su mediatriz. ¿Qué propiedad tienen sus puntos?**



Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.

8 **Traza, con ayuda del transportador, un ángulo de 68°. Construye con regla y compás su bisectriz y comprueba que obtienes dos ángulos de 34°.**



9 **Dibuja:**

a) Dos semirrectas que tengan un segmento en común.

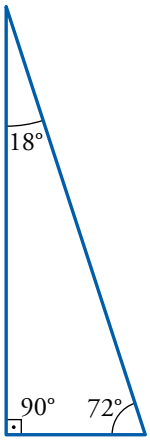
b) Dos semirrectas que estén sobre la misma recta y no tengan nada en común.

a)

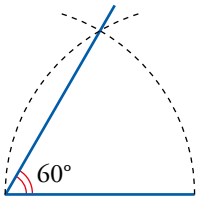
Una semirrecta tiene origen en A y va hacia la derecha y la otra tiene origen en B y va hacia la izquierda. El segmento en común es AB.

b) Dibuja dos semirrectas que estén sobre la misma recta y no tengan nada en común.

10 **Construye, con ayuda del transportador, un triángulo rectángulo con un ángulo de 72°.**

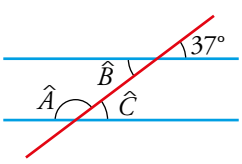


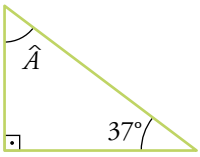
11 **Dibuja un ángulo de 60° sin usar el transportador.**

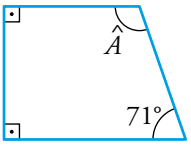


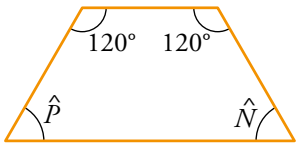
Relaciones angulares

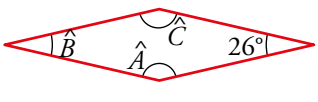
12 **Calcula el valor de los ángulos indicados.**

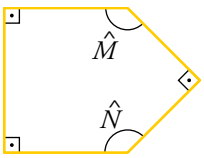
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

a) $\widehat{A} = 180° - 37° = 143°$; $\widehat{B} = 37°$; $\widehat{C} = 37°$

b) $\widehat{A} = 180° - 90° - 37° = 53°$

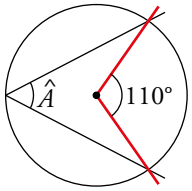
c) $\widehat{A} = 360° - 90° - 90° - 71° = 109°$

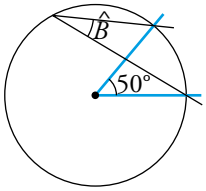
d) $\widehat{P} = \widehat{N} = \dfrac{360° - 120° - 120°}{2} = 60°$

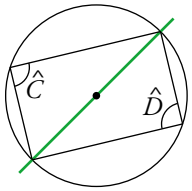
e) $\widehat{B} = 26°$; $\widehat{A} = \widehat{C} = 180° - 26° = 154°$

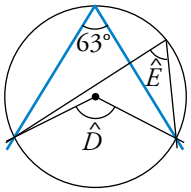
f) $\widehat{N} = \widehat{M} = 270° : 2 = 135°$

13 **Halla el valor de los ángulos indicados.**

a) 

b) 

c) 

d) 

a) $\widehat{A} = \dfrac{110°}{2} = 55°$

b) $\widehat{B} = \dfrac{50°}{2} = 25°$

c) $\widehat{C} = \widehat{D} = 90°$

d) $\widehat{D} = 2 \cdot 63° = 126°$; $\widehat{E} = 63°$

Resuelve problemas

14 ODS Meta 6.4. **Para hacer un uso eficiente de los recursos hídricos, siete agricultores han de repartirse el agua que llega de una acequia regando por turnos. ¿Cuánto tiempo al día puede regar cada uno?**

1 día $\rightarrow$ 86 400 s

Como son 7 agricultores, a cada agricultor le toca un turno de 86 400 : 7 = 12 342 segundos y sobran 6 segundos al día.

Pasamos los segundos a horas:

12 342 : 60 = 205 minutos y 42 minutos

205 : 60 = 3 horas y 25 minutos

Por tanto, cada agricultor podrá regar al día 3 horas, 25 minutos y 42 segundos, y sobrarán 6 segundos al día.

15 **Un reloj se pone en hora a las 12 de la noche del 31 de marzo. A las 12 de la noche del 2 de junio el reloj ha adelantado 3 min 9 s. ¿Cuánto adelanta cada día?**

Han pasado 30 días de abril, 31 de mayo y 2 días de junio, que suman 63 días, durante los cuales el reloj se ha adelantado (3 · 60) + 9 = 189 segundos.

Por tanto, cada día adelanta 189 : 63 = 3 segundos.

16 **a) ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las 2 en punto?**

b) ¿Y a las 5 en punto?

c) ¿Y a las 5 y cuarto? Ten en cuenta que la aguja horaria ha recorrido la cuarta parte del arco que va de 5 a 6.

d) ¿Y a las 7 menos cuarto?

a) (360° : 12) · 2 = 30° · 2 = 60°

b) (360° : 12) · 5 = 30° · 5 = 150°

c) (360° : 12) · 2 + 30° : 4 = 30° · 2 + 7° 30' = 67° 30'

d) (360° : 12) · 2 + 30° : 4 = 30° · 2 + 7° 30' = 67° 30'

Página 209

17 ***Un planeta, en el movimiento de rotación sobre su propio eje, gira un grado (1°) cada 31 segundos. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?***

Problema resuelto.

18 **Un planeta, en el movimiento de rotación sobre su propio eje, gira un grado (1°) cada 4 minutos y 11 segundos. ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?**

Una vuelta completa son 360°.

4 minutos y 11 segundos son $(4 \cdot 60) + 11 = 240 + 11 = 251$ segundos.

En girar 360° tarda $360 \cdot 251 = 90\,360$ segundos.

$90\,360 : 60 = 1\,506$ minutos $\rightarrow$ $1\,506 : 60 = 25{,}1 = 25$ horas y 6 minutos

Tarda 25 horas y 6 minutos.

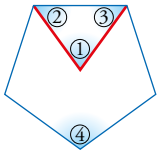
19 **Un satélite de comunicaciones, para modificar su orientación, ha tardado 40 segundos en hacer un giro de diez grados (10°). ¿Cuánto tardaría en girar un cuarto de vuelta?**

Un cuarto de vuelta son 90°.

$$\frac{10}{90} = \frac{4}{x} \rightarrow x = 36$$

Tardaría 36 segundos.

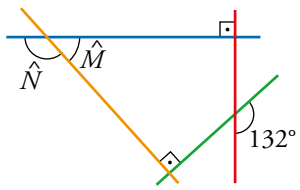
20 ***¿Cuánto mide cada uno de los cuatro ángulos señalados en este pentágono regular?***



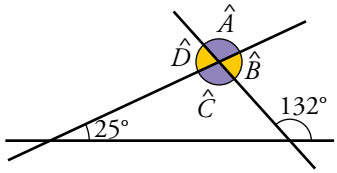
Problema resuelto.

21 **Calcula la amplitud de cada uno de los ángulos señalados con letras:**

a)



b)



a) $\widehat{M} = 180° - 132° = 48°$

$\widehat{N} = 132°$

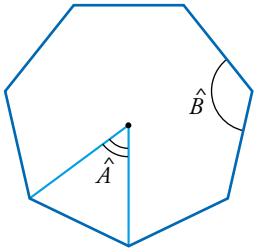
b) $\widehat{A} = \widehat{C} = 132° - 25° = 107°$

$\widehat{B} = \widehat{D} = 180° - 107° = 73°$

22 **Halla el ángulo interior de un heptágono regular. Calcula, también, su ángulo central.**

$\widehat{A} = 360° : 7 \approx 51° 25' 43''$

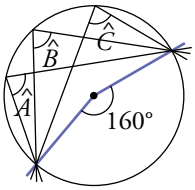
$\widehat{B} = \dfrac{(7-2)\cdot 180°}{7} = \dfrac{5\cdot 180°}{7} = \dfrac{900°}{7} \approx 128° 34' 17''$



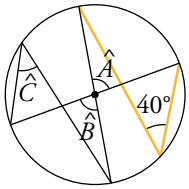
Problemas «+»

23 **Halla el valor de los ángulos indicados.**

a)



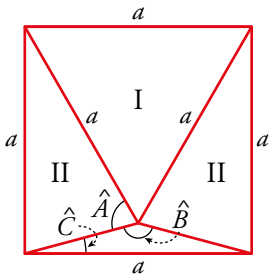
b)



a) $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \dfrac{160°}{2} = 80°$

b) $\widehat{A} = \widehat{B} = 2 \cdot 40° = 80°$; $\widehat{C} = 40°$

24 **El triángulo I es equilátero. Los triángulos II son isósceles. Halla la medida de los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$.**



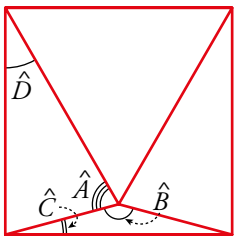
Los ángulos del triángulo equilátero I miden 60°.

Por lo que el ángulo $\widehat{D}$ medirá: 90° – 60° = 30°

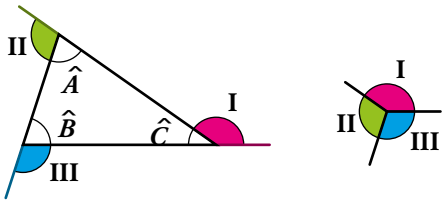
Así: $\widehat{A} = \dfrac{180° - 30°}{2} = 75°$

$\widehat{B} = 360° - 2 \cdot 75° - 60° = 150°$

$\widehat{C} = \dfrac{180° - 150°}{2} = 15°$



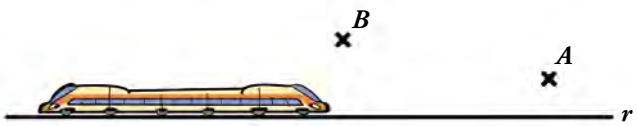
25 **Los ángulos coloreados se llaman ángulos exteriores del triángulo. ¿Cuánto vale su suma?**



$(180° - \hat{A}) + (180° - \hat{B}) + (180° - \hat{C}) = \ldots$

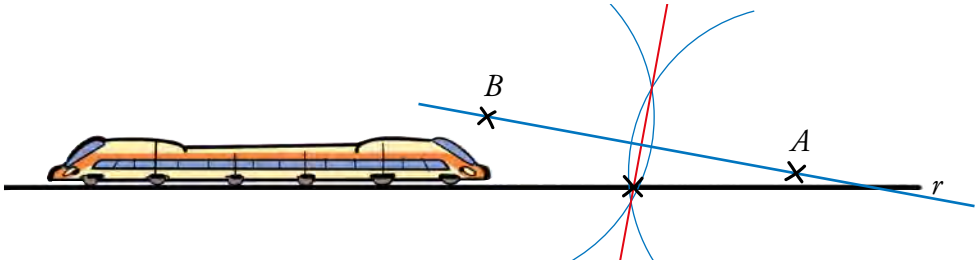
360°

26 **La recta r representa una línea ferroviaria, y los puntos A y B, la situación de dos pueblos.**



Copia y resuelve gráficamente: ¿En qué punto de r hay que colocar una estación para que esté a la misma distancia de ambas poblaciones? (Recuerda las propiedades de la mediatriz de un segmento).

Se halla la mediatriz del segmento *AB*, que tiene la propiedad de que todos sus puntos equidistan de *A* y de *B*, y donde se corte esta recta con *r*, ese es el punto de *r* que dista lo mismo de *A* y de *B*.



Página 210

LEE E INFÓRMATE

Cintas que se retuercen y se anudan

Con unas hojas de papel, unas tijeras y una barra de pegamento se pueden realizar estas apasionantes actividades.

- **Se corta una tira de papel y se pegan sus extremos.**
- **La cinta así anudada tiene dos caras (la interior y la exterior). Una hormiga que esté en una de las caras no podrá pasar a la otra salvo que haga malabarismos en los bordes.**
- **Corta otra tira de papel y pégala de nuevo, pero, previamente, gírala como se indica.**

  Comprueba que esta cinta solo tiene una cara. Una hormiga podría pasearse tranquilamente por toda ella. Esta cinta se llama de Möbius (se pronuncia *Moebius*).

Con este sencillo experimento, los estudiantes pueden observar cómo, tras un pequeño cambio en la construcción de una superficie, se obtienen inesperados cambios en sus propiedades.

La cinta de Möbius es una superficie tan sencilla como sorprendente.

INVESTIGA

- **Hazte una cinta de Möbius y comprueba que tiene una sola cara.**

  Córtala a todo lo largo como indica la figura. Antes de completar el corte, contesta: ¿qué crees que va a resultar?

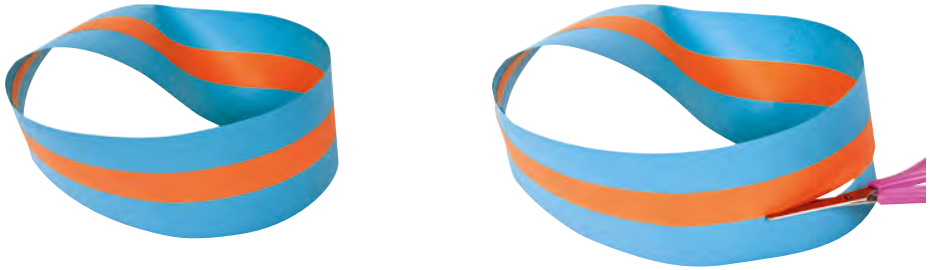
  Cuando hayas acabado de cortar, comprueba cuántas caras tiene la cinta resultante. (Es decir, ¿podrá recorrerla entera una hormiga?)

Cuando se corta por la mitad una cinta de Möbius, se obtiene otra cinta, el doble de larga, que tiene dos caras: esta no es una cinta de Möbius.

- **Señala en una tira de papel tres bandas mediante dos líneas trazadas a todo lo largo. Colorea de naranja la banda central. Hazlo por las dos caras.**

Con esta tira de papel, construye una cinta de Möbius. Córtala a todo lo largo de una de las líneas. Antes de completar el corte, contesta: ¿qué crees que va a salir?

Cuando hayas acabado de cortar, comprueba cuántas caras tiene cada una de las dos cintas que has obtenido. Comprobarás que una es de Möbius y la otra no.



En el segundo caso se obtienen dos cintas anudadas. La primera es como la que se obtiene en el caso anterior, y la segunda sí es de Möbius.

Página 211

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Prueba, tantea, deduce

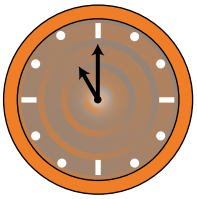
- **Aquí tienes un reloj analógico al que tienes que ponerle las agujas. Piensa en las condiciones pedidas y responde a las preguntas que se te plantean.**

a) ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones marcadas en este reloj y la del minutero en la siguiente?

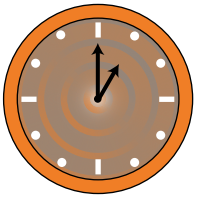
b) ¿Qué hora es cuando la aguja de las horas está, exactamente, en una de las divisiones y la del minutero en la anterior?

c) ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis justo el doble que la del minutero?

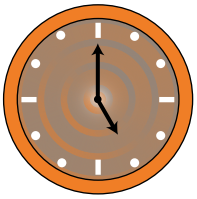
d) ¿Qué hora es sabiendo que la aguja de las horas tardará en llegar a la marca de las seis el triple que la del minutero?

a) 

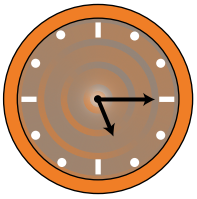
Las once en punto.

b) 

La una en punto.

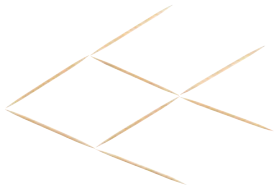
c) 

Las cinco en punto. La aguja pequeña tardará una hora en llegar a la marca de las seis. El minutero tardará media hora.

d) 

Las cinco y cuarto. La aguja pequeña tardará tres cuartos de hora en llegar a la marca de las seis. El minutero tardará un cuarto de hora.

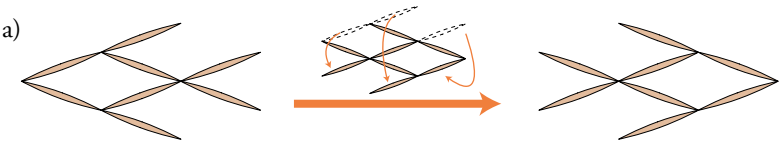
• **Hemos construido un pez con 8 palillos.**



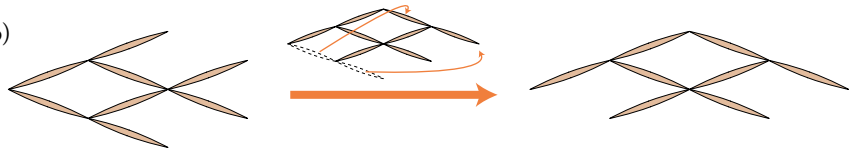
a) Moviendo solo tres palillos, consigue que el pez vaya en la dirección contraria.

b) Si movemos solo dos palillos, podemos conseguir un pez que mire en otra dirección. Compruébalo.

a)



b)



AUTOEVALUACIÓN

1 **Realiza las siguientes operaciones con ángulos:**

a) **27° 30' 18" + 3° 42' 52"**

b) **17° 21' 37" – 4° 48"**

c) **(3° 27' 19") · 4**

d) **(12° 4' 11") : 5**

a) 31° 13' 10"

b) 13° 20' 49"

c) 13° 49' 16"

d) Cociente: 2° 24' 50"; resto: 1"

2 **Pasa a segundos los ángulos de la actividad anterior y vuelve a realizar los cálculos. Expresa luego el resultado en forma compleja.**

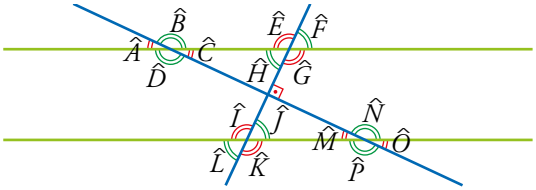
a) 99 018" + 13 372" = 112 390"
(112 390 : 60)' = 1 873'; resto: 10"
(1 873 : 60)° = 31°; resto: 13'
112 390" = 31° 13' 10"

b) 62 497" – 14 448" = 48 049"
(48 049 : 60)' = 800'; resto: 49"
(800 : 60)° = 13°; resto: 20'
48 049" = 13° 20' 49"

c) 12 439" · 4 = 49 756"
(49 756 : 60)' = 829'; resto: 16"
(829 : 60)° = 13°; resto: 49'
49 756" = 13° 49' 16"

d) 43 451" : 5 = 8 690"; resto: 1"
(8 690 : 60)' = 144'; resto: 50"
(144 : 60)° = 2°; resto: 24'
8 690"; resto: 1" = 2° 24' 50"; resto: 1"

3 **Observa estos ángulos:**



a) **Identifica dos ángulos complementarios y dos suplementarios.**

b) **Indica dos ángulos opuestos por el vértice, dos correspondientes, dos alternos externos y dos alternos internos.**

c) **Sabiendo que $\hat{A} = 25°$, calcula el resto de ángulos.**

a) Ángulos complementarios: $\widehat{C}$ y $\widehat{H}$; $\widehat{J}$ y $\widehat{M}$

Ángulos suplementarios: $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$; $\widehat{C}$ y $\widehat{D}$; $\widehat{E}$ y $\widehat{F}$; $\widehat{G}$ y $\widehat{H}$; $\widehat{I}$ y $\widehat{J}$
$\widehat{L}$ y $\widehat{K}$; $\widehat{M}$ y $\widehat{N}$; $\widehat{P}$ y $\widehat{O}$

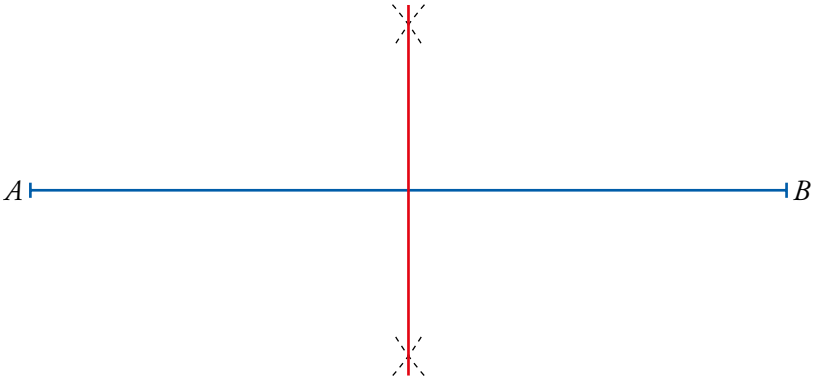
b) Ángulos opuestos por el vértice: $\widehat{A}$ y $\widehat{C}$; $\widehat{B}$ y $\widehat{D}$; $\widehat{E}$ y $\widehat{G}$; $\widehat{F}$ y $\widehat{H}$
$\widehat{I}$ y $\widehat{K}$; $\widehat{J}$ y $\widehat{L}$; $\widehat{M}$ y $\widehat{O}$; $\widehat{N}$ y $\widehat{P}$

c) $\widehat{A} = \widehat{C} = \widehat{M} = \widehat{O} = 25°$
$\widehat{B} = \widehat{D} = \widehat{N} = \widehat{P} = 155°$
$\widehat{H} = \widehat{F} = \widehat{L} = \widehat{J} = 65°$
$\widehat{E} = \widehat{G} = \widehat{I} = \widehat{K} = 115°$

4 **a) Dibuja un segmento AB de 10 cm y traza, con regla y compás, su mediatriz. ¿Qué propiedad cumplen todos sus puntos?**

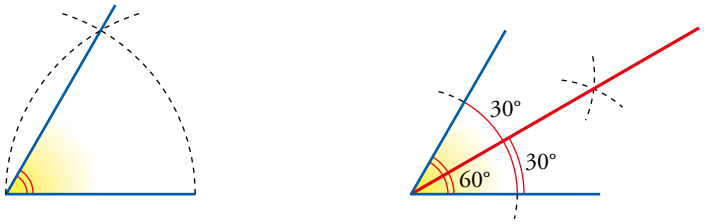
b) Dibuja un ángulo de 60°. Traza, con regla y compás, la bisectriz del ángulo. ¿Cuánto debe medir cada uno de los ángulos generados? Compruébalo.

a)



Todos los puntos de la mediatriz equidistan de los extremos del segmento.

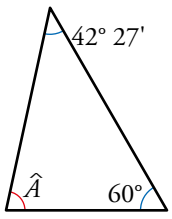
b)



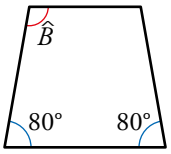
Cada uno de los ángulos generados por la bisectriz mide 30°.

5 **Calcula el valor de los ángulos indicados.**

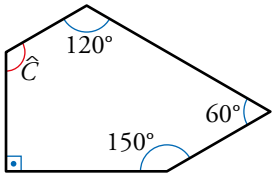
a)



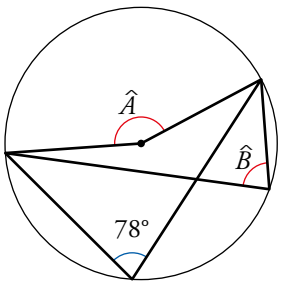
b)



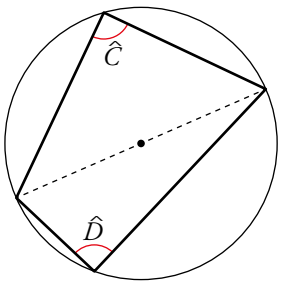
c)



d)



e)



a) $\widehat{A} = 77° 33'$

b) $\widehat{B} = 100°$

c) $\widehat{C} = 120°$

d) $\widehat{A} = 156°$; $\widehat{B} = 78°$

e) $\widehat{C} = \widehat{D} = 90°$

6 **Una rueda ha girado 20° en 1 min y 22 s. A este ritmo, ¿cuánto tarda en dar un cuarto de vuelta?**

1 minuto y 22 segundos son 60 + 22 = 82 segundos.

En un cuarto de vuelta tarda:

$\frac{20}{90} = \frac{82}{x} \rightarrow x = 369$ s = 6 minutos y 9 segundos

12 FIGURAS GEOMÉTRICAS

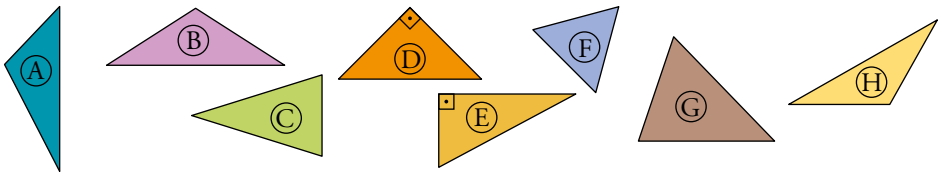
Página 212

1 **Di cuáles de estos triángulos son:**

a) Acutángulos.

b) Obtusángulos isósceles.

c) Rectángulos escalenos.



a) Acutángulos → C, F, G

b) Obtusángulos isósceles → B, H

c) Rectángulos escalenos → E

2 **Asocia su nombre a cada una de las figuras dibujadas:**

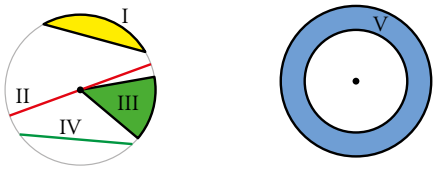
a) Sector circular.

b) Cuerda.

c) Segmento circular.

d) Diámetro.

e) Corona circular.



a) Sector circular → III

b) Cuerda → IV

c) Segmento circular → I

d) Diámetro → II

e) Corona circular → V

Página 213

3 **¿En cuál de estos casos se puede obtener un cuadrado? ¿Cómo?**

En el caso I, poniendo la banda transparente (que tiene el mismo ancho) perpendicular a la banda verde.

4 **¿Cómo tendrían que ser las bandas transparentes para obtener un rectángulo y cómo habría que colocarlas?**

En el caso I, poniendo bandas transparentes (de anchos distintos) perpendiculares a la banda verde.

5 **Indica una característica del tipo de cuadrilátero que se consigue en cada caso.**

En el caso I:

Bandas del mismo ancho perpendiculares → cuadrado

Bandas del mismo ancho no perpendiculares → rombo

Bandas de anchos distintos perpendiculares → rectángulo

Bandas de anchos distintos no perpendiculares → romboide

En el caso II:

Bandas con aristas perpendiculares a un lado del triángulo → trapecio rectángulo

Bandas que forman el mismo ángulo con dos lados del triángulo → trapecio isósceles

6 **¿Cuántas rectas determinan tres puntos no alineados? ¿Y cuatro puntos no alineados?**

Tres puntos no alineados determinan 3 rectas.

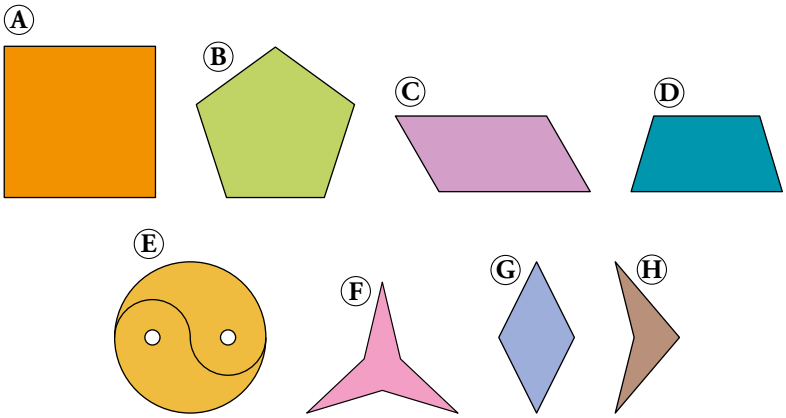
Cuatro puntos no alineados determinan 6 rectas.

2 SIMETRÍAS EN LAS FIGURAS PLANAS

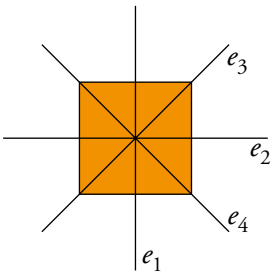
Página 215

Para practicar

1 **Di cuáles de las siguientes figuras son simétricas respecto a algún eje. Dibuja en tu cuaderno cada eje de simetría y, si tienes un pequeño espejo a mano, comprueba que lo es. Si tiene más de un eje de simetría, averigua qué ángulo forman cada dos de ellos contiguos:**

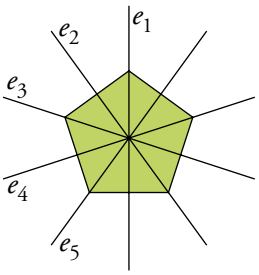


a) El cuadrado tiene cuatro ejes de simetría: e_1, e_2, e_3 y e_4.



Cada dos ejes contiguos forman 45°.

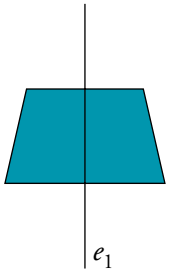
b) El pentágono regular tiene cinco ejes de simetría: e_1, e_2, e_3, e_4 y e_5.



Cada dos ejes contiguos forman 36°.

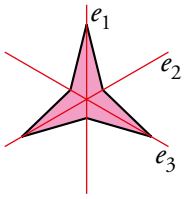
c) No tiene ejes de simetría.

d) El trapecio isósceles tiene un eje de simetría: e_1.



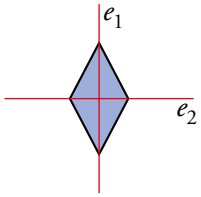
e) No tiene ejes de simetría.

f) Tiene tres ejes de simetría: e_1, e_2 y e_3.



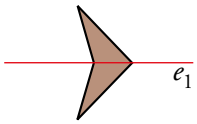
Cada dos ejes contiguos forman 60°.

g) Tiene dos ejes de simetría: e_1 y e_2.



Cada dos ejes contiguos forman 90°.

h) Tiene un eje de simetría: e_1.



3 TRIÁNGULOS

Página 216

Para practicar

1 ¿Verdadero o falso?

a) Un triángulo puede tener dos ángulos rectos.

b) Un triángulo puede ser escaleno y rectángulo.

c) Un triángulo isósceles siempre es acutángulo.

d) Un triángulo equilátero siempre es acutángulo

e) Cuanto más grandes sean los lados de un triángulo equilátero, más grandes son sus ángulos.

a) Falso. En un triángulo no puede haber dos ángulos rectos porque la suma de todos sus ángulos sería mayor de 180°.

b) Verdadero.

c) Falso. Puede ser rectángulo y obtusángulo.

d) Verdadero.

e) Falso. En un triángulo equilátero, todos sus ángulos miden lo mismo, 60°.

2 Construye con regla y compás un triángulo cuyos lados miden:

a) a = 6 cm, b = 6 cm, c = 6 cm.

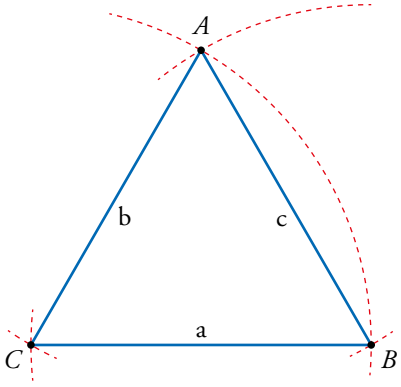
b) a = 6 cm, b = 6 cm, c = 3 cm.

c) a = 6 cm, b = 6 cm, c = 8 cm.

d) a = 7 cm, b = 5 cm, c = 8 cm.

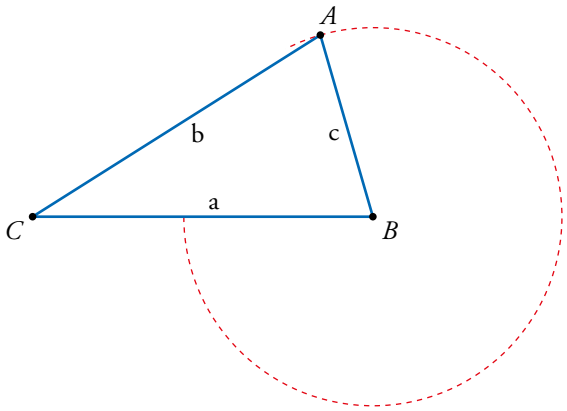
Estudia, en cada caso, la relación entre sus ángulos.

a) Como todos los lados son iguales, sus ángulos son iguales.



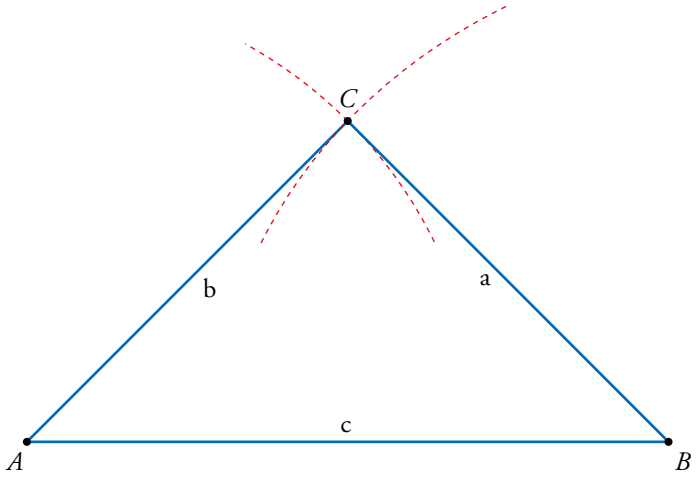
Nota: gráfica reducida al 75 %.

b) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$ también son iguales. Sin embargo, el lado c es menor que a y b; por tanto, el ángulo $\widehat{C}$ es menor que los otros dos ángulos.

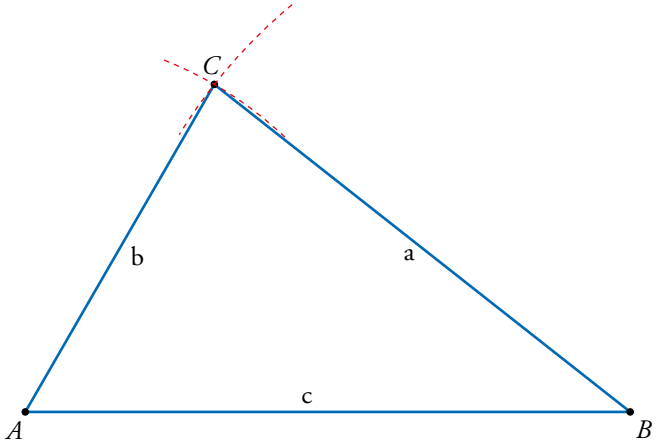


Nota: gráfica reducida al 75 %.

c) Como los lados a y b son iguales, los ángulos correspondientes $\widehat{A}$ y $\widehat{B}$ también son iguales. Sin embargo, el lado c es mayor que a y b; por tanto, el ángulo $\widehat{C}$ es mayor que los otros dos ángulos.



d) $b < a < c$. Por tanto, los ángulos correspondientes son $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$.

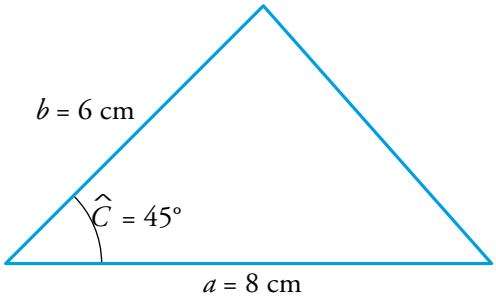


3 **Construye con regla y transportador de ángulos:**

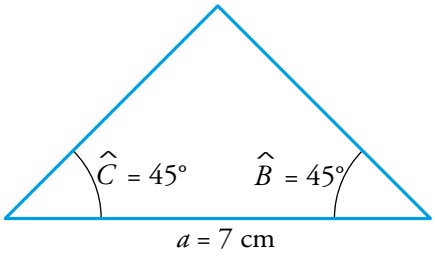
a) Un triángulo de lados a = 8 cm y b = 6 cm, y ángulo $\hat{C}$ = 45º.

b) Un triángulo de lado a = 7 cm y ángulos $\hat{B}$ = 45º y $\hat{C}$ = 45º.

a)



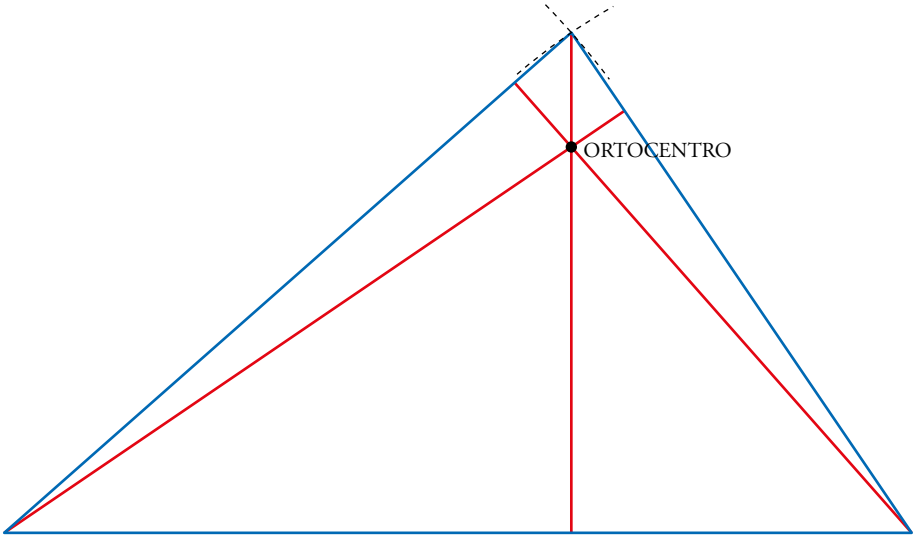
b)



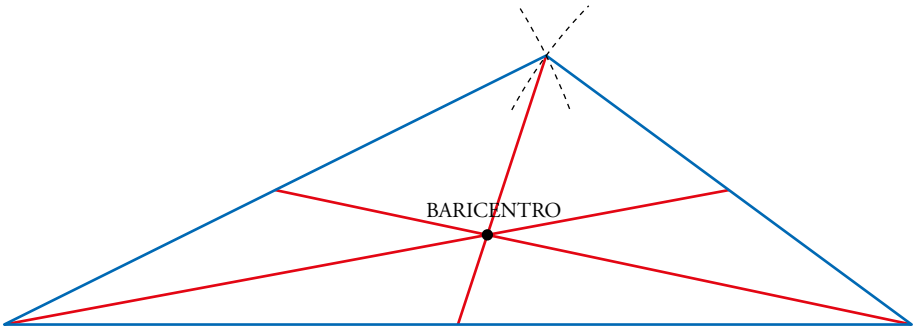
Página 217

Para practicar

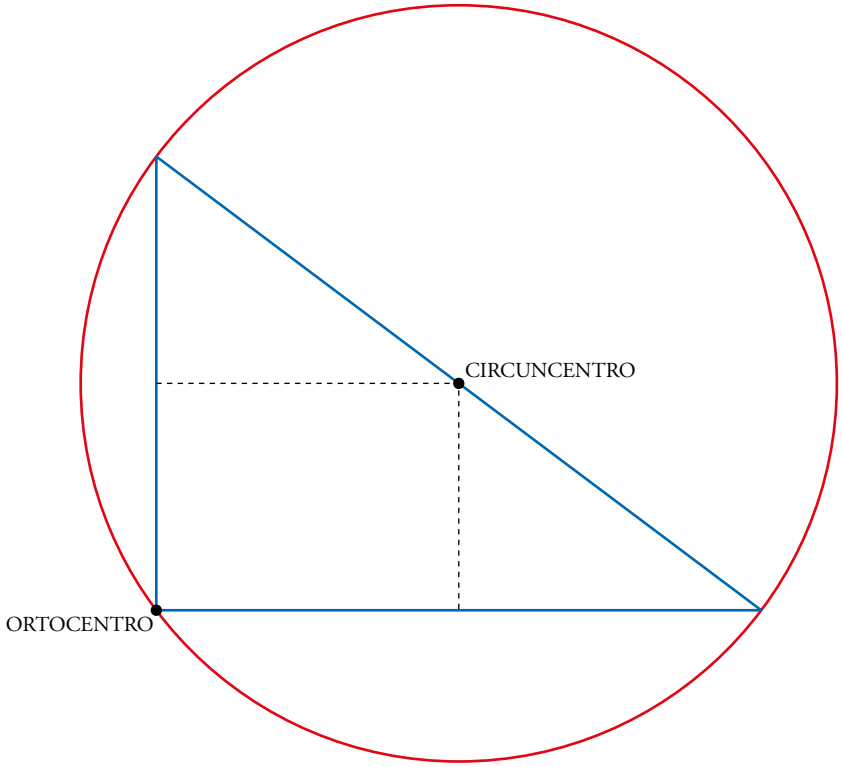
4 **Dibuja el triángulo de lados 8 cm, 10 cm y 12 cm. Observa que es acutángulo. Traza sus tres alturas y señala su ortocentro.**



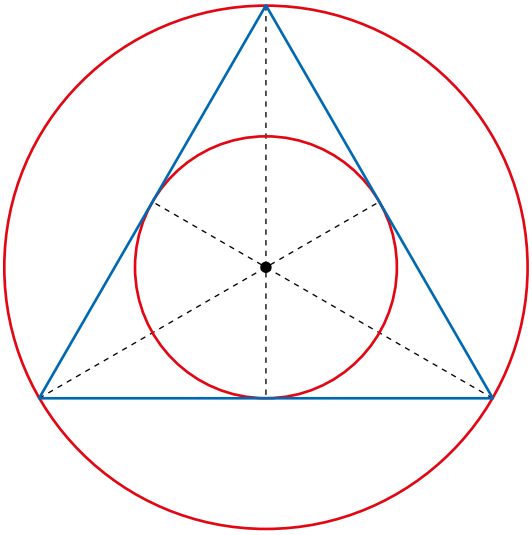
5 **Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 12 cm. Observa que es obtusángulo. Traza sus medianas y señala su baricentro.**



6 **Dibuja el triángulo de lados 6 cm, 8 cm y 10 cm. Observa que es rectángulo. Localiza su ortocentro y su circuncentro. Traza la circunferencia circunscrita.**



7 **Dibuja el triángulo equilátero de lado 6 cm. Traza la circunferencia inscrita y la circunferencia circunscrita.**

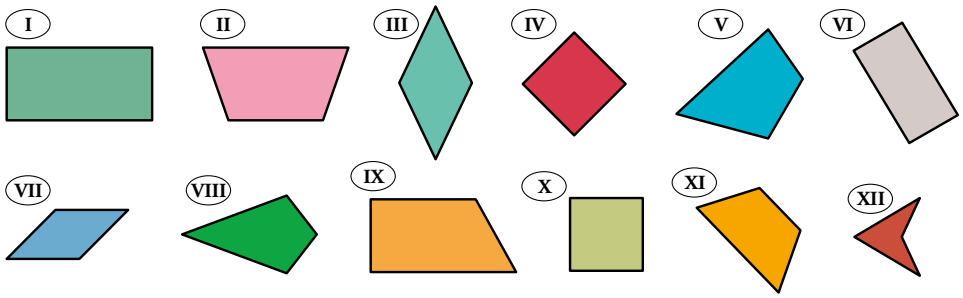


4 CUADRILÁTEROS

Página 218

Para fijar ideas

1 **Para clasificar estos cuadriláteros, copia y completa en tu cuaderno.**



- **Cuadrados → IV, X**
- **Rombos → …**
- **Trapecios → …**
- **Rectángulos → …**
- **Romboides → …**
- **Trapezoides → …**

Cuadrados → IV, X

Rombos → III, VII

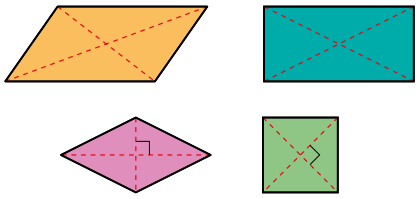
Trapecios → II, IX, XI

Rectángulos → I, VI

Romboides → No hay

Trapezoides → V, VIII, XII

2 **Observa los cuatro tipos de paralelogramos, copia y completa en tu cuaderno.**

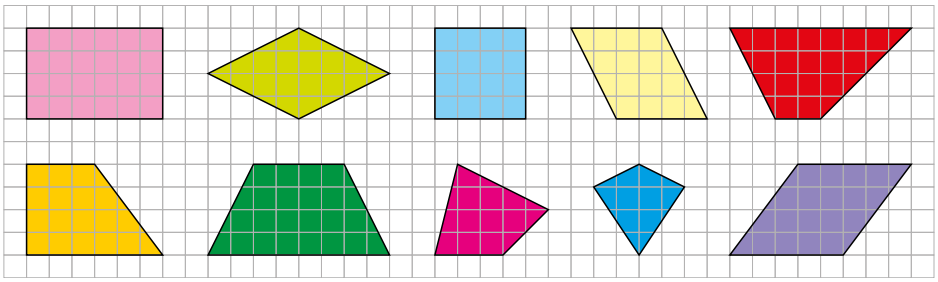


- **Las diagonales se cortan en sus puntos medios en todos ellos.**
- **Las diagonales son perpendiculares en el … y en el…**
- **Las diagonales son iguales en el … y en el…**
- **Los ángulos son iguales dos a dos en el … y en el…**
- **Los cuatro ángulos son iguales en … y en el…**
- **Los cuatro ángulos son rectos en el … y en el…**
- Las diagonales se cortan en sus puntos medios en todos ellos.
- Las diagonales son perpendiculares en el rombo y en el cuadrado.
- Las diagonales son iguales en el rectángulo y en el cuadrado.
- Los ángulos son iguales dos a dos en el rombo y en el romboide.
- Los cuatro ángulos son iguales en el rectángulo y en el cuadrado.
- Los cuatro ángulos son rectos en el rectángulo y en el cuadrado.

Página 219

Para fijar ideas

3 **Reproduce en papel cuadriculado estos cuadriláteros y traza sus ejes de simetría, si los hay. Después, copia y completa:**

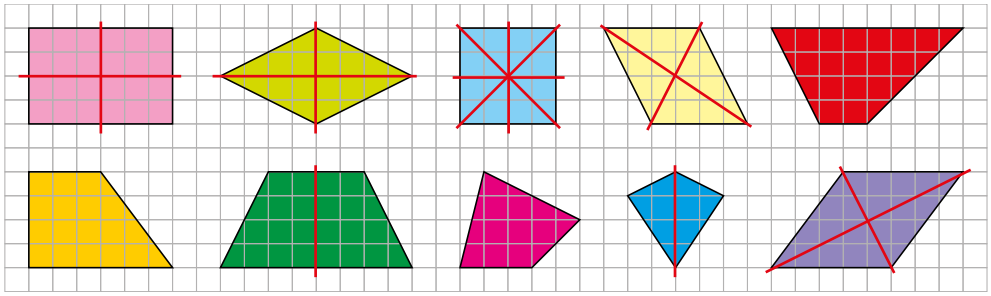


a) Los rectángulos y los rombos tienen … ejes de simetría.

b) Los … tienen cuatro ejes de simetría.

c) Los … no tienen ejes de simetría.

d) Hay algunos … y también algunos … con simetrías.



a) Los rectángulos y los rombos tienen 2 ejes de simetría.

b) Los cuadrados tienen cuatro ejes de simetría.

c) Los trapezoides no tienen ejes de simetría.

d) Hay algunos trapecios y también algunos romboides con simetrías.

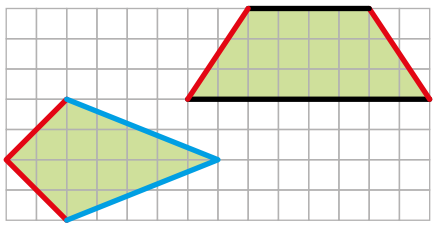
4 **Observa las figuras de la derecha y reflexiona. ¿Verdadero o falso?**

a) Si un cuadrilátero tiene los cuatro ángulos iguales, entonces es un rectángulo.

b) Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales, entonces es un paralelogramo.

c) Si un cuadrilátero tiene los lados iguales dos a dos, entonces es un paralelogramo.

d) Si un cuadrilátero tiene las diagonales perpendiculares, entonces es un rombo.



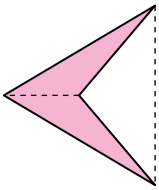
a) Verdadero. Podría decirse que es un cuadrado, pero en realidad un cuadrado es un rectángulo con todos sus lados iguales.

b) Falso. Si los lados no son paralelos no tiene por qué ser un paralelogramo.

c) Falso. Un trapezoide con forma de cometa tiene los lados iguales dos a dos y no es un paralelogramo.

d) Falso. Por ejemplo, un trapezoide con forma de cometa no es un rombo y tiene las diagonales perpendiculares.

5 **Los polígonos en los que una diagonal queda fuera se llaman polígonos cóncavos. ¿Qué clases de cuadriláteros pueden ser cóncavos? Dibuja alguno en tu cuaderno.**

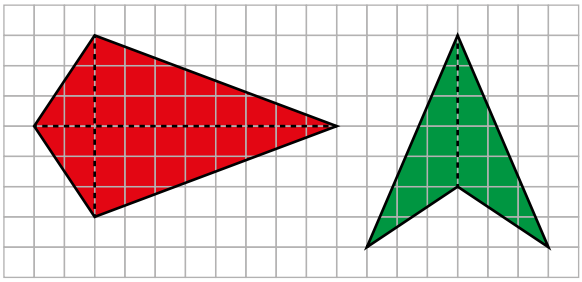


Los trapezoides.

6 **Observa. De la figura roja podemos decir:**

- **Es un trapezoide con los lados iguales dos a dos.**
- **Sus diagonales son perpendiculares.**
- **Tiene un eje de simetría que coincide con la diagonal mayor.**
- **Los ángulos cuyos vértices coinciden con los extremos de la diagonal menor son iguales y obtusos.**

Describe de igual forma las características de la figura verde.



- Es un trapezoide con los lados iguales dos a dos.
- Tiene dos diagonales, una interior y otra exterior, y son perpendiculares.
- Tiene un eje de simetría que coincide con la diagonal menor.
- Los ángulos cuyos vértices coinciden con los extremos de la diagonal mayor son iguales y agudos.

Para practicar

1 **Dibuja y di qué polígono tiene sus vértices en:**

a) Los puntos medios de los lados de un rectángulo.

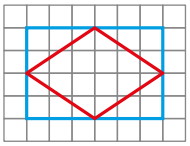
b) Los puntos medios de los lados de un cuadrado.

c) Los puntos medios de los lados de un rombo.

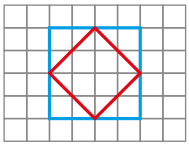
d) Los puntos medios de los lados de un romboide.

e) Los extremos de dos diámetros de una circunferencia.

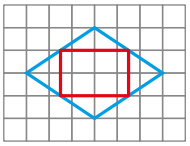
a) Un rombo.



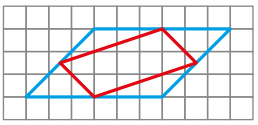
b) Un cuadrado.



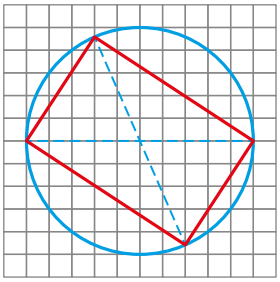
c) Un rectángulo.



d) Un romboide.



e) Un rectángulo.

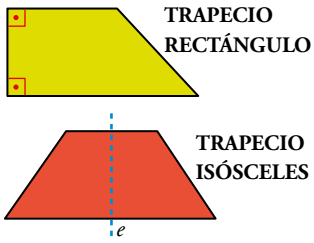


2 **Completa en tu cuaderno y responde.**

a) Un trapecio rectángulo tiene, iguales, …

b) Un trapecio isósceles tiene, iguales, …

c) ¿Puede un trapecio ser a la vez rectángulo e isósceles?



a) Un trapecio rectángulo tiene, iguales, dos de sus ángulos.

b) Un trapecio isósceles tiene, iguales, los ángulos dos a dos.

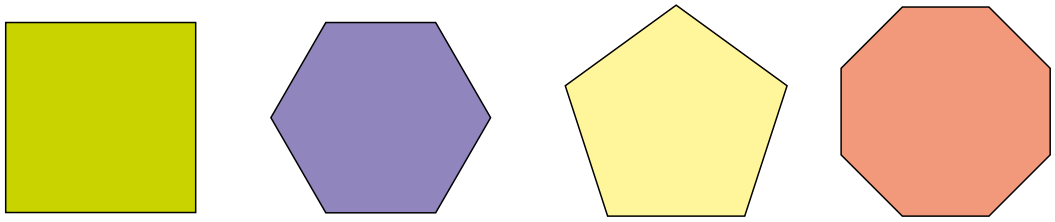
c) No.

5 POLÍGONOS REGULARES Y CIRCUNFERENCIAS

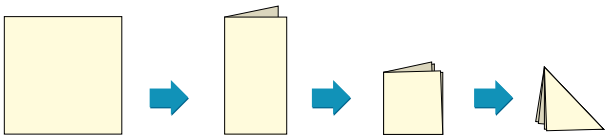
Página 221

Para fijar ideas

1 **Calca las siguientes figuras y recórtalas. Señala, mediante pliegues, todos sus ejes de simetría:**

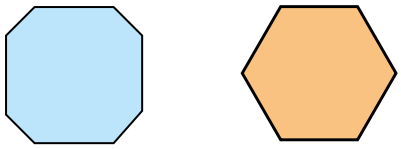


Observa que en el cuadrado puedes hacerlo mediante tres pliegues, y en el octógono, mediante cuatro.



Respuesta abierta.

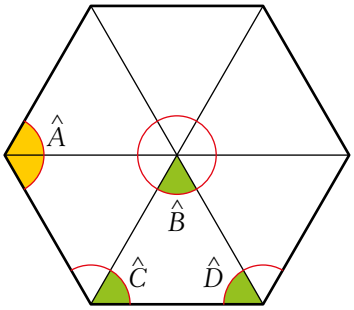
2 **El octógono tiene todos sus ángulos iguales, y el hexágono, todos los lados iguales. ¿Son regulares? Explica tu respuesta.**



El octógono no es regular porque sus lados no son iguales.

El hexágono es regular porque sus lados son iguales y sus ángulos son también iguales.

3 **Recuerda cómo se calcula la suma de los ángulos de un polígono. Reflexiona y completa en tu cuaderno.**



a) La suma de los ángulos del hexágono es: $180° \cdot (6 - 2) = 720°$

b) La medida de cada uno de los ángulos del hexágono regular es: $\hat{A} = 720° : \ldots = \ldots$

c) El ángulo $\hat{B}$ es la sexta parte del ángulo completo: $\hat{B} = 360° : 6 = \ldots$

d) Los ángulos $\hat{C}$ y $\hat{D}$ son iguales y miden: $\hat{C} = \hat{D} = \hat{A} : 2 = \ldots : 2 = \ldots$

e) Sabiendo la medida de los ángulos $\hat{B}$, $\hat{C}$ y $\hat{D}$, diremos que ese triángulo es: …

f) El hexágono regular se divide en seis triángulos … iguales.

b) $\hat{A} = 720° : 6 = 120°$

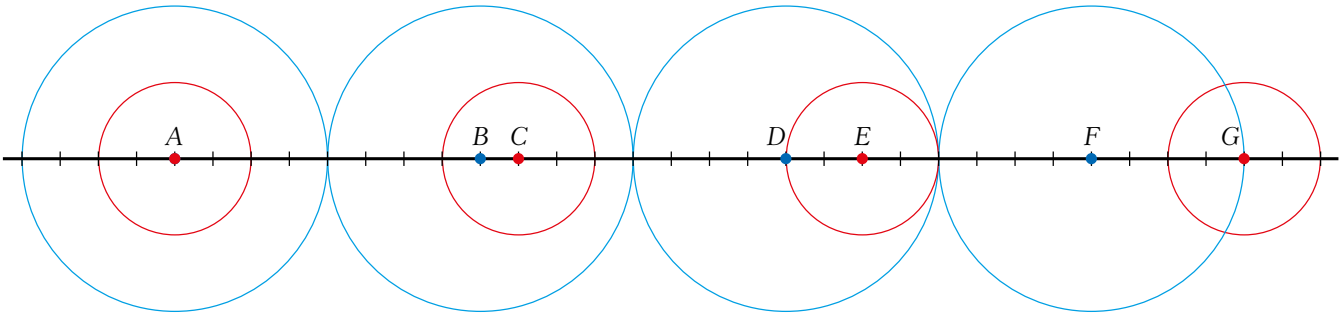
c) $\hat{B} = 360° : 6 = 60°$

d) $\hat{C} = \hat{D} = \hat{A} : 2 = 120° : 2 = 60°$

e) Equilátero.

f) El hexágono regular se divide en seis triángulos equiláteros iguales.

4 **Copia y completa.**



a) Las dos circunferencias que tienen sus centros en el punto *A* son concéntricas.

b) La circunferencia que tiene su centro en el punto *C* es … a la que lo tiene en *B*.

c) Las circunferencias que tienen sus centros en los puntos *A* y *B* son…

d) Las circunferencias que tienen sus centros en … y … son secantes.

e) Las circunferencias … son tangentes interiores.

b) La circunferencia que tiene su centro en el punto *C* es interior a la que lo tiene en *B*.

c) Las circunferencias que tienen sus centros en los puntos *A* y *B* son exteriores.

d) Las circunferencias que tienen sus centros en *F* y *G* son secantes.

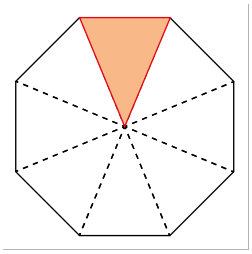
e) Las circunferencias que tienen sus centros en *D* y *E* son tangentes interiores.

6 TRIÁNGULO CORDOBÉS Y FIGURAS RELACIONADAS CON ÉL

Página 222

Para practicar

1 **Justifica que cada uno de los ocho «gajos» de un octógono regular es un triángulo cordobés. Es decir, justifica que es isósceles y que el ángulo menor mide 45°.**



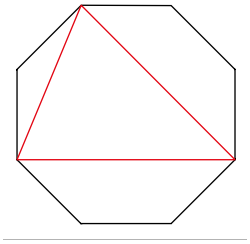
Un octógono regular es un polígono de ocho lados y ocho ángulos iguales.

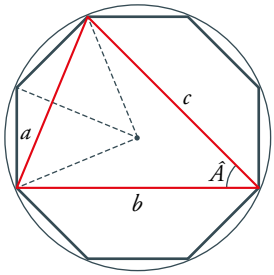
Cada uno de los «gajos» que forma el octógono tendrá dos ángulos iguales.

El tercer ángulo del «gajo» es un ángulo central, que mide 360° : 8 = 45°.

Por tanto, cada «gajo» es un triángulo isósceles acutángulo con ángulo menor de 45°.

2 **Explica por qué este otro triángulo construido sobre octógono regular es también cordobés.**

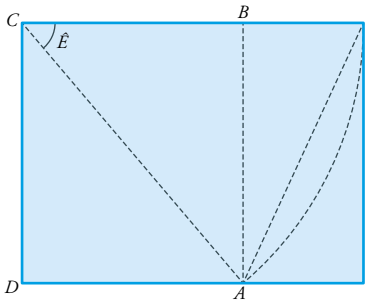




Por construcción, los lados b y c son iguales. $\hat{A}$ es un ángulo inscrito que abarca un arco igual al que abarcan dos ángulos centrales (45° cada uno). Mide, por tanto, 45°.

El triángulo es, por tanto, isósceles.

3 **Justifica por qué el triángulo constuido a partir de una hoja DIN A4 es cordobés.**



El ángulo $\hat{E}$ mide 45° por ser la mitad de un ángulo recto.

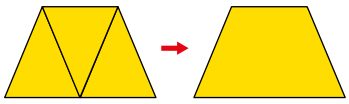
Uno de los lados del triángulo coincide con la diagonal del cuadrado $ABCD$ y esta diagonal es igual al lado mayor del rectángulo. El triángulo es, por tanto, isósceles.

Página 223

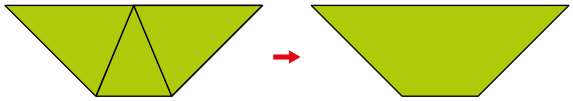
4 **Sabiendo que los lados menores de los triángulos que forman los trapecios cordobeses que hemos estudiado antes miden 1 dm (en el segundo trapecio se trata del lado menor del triángulo pequeño), calcula el perímetro de cada uno de los trapecios.**

Para el segundo trapecio, puedes obtener el lado mayor de cada triángulo grande mediante la siguiente proporción:

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1,3}} = \frac{\mathbf{1,3}}{\boldsymbol{l}}$$



$$P = 1 + 1{,}3 + 1 + 1 + 1{,}3 = 5{,}6 \text{ dm}$$



$$\frac{1}{1{,}3} = \frac{1{,}3}{l} \rightarrow l = 1{,}3^2$$

$$P = 1{,}3^2 + 1{,}3^2 + 1{,}3^2 + 1 + 1{,}3^2 = 7{,}76 \text{ dm}$$

7 TEOREMA DE PITÁGORAS

Página 224

Para practicar

1 **Averigua si cada uno de los siguientes triángulos es acutángulo, rectángulo u obtusángulo:**

a) $a = 20$ km, $b = 30$ km, $c = 40$ km.

b) $a = 26$ cm, $b = 24$ cm, $c = 10$ cm.

c) $a = 20$ cm, $b = 17$ cm, $c = 19$ cm.

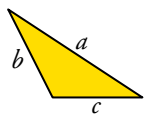
a) $\left.\begin{array}{l} c^2 = 1\,600 \\ a^2 + b^2 = 400 + 900 = 1\,300 \end{array}\right\}$ $c^2 > a^2 + b^2 \rightarrow$ triángulo obtusángulo.

b) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 676 \\ b^2 + c^2 = 576 + 100 = 676 \end{array}\right\}$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow$ triángulo rectángulo.

c) $\left.\begin{array}{l} a^2 = 400 \\ b^2 + c^2 = 289 + 361 = 650 \end{array}\right\}$ $a^2 < b^2 + c^2 \rightarrow$ triángulo acutángulo.

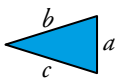
2 **Copia y completa con los signos >, <, =.**

a)



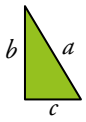
$a^2 \square b^2 + c^2$

b)



$a^2 \square b^2 + c^2$

c)



$a^2 \square b^2 + c^2$

a) $a^2 > b^2 + c^2$

b) $a^2 < b^2 + c^2$

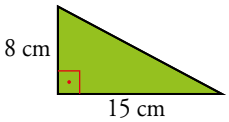
c) $a^2 = b^2 + c^2$

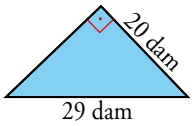
8 APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Página 225

Para practicar

1 Halla la longitud de la hipotenusa en el triángulo verde y del cateto desconocido en el azul.





Hipotenusa = a

$a^2 = 8^2 + 15^2 = 289$

$a = \sqrt{289} = 17$ cm

Cateto desconocido = c

$29^2 = 20^2 + c^2$

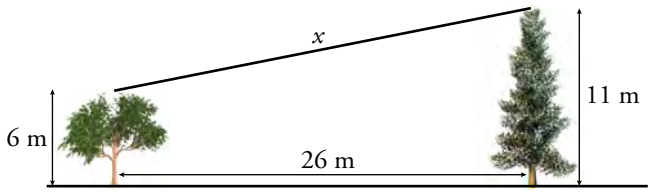
$c^2 = 29^2 - 20^2 = 441 \rightarrow c = \sqrt{441} = 21$ dam

2 Una escalera de 2,5 m de longitud se apoya en el suelo y en una pared. ¿Qué altura alcanza el extremo superior si el inferior está a un metro de la pared?

$h^2 + 1 = (2,5)^2 \rightarrow h = \sqrt{6,25 - 1} = 2,29$

Alcanza una altura de 2,29 m.

3 Un gorrión ha volado desde lo más alto de uno de estos árboles hasta lo más alto del otro. ¿Qué distancia separa esos dos puntos, en línea recta?



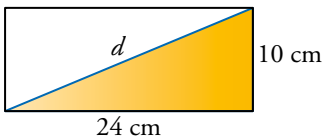
$x^2 = 5^2 + 26^2 = 25 + 676 \rightarrow x = \sqrt{701} = 26,48$

Los puntos están a 26,48 m de distancia.

Página 226

Para fijar ideas

1 Las dimensiones de un rectángulo son 10 cm y 24 cm. Calcula la longitud de la diagonal.



$d^2 = 24^2 + \square^2 \rightarrow d^2 = \ldots$

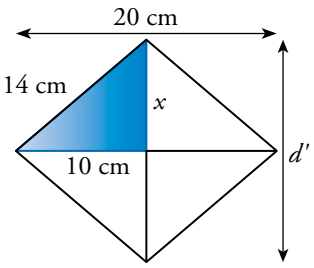
$d = \sqrt{\ldots} = \ldots$

La diagonal mide 26 cm.

$d^2 = 24^2 + 10^2 \rightarrow d^2 = 576 + 100 = 676$

$d = \sqrt{676} = 26$ cm

2 **El lado de un rombo mide 14 cm, y una de sus diagonales, 20 cm. Halla la longitud de la otra diagonal.**



El lado del rombo es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son las semidiagonales.

$x^2 = 14^2 - \square^2 \rightarrow x^2 = 196 - \ldots = \ldots$

$x = \sqrt{\ldots} = \ldots$ cm $\rightarrow d' = 2 \cdot \ldots = \ldots$ cm

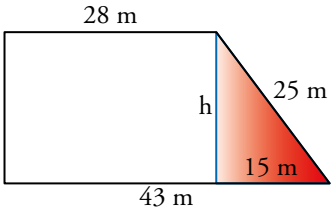
La otra diagonal mide 19,6 cm.

$x^2 = 14^2 - 10^2 \rightarrow x^2 = 196 - 100 = 96$

$x = \sqrt{96} = 9{,}8$ cm

$d' = 2 \cdot 9{,}8 = 19{,}6$ cm

3 **Halla la altura de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 43 m y 28 m, y el lado oblicuo, 25 m.**



La hipotenusa es el lado oblicuo, 25 m. Un cateto es la diferencia entre las bases; es decir, 43 – 28 = 15 m.

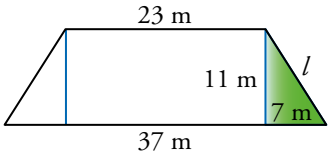
$h^2 = \square^2 - \square^2 \rightarrow h^2 = \ldots - \ldots = \ldots$

$h = \sqrt{\ldots} = \ldots$ m

La altura mide 20 m.

$h^2 = 25^2 - 15^2 \rightarrow h^2 = 625 - 225 = 400 \rightarrow h = \sqrt{400} = 20$ m

4 **Las bases de un trapecio isósceles miden 23 m y 37 m. Su altura es de 11 m. Halla su perímetro.**



La diferencia de las bases, 37 – 23 = 14 m, se reparte en los dos triángulos de los extremos.

El cateto horizontal mide 14 : 2 = 7 m.

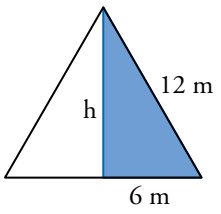
$l^2 = \square^2 + \square^2 \rightarrow l = \sqrt{\ldots} = \ldots$ m

Perímetro $\rightarrow$ 23 + 37 + … + … = 86 m

$l^2 = 11^2 + 7^2 \rightarrow l = \sqrt{170} = 13{,}04$ m ≈ 13 m

Perímetro $\rightarrow 23 + 37 + 13 + 13 = 86$ m

5 **Halla la altura de un triángulo equilátero de 12 m de lado.**



$h^2 = \square^2 - \square^2 \rightarrow h = \sqrt{\ldots} = \ldots$ m

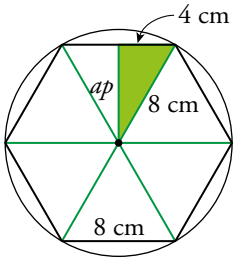
La altura mide 10,4 m.

$h^2 = 12^2 - 6^2 \rightarrow h = \sqrt{108} = 10{,}4$ m

Página 227

Para fijar ideas

6 **Halla la apotema de un hexágono regular de 8 cm de lado.**



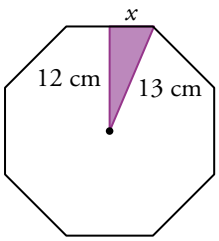
Recuerda que un hexágono regular se divide en seis triángulos equiláteros iguales y, por tanto, el radio es igual al lado: $r = l$

$$ap = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

La apotema mide 6,9 cm.

$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6{,}9$ cm

7 **En un octógono regular, el radio mide 13 cm, y la apotema, 12 cm. Halla su perímetro.**



$$x = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

Lado → 2 · … = … cm

Perímetro → 8 · … = … cm

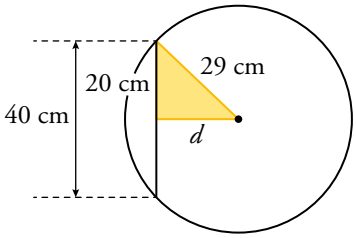
El perímetro es 80 cm.

$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

Lado → $2 \cdot 5 = 10$ cm

Perímetro → $8 \cdot 10 = 80$ cm

8 **En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 40 cm. ¿Cuál es la distancia del centro de la circunferencia a la cuerda?**



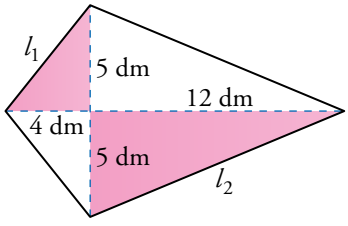
$$c = 40 \text{ cm} \rightarrow c/2 = 20 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ cm}$$

La distancia es 21 cm.

$d = \sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{441} = 21$ cm

9 **Las dos diagonales de este trapezoide con forma de cometa miden 16 dm y 10 dm, y se cortan a 4 dm de un extremo de la mayor. Halla su perímetro.**



Cálculo del lado pequeño:

$$l_1 = \sqrt{\square^2 + \square^2} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ dm}$$

Cálculo del lado grande:

$$l_2 = \sqrt{\square^2 + \square^2} = \sqrt{\dots} = \dots \text{ dm}$$

Perímetro → 2 · … + 2 · … = 38,8 dm

$l_1 = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} = 6{,}4$ dm

$l_2 = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ dm

Perímetro → $2 \cdot 6{,}4 + 2 \cdot 13 = 38{,}8$ dm

Para practicar

4 **La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su perímetro.**

El lado que falta mide $l = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3\,136} = 56$ cm.

Perímetro = $2 \cdot 56 + 2 \cdot 33 = 178$ cm

5 **Las diagonales de un rombo miden 130 cm y 144 cm. Calcula su perímetro.**

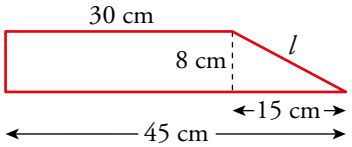
La mitad de las diagonales serían los catetos del triángulo cuya hipotenusa es igual al lado del rombo, l.

Por tanto:

$$l = \sqrt{\left(\frac{130}{2}\right)^2 + \left(\frac{144}{2}\right)^2} = \sqrt{9\,409} = 97 \text{ cm}$$

Perímetro = $4 \cdot 97 = 388$ cm

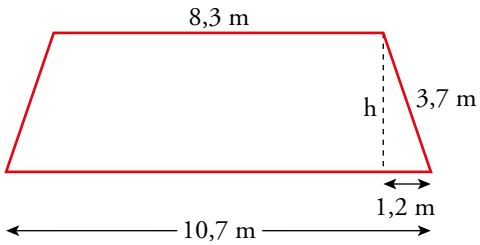
6 **En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 cm y 30 cm, y su altura, 8 cm. Halla su perímetro.**



$l = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ cm

Así: $P = 8 + 30 + 17 + 45 = 100$ cm

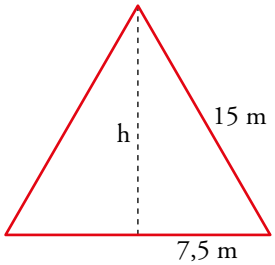
7 **Halla la altura de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.**



$1{,}2^2 + h^2 = 3{,}7^2$

$h = \sqrt{3{,}7^2 - 1{,}2^2} = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ m

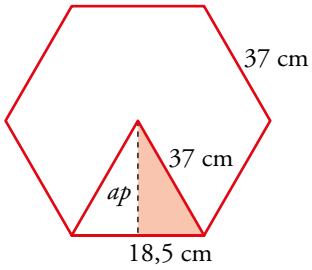
8 **Halla la altura de un triángulo equilátero cuyo perímetro mide 45 m.**



$45 = 3l \rightarrow l = \frac{45}{3} = 15$ m

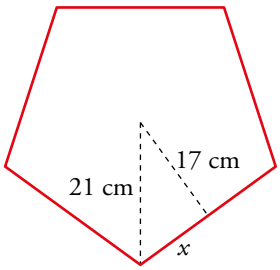
$h = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{168{,}75} \approx 13$ m

9 **Calcula la apotema de un hexágono regular de 37 cm de lado.**



$ap = \sqrt{37^2 - 18{,}5^2} = \sqrt{1\,026{,}75} \approx 32{,}04$ cm

10 **Calcula el perímetro de un pentágono regular de radio 21 cm y apotema 17 cm.**

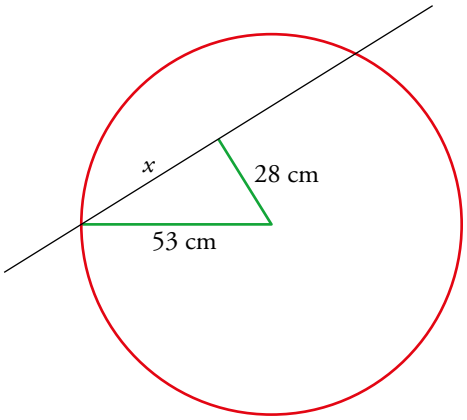


$x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12{,}33$ cm

El lado mide $2 \cdot 12{,}33 = 24{,}66$ cm.

El perímetro del pentágono mide $5 \cdot 24{,}66 = 123{,}3$ cm.

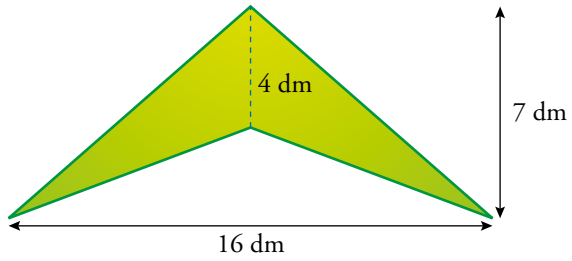
11 **¿Cuánto mide una cuerda de una circunferencia de 53 cm de radio si dista del centro 28 cm?**

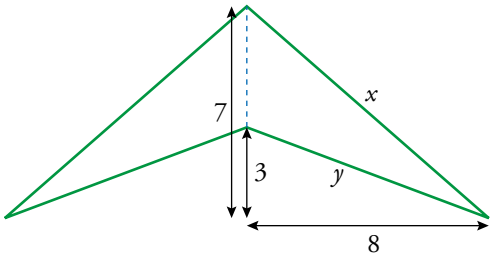


$x = \sqrt{53^2 - 28^2} = \sqrt{2\,025} = 45$ cm

La cuerda mide $2 \cdot 45 = 90$ cm.

12 **Halla el perímetro de este trapezoide con forma de ala delta sabiendo que sus diagonales miden 16 dm y 4 dm.**





$x = \sqrt{7^2 + 8^2} = 10{,}63$ dm

$y = \sqrt{3^2 + 8^2} = 8{,}54$ dm

$P = 2 \cdot 10{,}63 + 2 \cdot 8{,}54 = 38{,}34$ dm

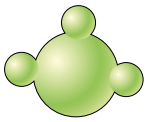
9 CUERPOS GEOMÉTRICOS

Página 228

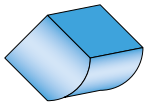
Para practicar

1 **¿Verdadero o falso?**

a) Esta figura es cuerpo de revolución porque es redondita.



b) Esta figura es un poliedro porque algunas de sus caras son polígonos.



a) Falso. No se puede generar haciendo girar una figura plana alrededor de un eje.

b) Falso. Para ser un poliedro debe tener todas las caras planas.

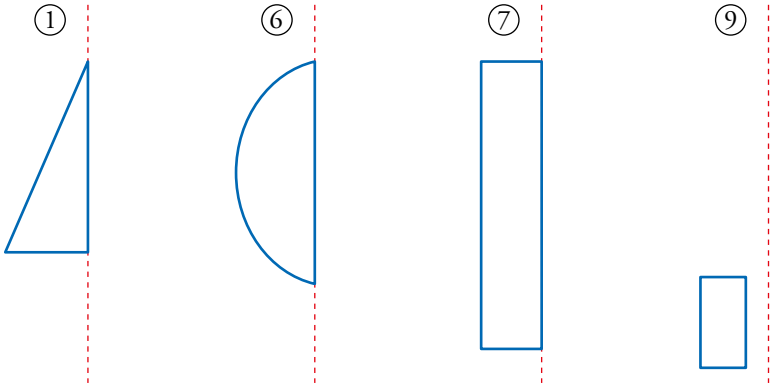
2 **Señala, entre los cuerpos de arriba, dos poliedros (aparte del 2 y el 3).**

Son poliedros, además del 2 y el 3, el 5 y el 8.

3 **Entre los cuerpos de arriba, señala dos cuerpos de revolución (aparte del 1 y el 6).**

Dibuja, para cada uno, la figura plana que lo genera con el correspondiente eje de giro.

Son cuerpos de revolución el 7 el 9.

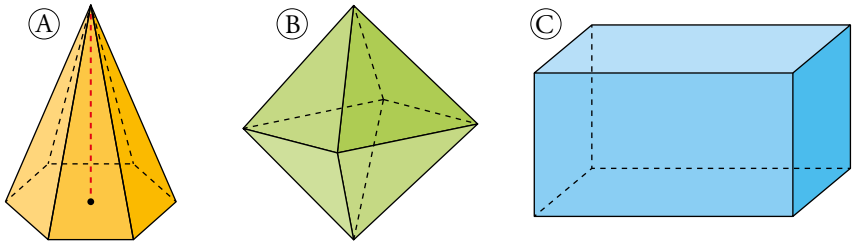


10 POLIEDROS

Página 229

Para practicar

1 **Describe los poliedros siguientes: nombre, cómo son sus caras y cuántas tienen, número de aristas, de vértices…**



Ⓐ Es una pirámide hexagonal regular. La base es un hexágono regular y las caras laterales son triángulos isósceles. Tiene 7 caras, 12 aristas y 7 vértices.

Ⓑ Es un octaedro regular. Sus caras son triángulos equiláteros. Tiene 8 caras, 12 aristas y 6 vértices.

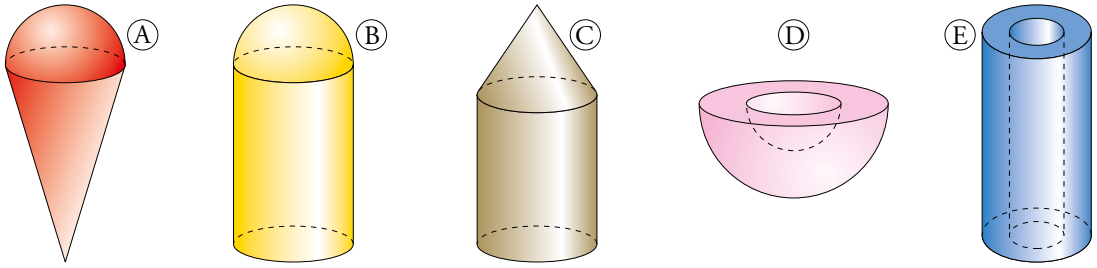
Ⓒ Es un ortoedro (prisma). Sus caras son 4 rectángulos y 2 cuadrados. Tiene 6 caras, 12 aristas y 8 vértices.

11 CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Página 230

Para practicar

1 Utilizando las palabras *cilindro, cono* y *esfera,* describe los siguientes cuerpos geométricos:



Ⓐ Es un cono unido a media esfera.

Ⓑ Es un cilindro unido a media esfera.

Ⓒ Es un cilindro unido a un cono por su base.

Ⓓ Es media esfera a la que se le ha quitado media esfera concéntrica a la anterior de radio menor.

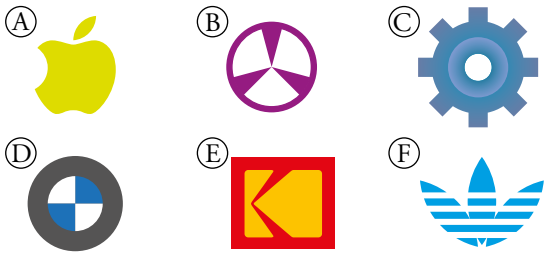
Ⓔ Es un cilindro al que se le ha quitado otro cilindro de radio menor y concéntrico al anterior.

Página 231

Ejercicios y problemas

Simetrías

1 Señala, cuando existan, todos los ejes de simetría en estas figuras. Si hay más de uno, halla el ángulo que forman dos de los ejes contiguos:



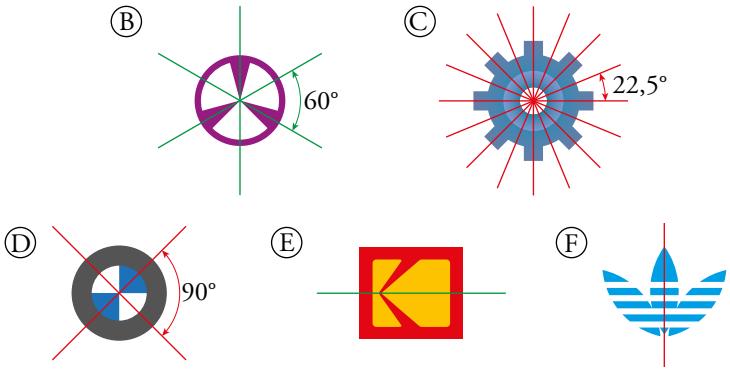
Ⓐ no tiene simetrías.

Ⓑ tiene tres ejes de simetría.

Ⓒ tiene dieciséis ejes de simetría.

Ⓓ tiene dos ejes de siemetría.

Ⓔ y Ⓕ tienen un eje de simetría.



2 **Observa las letras del abecedario.**

A B C D E F G
H I J K L M N
Ñ O P Q R S T
U V W X Y Z

Di cuáles no tienen ejes de simetría (hay 10), cuáles tienen un eje de simetría (hay 13), cuáles tienen dos (hay 3) y cuál tiene infinitos ejes de simetría.

Dibuja cada una de ellas en tu cuaderno señalando los ejes que tenga.

Representa las 10 cifras de nuestro sistema de numeración e indica cuáles de ellas tienen ejes de simetría.

No tienen ejes de simetría: F, G, J, L, N, Ñ, P, Q, R, S, Z.

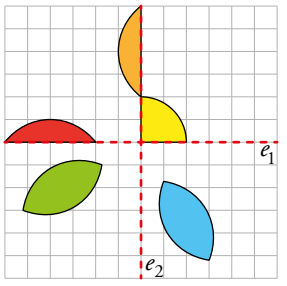
Tienen un eje de simetría: A, B, C, D, E, K, M, T, U, V, W, Y. Así:

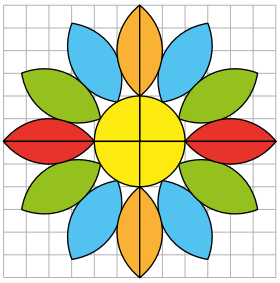
Tienen dos ejes de simetría: H, I, X. Así:

La O tiene infinitos ejes de simetría. Todas las rectas que pasen por el centro de la circunferencia son ejes de simetría.

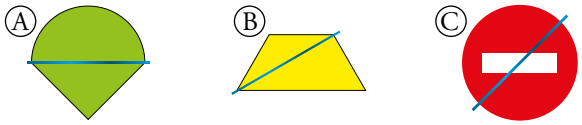
El 0 y el 8 tienen dos ejes de simetría, y el 3, uno. El resto, ninguno.

3 **Copia en tu cuaderno y completa la siguiente figura para que tenga los dos ejes de simetría que se indican.**





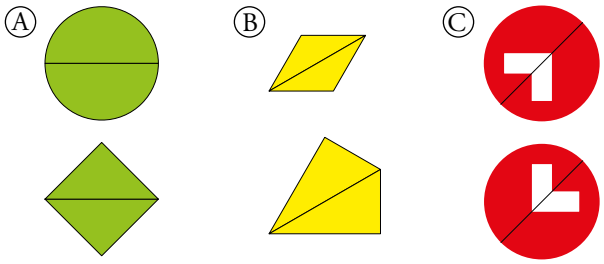
4 **Imagina que pones un espejo sobre la línea azul de las siguientes figuras:**



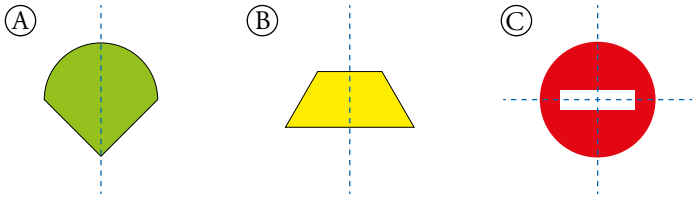
a) Dibuja en tu cuaderno lo que crees que se verá mirando por cada una de sus dos caras.

b) ¿Cómo hay que situar el espejo en cada figura para que se vea lo mismo por las dos caras?

a) El círculo y el cuadrado se obtienen de la figura A; los trapezoides, de la B, y las otras dos, de la C.

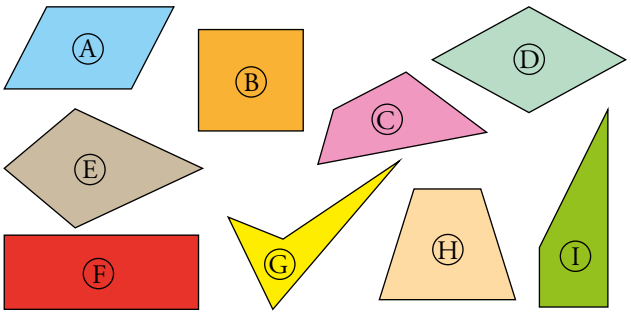


b)



Polígonos. Clasificación

5 **Pon nombre a cada uno de estos cuadriláteros:**



A → Romboide, paralelogramo.

B → Cuadrado, paralelogramo.

C, E, G → Trapezoide.

D → Rombo, paralelogramo.

F → Rectángulo, paralelogramo.

H → Trapecio isósceles.

I → Trapecio rectángulo.

6 **Indica qué propiedades de la derecha tienen las figuras de la izquierda.**

CUADRADO	① **Cuatro lados iguales.**
RECTÁNGULO **(no cuadrado)**	② **Cuatro ángulos rectos.**
ROMBO **(no cuadrado)**	③ **Ángulos opuestos iguales.**
ROMBOIDE	④ **Diagonales perpendiculares.**
PARALELOGRAMO	⑤ **Diagonales que se cortan en sus puntos medios.**
TRAPEZOIDE	⑥ **Diagonales no perpendiculares.**
	⑦ **Cuatro ejes de simetría.**
	⑧ **Dos ejes de simetría.**

CUADRADO → 1, 2, 4, 5, 7.

RECTÁNGULO (no cuadrado) → 2, 5, 6, 8.

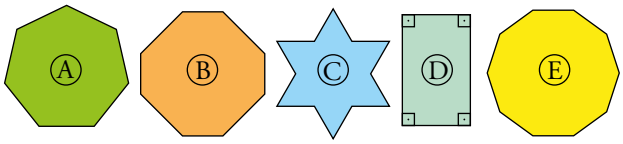
ROMBO (no cuadrado) → 1, 3, 4, 5, 8.

ROMBOIDE → 3, 5, 6.

PARALELOGRAMO → 5.

TRAPEZOIDE → 6.

7 **¿Cuáles de estos polígonos son regulares?**

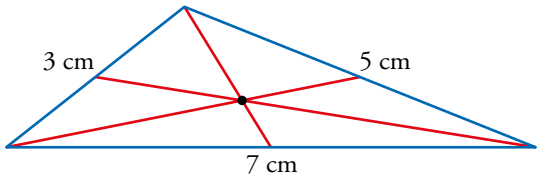


Los polígonos que son regulares son el A (heptágono regular) y el E (decágono regular).

Construcciones

8 **Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 7 cm, y traza sus medianas. ¿Cómo se llama el punto donde se cortan?**

El punto donde se cortan las medianas se llama baricentro.



9 **Dibuja estos triángulos, clasifícalos y encuentra el circuncentro de cada uno:**

a) 4 cm, 6 cm y 5 cm.

b) 12 cm, 13 cm y 5 cm.

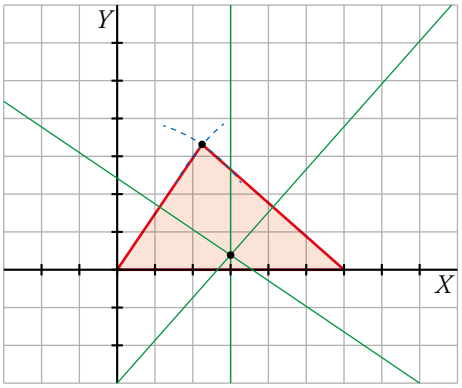
c) 8 cm, 6 cm y 12 cm.

d) 5 cm, 5 cm y 5 cm.

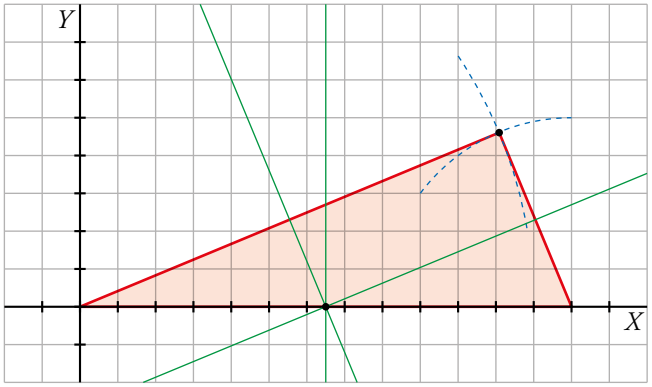
Intenta formular una propiedad que relacione la posición del circuncentro y el tipo de triángulo.

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

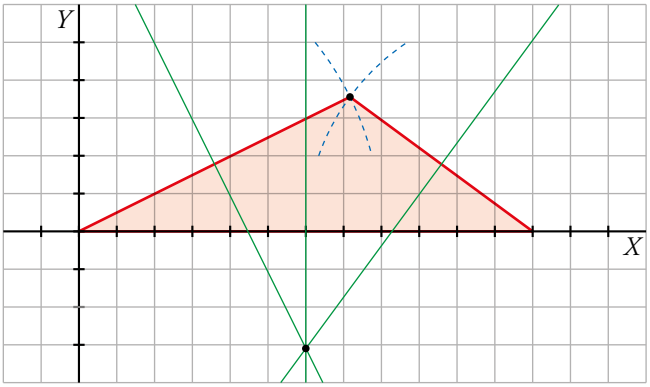
a) Es un triángulo acutángulo y el circuncentro se sitúa en su interior.



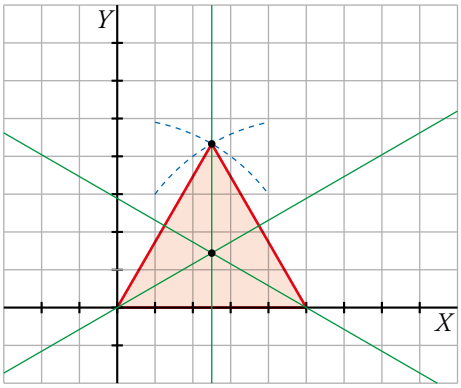
b) Es un triángulo rectángulo y el circuncentro está en el punto medio de la hipotenusa.



c) Es un triángulo obtusángulo y el circuncentro está en el exterior del triángulo.



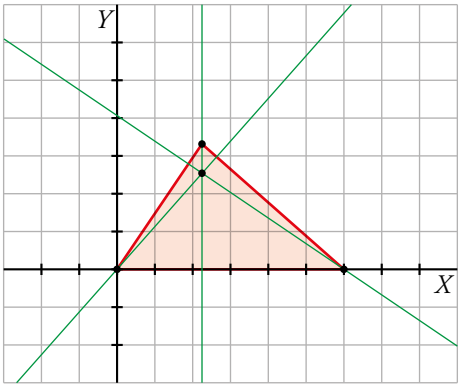
d) Es un triángulo equilátero y el circuncentro coincide con el incentro, el baricentro y el ortocentro en el centro de gravedad del triángulo.



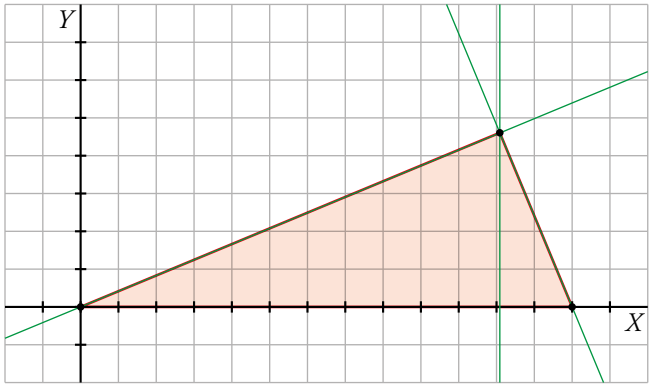
10 **Haz lo mismo que en la actividad anterior pero en lugar del circuncentro, encuentra el ortocentro.**

Nota: el lado de cada cuadradito representa 1 cm.

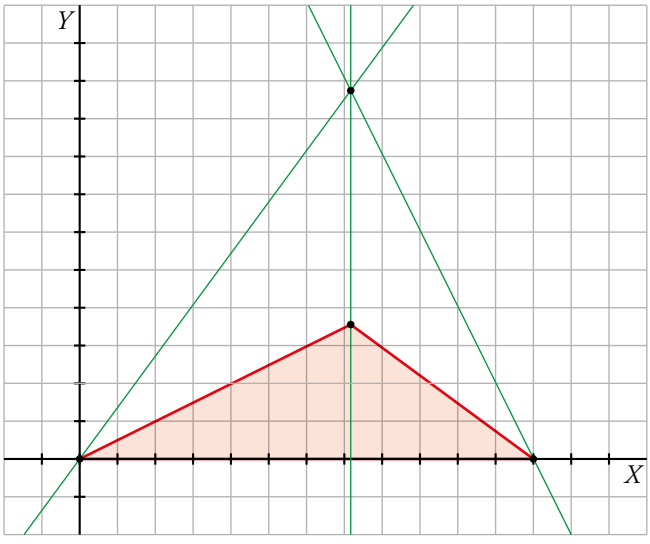
a) Es un triángulo acutángulo y el ortocentro se sitúa en su interior.



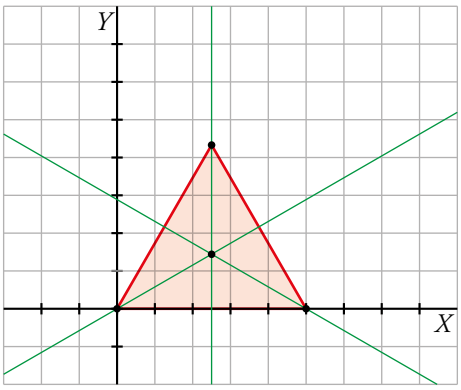
b) Es un triángulo rectángulo y el ortocentro está en el vértice del ángulo recto.



c) Es un triángulo obtusángulo y el ortocentro está en el exterior del triángulo.



d) Es un triángulo equilátero y el ortocentro coincide con el incentro, el baricentro y el circuncentro en el centro de gravedad del triángulo.



Página 232

Propiedades de las figuras planas

Para resolver las siguientes actividades, te puedes ayudar de un dibujo.

11 ¿Por qué no pueden construirse estos triángulos?

a) Sus lados miden 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm.

b) Dos de sus ángulos miden 95° y 88°.

a) Porque el lado que mide 15,3 cm es mayor que la suma de los otros dos lados.

$$(8{,}6 + 5{,}2 = 13{,}8 \text{ cm})$$

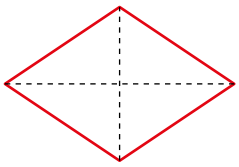
b) Porque la suma de esos dos ángulos es mayor que 180°, que es lo que suman los tres ángulos de un triángulo.

12 Si dibujas dos segmentos que sean perpendiculares en sus puntos medios y unes sus extremos, obtienes un cuadrilátero. ¿De qué tipo es…

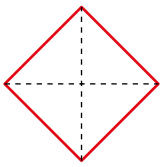
a) … si los dos segmentos tienen distinta longitud?

b) … si los dos segmentos tienen la misma longitud?

a) Es un rombo.



b) Es un cuadrado.

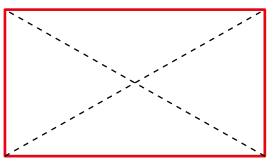


13 Imagina dos segmentos que se cortan en sus puntos medios y no son perpendiculares. Al unir sus extremos se obtiene un cuadrilátero. ¿Cuál es…

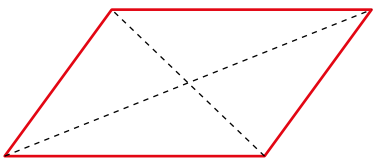
a) … si los dos segmentos son iguales?

b) … si un segmento es más largo que el otro?

a) Es un rectángulo.



b) Es un romboide.



14 **Dibuja y clasifica, cuando sea posible, un ejemplo de cada cuadrilátero:**

a) Con dos ejes de simetría.

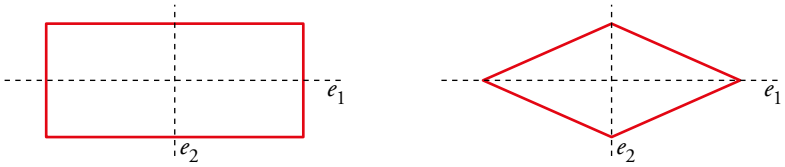
b) Con cuatro ejes de simetría.

c) Con un eje de simetría.

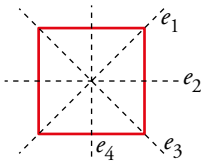
d) Paralelogramo sin ejes de simetría.

e) No trapecio con un eje de simetría.

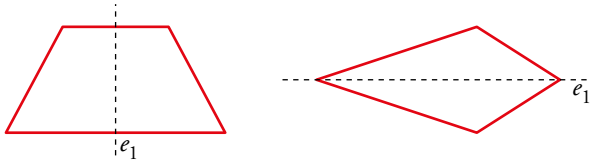
a) Puede ser un rectángulo o un rombo.



b) Cuadrado.

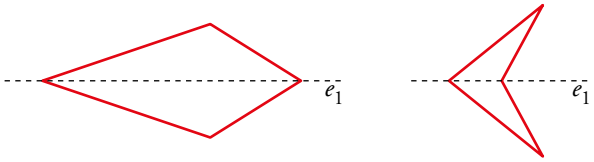


c) Por ejemplo:



d) Por ejemplo:

e) Por ejemplo:



15 **Escribe el nombre de cada cuadrilátero:**

a) Paralelogramo con diagonales perpendiculares.

b) No paralelogramo con diagonales perpendiculares.

c) Paralelogramo con diagonales iguales.

d) No paralelogramo con diagonales iguales.

a) Cuadrado o rombo.

b) Una «cometa».

c) Cuadrado o rectángulo.

d) Trapecio isósceles.

16 **¿De qué cuadrilátero se trata?**

a) Dos pares de lados iguales y paralelogramo.

b) Dos pares de lados iguales y no paralelogramo.

c) Dos pares de ángulos iguales y paralelogramo.

d) Dos pares de ángulos iguales y no paralelogramo.

a) Rectángulo o romboide.

b) Una «cometa».

c) Rombo.

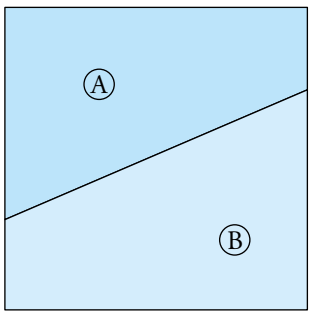
d) Trapecio isósceles.

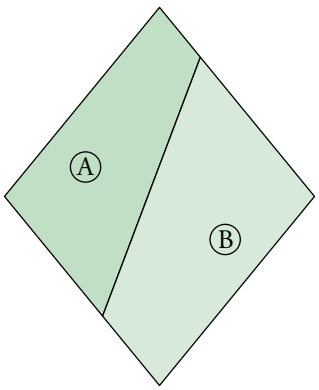
17 **Dibuja dos trapecios que, al unirlos, den lugar a las siguientes figuras:**

a) Un cuadrado.

b) Un rombo.

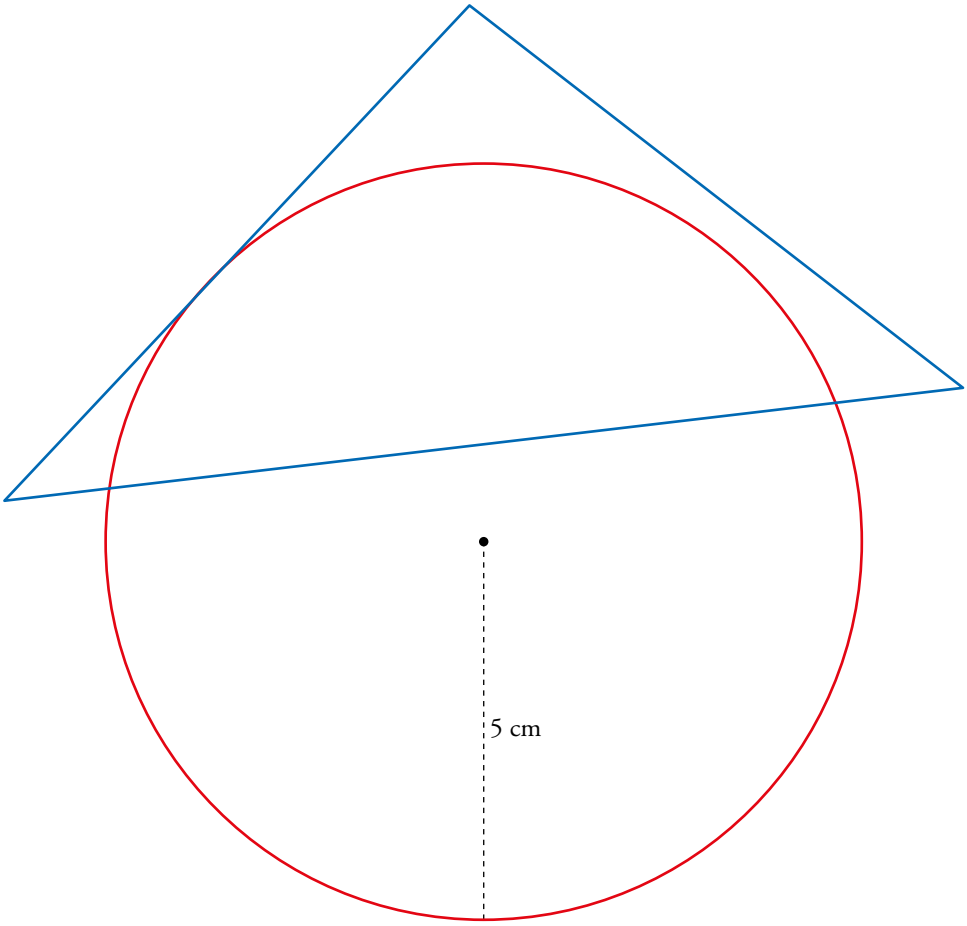
Te puedes ayudar, en cada caso, de un dibujo de la figura e intentar dividirla en dos trapecios.





Posiciones relativas

18 **Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y un triángulo cuyos lados sean: uno secante a la circunferencia, otro tangente y otro exterior.**



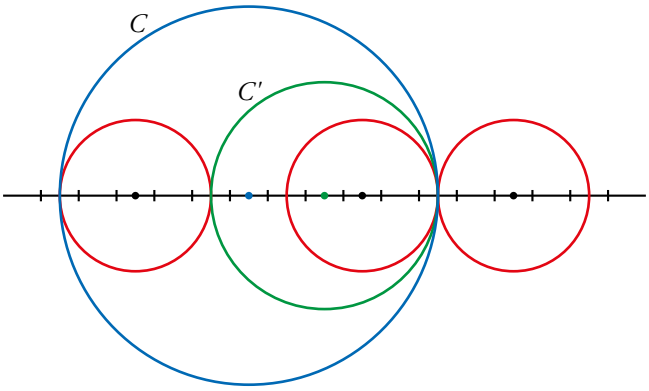
19 **Indica en cada caso la posición relativa de dos circunferencias de radios 7 cm y 10 cm, respectivamente, cuyos centros se encuentran a:**

a) 9 cm b) 20 cm c) 3 cm d) 17 cm e) 0 cm

a) Secantes.
b) Exteriores.
c) Tangentes interiores.
d) Tangentes exteriores.
e) Concéntricas.

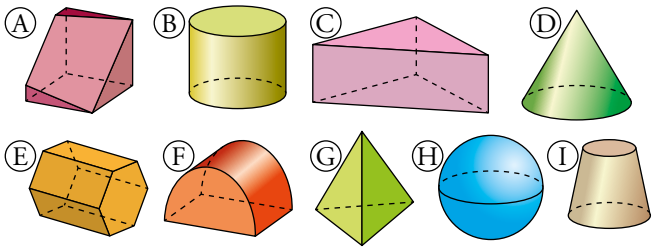
20 **Dibuja dos circunferencias, C y C', de radios 5 cm y 3 cm que sean tangentes interiores. Traza tres circunferencias distintas, de 2 cm de radio, tales que cada una de ellas sea tangente a C y a C'.**

Nota: cada división de la recta representa 1 cm.



Cuerpos geométricos

21 **Observa estos cuerpos:**



a) ¿Cuáles son poliedros? De ellos, nombra los prismas y la pirámide. ¿Hay alguno que no sea prisma ni pirámide?

b) ¿Cuáles son cuerpos de revolución? Nómbralos.

c) ¿Hay alguno que no sea poliedro ni cuerpo de revolución?

a) Son poliedros: A, C, E y G.

C → Prisma triangular.

E → Prisma hexagonal.

G → Pirámide cuadrangular regular.

A → No es ni prisma ni pirámide.

b) Son cuerpos de revolución: B, D, H e I.

B → Cilindro.

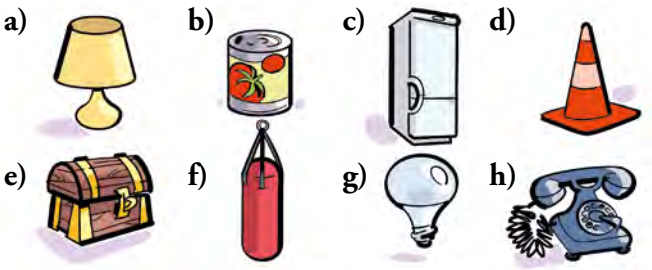
D → Cono.

H → Esfera.

I → Tronco de cono.

c) F

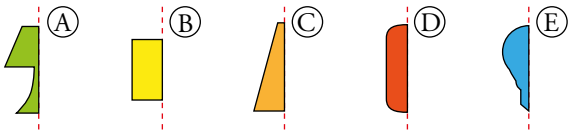
22 **¿Cuáles de estas figuras son cuerpos de revolución? ¿De cuáles conoces el nombre?**



Son cuerpos de revolución: b) y d).

b) es un cilindro y d) un tronco de cono.

23 **Si giras estas figuras en torno al eje indicado, se generan figuras del ejercicio anterior. Identifícalas.**



A → a)

B → b)

C → d)

D → f)

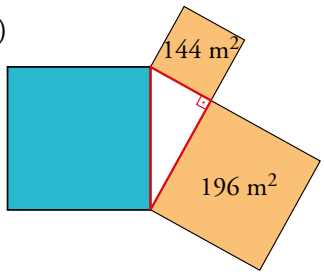
E → g)

Página 233

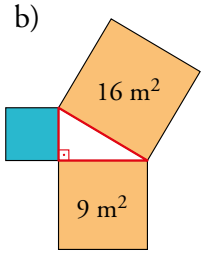
Teorema de Pitágoras. Aplicaciones

24 **Di el valor del área de cada cuadrado azul:**

a)



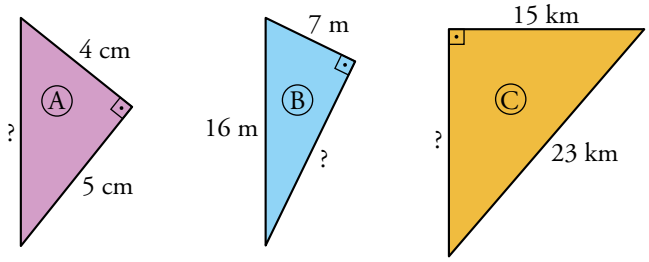
b)



a) $A = 144 + 196 = 340 \text{ m}^2$

b) $A = 16 - 9 = 7 \text{ m}^2$

25 **Calcula el lado desconocido de estos triángulos rectángulos, aproximando hasta las décimas:**



Llamamos x a la longitud del lado desconocido:

A: $x = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41} \approx 6{,}4$ cm

B: $x = \sqrt{16^2 - 7^2} = \sqrt{207} \approx 14{,}4$ m

C: $x = \sqrt{23^2 - 15^2} = \sqrt{304} \approx 17{,}4$ km

26 **Dibuja cada situación y marca el triángulo rectángulo que debes resolver para hallar lo que te piden:**

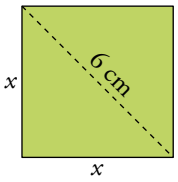
a) ¿Cuánto mide el lado del cuadrado cuya diagonal mide 6 cm?

b) La diagonal de un rectángulo mide 10 cm, y uno de sus lados, 8 cm. Halla la longitud del otro lado.

c) Halla el lado de un rombo cuyas diagonales miden 6 cm y 8 cm.

d) De un rombo se conocen una de sus diagonales, 16 cm, y el lado, 17 cm. Calcula la otra diagonal.

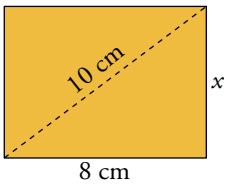
a)



$6^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 36 = 2x^2 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x \approx 4{,}2$ cm

El lado del cuadrado mide 4,2 cm.

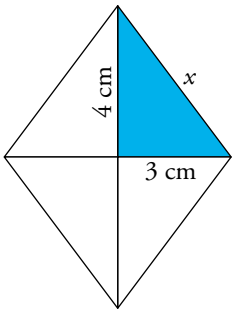
b)



$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ cm

El lado que falta del rectángulo mide 6 cm.

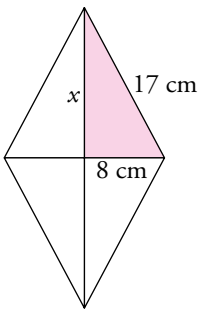
c)



$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

El lado del rombo mide 5 cm.

d)



$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$ cm

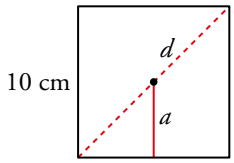
La otra diagonal del rombo mide $2 \cdot 15 = 30$ cm.

27 **¿Cómo es la longitud de la apotema de un cuadrado con relación a su lado?**

Halla el radio de un cuadrado cuyo lado mida 10 cm, con dos cifras decimales.

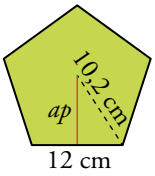
La longitud de la apotema de un cuadrado es la mitad de su lado.

El radio del cuadrado es la mitad de su diagonal.

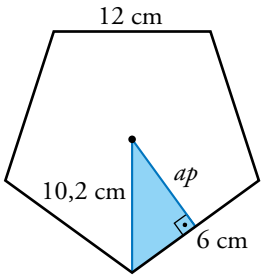


La diagonal mide $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14$ cm por lo que el radio mide 7,7 cm.

28 **El lado de un pentágono regular mide 12 cm, y su radio, 10,2 cm.**



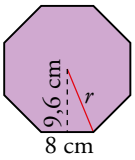
Halla su apotema con una cifra decimal.

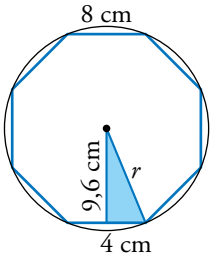


$ap = \sqrt{10{,}2^2 - 6^2} = \sqrt{68{,}04} \approx 8{,}2$ cm

La apotema del pentágono mide 8,2 cm.

29 **El lado de un octógono regular mide 8 cm, y su apotema, 9,6 cm. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.**



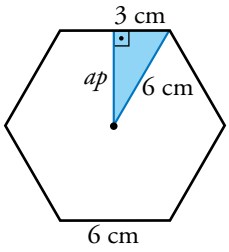


$r = \sqrt{9{,}6^2 + 4^2} = \sqrt{108{,}16} \approx 10{,}4$ cm

El radio de la circunferencia circunscrita es igual al radio del octógono, y mide 10,4 cm.

30 **En el hexágono regular, el lado es igual al radio. Calcula la longitud de la apotema de un hexágono regular de lado 6 cm, con una cifra decimal.**

Ver ejercicio n.º 6 de la página 225.

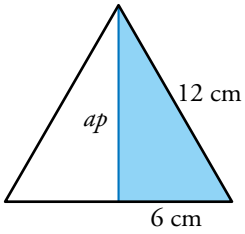


$ap = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

La apotema del hexágono mide 5,2 cm.

31 **Halla, con una cifra decimal, la altura de un triángulo equilátero de 12 cm de lado. ¿Cuánto miden su apotema y su radio?**

En un triángulo equilátero, la apotema es 1/3 de la altura.



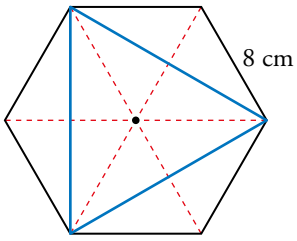
$ap = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10{,}4$ cm

La altura mide 10,4 cm.

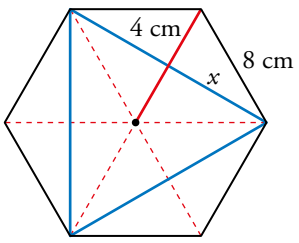
La apotema es $\frac{1}{3}$ de la altura del triángulo, y el radio es $\frac{2}{3}$ de la altura.

Por tanto: apotema = $\frac{1}{3}(10{,}4) \approx 3{,}5$ cm radio = $\frac{2}{3}(10{,}4) \approx 6{,}9$ cm

32 **El lado del hexágono exterior mide 8 cm.**



Halla el radio, la apotema y el lado del triángulo azul.



Al ser un hexágono, su radio mide igual que el lado. Por tanto:

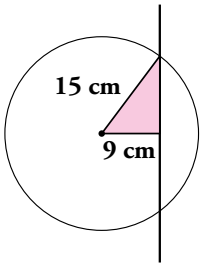
$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}9$ cm

El lado del triángulo mide $2 \cdot 6{,}9 = 13{,}8$ cm.

El radio del triángulo coincide con el radio del hexágono, por lo que mide 8 cm.

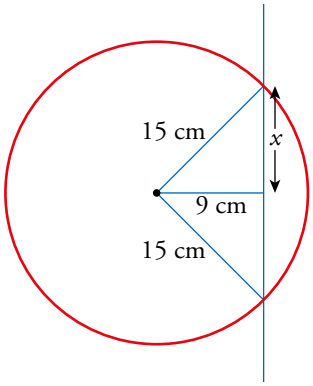
La apotema del triángulo mide la mitad del radio; es decir, 4 cm.

33 **Una recta pasa a 9 cm del centro de una circunferencia de radio 15 cm.**



Halla la longitud de la cuerda que determina en ella.

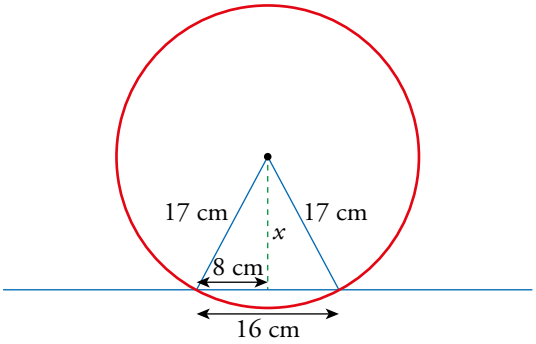
La recta corta a la circunferencia, ya que la distancia de la recta a su centro es menor que el radio.



$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ cm

La cuerda mide $2 \cdot 12 = 24$ cm.

34 **Una circunferencia de 17 cm de radio corta a una recta. La cuerda originada mide 16 cm. ¿A qué distancia de la recta está el centro de la circunferencia?**



$x = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ cm

El centro de la circunferencia está a 15 cm de la recta.

35 **Di si los triángulos siguientes son rectángulos, acutángulos u obtusángulos:**

a) $a = 61$ m, $b = 60$ m, $c = 11$ m.

b) $a = 18$ cm, $b = 15$ cm, $c = 12$ cm.

c) $a = 30$ m, $b = 24$ m, $c = 11$ m.

d) $a = 25$ m, $b = 20$ m, $c = 30$ m.

a) $a^2 = 3\,721$, $b^2 + c^2 = 3\,600 + 121 = 3\,721$

Como $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es rectángulo.

b) $a^2 = 324$, $b^2 + c^2 = 225 + 144 = 369$

Como $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es acutángulo.

c) $a^2 = 900$, $b^2 + c^2 = 576 + 121 = 697$

Como $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es obtusángulo.

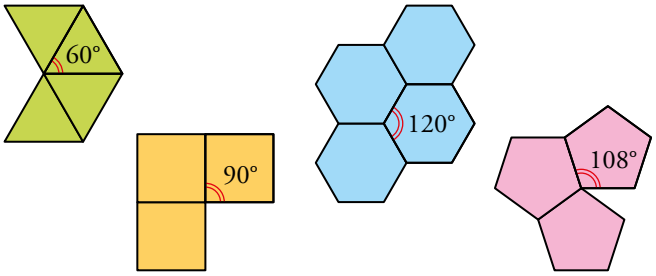
d) $d^2 = 900$, $c^2 + b^2 = 1\,025$

Como $d^2 < c^2 + b^2$, el triángulo es acutángulo.

Página 234

Piensa, justifica, describe

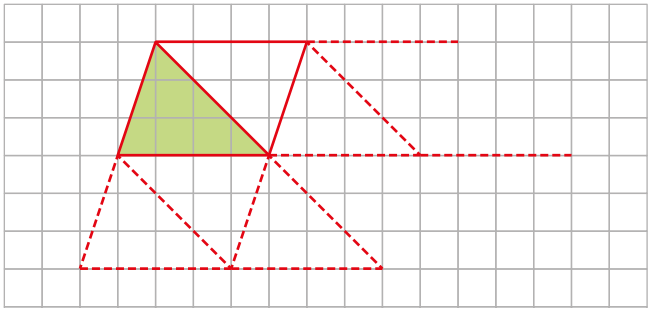
36 **Podemos embaldosar el suelo con losetas cuadradas o triangulares regulares. También encajan bien, unas con otras, las losetas hexagonales regulares.**



Sin embargo, los pentágonos regulares no sirven para embaldosar el suelo. Explica por escrito qué tiene que ver esto con el ángulo de los polígonos regulares.

El ángulo del pentágono regular es de 108°, que no es divisor de 360°; por tanto, un número entero de losetas no encajarán sin dejar huecos o producirse solapamientos.

37 **Reproduce y amplía sobre papel cuadriculado.**



Ahora, dibuja en una cartulina un triángulo irregular cualquiera, recórtalo y reprodúcelo varias veces.

¿Puedes construir con las piezas que has recortado un mosaico, cubriendo el tablero de la mesa? Explica qué tiene que ver eso con los ángulos del triángulo.

Respuesta abierta. No, porque los triángulos no tienen ningún ángulo recto.

38 **Justifica si son regulares los siguientes polígonos:**

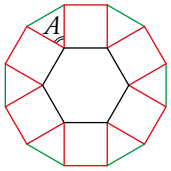
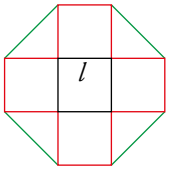


FIGURA I



l = 12 cm

FIGURA II

Figura I: Sobre cada lado del hexágono regular construimos un cuadrado. Uniendo los vértices sueltos se obtiene un polígono de 12 lados (dodecágono).

Razona por qué el ángulo A es de 60°, y el triángulo, equilátero.

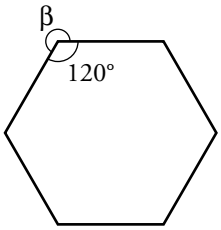
Figura II: Sobre cada lado del cuadrado construimos otro cuadrado. Uniendo los vértices sueltos se obtiene un polígono de 8 lados (octógono).

FIGURA I

El ángulo interior del hexágono mide $\frac{4 \cdot 180°}{6} = 120°$.

β medirá $360° - 120° = 240°$.

Pero $\beta = 90° + 90° + A \rightarrow A = \beta - 2 \cdot 90° \rightarrow A = 60°$



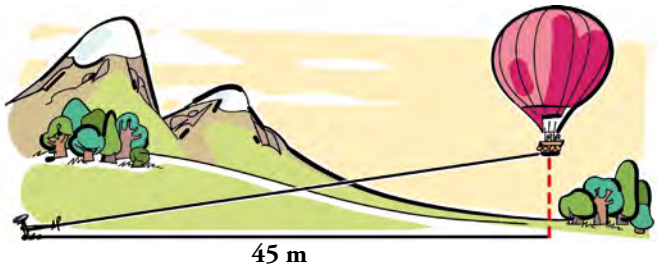
Sabiendo que $A = 60°$, sabemos que los triángulos de la figura han de ser equiláteros. Por eso sabemos que los lados del dodecágono que resulta son iguales. Como los ángulos que forman el dodecágono son la suma del ángulo de un cuadrado más el de un triángulo, son todos iguales. Por tanto, es regular.

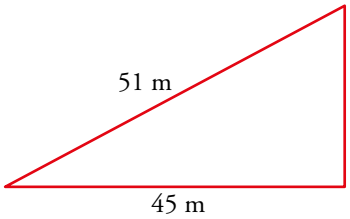
FIGURA II

Los triángulos de la figura son rectángulos, por lo que no son equiláteros. La hipotenusa de cada triángulo es mayor que los catetos, que son iguales que el lado del cuadrado. Como el octógono tiene lados formados por los lados de los cuadrados y otros formados por las hipotenusas de los triángulos, no tiene todos sus lados iguales. Por tanto, no es regular.

Resuelve problemas (con el teorema de Pitágoras)

39 **Un globo cautivo está sujeto con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 51 m de altura. Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 45 m del punto de amarre. ¿A qué altura está hoy el globo?**

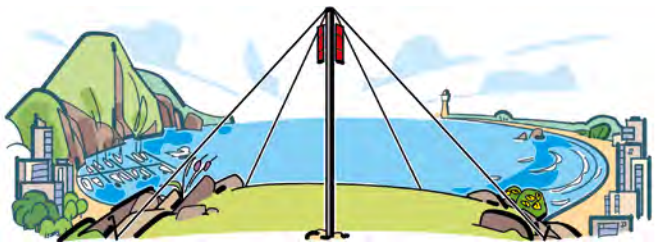


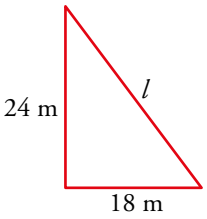


$h = \sqrt{51^2 - 45^2} = \sqrt{576} = 24$ m

El globo está hoy a 24 m de altura.

40 ODS Meta 9.c. **Para proporcionar el acceso a Internet a los habitantes de un pueblo se va a instalar una nueva antena de 24 m de altura. Para afianzarla se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán en tierra, a 18 m de la base. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?**



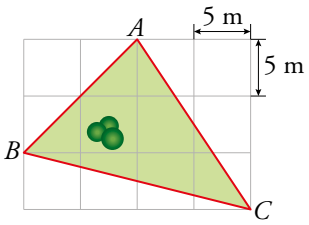


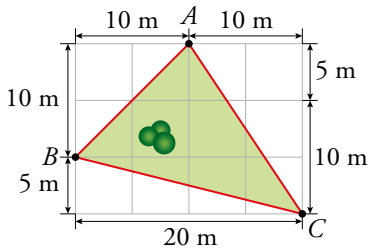
$l = \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{900} = 30$ m

La longitud de uno de los tirantes es 30 m.

Se necesita $4 \cdot 30 = 120$ m de cable para los tirantes.

41 **En una foto aérea se puede ver la finca de María. Si cada cuadrado tiene 5 m de lado, ¿cuántos metros mide la valla que la protege?**





Cada uno de los tres lados de la finca es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Calculamos las hipotenusas aplicando el teorema de Pitágoras:

$AC = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18{,}03$ m

$BC = \sqrt{20^2 + 5^2} = 20{,}62$ m

$BA = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14$ m

Por tanto, la valla mide 18,03 + 20,62 + 14,14 = 52,79 metros.

42 **Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer brotes tiernos de un árbol. Para ello, se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco recto del árbol. Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.**

¿Cuánto tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.

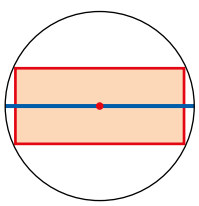
El caracol tardará por este nuevo camino $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ minutos.

Página 235

43 ***¿Cuánto mide el perímetro del cuadrado inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio?***

Problema resuelto.

44 **Un rectángulo está inscrito en una circunferencia de 20 cm de diámetro. Uno de sus lados mide 9 cm. ¿Cuál es su perímetro?**

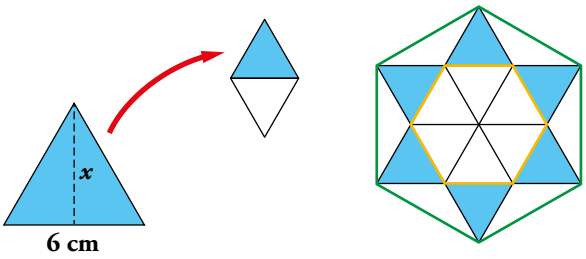


Como el diámetro coincide con la diagonal del rectángulo:

$x^2 = 20^2 - 9^2 \rightarrow x = \sqrt{319} = 17{,}86$ cm

Perímetro $\rightarrow$ $2 \times 17{,}86 + 2 \times 9 = 35{,}72 + 18 = 53{,}72$ cm

45 **Sabiendo que el triángulo coloreado de azul es equilátero y que su lado mide 6 cm, calcula los perímetros de los hexágonos amarillo y verde.**



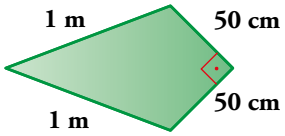
Perímetro del hexágono amarillo $\rightarrow$ $6 \times 6 = 36$ cm

$x^2 = 6^2 - 3^2 \rightarrow x = 5{,}2$ cm

Lado del hexágono verde $\rightarrow$ $5{,}2 \times 2 = 10{,}4$ cm

Perímetro del hexágono verde $\rightarrow$ $10{,}4 \times 6 = 62{,}4$ cm

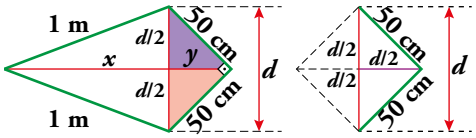
46 **Esther quiere construir a su sobrino una cometa como la de la figura.**



Ya tiene la tela y ahora necesita las dos varillas para que quede rígida con el ángulo recto.

¿Qué longitud tiene que tener cada varilla?

Apóyate en la figura y nombra con letras los elementos que necesitas conocer.



$d^2 = 50^2 + 50^2 = 5\,000 \rightarrow d = 70{,}71$ cm

$\frac{d}{2} = \frac{70{,}71}{2} = 35{,}35$ cm

Para calcular x:

$x^2 = 100^2 - 35{,}35^2 \rightarrow x = 93{,}54$ cm

Para calcular y:

$y^2 = 50^2 - 35{,}35^2 \rightarrow y = 35{,}36$ cm

Por tanto, la varilla corta medirá 70,71 cm y, la larga, 128,9 cm.

Problemas «+»

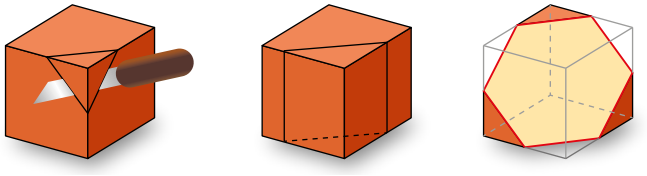
47 **Construye un cubo de plastilina.**

a) Señala sobre él cómo hay que cortarlo para obtener un triángulo equilátero. ¿Cuál es el mayor posible?

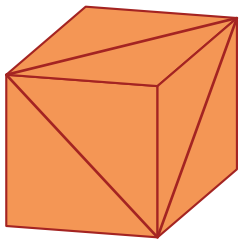
b) ¿Y un cuadrado?

c) ¿Y un hexágono regular?

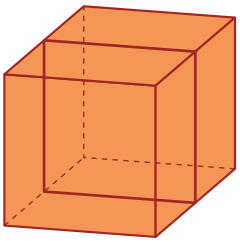
d) Dibuja el cubo y el corte que darías para obtener un trapecio isósceles.



a)

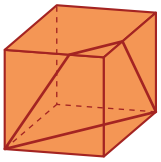


b)

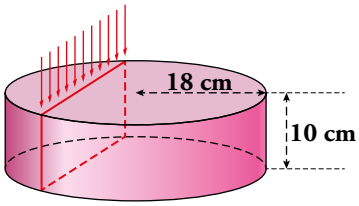


c) Hecho en el libro del alumnado.

d)



48 **Dando un corte vertical al cilindro de la figura, se obtiene un rectángulo. Compruébalo con un modelo en plastilina.**



a) ¿Dónde hay que dar el corte para que ese rectángulo sea lo mayor posible? ¿Cuáles serán sus dimensiones?

b) ¿Dónde hay que dar el corte para obtener un cuadrado? ¿Cuánto medirá el lado?

a) Habría que dar el corte justo por el diámetro de la circunferencia.

Sus dimensiones serán 36 cm × 10 cm.

b) Para obtener el cuadrado se corta por una cuerda de la circunferencia de longitud igual a la altura del cilindro y así se obtiene un cuadrado.

Sus dimensiones serán de 10 cm de lado.

Página 236

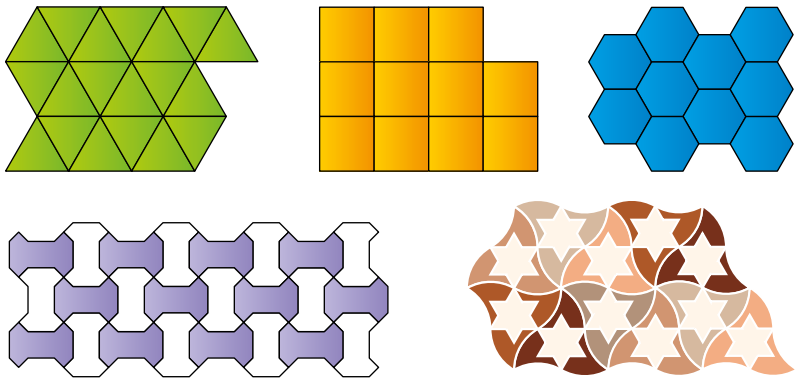
LEE E INFÓRMATE

La estética de los mosaicos

Los mosaicos geométricos son configuraciones con las que se tapiza una superficie plana. Para ello, se utilizan unas pocas piezas (teselas) que se repiten una y otra vez.

Hay mosaicos con un solo tipo de tesela. Si esta es un polígono regular, el mosaico se llama regular.

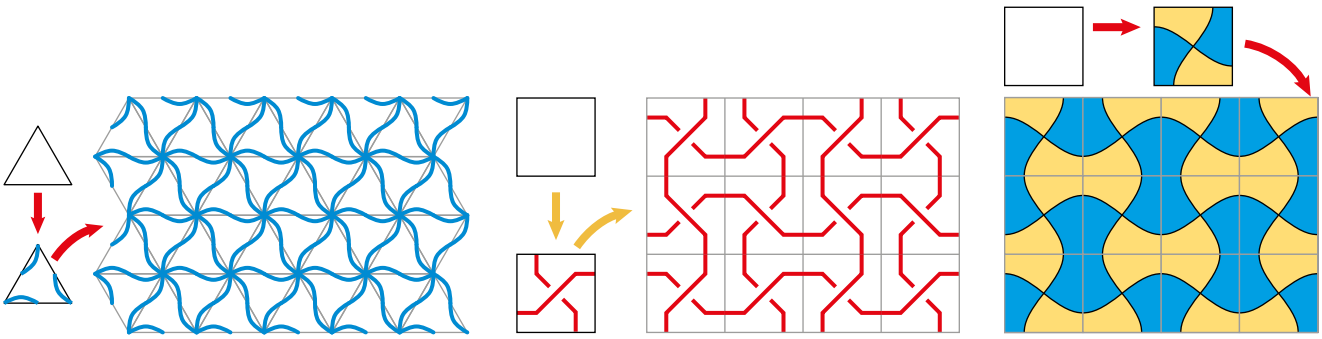
La forma de las teselas, su disposición y su colorido permiten formar mosaicos muy bellos.



Lectura para introducir a los estudiantes en el interesantísimo mundo de los mosaicos. A partir de ella, se puede pretender que el alumno se familiarice con esos mosaicos geométricos, regulares o no (triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos regulares, rombos, rectángulos…) a partir de los cuales se pueden diseñar otros más bellos y creativos.

Creatividad y belleza

Los mosaicos regulares son muy sosos. Sin embargo, con un pequeño dibujo en cada tesela (siempre el mismo), el cambio y la mejora pueden ser extraordinarios.

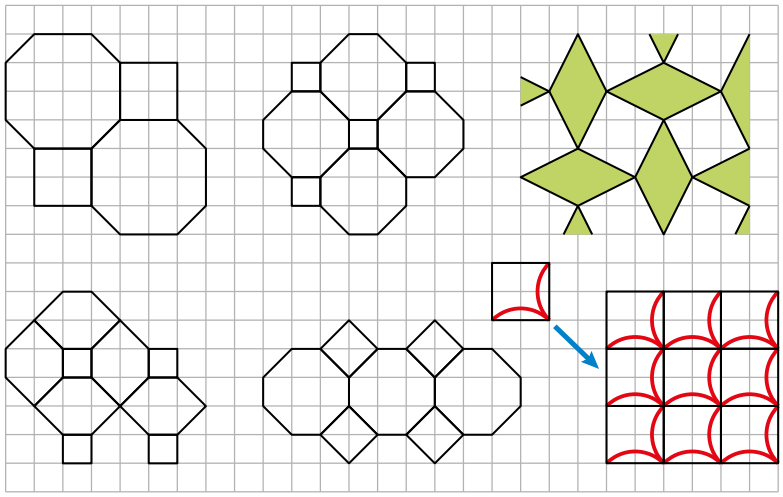


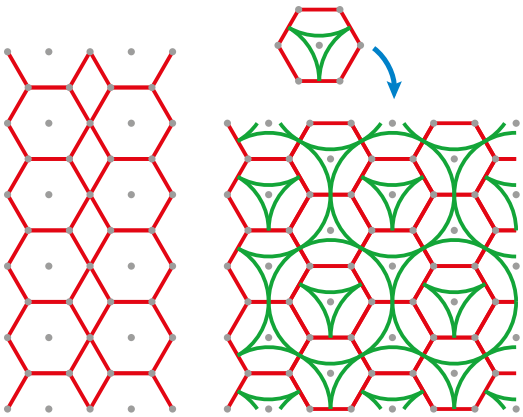
Si se dispone de tiempo, sería muy deseable que el alumnado repitiese estos mosaicos en hojas con tramas cuadradas o triangulares, según corresponda.

De esta manera, apreciará mejor cómo se construyen y la belleza que encierran.

INVESTIGA

- **Observa algunas sugerencias para construir mosaicos sobre papel pautado. Desarróllalas tú en hojas de papel cuadriculado y triangulado.**





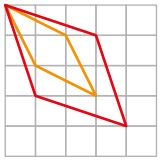
- **Tantea, prueba otras formas, colorea… ¡diviértete con los mosaicos!**

Se abren nuevas vías para la creación de mosaicos. Son sugerencias con las que se pretende desencadenar la actividad del alumnado, que si lo toma con entusiasmo será capaz de generar autónomamente otros muchos.

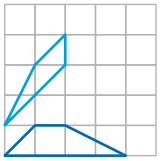
Página 237

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Realiza esta actividad sobre papel cuadriculado. Sin ocupar más que un cuadrado de 5×5 y apoyándote en los vértices de la cuadrícula.

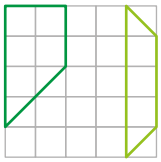
a) 

Representa tantos tipos de rombos que no sean cuadrados como puedas.

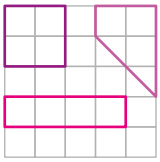
b) 

Representa algunos tipos de trapecios que no sean rectángulos ni isósceles.

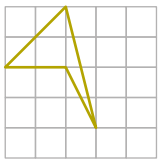
¡Hay muchísimos!

c) 

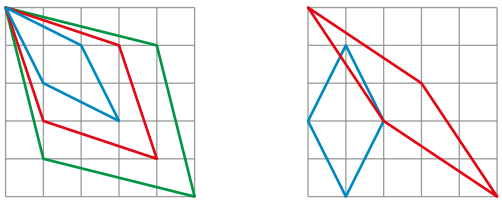
Inventa cuadriláteros distintos, pero todos ellos con el mismo perímetro.

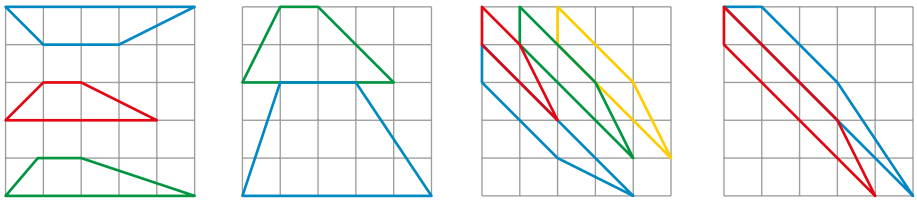
d) 

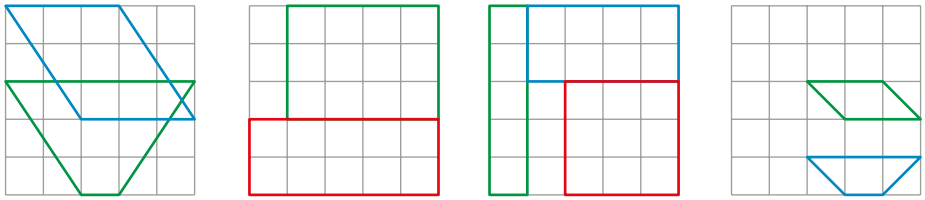
¿Puedes delimitar varios cuadriláteros con la misma área pero con distinto perímetro?

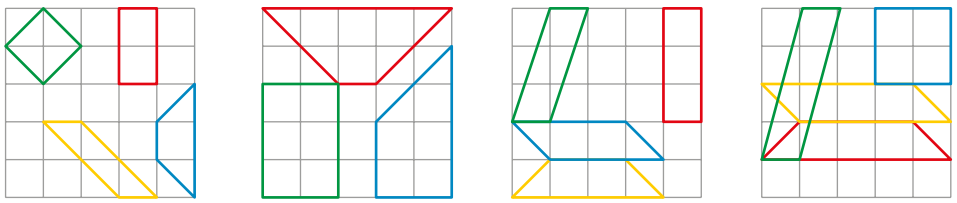
e) 

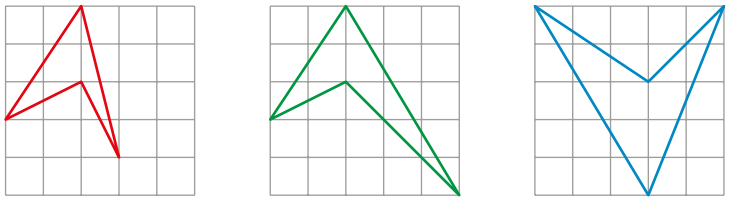
Representa algunos cuadriláteros cóncavos.

a) 

b) 

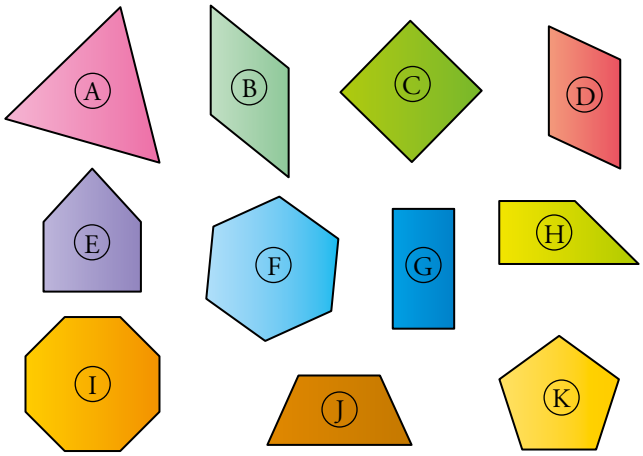
c) 

d) 

e) 

AUTOEVALUACIÓN

1 **Observa los siguientes polígonos:**



a) Clasifica los cuadriláteros y escribe las características de cada uno.

b) Identifica los polígonos regulares y nómbralos.

c) ¿Cuántos ejes de simetría tiene cada figura?

a) Rectángulos: G → paralelogramo, ángulos rectos.

Rombos: B → paralelogramo, lados iguales.

Cuadrados: C → paralelogramo, lados iguales y ángulos rectos.

Romboides: D → paralelogramo.

Trapecios: H, J → solo dos lados paralelos.

b) Triángulo equilátero: A; Cuadrado: C; Pentágono: K; Hexágono: F; Octógono: I.

c) A → 3

B → 2

C → 4

D → No tiene ejes de simetría.

E → 1

F → 6

G → 2

H → No tiene ejes de simetría.

I → 8

J → 1

K → 5

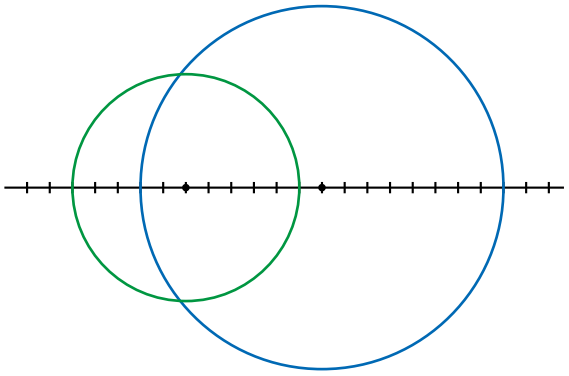
2 **Dadas dos circunferencias de radios $r_1 = 5$ m y $r_2 = 8$ m, indica sus posiciones relativas para cada una de las siguientes distancias de sus centros:**

a) $d = 6$ m **b)** $d = 13$ m **c)** $d = 15$ m **d)** $d = 3$ m

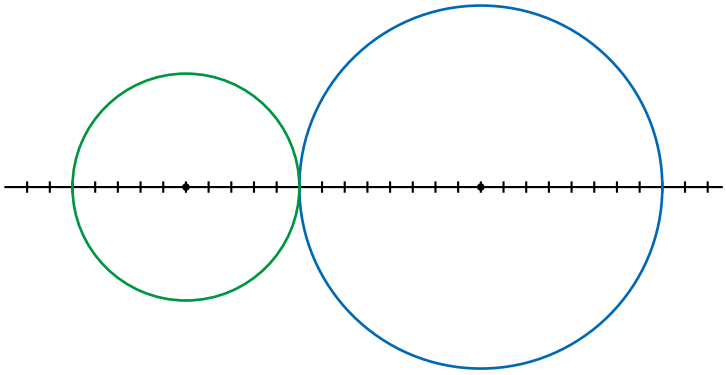
Dibuja esquemáticamente cada uno de los casos.

Nota: cada división de la recta representa 1 m.

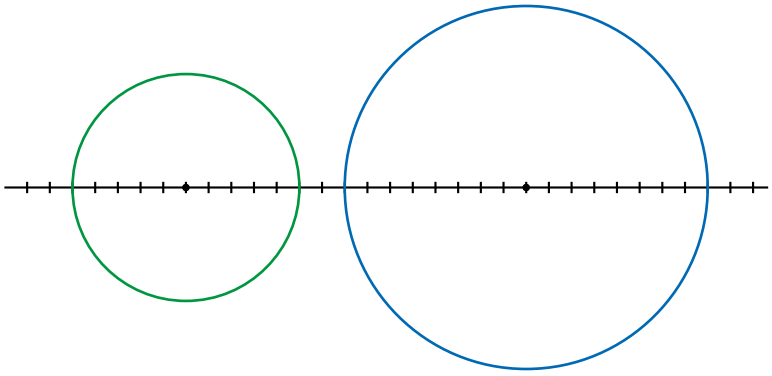
a) Secantes.



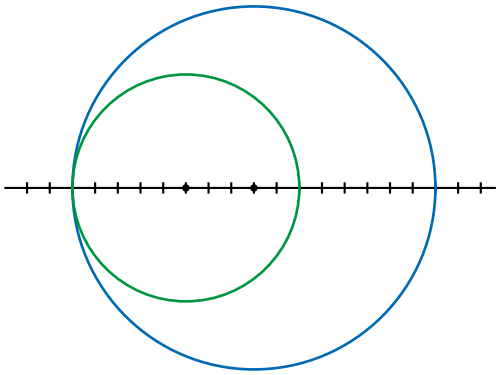
b) Tangentes exteriores.



c) Exteriores.

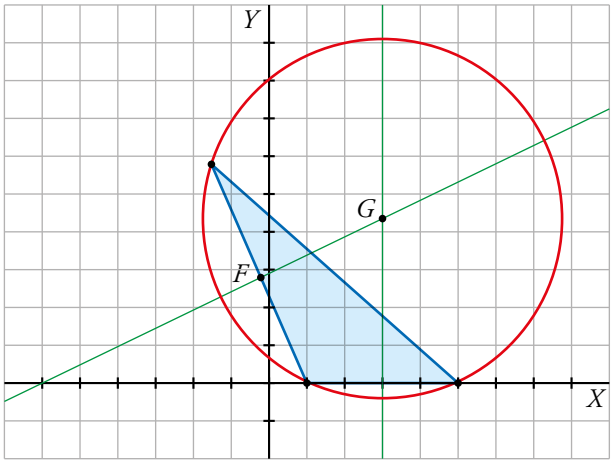


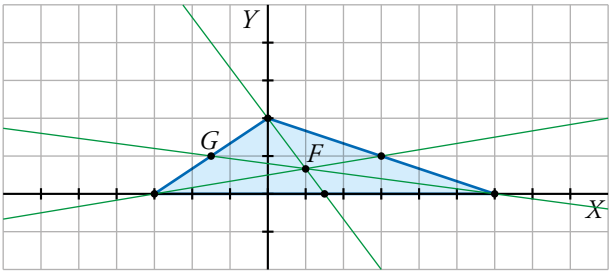
d) Tangentes interiores.



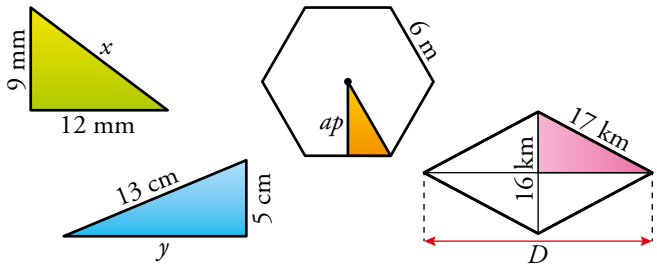
3 **Dibuja en tu cuaderno dos triángulos escalenos. Encuentra el circuncentro y la circunferencia circunscrita de uno de ellos y el baricentro del otro.**

En el primer dibujo, G es el circuncentro y en el segundo F es el baricentro.





4 **Calcula la longitud desconocida en cada caso:**



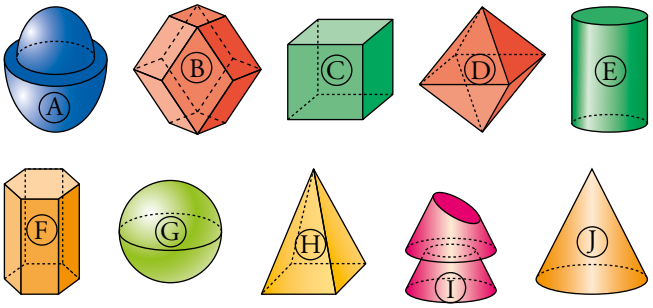
x = 15 mm

ap = 5,196 m

y = 12 cm

D = 30 km

5 **Entre los siguientes cuerpos geométricos, determina los poliedros, los poliedros regulares y los cuerpos de revolución. Pon nombre a los que conozcas:**



Poliedros: B, C, D, F, H.

Poliedros regulares: C, D.

Cuerpos de revolución: A, E, G, J.

C: cubo.

D: octaedro regular.

E: cilindro.

F: prisma hexagonal regular.

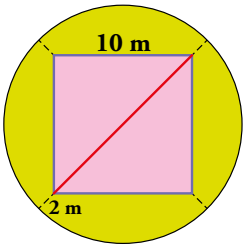
G: esfera.

H: pirámide cuadrangular regular.

I: no es ni poliedro ni cuerpo de revolución.

J: cono.

6 **Para un concierto, se ha levantado una plataforma cuadrada de 10 m de lado. Como protección, se va a rodear con una valla circular a una distancia de 2 m de cada esquina. ¿Cuál será el diámetro de la barrera?**



$x^2 = 10^2 + 10^2 \rightarrow x = 14{,}14$ m

Por tanto, el diámetro de la valla será $2 + 14{,}14 + 2 = 18{,}14$ m.

13 ÁREAS Y PERÍMETROS

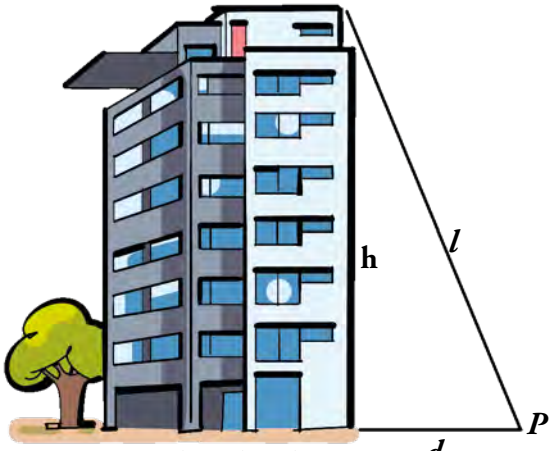
Página 238

1 **Un fajo de 500 folios tiene un grosor de 54 mm. ¿Cuál es el grosor de un folio?**

54 : 500 = 0,11

El grosor de un folio es 0,11 mm.

2 **Halla la longitud *l*.**



$h^2 + d^2 = l^2$

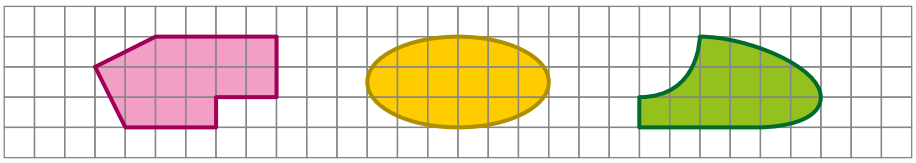
$l^2 = h^2 + d^2 \rightarrow l = \sqrt{108^2 + 45^2} = 117$ m

3 **¿Qué nombre recibe la fórmula que has utilizado para responder la pregunta anterior?**

Teorema de Pitágoras.

Página 239

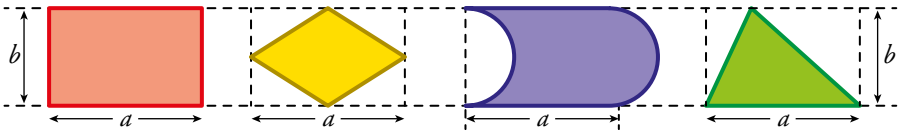
4 **¿Cuál es el área de la tercera figura? ¿Será exacta o aproximada?**



Aproximadamente 12 unidades cuadradas.

5 **¿Cuál de estas fórmulas da el área de cada una de las figuras que ves debajo?**

$A = a \cdot b$ $\quad$ $A = (a \cdot b) : 2$



Rectángulo, rombo y figura geométrica $\rightarrow A = a \cdot b$

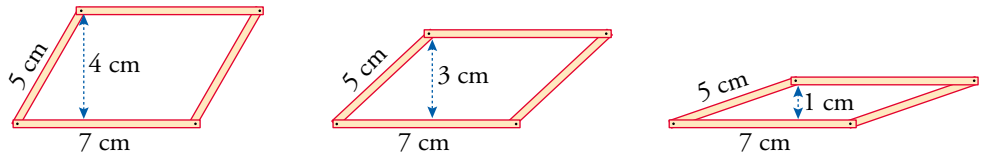
Triángulo $\rightarrow A = (a \cdot b) : 2$

1 MEDIDAS EN LOS CUADRILÁTEROS

Página 241

Para fijar ideas

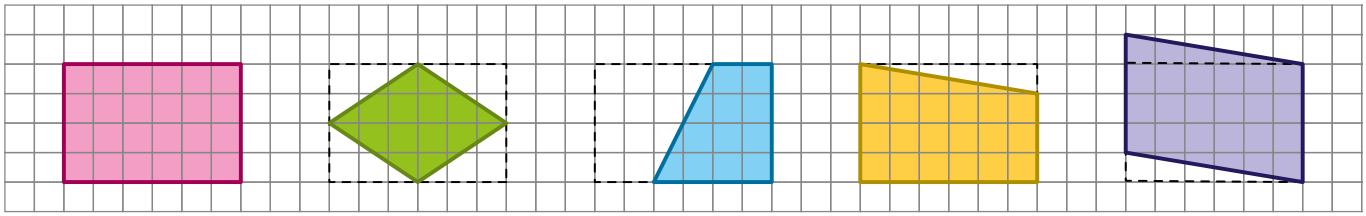
1 **¿Puede haber paralelogramos que tengan los mismos lados, pero diferente área? Explica tu respuesta.**



Sí, porque el área también depende de la altura.

2 **Teniendo en cuenta que el área del rectángulo rosa es 24 u^2, ¿sabrías calcular sin utilizar ninguna fórmula el área de los demás cuadriláteros?**

Por ejemplo: observa que el trapecio azul ocupa la mitad, es decir, 24 : 2 = 12 u^2.



$A = 6 \cdot 4 = 24$ u^2 $\quad A = \dfrac{6 \cdot \square}{2}$ $\quad A = \dfrac{(\square + \square) \cdot 4}{2}$ $\quad A = \dfrac{(\square + \square) \cdot 6}{2}$ $\quad A = \square \cdot \square$

Después, compara tus resultados con los que obtengas completando las fórmulas.

Rombo $\rightarrow \dfrac{(6 \cdot 4)}{2} = 12$ u^2

Trapecio azul $\rightarrow \dfrac{(2 + 4) \cdot 4}{2} = 12$ u^2

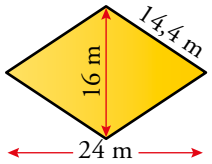
Trapecio amarillo $\rightarrow \dfrac{(4 + 3) \cdot 6}{2} = 21$ u^2

Trapecio morado $\rightarrow 6 \cdot 4 = 24$ u^2

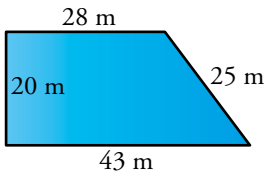
Para practicar

1 **Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:**

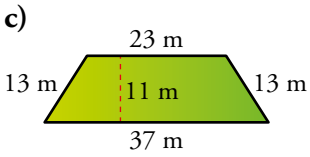
a)



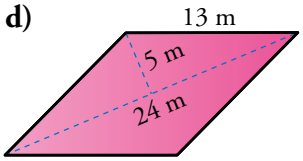
b)



c)



d)



a) Área = $\frac{24 \cdot 16}{2} = 192$ m^2

Perímetro = $4 \cdot 14{,}4 = 57{,}6$ m

b) Área = $\frac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710$ m^2

Perímetro = $28 + 20 + 43 + 25 = 116$ m

c) Área = $\frac{(23 + 37) \cdot 11}{2} = 330$ m^2

Perímetro = $2 \cdot 13 + 23 + 37 = 86$ m

d) Área = $24 \cdot 5 = 120$ m^2

Perímetro = $4 \cdot 13 = 52$ m

2 **Calcula el perímetro y el área de un salón rectangular de dimensiones 6,4 m y 3,5 m.**

Perímetro = $2 \cdot 6{,}4 + 2 \cdot 3{,}5 = 19{,}8$ m

Área = $6{,}4 \cdot 3{,}5 = 22{,}4$ m^2

3 **¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de 225 cm^2 de área?**

$225 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{225} = 15$ cm

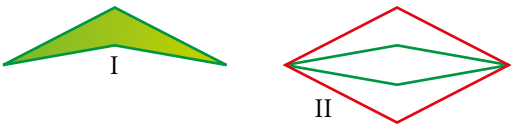
El lado del cuadrado mide 15 cm.

4 **La diagonal de un cuadrado mide 15 cm. Halla su área. (Recuerda que el cuadrado es también un rombo).**

Área = $\frac{15 \cdot 15}{2} = 112{,}5$ cm^2

El área del cuadrado es 112,5 cm^2.

5 **¿Verdadero o falso?**



El área del *ala-delta* (figura I) se puede hallar calculando el área del rombo rojo (figura II), restándole el área del rombo verde y dividiendo la diferencia por 2.

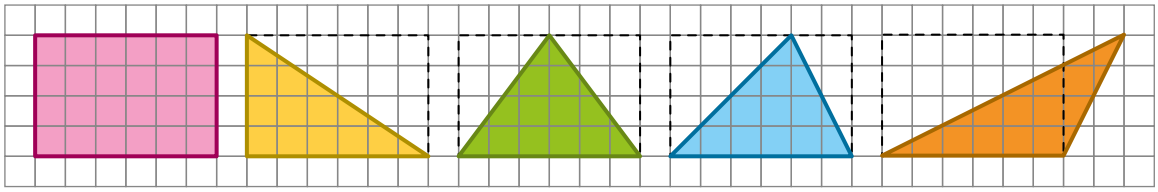
Verdadero.

2 MEDIDAS EN LOS TRIÁNGULOS

Página 242

Para fijar ideas

1 **Teniendo en cuenta que el área del rectángulo es $6 \cdot 4 = 24$ u^2, calcula mentalmente, sin utilizar ninguna fórmula, el área de cada triángulo.**



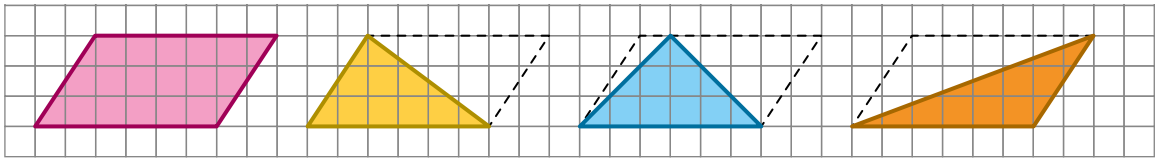
Triángulo amarillo → 12 u^2

Triángulo verde → 12 u^2

Triángulo azul → 12 u^2

Triángulo naranja → 12 u^2

2 **Observa estas figuras. Todas tienen 6 unidades de base y 3 de altura. Copia, calcula y completa las áreas de los triángulos. Compáralas con el área del paralelogramo.**



$A = 6 \cdot 3 = 18$ u^2 $\quad A = \dfrac{\square \cdot \square}{2}$ $\quad A = \dfrac{\square \cdot \square}{2}$ $\quad A = \dfrac{\square \cdot \square}{2}$

Triángulo amarillo → $\dfrac{(6 \cdot 3)}{2} = 9$ u^2

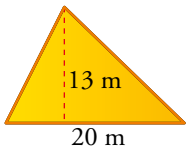
Triángulo azul → $\dfrac{(6 \cdot 3)}{2} = 9$ u^2

Triángulo naranja → $\dfrac{(6 \cdot 3)}{2} = 9$ u^2

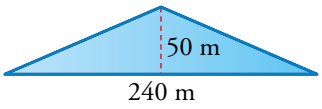
Para practicar

1 **Halla el área de estos triángulos:**

a)



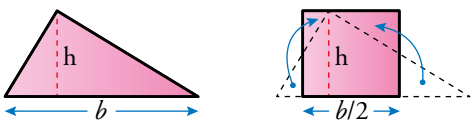
b)



a) Área = $\dfrac{20 \cdot 13}{2} = 130$ m^2

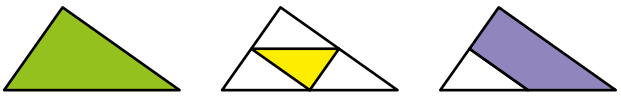
b) Área = $\dfrac{240 \cdot 50}{2} = 6\,000$ m^2

2 **¿Verdadero o falso? El área de un triángulo es igual al área de un rectángulo con su misma altura y la mitad de su base.**



Verdadero.

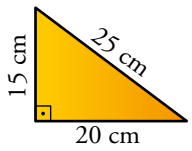
3 **El área del triángulo verde es 40 dm^2. ¿Cuál es el área del amarillo? ¿Y la del trapecio morado?**

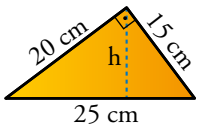


Triángulo amarillo → 40 : 4 = 10 dm^2

Trapecio morado → 10 × 3 = 30 dm^2

4 **Observa el mismo triángulo rectángulo, apoyado sobre un cateto, y apoyado sobre la hipotenusa. Calcula el área y, con ese dato, calcula la altura sobre la hipotenusa.**





$A = \dfrac{(15 \cdot 20)}{2} = 150$ cm^2

$150 = \dfrac{(25 \cdot h)}{2} \rightarrow h = \dfrac{300}{25} = 12$ cm

3 MEDIDAS EN LOS POLÍGONOS

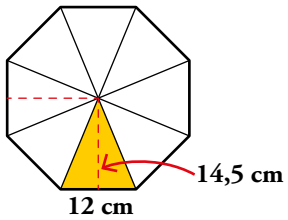
Página 243

Para fijar ideas

1 **El lado de un octógono regular mide 12 cm y la apotema 14,5 cm.**

Completa y calcula el área.

$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{\square \cdot \square}{2} = \ldots$ $\qquad$ $A_{\text{OCTÓGONO}} = 8 \cdot A_{\text{TRIÁNGULO}} = 8 \cdot \square = \ldots$



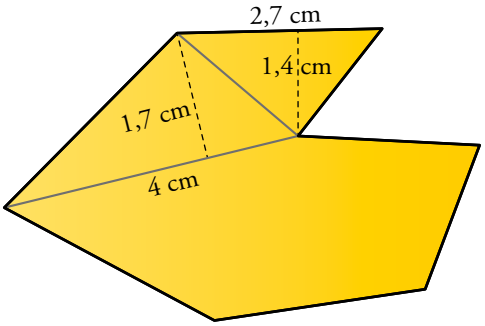
$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{(12 \cdot 14,5)}{2} = 87 \text{ cm}^2$

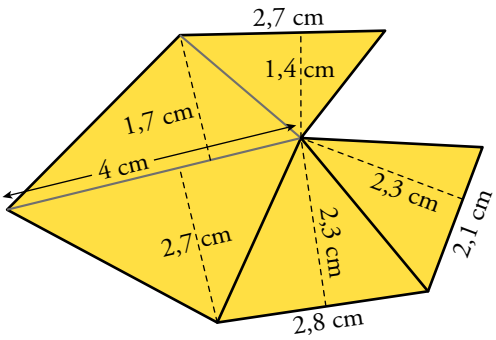
$A_{\text{OCTÓGONO}} = 8 \cdot A_{\text{TRIÁNGULO}} = 8 \cdot 87 = 696 \text{ cm}^2$

Para practicar

1 **Calca este polígono en tu cuaderno, continúa descomponiéndolo en triángulos y toma en ellos las medidas necesarias para calcular sus áreas.**

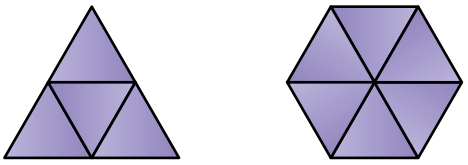
Halla, así, el área total.





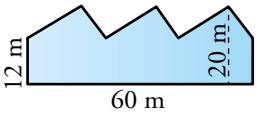
$A = \dfrac{2,7 \cdot 1,4}{2} + \dfrac{4 \cdot 1,7}{2} + \dfrac{4 \cdot 2,7}{2} + \dfrac{2,8 \cdot 2,3}{2} + \dfrac{2,1 \cdot 2,3}{2} = 16,325 \text{ cm}^2$

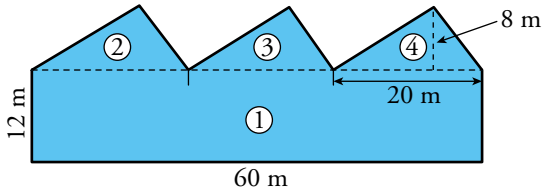
2 **Observa estas dos figuras. El área del triángulo es 80 dm^2. ¿Cuál es el área del hexágono?**



$80 : 4 = 20 \rightarrow 20 \cdot 6 = 120 \text{ dm}^2$

3 **Calcula el área de la siguiente figura:**





Área ① $= 60 \cdot 12 = 720 \text{ m}^2$

Área ② = Área ③ = Área ④ $= \dfrac{20 \cdot 8}{2} = 80 \text{ m}^2$

Área figura $= 720 + 3 \cdot 80 = 960 \text{ m}^2$

4 **El lado de un pentágono regular mide 8 cm y su apotema 5,5 cm. Calcula su área.**

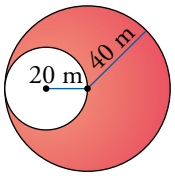
$$A_{\text{PENTÁGONO}} = \frac{(\text{perímetro} \cdot ap)}{2} = \frac{(5 \cdot 8 \cdot 5{,}5)}{2} = 110 \text{ cm}^2$$

4 MEDIDAS EN EL CÍRCULO

Página 244

Para practicar

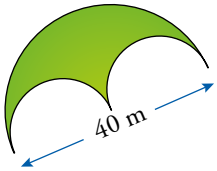
1 **Halla la superficie y el perímetro del recinto coloreado.**



Área = $\pi \cdot 40^2 - \pi \cdot 20^2 = 1200\pi \approx 3\,769{,}9\ m^2$

Perímetro = $2\pi \cdot 40 + 2\pi \cdot 20 = 120\pi \approx 376{,}99\ m$

2 **Calcula el perímetro y el área de esta figura:**



Área = $\frac{\pi \cdot 20^2}{2} - \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314{,}16\ m^2$

Perímetro = $\frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{2} + 2\pi \cdot 10 = 40\pi \approx 125{,}66\ m$

Página 245

Para practicar

3 **¿Verdadero o falso?**

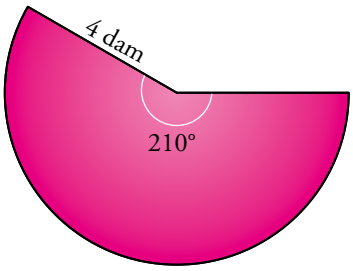
a) El valor de π es tanto mayor cuanto más grande sea la circunferencia sobre la que actúa.

b) Cuando tomamos para π el valor 3,14, lo estamos haciendo de forma aproximada.

a) Falso. El número π siempre es el mismo número.

b) Verdadero.

4 **Halla el área y el perímetro de esta figura:**



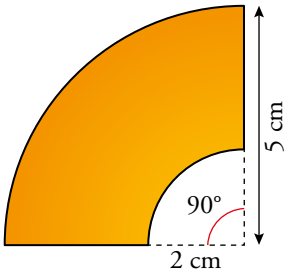
Área = $\frac{\pi \cdot 4^2}{360} \cdot 210 = 9{,}3\pi \approx 29{,}32\ dam^2$

Perímetro = $\frac{2\pi \cdot 4}{360} \cdot 210 + 4 + 4 \approx 22{,}66\ dam$

5 **Halla la longitud de un arco de circunferencia de 10 cm de radio y 40° de amplitud.**

Longitud del arco = $\frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 40 \approx 6{,}98$ cm

6 **Calcula el área y el perímetro de esta figura:**



Área = $\frac{\pi \cdot 5^2}{360} \cdot 90 - \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 \approx 16{,}49$ cm^2

Perímetro = $\frac{2\pi \cdot 5}{360} \cdot 90 + \frac{2\pi \cdot 2}{360} \cdot 90 + 3 + 3 \approx 17$ cm

7 **Calcula el área de un sector circular de 20 cm de radio y 30° de amplitud.**

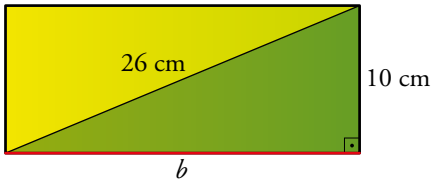
Área = $\frac{\pi \cdot 20^2}{360} \cdot 30 \approx 104{,}72$ cm^2

5 EL TEOREMA DE PITÁGORAS PARA EL CÁLCULO DE ÁREAS

Página 246

Para fijar ideas

1 **Halla el área de un rectángulo del que conocemos un lado, 10 cm, y la diagonal, 26 cm.**



Calculamos el otro lado:

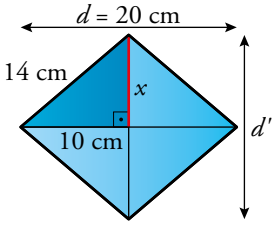
$$b = \sqrt{26^2 - \square^2} = \sqrt{\square} = \ldots \text{ cm}$$

$$A = b \cdot h = \square \cdot \square = 240 \text{ cm}^2$$

$b = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24$ cm

$A = b \cdot h = 24 \cdot 10 = 240$ cm^2

2 **El lado de un rombo mide 14 cm, y una de sus diagonales, 20 cm. Calcula su área.**



Hemos de calcular la otra diagonal.

Empezamos obteniendo el segmento *x*:

$$x = \sqrt{\square^2 - 10^2} = \sqrt{\square} \approx 9{,}8 \text{ cm}$$

Por tanto, $d' = \square \cdot 9{,}8 = \ldots$ cm.

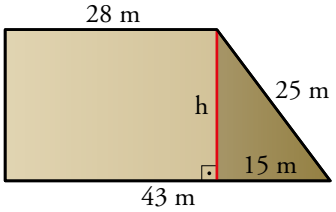
El área del rombo es: $A = \dfrac{\square \cdot \square}{2} = 196 \text{ cm}^2$

$x = \sqrt{14^2 - 10^2} = \sqrt{96} \approx 9{,}8$ cm

$d' = 2 \cdot 9{,}8 = 19{,}6$ cm

$A = \dfrac{20 \cdot 19{,}6}{2} = 196$ cm^2

3 **Halla el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 43 m y 28 m, y el lado oblicuo, 25 m.**



En el triángulo rectángulo, conocemos la hipotenusa, 25 m, y un cateto, 43 – 28 = 15 m. Hallamos el otro cateto, h:

$$h = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} = 20 \text{ m}$$

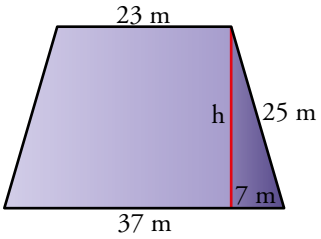
El área del trapecio es:

$$A = \frac{(\square + \square) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$$

$h = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{400} = 20$ m

$A = \dfrac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710$ m^2

4 **Las bases de un trapecio isósceles miden 37 m y 23 m. Los lados oblicuos miden 25 m. Calcula su área.**



37 – 23 = 14 m → 14 : 2 = 7 m

Los catetos miden 7 m y h (altura):

$$\mathbf{h = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} = 24\ m}$$

El área del trapecio es:

$$\mathbf{A = \frac{(\square + \square) \cdot 24}{2} = 720\ m^2}$$

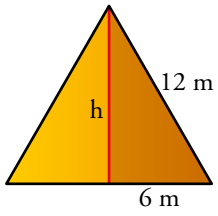
$h = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ m

$A = \dfrac{(37 + 23) \cdot 24}{2} = 720$ m^2

Página 247

Para fijar ideas

5 **Halla el área del triángulo equilátero de lado $l = 12$ m.**



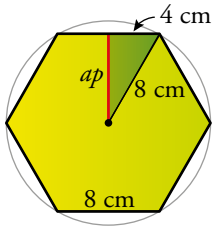
$$\mathbf{Altura:\ h = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} \approx 10{,}4\ m}$$

$$\mathbf{Área:\ A = \frac{\square \cdot \square}{2} = 62{,}4\ m^2}$$

$h = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} \approx 10{,}4$ m

$A = \dfrac{12 \cdot 10{,}4}{2} = 62{,}4$ m^2

6 **Calcula el área del hexágono regular de 8 cm de lado.**



En un hexágono regular, el radio es igual al lado: $l = r = 8$ cm

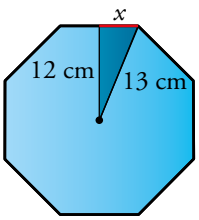
Apotema: $ap = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} \approx 6{,}9$ cm

Área: $A = \dfrac{\square \cdot \square \cdot \square}{2} = 165{,}6\ cm^2$

$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}9$ cm

$A = \dfrac{6 \cdot 6{,}9 \cdot 8}{2} = 165{,}6$ cm^2

7 **En un octógono regular, el radio mide 13 cm, y la apotema, 12 cm. Halla su área.**



Llamamos x a la mitad del lado: $x = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} = 5$ cm

Lado $l = 10$ cm → Perímetro = 10 · 8 = 80 cm

Área: $A = \dfrac{\square \cdot \square}{2} = 480\ cm^2$

$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ cm

$A = \dfrac{80 \cdot 12}{2} = 480$ cm^2

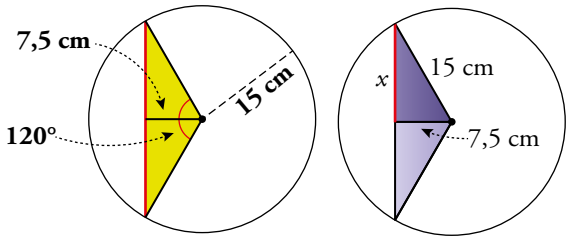
8 **a) Calcula la longitud de la cuerda y el área del triángulo.**

x **es la mitad de la cuerda.**

$$x = \sqrt{\square^2 - \square^2} = \sqrt{\square} \approx 13 \text{ cm}$$

La cuerda mide 13 · 2 = 26 cm.

Área del triángulo: $A = \frac{\square \cdot \square}{2} = 97{,}5 \text{ cm}^2$



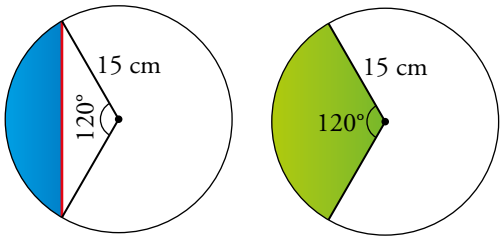
b) Halla el área del segmento circular (azul).

Calculamos el área del sector: $\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$**. El sector es** $\frac{1}{3}$ **del círculo.**

$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot \square^2 = \ldots \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{SECTOR}} = \square : \square = 235{,}5 \text{ cm}^2$

El área del segmento circular es:

$$A_{\text{SEGM. CIRC.}} = A_{\text{SECTOR}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = \square - \square = 138 \text{ cm}^2$$



a) $x = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{168{,}75} \approx 13 \text{ cm}$

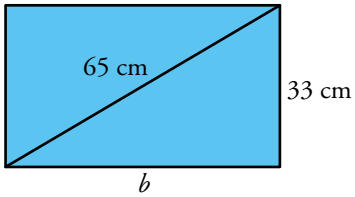
$A = \frac{26 \cdot 7{,}5}{2} = 97{,}5 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 15^2 = 706{,}5 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{SECTOR}} = 706{,}5 : 3 = 235{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{\text{SEGM. CIRC.}} = A_{\text{SECTOR}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = 235{,}5 - 97{,}5 = 138 \text{ cm}^2$

Para practicar

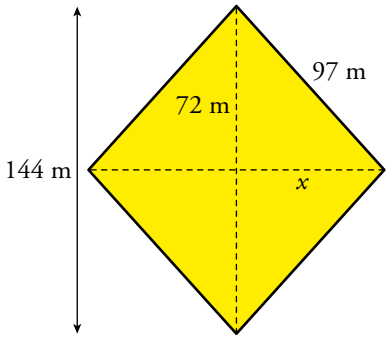
1 **La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su área.**



$b = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3\,136} = 56 \text{ cm}$

Área $= 33 \cdot 56 = 1\,848 \text{ cm}^2$

2 **El lado de un rombo mide 97 m, y una de sus diagonales, 144 m. Halla su área.**



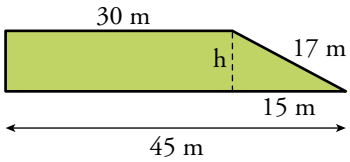
$x = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4\,225} = 65$ m

La otra diagonal del rombo mide:

$2 \cdot 65 = 130$ m

$\text{Área} = \dfrac{144 \cdot 130}{2} = 9\,360 \text{ m}^2$

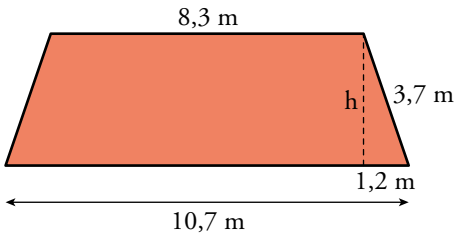
3 **En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 m y 30 m, y el lado oblicuo, 17 m. Halla su área.**



$h = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8$ m

$\text{Área} = \dfrac{45 + 30}{2} \cdot 8 = 300 \text{ m}^2$

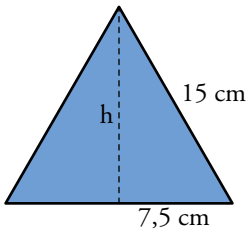
4 **Halla el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.**



$h = \sqrt{3{,}7^2 - 1{,}2^2} = \sqrt{12{,}25} = 3{,}5$ m

$\text{Área} = \dfrac{8{,}3 + 10{,}7}{2} \cdot 3{,}5 = 33{,}25 \text{ m}^2$

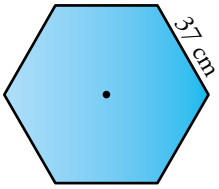
5 **Halla el área de un triángulo equilátero de lado 15 cm.**

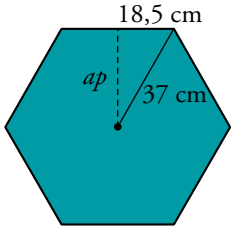


$h = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{168{,}75} \approx 13$ cm

$\text{Área} = \dfrac{15 \cdot 13}{2} = 97{,}5 \text{ cm}^2$

6 **Halla el área de un hexágono regular de 37 cm de lado.**

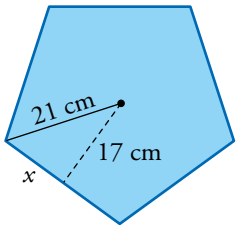




$ap = \sqrt{37^2 - 18{,}5^2} = \sqrt{1\,026{,}75} \approx 32{,}04$ cm

$\text{Área} = \dfrac{6 \cdot 37 \cdot 32{,}04}{2} = 3\,556{,}44 \text{ cm}^2$

7 **Halla el área de un pentágono regular de radio 21 cm, y apotema, 17 cm.**

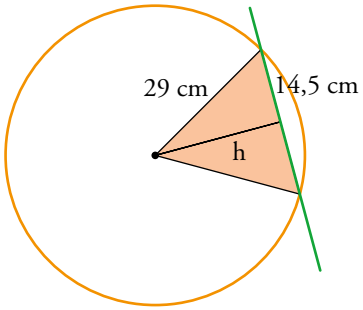


x = Mitad del lado $\rightarrow$ $x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12{,}33$ cm

$l = 2 \cdot 12{,}33 = 24{,}66$ cm

Área $= \dfrac{5 \cdot 24{,}66 \cdot 17}{2} = 1\,048{,}05$ cm^2

8 **En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 29 cm. Halla el área del triángulo con base en esta cuerda y vértice opuesto en el centro de la circunferencia.**



$x = \sqrt{29^2 - 14{,}5^2} = \sqrt{630{,}75} \approx 25{,}11$ cm

Área triángulo $= \dfrac{29 \cdot 25{,}11}{2} \approx 364{,}1$ cm^2

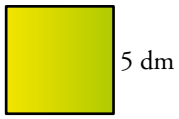
Página 248

Ejercicios y problemas

Áreas y perímetros de figuras sencillas

Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:

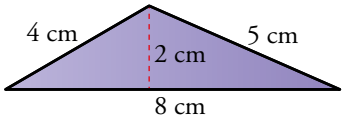
1 **a)**



a) $A = 5^2 = 25$ dm^2

$P = 5 \cdot 4 = 20$ dm

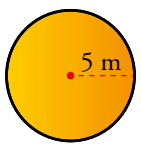
b)



b) $A = \dfrac{8 \cdot 2}{2} = 8$ cm^2

$P = 8 + 5 + 4 = 17$ cm

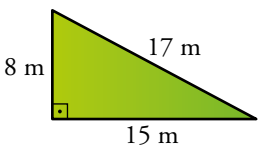
2 **a)**



a) $A = \pi \cdot 5^2 \approx 78{,}5$ dm^2

$P = 2\pi \cdot 5 \approx 31{,}4$ dm

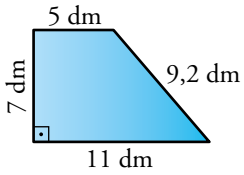
b)



b) $A = \dfrac{15 \cdot 8}{2} = 60$ m^2

$P = 15 + 8 + 17 = 40$ m

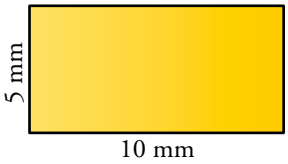
3 **a)**



a) $A = \frac{11+5}{2} \cdot 7 = 56 \text{ dm}^2$

$P = 11 + 9{,}2 + 5 + 7 = 32{,}2 \text{ dm}$

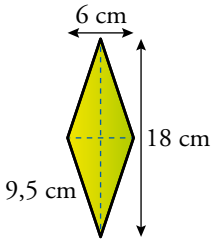
b)



b) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ mm}^2$

$P = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ mm}$

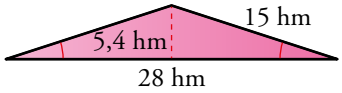
4 **a)**



a) $A = \frac{18 \cdot 6}{2} = 54 \text{ cm}^2$

$P = 9{,}5 \cdot 4 = 38 \text{ cm}$

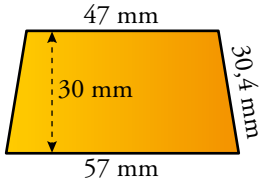
b)



b) $A = \frac{28 \cdot 5{,}4}{2} = 75{,}6 \text{ hm}^2$

$P = 28 + 15 \cdot 2 = 58 \text{ hm}$

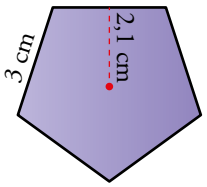
5 **a)**



a) $A = \frac{47+57}{2} \cdot 30 = 1\,560 \text{ mm}^2$

$P = 57 + 47 + 2 \cdot 30{,}4 = 164{,}8 \text{ mm}$

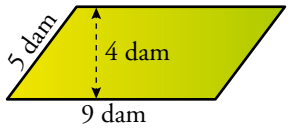
b)



b) $A = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2{,}1}{2} = 15{,}75 \text{ cm}^2$

$P = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}$

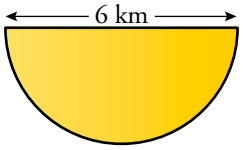
6 **a)**



a) $A = 9 \cdot 4 = 36 \text{ dam}^2$

$P = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 28 \text{ dam}$

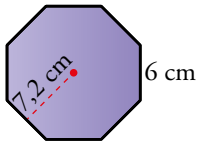
b)



b) $A = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 14{,}13 \text{ km}^2$

$P = \frac{2\pi \cdot 3}{2} + 6 \approx 15{,}42 \text{ km}$

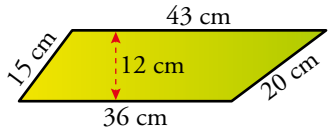
7 **a)**



a) $A = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7{,}2}{2} = 172{,}8 \text{ cm}^2$

$P = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}$

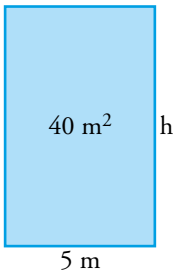
b)



b) $A = \frac{43+36}{2} \cdot 12 = 474 \text{ cm}^2$

$P = 36 + 20 + 43 + 15 = 114 \text{ cm}$

8 **Averigua cuánto mide la altura de un rectángulo de 40 m² de superficie y 5 m de base.**



$h = \frac{40}{5} = 8$ m

La altura del rectángulo mide 8 m.

9 **Halla el área de un trapecio cuyas bases miden 12 cm y 20 cm, y su altura, 10 cm.**

$A = \frac{12 + 20}{2} \cdot 10 = 160$ cm²

El área del trapecio es 160 cm².

10 **Las bases de un trapecio isósceles miden 26 cm y 14 cm; la altura, 8 cm, y otro de sus lados, 10 cm. Calcula el perímetro y el área de la figura.**

$A = \frac{26 + 14}{2} \cdot 8 = 160$ cm²

$P = 26 + 14 + 2 \cdot 10 = 60$ cm

11 **Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 6 mm de lado y 5,2 mm de apotema.**

$A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6$ mm²

$P = 6 \cdot 6 = 36$ mm

12 **Calcula la longitud de la mayor circunferencia que cabe dentro de un cuadrado de 20 cm de lado. Calcula, también, el área del círculo correspondiente.**

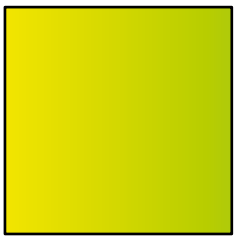
$P = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \approx 62,8$ cm

$A_c = \pi r^2 = 3,14 \cdot (10)^2 \approx 314$ cm²

Medir y calcular áreas y perímetros

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que medir algún elemento (lado, diagonal, radio…):

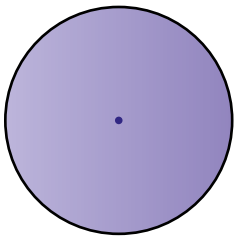
13 **a)**



a) $A = 9$ cm²

$P = 12$ cm

b)



b) $A \approx 7,07$ cm²

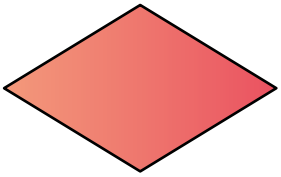
$P \approx 9,42$ cm

14 **a)**

a) $A = 7{,}8 \text{ cm}^2$

$P = 11{,}2 \text{ cm}$

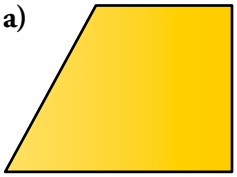
b)



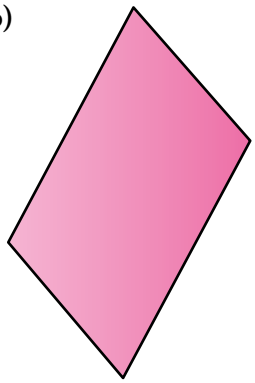
b) $A = 3{,}5 \text{ cm}^2$

$P = 8 \text{ cm}$

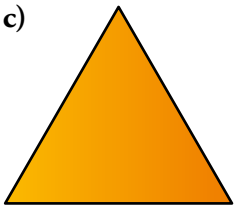
15 **a)**



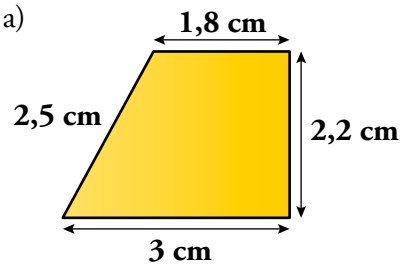
b)



c)



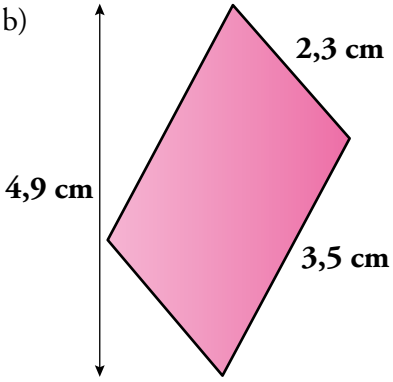
a)



$A = 5{,}28 \text{ cm}^2$

$P = 9{,}5 \text{ cm}$

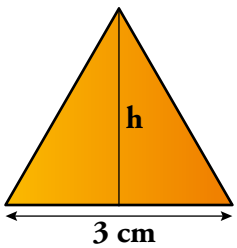
b)



$A = 7{,}7 \text{ cm}^2$

$P = 11{,}6 \text{ cm}$

c)



$h = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} \approx 2{,}6 \text{ cm}$

$A = \dfrac{3 \cdot 2{,}6}{2} = 3{,}9 \text{ cm}^2$

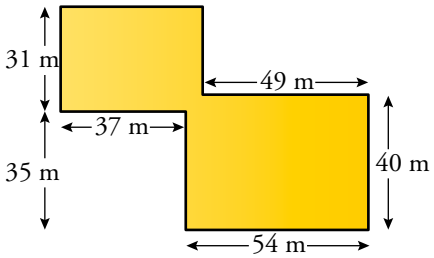
$P = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$

Página 249

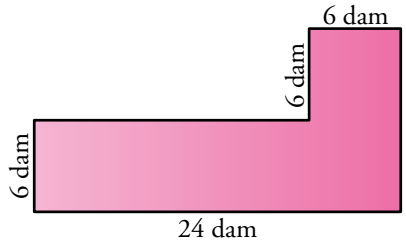
Áreas y perímetros menos sencillos

Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:

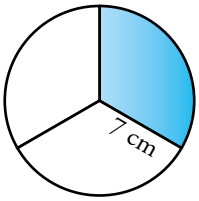
16 **a)**



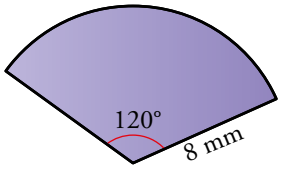
b)



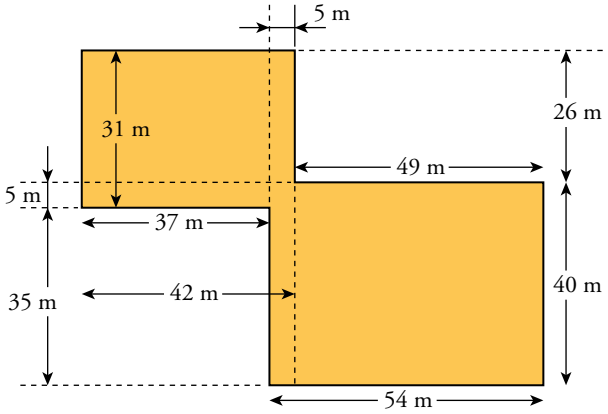
c)



d)



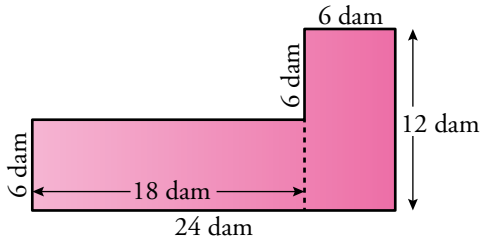
a)



$A = 42 \cdot 31 + 54 \cdot 40 - 5^2 = 3\,437 \text{ m}^2$

$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$

b)



$A = 6 \cdot 18 + 6 \cdot 12 = 180 \text{ dam}^2$

$P = 18 + 6 + 24 + 12 + 6 + 6 = 72 \text{ dam}$

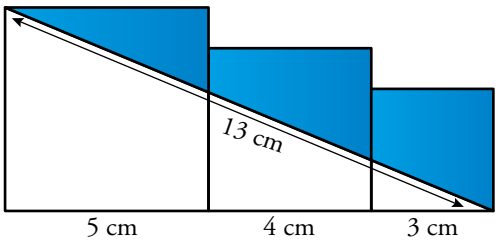
c) $A = \dfrac{\pi \cdot 7^2}{2} \approx 51{,}29 \text{ cm}^2$

$P = \dfrac{2\pi \cdot 7}{3} + 2 \cdot 7 \approx 28{,}65 \text{ cm}$

d) $A = \dfrac{\pi \cdot 8^2}{360} \cdot 120 \approx 66{,}97 \text{ mm}^2$

$P = \dfrac{2\pi \cdot 8}{360} \cdot 120 + 8 + 8 \approx 32{,}75 \text{ mm}$

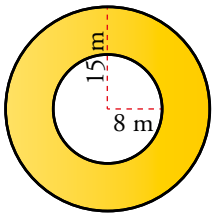
17



$A = 5^2 + 4^2 + 3^2 - \dfrac{(5+4+3)\cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$

$P = 13 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3 + 3 = 30 \text{ cm}$

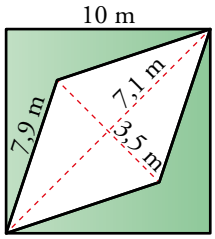
18 **a)**



a) $A = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 8^2 \approx 505{,}54 \text{ m}^2$

$P = 2\pi \cdot 15 + 2\pi \cdot 8 \approx 144{,}44 \text{ m}$

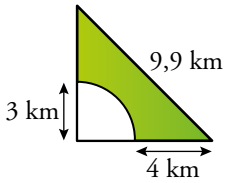
b)



b) $A = 10^2 - \dfrac{7{,}1 \cdot 3{,}5}{2} \approx 87{,}58 \text{ m}^2$

$P = 10 \cdot 4 + 7{,}9 \cdot 4 = 71{,}6 \text{ m}$

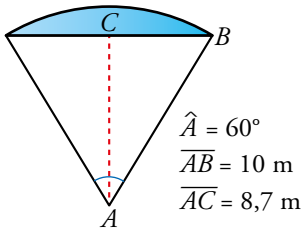
19 **a)**



a) $A = \dfrac{7 \cdot 7}{2} - \dfrac{\pi \cdot 3^2}{4} \approx 17{,}43 \text{ km}^2$

$P = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 3}{4} + 4 + 4 + 9{,}9 \approx 22{,}61 \text{ km}$

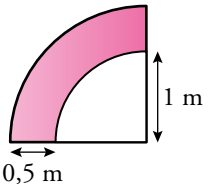
b)



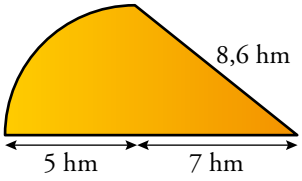
b) $A = \dfrac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 60 - \dfrac{10 \cdot 8{,}7}{2} \approx 8{,}8 \text{ m}^2$

$P = \dfrac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 60 + 10 \approx 20{,}5 \text{ m}$

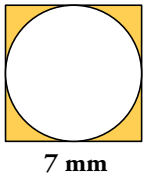
20 **a)**



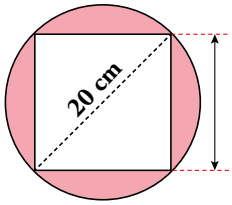
b)



c)



d)



a) $A = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \approx 0,98 \text{ m}^2$

$P = \frac{2\pi \cdot 1,5}{4} + \frac{2\pi \cdot 1}{4} + 0,5 + 0,5 \approx 4,92 \text{ m}$

b) $A = \frac{7 \cdot 5}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{4} \approx 37,12 \text{ hm}^2$

$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{4} + 8,6 + 5 + 7 \approx 28,45 \text{ hm}$

c) $A = 7^2 - \pi \cdot 3,5^2 \approx 10,53 \text{ mm}^2$

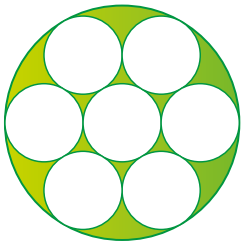
$P = 7 \cdot 4 + 2\pi \cdot 3,5 \approx 49,98 \text{ mm}$

d) $20^2 = 2l^2 \rightarrow l^2 = 200 \text{ cm}$

$A = \pi \cdot 10^2 - 200 \approx 114 \text{ cm}^2$

$P = 2\pi \cdot 10 + 14,14 \cdot 4 = 119,36 \text{ cm}$

21 **Halla el área de la parte coloreada sabiendo que el diámetro de la circunferencia grande mide 6 cm.**



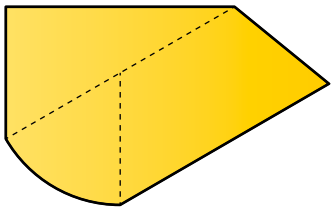
Radio circunferencia grande: $R = 3$ cm

Radio circunferencias pequeñas: $r = 1$ cm

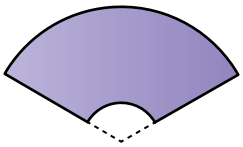
$A = \pi \cdot 3^2 - 7 \cdot \pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ cm}^2$

22 **Toma las medidas que necesites para calcular el área y el perímetro de cada figura.**

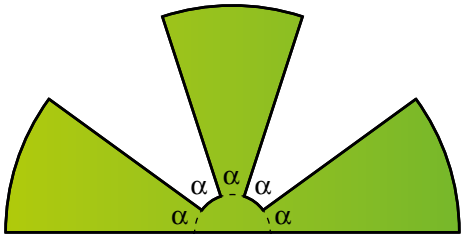
a)



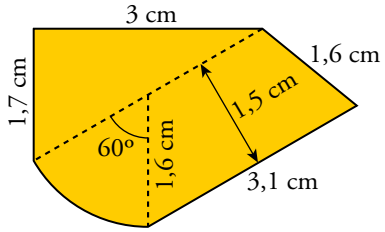
b)



c)



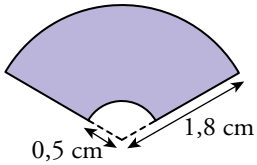
a)



$A = 7{,}8 \text{ cm}^2$

$P = 11{,}1 \text{ cm}$

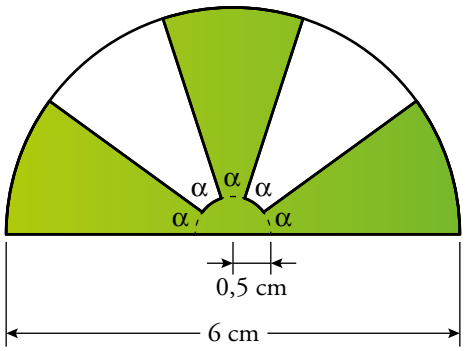
b)



$$A = \frac{\pi \cdot 1{,}8^2 \cdot 120}{360} - \frac{\pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 120}{360} = 3{,}13 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1{,}8 \cdot 120}{360} + \frac{2\pi \cdot 0{,}5 \cdot 120}{360} + 1{,}3 + 1{,}3 = 7{,}41 \text{ cm}$$

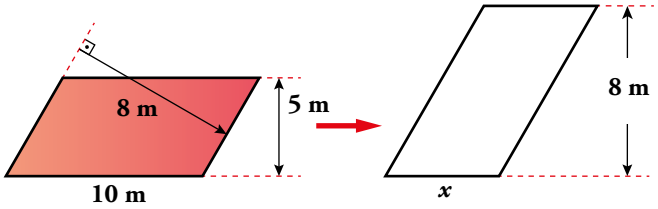
c)



$$A = \pi \cdot 3^2 - 2\left(\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 36}{360} - \frac{\pi \cdot 0{,}5^2 \cdot 36}{360}\right) = 22{,}77 \text{ cm}^2$$

$$P = 6 + 2{,}5 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 36}{360} + 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 0{,}5 \cdot 36}{360} = 22{,}28 \text{ cm}$$

23 **Observa las figuras y calcula el área y el perímetro del romboide.**



$A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$

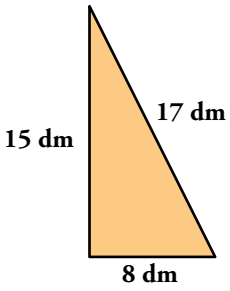
Para calcular el lado oblicuo utilizamos la otra altura del paralelogramo.

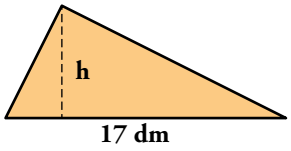
$A = 50 \text{ m}^2 = b \cdot 8 \rightarrow b = \frac{50}{8} = 6{,}25 \text{ m}$

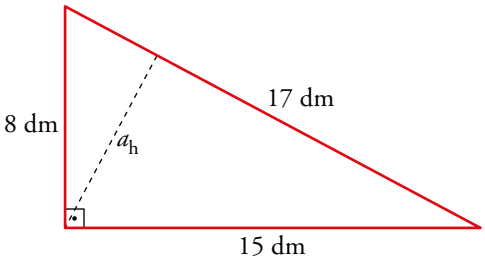
$P = 2 \cdot 6{,}25 + 2 \cdot 10 = 32{,}5 \text{ m}$

Página 250

24 **Los lados de un triángulo rectángulo miden 15 dm, 8 dm y 17 dm. Calcula su área y la altura sobre la hipotenusa.**





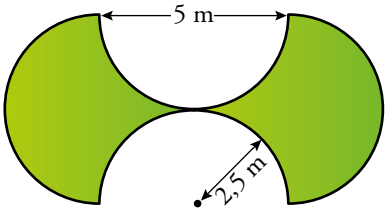


$A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ dm}^2$

$60 = \frac{17 \cdot a_h}{2} \rightarrow a_h = \frac{120}{17} \approx 7{,}06 \text{ dm}$

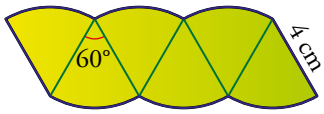
Reflexiona, dibuja y resuelve

25 ***Calcular el área de esta figura.***



Problema resuelto.

26 **Halla el área y el perímetro de toda la figura.**



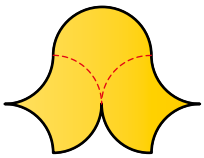
Cada sector, al ser de 60°, es una sexta parte de un círculo. Como hay 6 sectores, resulta que tenemos el círculo entero. Por tanto:

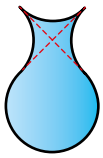
$A = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

$P = 2\pi \cdot r = 24{,}12 \text{ cm}$

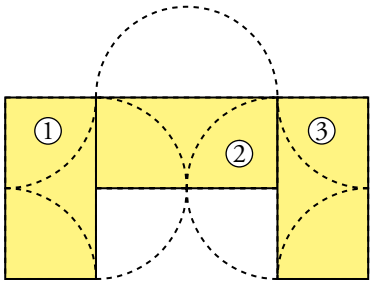
27 **Todos los arcos con los que se han trazado estas figuras son iguales; pertenecen a circunferencias de 6 cm de radio. Halla el área de cada una.**

a) **b)**





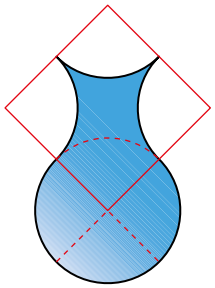
a)



Las figuras (rectángulos) ①, ② y ③ son iguales y miden 12 cm × 6 cm, es decir:

$$A_{①} = A_{②} = A_{③} = 72 \text{ cm}^2 \rightarrow A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 72 = 216 \text{ cm}^2$$

b)



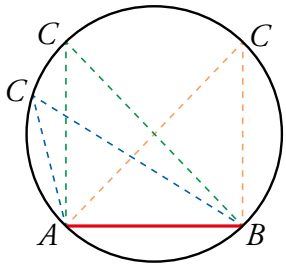
El área pedida es la del cuadrado, que resulta ser de 12 cm de lado.

Así, $A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$.

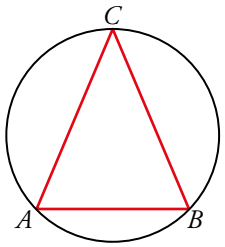
Razona y justifica

28 ***A*** **y** ***B*** **son puntos fijos. El punto** ***C*** **puede estar situado en cualquier lugar de la circunferencia.**

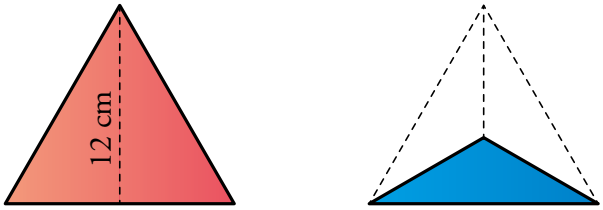
¿Dónde lo pondrás si quieres que el área del triángulo ***ABC*** **sea la mayor posible?**



Pondremos *C* en el punto más alto de la circunferencia para que el área sea lo mayor posible. Esto es porque con la misma base, cuanto mayor sea la altura, mayor será el área del triángulo.



29 Observa el triángulo equilátero rojo y el isósceles azul.



a) ¿Cuál es la relación entre sus áreas?

b) Basándote en la respuesta anterior, y teniendo en cuenta que tienen bases iguales, ¿cuál es la altura del triángulo azul?

c) ¿Cuál es la distancia del centro del triángulo a cada vértice?

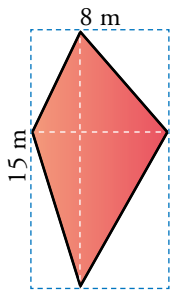
a) El área del triángulo rojo es el triple que la del azul.

b) La altura del triángulo azul son 4 cm.

c) La distancia del centro del triángulo a cada vértice es, aproximadamente, de 7,74 cm.

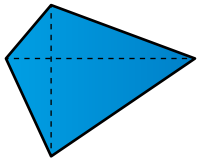
30 **La figura roja no es un rombo, pero tiene las diagonales perpendiculares. Justifica que también puedes calcular el área mediante la fórmula:**

$$A = \frac{d \cdot d'}{2}$$

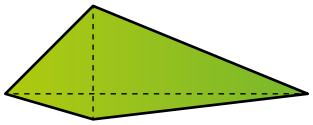


Calcula, ahora tú, el área de estos dos cuadriláteros tomando medidas:

a)



b)



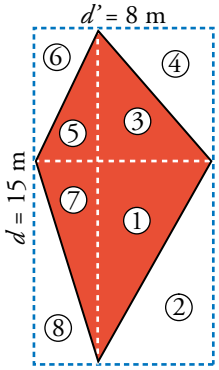
$A_{\text{RECTÁNGULO}} = d \cdot d' = 8 \cdot 15 = 120 \text{ m}^2$

Como vemos, $A_{①} = A_{②}$; $A_{③} = A_{④}$; $A_{⑤} = A_{⑥}$; $A_{⑦} = A_{⑧}$

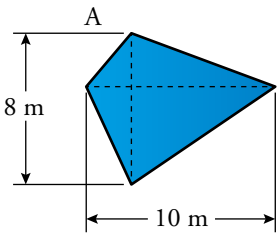
Por esto, el área de la figura roja es la mitad del área del rectángulo.

Así:

$$A_{\text{FIGURA}} = \frac{A_{\text{RECTÁNGULO}}}{2} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m}^2$$

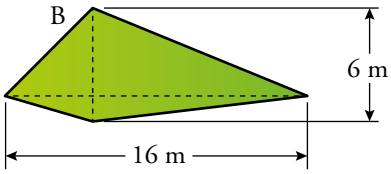


a)



$$A = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ m}^2$$

b)



$$A = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ m}^2$$

Página 251

Resuelve problemas

31 **Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2. Hemos de embaldosarlo con losetas cuadradas de 25 cm de lado (se llaman losetas de 25 × 25). ¿Cuántas losetas son necesarias?**

$A_{\text{LOSETA}} = 25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2$

$A_{\text{SALÓN}} = 50 \text{ m}^2 = 500\,000 \text{ cm}^2$

Para cubrir el salón se necesitan $\frac{500\,000}{625} = 800$ losetas.

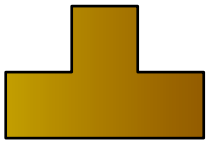
32 **Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de 600 cm^2 cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio, exactamente igual, del vecino?**

El patio tiene un área de $540 \cdot 600 = 324\,000 \text{ cm}^2$.

La superficie de una baldosa de 20 cm de lado es $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$.

Por tanto, se necesitan $\frac{324\,000}{400} = 810$ baldosas de 20 cm de lado para cubrir el patio.

33 **La valla de esta parcela tiene una longitud de 450 m. ¿Cuál es el área de la parcela?**



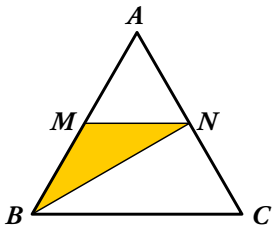
Si llamamos x al lado del cuadrado que está encima del rectángulo, el perímetro de la parcela es $10x$. Al igualarlo a la longitud de la parcela, obtenemos:

$$10x = 450 \text{ m} \rightarrow x = 45 \text{ m}$$

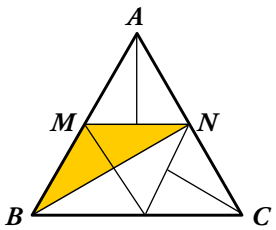
Por tanto, el área de la figura es la misma que la de 4 cuadrados de lado 45 m:

$$A = 4 \cdot 45^2 = 8\,100 \text{ m}^2$$

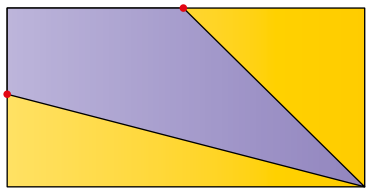
34 **El área del triángulo ABC es de 60 cm^2, y M y N son los puntos medios de dos de sus lados. ¿Cuál es el área del triángulo amarillo?**

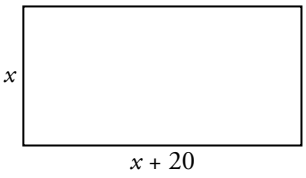


$A_{MBN} \rightarrow \frac{2}{8}$ de $60 = 15 \text{ cm}^2$



35 **La base de este rectángulo mide 20 cm más que la altura. Su perímetro es de 120 cm. Calcula el área del cuadrilátero morado. (Los puntos rojos indican la mitad de los lados correspondientes).**





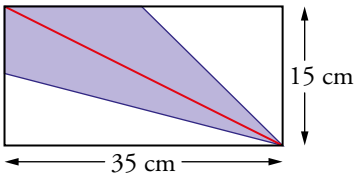
Lo primero es calcular las dimensiones:

$P = 2 \cdot x + 2 \cdot (x + 20) = 2x + 2x + 40 = 4x + 40$

Como $P = 100$ cm, entonces:

$4x + 40 = 100 \rightarrow x = 15$ cm

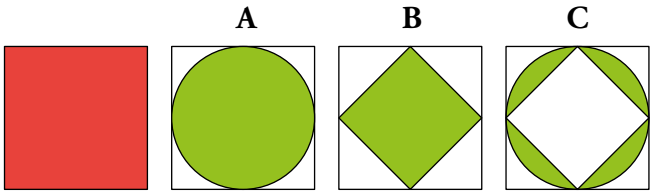
Así, el dibujo queda:



Como vemos, el área de la zona coloreada es la mitad del área del rectángulo. Por tanto:

$$A = \frac{35 \cdot 15}{2} = 262{,}5 \text{ cm}^2$$

36 **El cuadrado rojo ocupa una superficie de 100 m^2. Calcula el área de las figuras A, B y C, coloreadas en verde.**



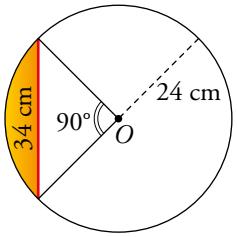
Como el área del cuadrado es 100 m^2 entonces la medida del lado es 10 m.

A $\rightarrow A = \pi r^2 = 3{,}14 \times 5^2 = 78{,}5$ m^2

B $\rightarrow A = \frac{100}{2} = 50$ m^2

C $\rightarrow A = \text{A} - \text{B} = 78{,}5 - 50 = 28{,}5$ m^2

37 **En una circunferencia de 24 cm de radio trazamos una cuerda de 34 cm. Halla el área del segmento circular sabiendo que el ángulo central correspondiente es de 90°.**

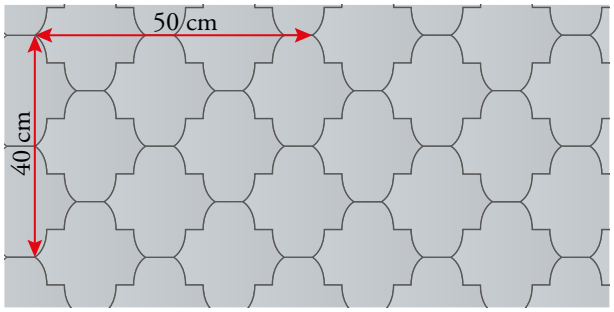


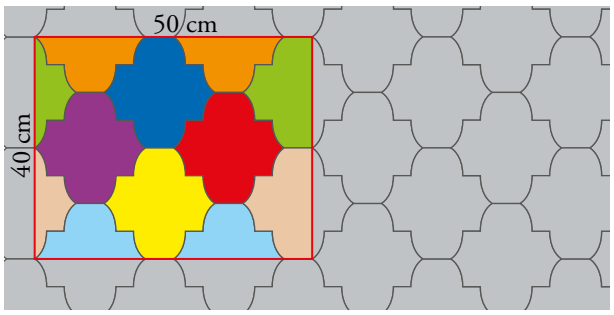
$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{24 \cdot 24}{2} = 288 \text{ cm}^2$

$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot 24^2 \approx 1\,808{,}64 \text{ cm}^2$

$A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} = \dfrac{1}{4} A_{\text{CÍRCULO}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{1\,808{,}64}{4} - 288 = 161{,}16 \text{ cm}^2$

38 **Halla la superficie de cada loseta de este embaldosado:**



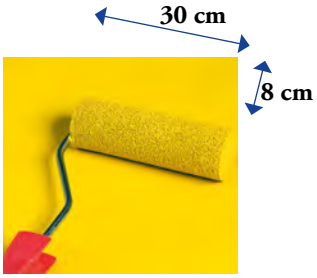


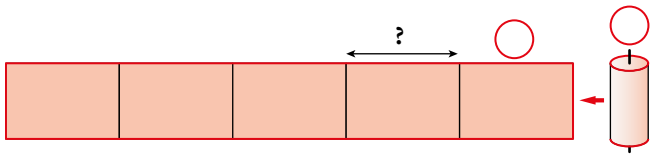
El área del rectángulo es $50 \cdot 40 = 2\,000 \text{ cm}^2$.

Como dentro del rectángulo hay 8 losetas completas, cada loseta tiene un área de:

$$A = \frac{2\,000}{8} = 250 \text{ cm}^2$$

39 **El rodillo del pintor avanza, por término medio, cinco vueltas en cada pasada. ¿Qué superficie cubre cada vez?**





Para calcular el lado del rectángulo, tendremos que calcular la longitud de la circunferencia del rodillo:

$$l = 2\pi r = 25{,}12 \text{ cm}$$

Al conocer los dos lados del rectángulo que cubre el rodillo en cada vuelta, podemos calcular la superficie de cada pasada:

$$S = 5 \times (30 \times 25{,}12) = 3\,768 \text{ cm}^2$$

Problemas «+»

40 **Nuria y Jorge entrenan en bicicleta. Nuria observa el cuentakilómetros y comenta:**

— Vamos a dieciocho kilómetros por hora. ¿Cuántas vueltas dará mi rueda en un minuto?

Jorge responde:

— No lo sé, habría que medir el radio de la rueda, pero así, a ojo, échale unas 200 vueltas por minuto.

Nuria piensa que son demasiadas:

— ¡Halaaaa! No creo que lleguen ni a 150.

Sabiendo que el diámetro de la rueda es de 50 cm, ¿quién ha hecho una estimación más acertada?

Transformamos 18 km/h en centímetros por minuto:

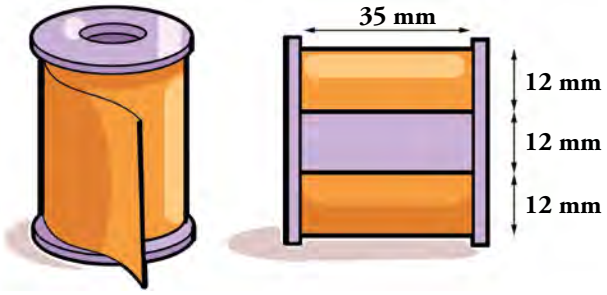
$$1\,800\,000 : 60 = 30\,000 \text{ cm/min}$$

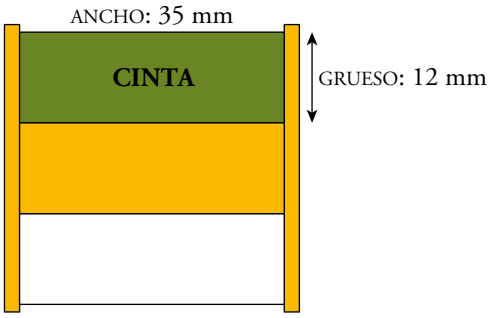
Cada vuelta que da la rueda recorre 50π cm.

Por tanto, cada minuto la rueda dará $30\,000 : 50\pi \approx 191$ vueltas.

Es decir, Jorge, que decía 200 vueltas por minuto, ha hecho una mejor estimación.

41 **Con los datos que te ofrece el esquema, haz una estimación de la longitud de la cinta enrollada en el carrete. (Grosor de la cinta: 1/3 mm).**



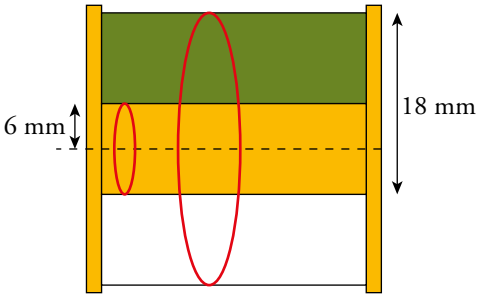


Como el diámetro de la cinta es $\frac{1}{3}$ de mm, en cada milímetro hay 3 cintas.

A lo ancho hay, pues, $3 \cdot 35 = 105$ cintas.

A lo grueso hay $3 \cdot 12 = 36$ cintas.

Supongamos que las cintas forman circunferencias (no es así, pero se aproxima mucho). ¿De qué radios son esas circunferencias? Las más pequeñas tienen un radio de 6 mm. Las mayores, de 18 mm.



El promedio es $\frac{6+18}{2} = 12$ mm.

Supondremos que *todas* las circunferencias tienen el radio promedio. Su longitud es:

$2 \cdot \pi \cdot 12 \approx 75{,}4$ mm

¿Cuántas circunferencias de cinta hay?

105 a lo ancho × 36 a lo grueso = 3 780 circunferencias.

Longitud total = 3 780 circunf. × longitud de la circunferencia promedio = 285 012 mm

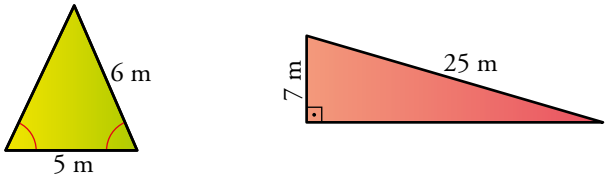
Por tanto, estimamos que la longitud total de la cinta del carrete es 285 000 mm, es decir, 285 m.

Página 252

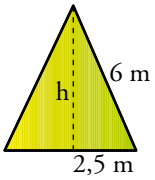
Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

En cada una de las siguientes figuras, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular el valor de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo…). Si no es exacto, redondea a las décimas:

42 **a)** **b)**



a)

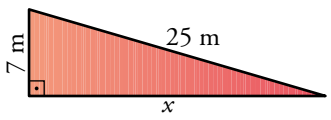


$h = \sqrt{6^2 - 2{,}5^2} = \sqrt{29{,}75} = 5{,}5$ m

$A = \dfrac{5 \cdot 5{,}5}{2} = 13{,}75$ m^2

$P = 2 \cdot 6 + 5 = 17$ m

b)

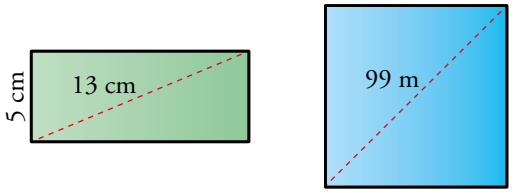


$x = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24$ m

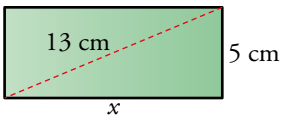
$A = \dfrac{24 \cdot 7}{2} = 84$ m^2

$P = 24 + 7 + 25 = 56$ m

43 **a)** **b)**



a)

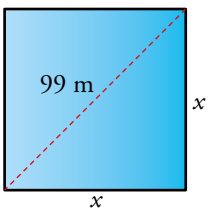


$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$ cm

$A = 12 \cdot 5 = 60$ cm^2

$P = 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34$ cm

b)



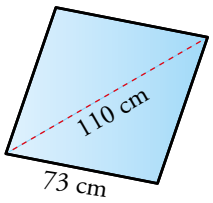
$x^2 + x^2 = 99^2 \rightarrow 2x^2 = 9\,801 \rightarrow x^2 = 4\,900{,}5 \rightarrow$

$\rightarrow x = \sqrt{4\,900{,}5} \approx 70$ m

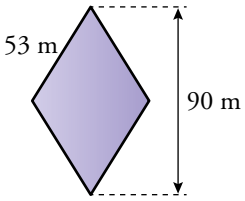
$A = 70^2 = 4\,900$ m^2

$P = 70 \cdot 4 = 280$ m

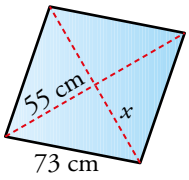
44 **a)**



b)



a)

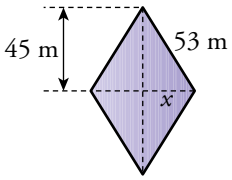


$x = \sqrt{73^2 - 55^2} = \sqrt{2\,304} = 48$ cm

$A = \dfrac{110 \cdot 48 \cdot 2}{2} = 5\,280$ cm^2

$P = 4 \cdot 73 = 292$ cm

b)

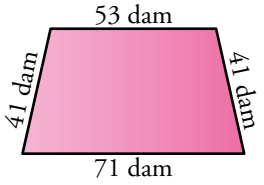


$x = \sqrt{53^2 - 45^2} = \sqrt{784} = 28$ m

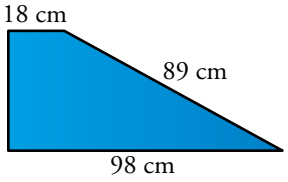
$A = \dfrac{2 \cdot 28 \cdot 90}{2} = 2\,520$ m^2

$P = 53 \cdot 4 = 212$ m

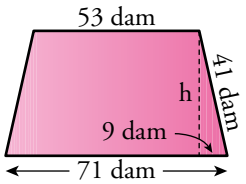
45 **a)**



b)



a)

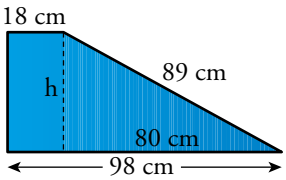


$h = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1\,600} = 40$ dam

$A = \dfrac{53 + 71}{2} \cdot 40 = 2\,480$ dam^2

$P = 71 + 41 \cdot 2 + 53 = 206$ dam

b)

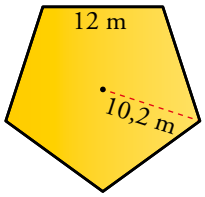


$h = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1\,521} = 39$ cm

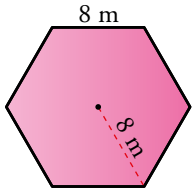
$A = \dfrac{18 + 98}{2} \cdot 39 = 2\,262$ cm^2

$P = 98 + 89 + 18 + 39 = 244$ cm

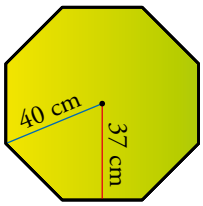
46 **a)**



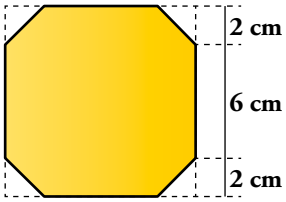
b)



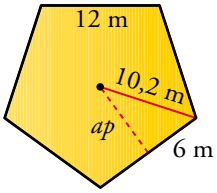
c)



d)



a)

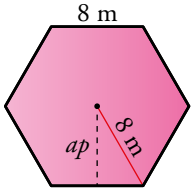


$ap = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2$ m

$A = \dfrac{12 \cdot 8,2}{2} \cdot 5 = 246$ m^2

$P = 12 \cdot 5 = 60$ m

b)

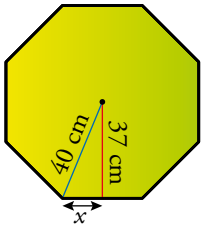


$ap = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9$ m

$A = \dfrac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6$ m^2

$P = 6 \cdot 8 = 48$ m

c)



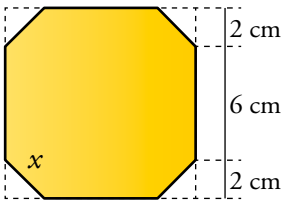
$x = \sqrt{40^2 - 37^2} = 15,2$ cm

$l = 30,4$ cm

$A = \dfrac{30,4 \cdot 8 \cdot 37}{2} = 4\,499,2$ cm^2

$P = 30,4 \cdot 8 = 243,2$ cm

d)



$A_{\text{CUADRADO GRANDE}} = 10^2 = 100$ cm^2

$A_{\text{CUADRADO PEQUEÑO}} = 2^2 = 4$ cm^2

$A_{\text{OCTÓGONO}} = 100 - 8 = 92$ cm^2

$x = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8$ cm

$P = 6 \cdot 4 + 2,8 \cdot 4 = 35,2$ cm

47 **Rombo cuyas diagonales menor y mayor miden, respectivamente, 10 cm y 24 cm.**

$A = \dfrac{10 \cdot 24}{2} = 120$ cm^2

$l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ cm

$P = 4 \cdot 13 = 52$ cm

48 **Rombo cuyo perímetro mide 40 m, y su diagonal mayor, 16 m.**

$l = \frac{40}{4} = 10$ m

$A = \frac{16 \cdot 2\sqrt{10^2 - 8^2}}{2} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 6}{2} = 96$ m^2

49 **Trapecio rectángulo de bases 16 cm y 11 cm y lado inclinado de 13 cm.**

$altura = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm

$A = \frac{(16 + 11)}{2} \cdot 12 = 162$ cm^2

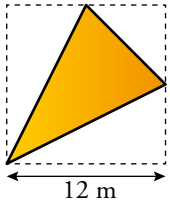
$P = 11 + 13 + 16 + 12 = 52$ cm

50 **Trapecio isósceles cuyas bases miden 20 cm y 36 cm, y su altura, 15 cm.**

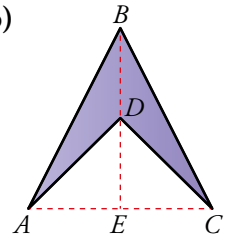
$A = \frac{(36 + 20)}{2} \cdot 15 = 420$ cm^2

$P = 20 + 36 + 2 \cdot \sqrt{15^2 + 8^2} = 90$ cm

51 **a)**



b)



$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 8$ cm

$\overline{BD} = \overline{DE}$

a) $A = 12^2 - \left[2 \cdot \left(\frac{12 \cdot 6}{2}\right) + \frac{6 \cdot 6}{2}\right] = 54$ m^2

$P = 2 \cdot \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{6^2 + 6^2} = 35{,}3$ m

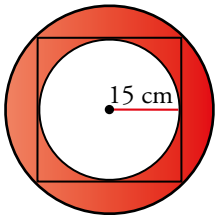
b) $\overline{BE} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6{,}9$ cm

$A = \frac{8 \cdot 6{,}9}{2} - \frac{8 \cdot 3{,}45}{2} = 13{,}8$ cm^2

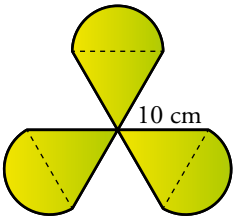
$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 3{,}45^2} = 5{,}3$ cm

$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5{,}3 = 26{,}6$ cm

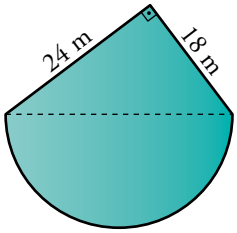
52 **a)**



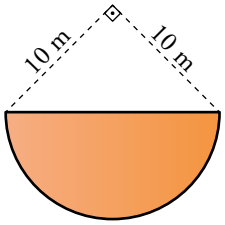
b)



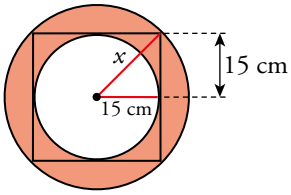
c)



d)



a)



$x = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} \approx 21{,}2$ cm

$A = \pi \cdot 21{,}2^2 - \pi \cdot 15^2 \approx 704{,}7$ cm^2

$P = 2\pi \cdot 21{,}2 + 2\pi \cdot 15 \approx 227{,}3$ cm

b) $A = 3\left(\dfrac{\pi \cdot 5^2}{2} + \dfrac{10 \cdot \sqrt{10^2 - 5^2}}{2}\right) = 247{,}7$ cm^2

$P = 3\left(10 + 10 + \dfrac{2\pi \cdot 5}{2}\right) = 107{,}1$ cm

c) *diámetro* $= \sqrt{24^2 + 18^2} = 30$ m

$A = \dfrac{\pi \cdot 15^2}{2} + \dfrac{24 \cdot 18}{2} = 569{,}3$ m^2

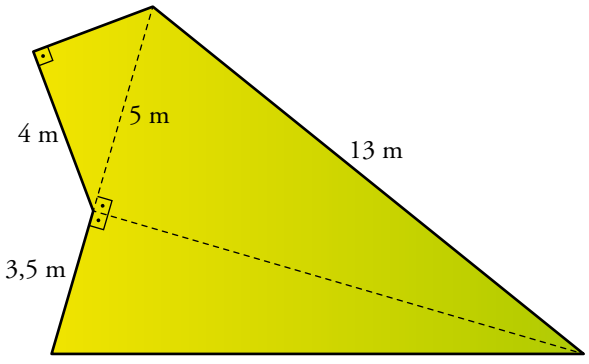
$P = 24 + 18 + \dfrac{2\pi \cdot 15}{2} = 89{,}1$ cm

d) *radio* $= \dfrac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7{,}1$ m

$A = \dfrac{\pi \cdot 7{,}1^2}{2} = 79{,}1$ m^2

$P = 14{,}2 + \dfrac{2\pi \cdot 7{,}1}{2} = 36{,}5$ m

53



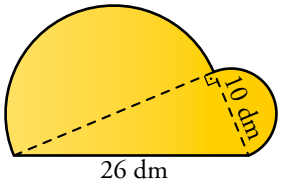
$A = \dfrac{5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} + \dfrac{4 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2}}{2} + \dfrac{3{,}5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} = 57$ m^2

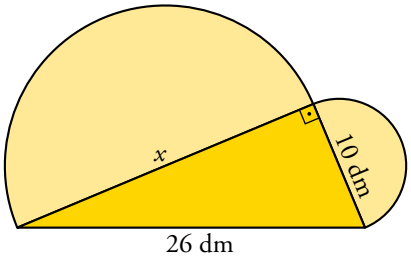
$P = 4 + 3 + 13 + \sqrt{12^2 - 3{,}5^2} + 3{,}5 = 36$ m

Página 253

Resuelve problemas con el teorema de Pitágoras

54 Halla el perímetro y el área de esta figura:





$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24$ dm

$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \dfrac{24 \cdot 10}{2} = 120$ dm^2

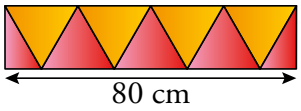
$A_{1/2 \text{ CÍRCULO GRANDE}} = \dfrac{\pi \cdot 12^2}{2} \approx 226{,}08$ dm^2

$A_{1/2 \text{ CÍRCULO PEQUEÑO}} = \dfrac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx 39{,}25$ dm^2

$A_{\text{TOTAL}} = 120 + 226{,}08 + 39{,}25 = 385{,}33$ dm^2

$P = 26 + \dfrac{2\pi \cdot 5}{2} + \dfrac{2\pi \cdot 12}{2} \approx 79{,}38$ dm

55 Calcula el área y el perímetro de la siguiente cenefa decorativa que ha puesto Susana en el jardín de su casa:



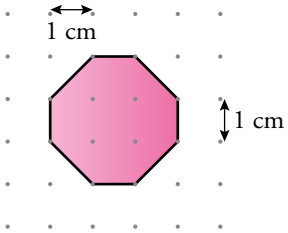
La base de cada triángulo equilátero es 80 : 4 = 20 cm, por tanto, la altura de la cenefa es

h = $\sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ cm.

$A = 80 \cdot 17{,}3 = 1\,384$ cm^2

$P = 160 + 34{,}6 = 194{,}6$ cm

56 ¿Es regular este octógono? Calcula su área y su perímetro.



Este octógono no es regular, hay cuatro lados que miden 1 cm y los otros cuatro miden $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$ cm.

El perímetro es $P = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1{,}41 = 9{,}64$ cm.

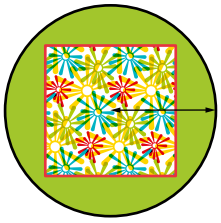
Para calcular el área restamos el área del cuadrado que lo circunscribe de las áreas de los cuatro triángulos de las esquinas, que son iguales.

$A_{triángulo} = \dfrac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5$

$A = 3^2 - 4 \cdot 0{,}5 = 7$ cm^2

57 **En el interior de una rotonda circular de 10 m de radio, se va a plantar un cuadrado de flores. El resto se sembrará de césped.**

¿Cuáles deben ser las dimensiones del cuadrado, si se quiere que ocupe la misma superficie que el césped?



Si calculamos el área de la rotonda, tenemos que ocupa:

$A = \pi r^2 = 3{,}14 \times 100 = 314 \text{ m}^2$

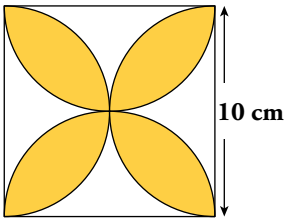
Si se quiere que el cuadrado ocupe lo mismo, dividimos por la mitad el área de la rotonda y calculamos el lado del cuadrado:

$314 : 2 = 157 \text{ m}^2$

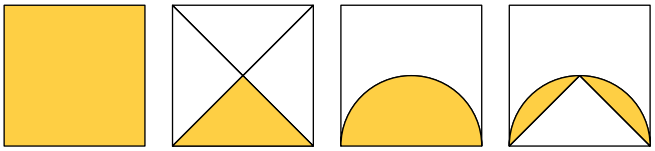
$l = \sqrt{157} = 12{,}53 \text{ m}$

Por tanto, las dimensiones del cuadrado serán: 12,53 m × 12,53 m

58 **¿Qué superficie cubre la zona coloreada?**



***Calcula primero estas áreas*:**



La superficie del cuadrado es: $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$

La superficie del triángulo es una cuarta parte, es decir 25 cm^2.

La superficie del medio círculo es: $A = \dfrac{\pi r^2}{2} = \dfrac{3{,}14 \cdot 25}{2} = 39{,}25 \text{ cm}^2$

Restamos al área del medio círculo el área del triángulo:

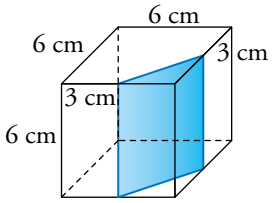
$$39{,}25 - 25 = 14{,}25 \text{ cm}^2$$

La superficie coloreada será entonces:

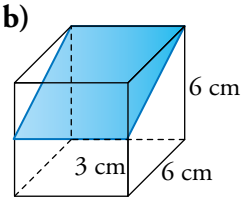
$$14{,}25 \cdot 8 = 114 \text{ cm}^2$$

59 **Calcula las dimensiones y el área de cada una de las siguientes secciones del cubo:**

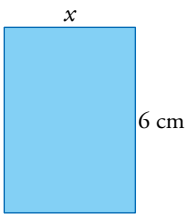
a)



b)



a)

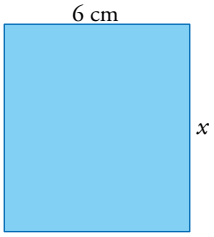


$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4{,}24$ cm

$A = 4{,}24 \cdot 6 = 25{,}44$ cm^2

$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4{,}24 = 20{,}48$ cm

b)

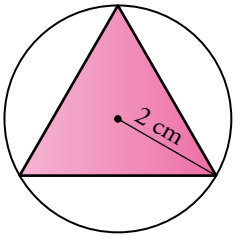


$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6{,}71$ cm

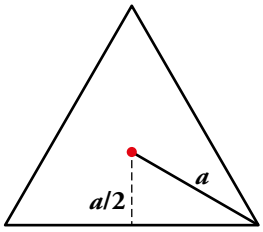
$A = 6{,}71 \cdot 6 = 40{,}26$ cm^2

$P = 6{,}71 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 25{,}42$ cm

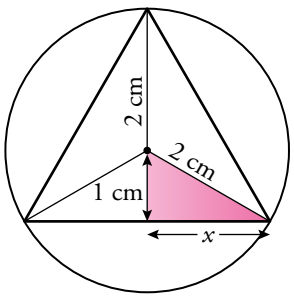
60 **Calcula el área del siguiente triángulo equilátero sabiendo que está inscrito en una circunferencia de radio 2 cm.**



Recuerda:



Según el ejercicio 29 de la página 248, se puede deducir que la altura de nuestro triángulo es 3, y usando este dato:



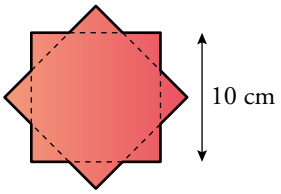
$x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ cm

$l = 2x = 3{,}46$ cm

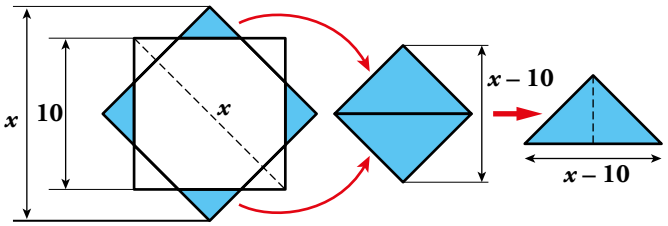
$A = \dfrac{3{,}46 \cdot 3}{2} = 5{,}19$ cm^2

Problemas «+» (con Pitágoras)

61 **Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura:**

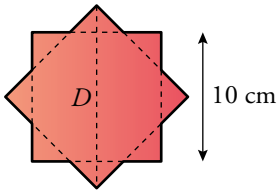


Observa:



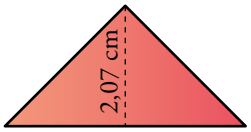
Hallamos la diagonal del cuadrado por el teorema de Pitágoras:

$$D^2 = 10^2 + 10^2 \rightarrow D = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14{,}14 \text{ cm}$$



Queremos hallar el área del triángulo que sobrelase del cuadrado.
Su altura es:

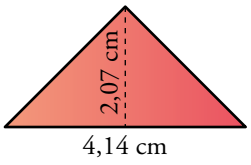
$$\text{h} = \frac{14{,}14 - 10}{2} = 2{,}07 \text{ cm}$$



Como el triángulo es rectángulo e isósceles, sabemos que la base es el doble que la altura. Es decir, $b = 4{,}14$ cm.

El área del triángulo es, pues:

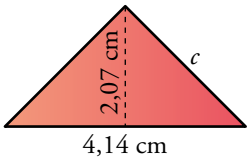
$$A_{triángulo} = \frac{4{,}14 \cdot 2{,}07}{2} = 4{,}28 \text{ cm}^2$$



Por tanto, el área total de la figura será la del cuadrado más cuatro veces la del triángulo:

$$A = 10^2 + 4 \cdot 4{,}28 = 117{,}14 \text{ cm}^2$$

El perímetro de la figura es igual a las longitudes de los catetos de los 8 triángulos; es decir, 16 veces el cateto del triángulo. Hallamos c, la longitud del cateto.



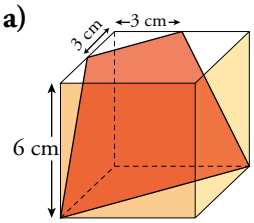
$$c = \sqrt{2{,}07^2 + 2{,}07^2} = 2{,}93 \text{ cm}$$

Por tanto, el perímetro de la figura es:

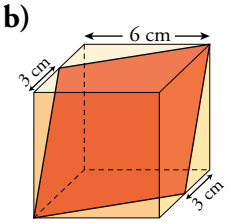
$$P = 16 \cdot 2{,}93 = 46{,}84 \text{ cm}$$

62 **Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras naranjas obtenidas mediante un corte plano a un cubo de 6 cm de arista.**

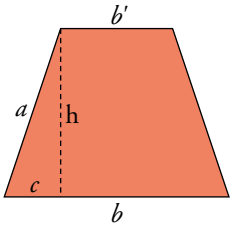
a)



b)



a) En primer lugar, hallamos las dimensiones del trapecio isósceles que se ha obtenido:



$b = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}49$ cm; $b' = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4{,}24$ cm

$a = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}71$ cm; $c = \dfrac{b - b'}{2} = 2{,}13$ cm

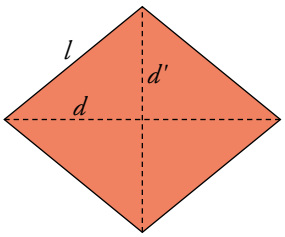
$\text{h} = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6{,}71^2 - 2{,}13^2} \approx 6{,}36$ cm

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$A = \dfrac{b + b'}{2} \cdot \text{h} = \dfrac{8{,}49 + 4{,}24}{2} \cdot 6{,}36 \approx 40{,}48 \text{ cm}^2$

$P = b + b' + 2a = 8{,}49 + 4{,}24 + 2 \cdot 6{,}71 = 26{,}16$ cm

b) En primer lugar, hallamos las dimensiones del rombo que se ha obtenido:



$d = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10{,}39$ cm

$d' = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}49$ cm

$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}71$ cm

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$A = \dfrac{d \cdot d'}{2} = \dfrac{10{,}39 \cdot 8{,}49}{2} = 44{,}11 \text{ cm}^2$

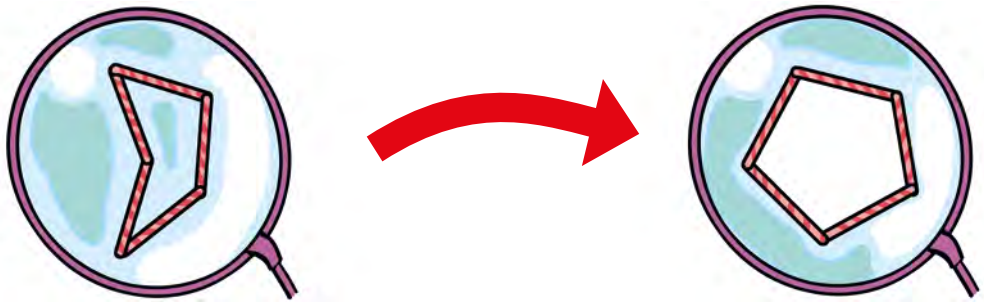
$P = 4l = 4 \cdot 6{,}71 = 26{,}84$ cm

Página 254

LEE E INFÓRMATE

¿Por qué son esféricas las pompas de jabón?

Explica por escrito por qué crees que, en este otro caso, el pentágono que se forma es regular:



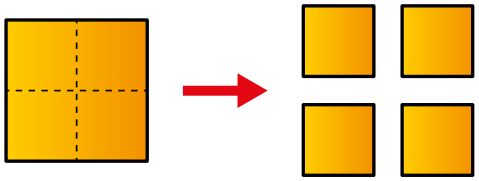
Esta hermosa experiencia sirve para poner de manifiesto que el círculo es la figura plana con mayor superficie a igualdad de perímetro. Y que los polígonos regulares cumplen la misma propiedad en comparación con el resto de polígonos con el mismo número de lados.

El experimento es vistoso y fácil de reproducir. Se puede sugerir a los alumnos y a las alumnas que lo realicen en casa.

En los polígonos se cumple que entre todos los polígonos de n lados con el mismo perímetro, el de mayor área es el regular (todos sus lados y ángulos son iguales). Al igual que en el caso de la circunferencia, si tenemos un recinto con cinco palitos en la pompa de jabón, se formará un pentágono regular.

INVESTIGA

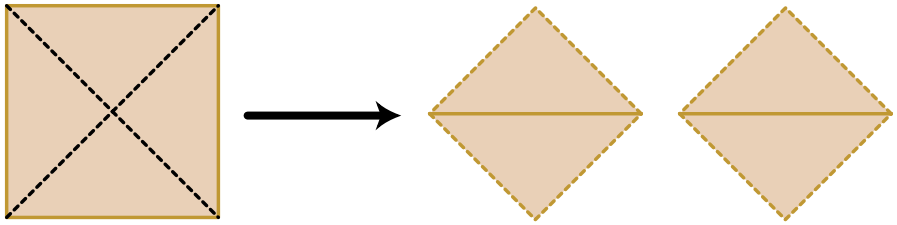
- **Dando dos cortes a un cuadrado se pueden obtener con facilidad 4 cuadrados.**



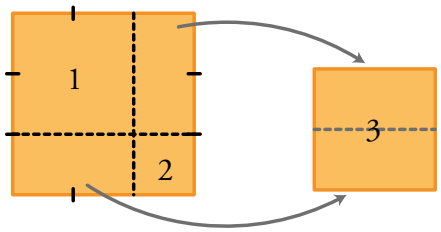
a) Dando dos cortes rectos a un cuadrado se pueden formar, con los trozos, dos cuadrados. Hazlo.

b) ¡Más difícil todavía! Da dos cortes rectos a un cuadrado y construye, después, con los trozos, tres cuadrados.

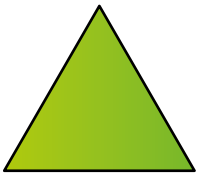
a)



b)



- **Dibuja un triángulo equilátero.**

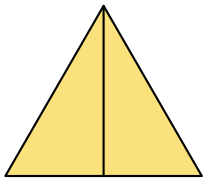


a) Divídelo en dos trozos iguales (fácil, ¿verdad?).

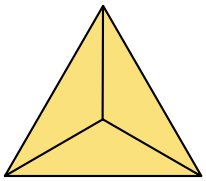
b) Dibuja otro y divídelo en tres trozos iguales (este es menos fácil).

c) ¡Pues también puedes dividirlo en cuatro trozos iguales! Y esto último se puede hacer con un triángulo cualquiera. Compruébalo.

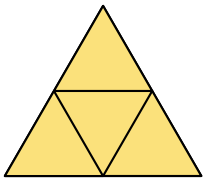
a)



b)



c)

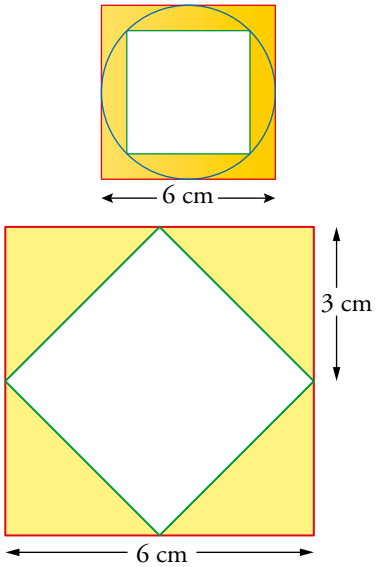


Página 255

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Reflexiona antes de actuar

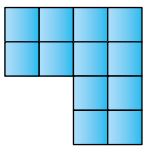
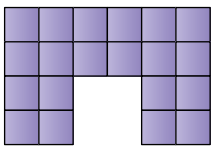
- **¿Cuál es el área de la zona comprendida entre los dos cuadrados? (Gira el interior del círculo 45°).**

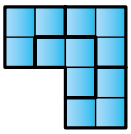
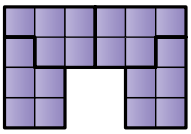


El área de cada triángulo es $A = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4{,}5$ cm^2.

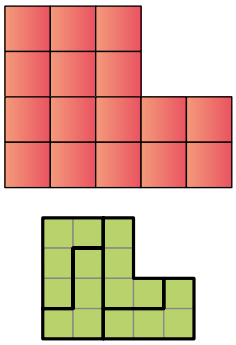
Por tanto, el área pedida es $A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot 4{,}5 = 18$ cm^2.

- **Busca la manera de partir cada figura en cuatro trozos iguales.**

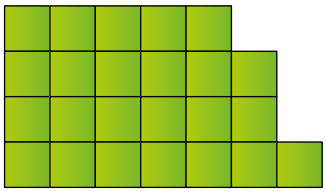
a)  **b)** 

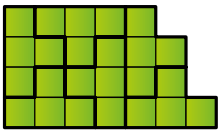
a)  b) 

- **Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño:**



- **Divide esta figura en seis partes, todas ellas de igual forma y tamaño:**

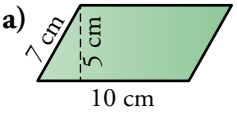




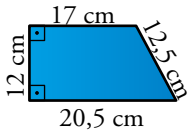
AUTOEVALUACIÓN

1 **Calcula el área y el perímetro de cada figura.**

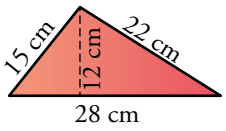
a)



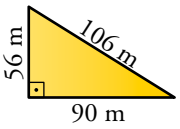
b)



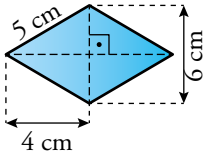
c)



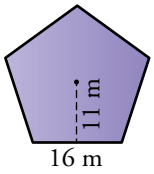
d)



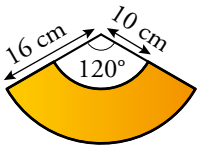
e)



f)



g)



a) $A = 10 \cdot 5 = 50\ \text{cm}^2$; $P = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 10 = 34\ \text{cm}$

b) $A = \dfrac{20{,}5 + 17}{2} \cdot 12 = 225\ \text{cm}^2$; $P = 12 + 17 + 12{,}5 + 20{,}5 = 62\ \text{cm}$

c) $A = \dfrac{28 \cdot 12}{2} = 168\ \text{cm}^2$; $P = 15 + 22 + 28 = 65\ \text{cm}$

d) $A = \dfrac{90 \cdot 56}{2} = 2\,520\ \text{m}^2$; $P = 56 + 106 + 90 = 252\ \text{m}$

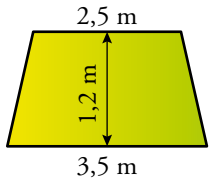
e) $A = \dfrac{6 \cdot 8}{2} = 24\ \text{cm}^2$; $P = 5 \cdot 4 = 20\ \text{cm}$

f) $A = \dfrac{5 \cdot 16 \cdot 11}{2} = 440\ \text{m}^2$; $P = 16 \cdot 5 = 80\ \text{m}$

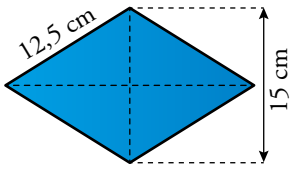
g) $A = (\pi \cdot 16^2 - \pi \cdot 10^2) \cdot \dfrac{120}{360} \approx 163{,}36\ \text{cm}^2$; $P = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 16}{3} + \dfrac{2 \cdot \pi \cdot 10}{3} + 2 + 6 \approx 66{,}45\ \text{cm}$

2 **Halla el área y el perímetro del trapecio y del rombo.**

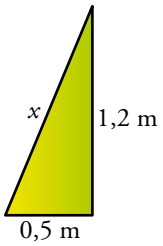
a)



b)



a)

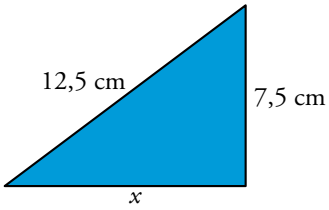


$$A = \frac{3,5 + 2,5}{2} \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^2$$

$$x = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = 1,3 \text{ m}$$

$$P = 1,3 + 2,5 + 3,5 + 1,3 = 8,6 \text{ m}$$

b)



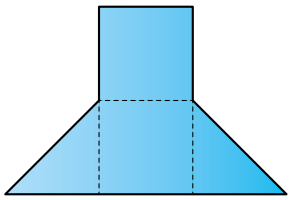
$$x = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = 10 \text{ cm}$$

$$A = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

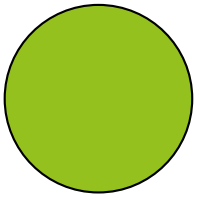
$$P = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ cm}$$

3 **Cada una de estas figuras tiene una superficie de 75 m^2. Calcula sus respectivos perímetros:**

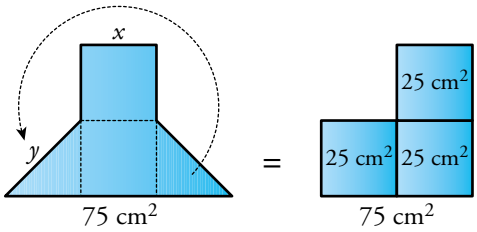
a)



b)



a) El área de la figura es equivalente a 3 cuadrados de área 25 m^2 cada uno:



Por tanto:

$x = \sqrt{25} = 5$ m

$y = \sqrt{5^2 + 5^2} = 7,07$ m

Hallamos ahora el perímetro:

$P = 6 \cdot 5 + 2 \cdot 7,07 = 44,14$ m

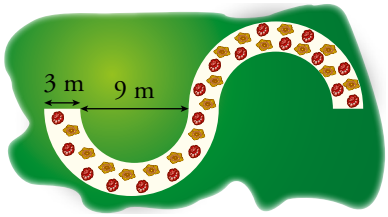
b) Calculamos el radio con la fórmula del área:

$A = \pi r^2 \rightarrow 75 = \pi r^2 \rightarrow r = 4,9$ m

Entonces el perímetro:

$P = 2\pi r = 30,7$ m

4 **En un parque, que está cubierto de césped, se ha delimitado la zona que ves en la ilustración para poner una rosaleda. Como preparación, se va a cubrir con mantillo, a razón de medio saco por metro cuadrado. ¿Cuántos sacos de mantillo se van a necesitar?**



$A = \pi \cdot 7{,}5^2 - \pi \cdot 4{,}5^2 \approx 113 \text{ m}^2$

$113 : 2 = 56{,}5$

Se van a necesitar 56 sacos y medio de mantillo.

5 **Sobre la arena de una plaza circular, que tiene un radio de 30 metros, se va a instalar, para un festival de danza, una plataforma cuadrada de 10 m de lado. El resto del círculo albergará sillas para los espectadores. ¿Qué superficie queda para colocar las sillas?**

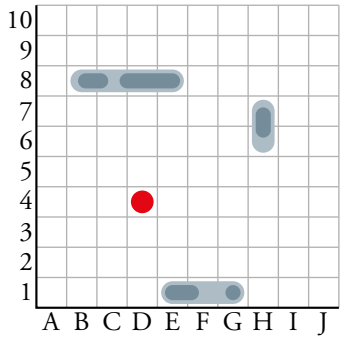
$A = \pi \cdot r^2 - l^2 = \pi \cdot 30^2 - 10^2 = 2\,726$

Quedan $2\,726 \text{ m}^2$ para colocar las sillas.

14 GRÁFICAS DE FUNCIONES

Página 256

1 **Escribe las coordenadas que tendrías que decir para hundir todos los barcos.**



B-8, C-8, D-8, E-8 E-1, F-1, G-1 H-6, H-7

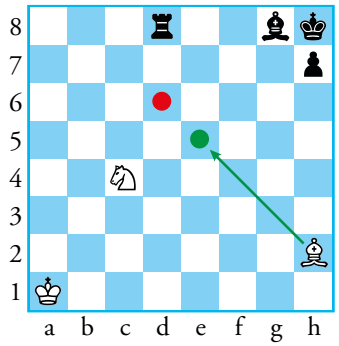
2 **Indica la casilla donde se encuentra cada una de las piezas.**

Torre negra → d8 Alfil negro → g8 Rey blanco → a1

Rey negro → h8 Peón negro → h7 Caballo blanco → c4

Alfil blanco → h2

3 **Si el alfil blanco se mueve a la casilla del punto verde, da jaque mate. Describe la jugada.**

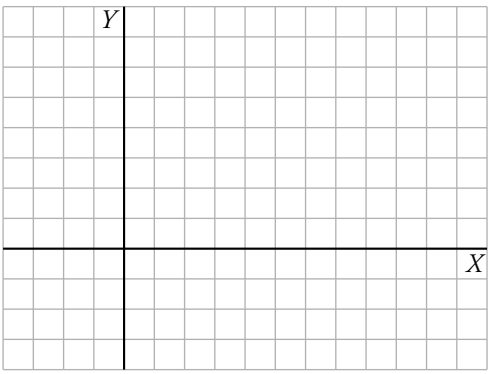


h2e5

Página 257

4 **Dibuja en tu cuaderno una cuadrícula como esta y, sobre ella, señala los siguientes puntos:**

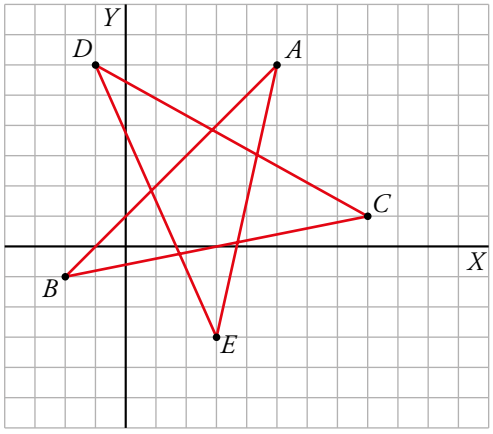
$A(5, 6)$ $B(-2, -1)$ $C(8, 1)$ $D(-1, 6)$ $E(3, -3)$



a) Traza una línea poligonal que recorra todos los puntos por orden alfabético y ciérrala uniendo *E* con *A*.

b) Indica las coordenadas de todos los puntos de la cuadrícula que están sobre el segmento *AB*.

a)



b) (4, 5); (3, 4); (2, 3); (1, 2); (0, 1); (0, –1)

1 COORDENADAS CARTESIANAS

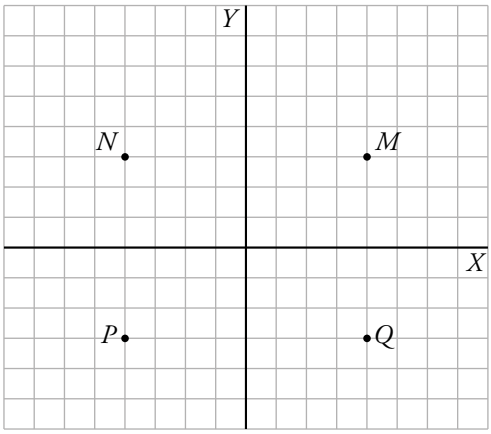
Página 258

Para fijar ideas

1 **Dibuja en unos ejes cartesianos estos cuatro puntos. Observa sus posiciones y di qué tienen en común:**

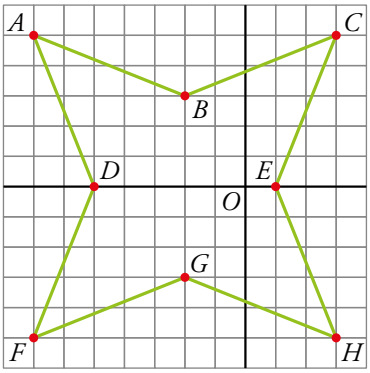
$M(4, 3)$ $N(-4, 3)$ $P(-4, -3)$ $Q(4, -3)$

Todos ellos están a la misma distancia del…



Todos ellos están a la misma distancia del origen de coordenadas.

2 **Observa el gráfico de la derecha e indica las coordenadas de los vértices de la estrella.**

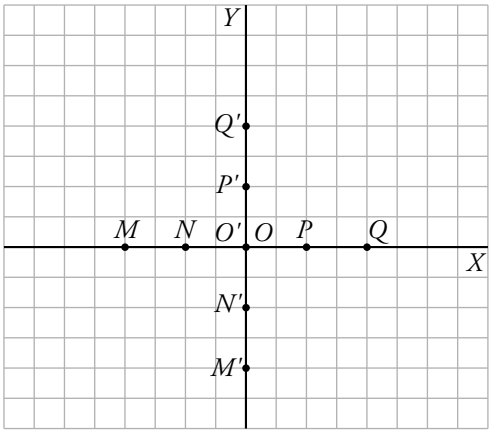


$A(-7, 5)$; $C(3, 5)$; $F(-7, -5)$; $H(3, -5)$

3 **Representa las siguientes series de puntos y contesta. ¿Qué punto tienen en común ambas series? ¿A qué eje pertenece?**

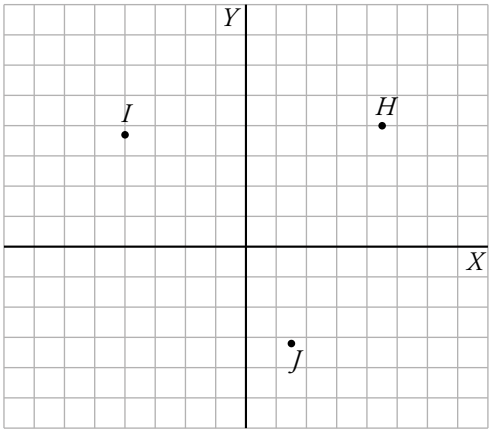
$$M(-4, 0) \rightarrow N(-2, 0) \rightarrow O(0, 0) \rightarrow P(2, 0) \rightarrow Q(4, 0)$$

$$M'(0, -4) \rightarrow N'(0, -2) \rightarrow O'(0, 0) \rightarrow P'(0, 2) \rightarrow Q'(0, 4)$$



Tienen en común el punto (0, 0) que pertenece a los dos ejes.

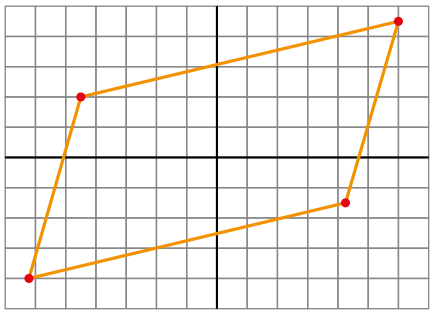
4 **De igual forma que sobre la recta numérica, se pueden representar sobre los ejes cartesianos puntos con coordenadas decimales o fraccionarias. Representa los puntos: $H(4{,}5; 4)$; $I(-4; 3{,}7)$; $J(1{,}5; -3{,}2)$.**



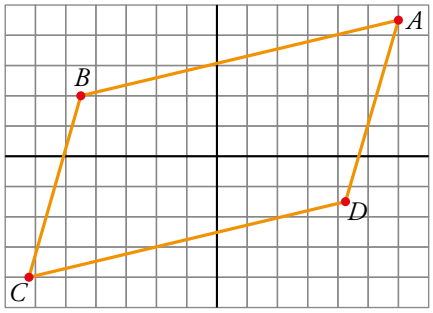
$H(4{,}5; 4)$; $I(-4; 3{,}7)$; $J(1{,}5; -3{,}2)$

Para practicar

1 **Observa el gráfico y reprodúcelo en tu cuaderno sabiendo que las coordenadas de los vértices son:**



$A(6; 4{,}5)$ $B(-4{,}5; 2)$ $C(-6{,}25; -4)$ $D(4{,}25; -1{,}5)$



2 **Dibuja en tu cuaderno unos ejes de coordenadas.**

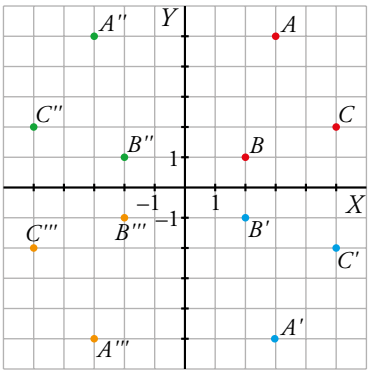
a) Representa los puntos $A(3, 5)$, $B(2, 1)$ y $C(5, 2)$.

b) Halla los simétricos, A', B', C', de A, B y C, respecto del eje X y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

c) Halla los simétricos A'', B'' y C'', de A, B y C, respecto del eje Y y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

d) Halla los simétricos A''', B''' y C''', de A, B y C, respecto del origen de coordenadas, O, y compara sus coordenadas. ¿Qué observas?

a), b), c) y d)



b) $A'(3, -5)$; $B'(2, -1)$; $C'(5, -2)$

Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje X son iguales y sus ordenadas son opuestas.

c) $A''(-3, 5)$; $B''(-2, 1)$; $C''(-5, 2)$

Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del eje Y son opuestas y sus ordenadas son iguales.

d) Las abscisas de dos puntos simétricos respecto del origen de coordenadas, O, son opuestas y sus ordenadas son opuestas.

2 PUNTOS QUE TRANSMITEN INFORMACIÓN

Página 259

Para practicar

1 **Las estaturas y los pesos de los seis personajes descritos arriba son, no respectivamente:**

Estaturas (cm): 195, 185, 160, 150, 150, 75

Pesos (kg): 120, 92, 75, 70, 45, 12

Asigna a cada punto sus coordenadas. Por ejemplo, Carlitos: $C(12, 75)$.

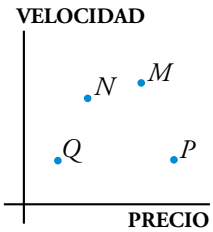
Carlitos → $C(12, 75)$ Eustaquia → $E(75, 150)$ Faustino → $F(92, 185)$

Amalia → $A(45, 150)$ Basilio → $B(70, 195)$ D. Dionisio → $D(120, 160)$

2 **Asigna un punto (M, N, P o Q) a cada uno de los vehículos siguientes:**

a)

b)

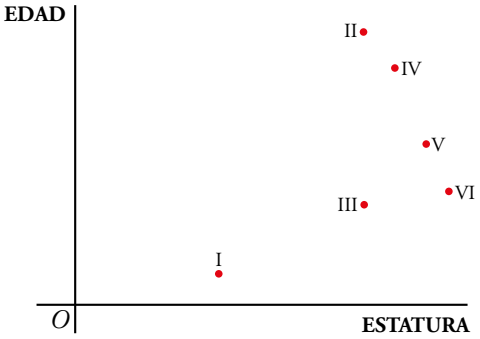


c)

d)

a) Q b) M c) N d) P

3 **El siguiente diagrama relaciona estaturas con edades. En él aparecen los puntos correspondientes a los seis personajes descritos arriba.**



Cópialo en tu cuaderno y asigna a cada punto el personaje (A, B, C, D, E o F) al que corresponda.

I → C II → E III → A

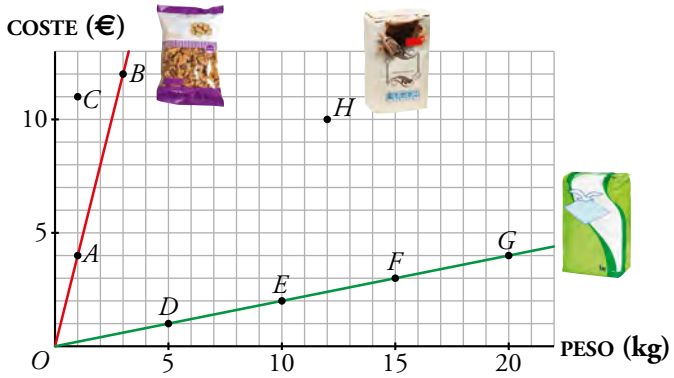
IV → D V → F VI → B

3 PUNTOS QUE SE RELACIONAN

Página 260

Para fijar ideas

1 **Copia en tu cuaderno el gráfico y contesta.**



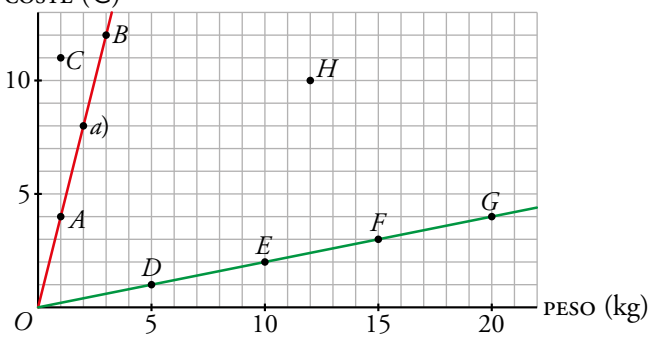
a) Señala en el gráfico el punto correspondiente a una bolsa de nueces de 2 kg, que cuesta 8 €. ¿Queda sobre alguna de las rectas?

b) El punto *H* corresponde a un saco de 12 kg de harina. ¿Cuánto costaría uno de 6 kg? Representa el punto correspondiente, *I*, y traza la recta que lo une con el origen de coordenadas. ¿Pasa también por *H*?

c) ¿A cuál de estos productos crees que puede corresponder el punto *C*?

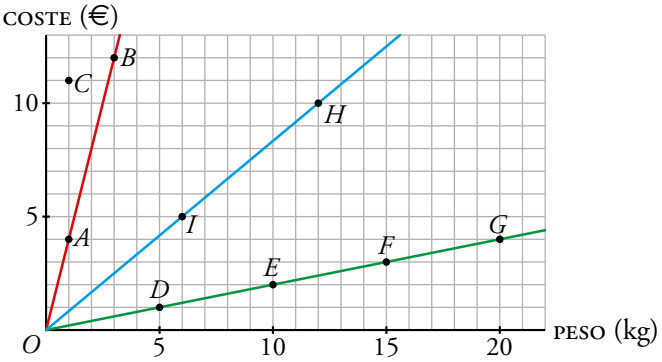
Pistachos Café Azúcar

a) COSTE (€)



Sí, sobre la recta *AB*.

b) COSTE (€)



Uno de 6 kg costaría 5 €.

El punto correspondiente sería *I*(6, 5). La recta pasa también por *H*.

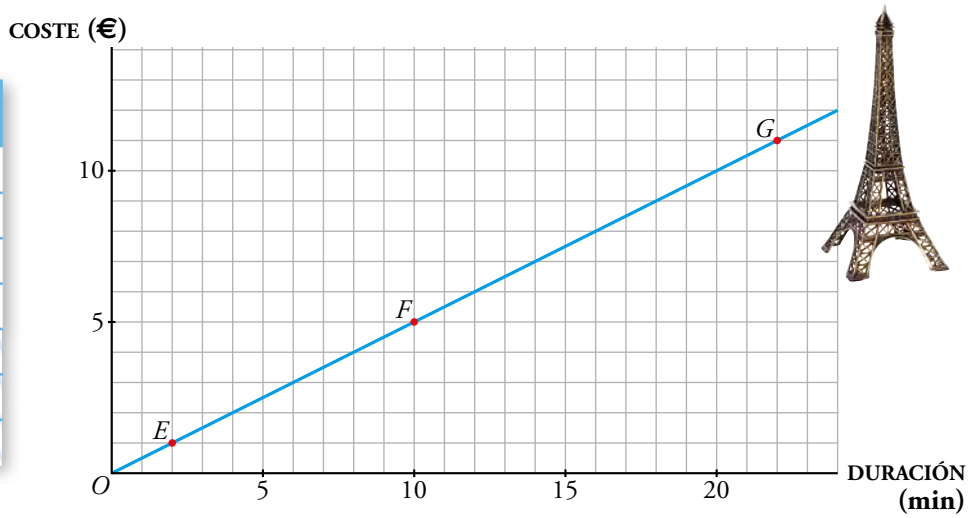
c) El punto *C*(1, 11) corresponde a los pistachos.

Página 261

Para fijar ideas

2 **Desde un locutorio se realizan llamadas internacionales. Aquí aparecen descritas las cuatro primeras, dando su duración, su coste y el país de destino. Las tres restantes, a París, mediante su representación en el gráfico.**

	DURACIÓN (min)	COSTE (€)
A	2 (Australia)	14
B	1 (Japón)	4
C	2 (Japón)	8
D	4 (Japón)	16
E		
F		
G		



a) Copia el gráfico y representa las llamadas *A, B, C* y *D*. Traza una recta de otro color, desde el origen de coordenadas al punto *D*. ¿Qué observas?

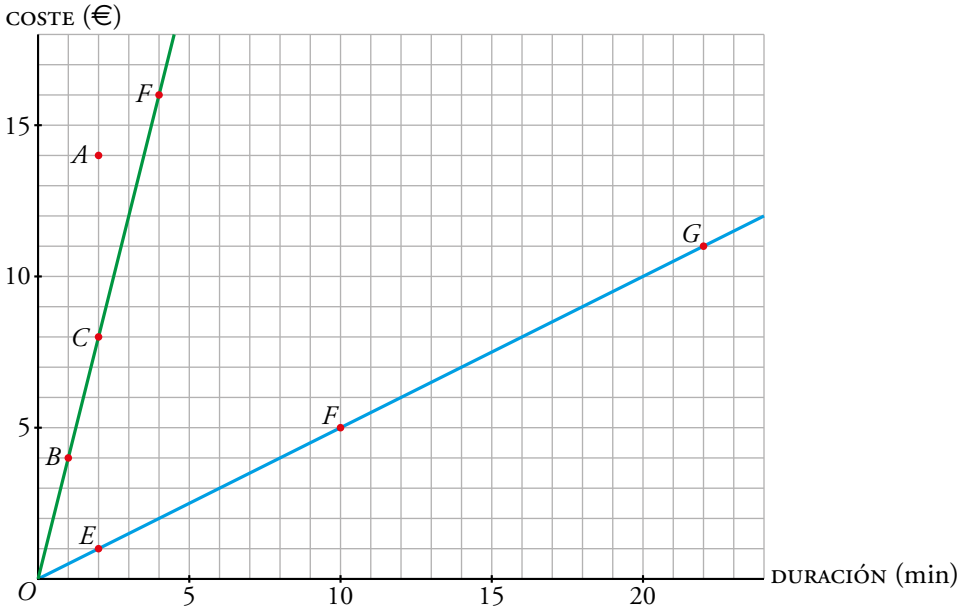
Teniendo en cuenta que las llamadas a Japón salen a 4 € el minuto, ¿cuánto costaría una llamada de 3 minutos a ese país? Representa el punto correspondiente. ¿Qué observas?

b) Copia la tabla y completa los datos relativos a las llamadas (*E, F* y *G*) a París. ¿A cómo sale el minuto en las llamadas a París? ¿Cuánto costaría en este caso una llamada de 15 minutos? Represéntala. ¿Qué observas?

c) Llamamos *x* a la duración de una llamada, en minutos, e *y* al coste en euros. En las llamadas a Japón, las dos variables *x* e *y* cumplen la relación $y = 4 \cdot x$. ¿Cómo indicarías, de la misma forma, la relación entre *x* e *y* en las llamadas a París?

d) La llamada *A*, a Australia, es la más cara de todas. ¿Cuál es la relación entre las variables *x* e *y*, en ese caso?

a)



Que el punto A no está sobre la recta de las llamadas a Japón porque el coste es más elevado.

Una llamada de 3 minutos a Japón costaría 12 €.

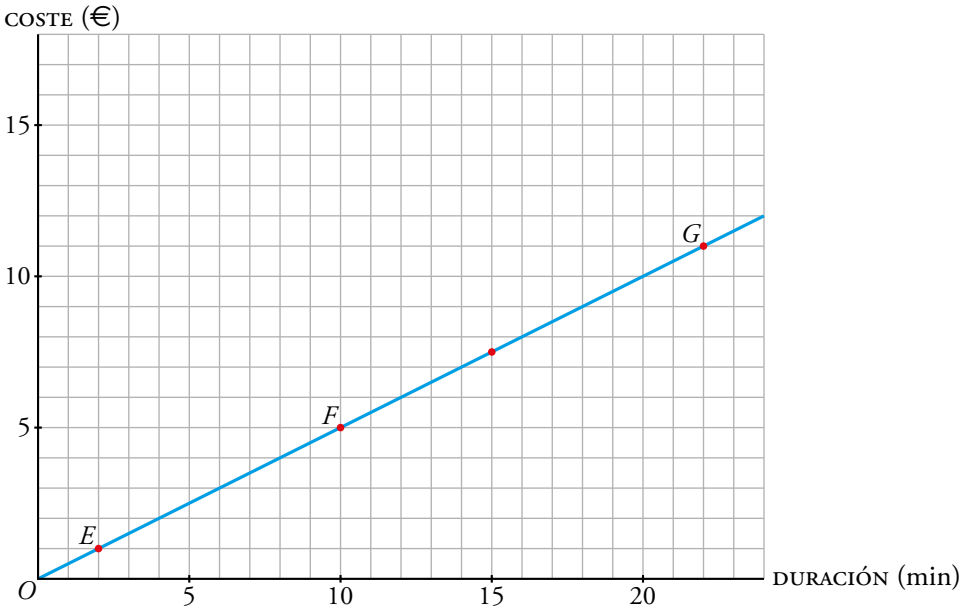
El punto correspondiente, que es el (4, 12), está sobre la recta de las llamadas a Japón.

b)

	DURACIÓN (min)	COSTE (€)
A	2 (Australia)	14
B	1 (Japón)	4
C	2 (Japón)	8
D	4 (Japón)	16
E	2 (París)	1
F	10 (París)	5
G	22 (París)	11

El minuto en las llamadas a París cuesta 0,50 €.

Una llamada de 15 minutos a París costaría 7,50 €.



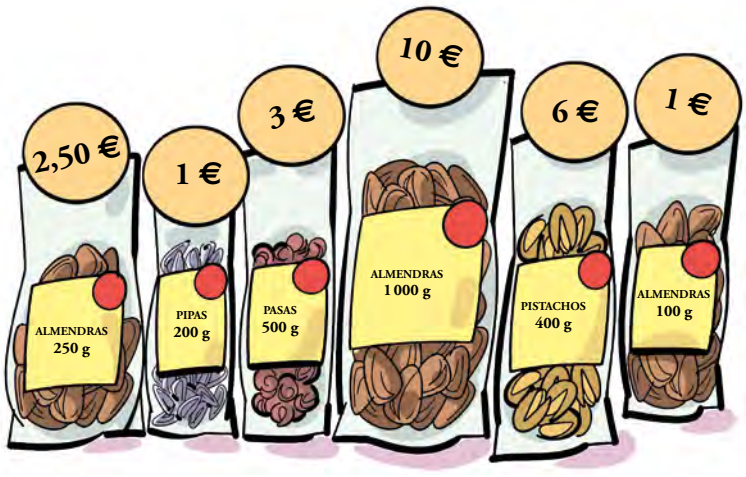
El punto (15; 7,5) está sobre la recta de las llamadas a París.

c) $y = 0{,}5x$

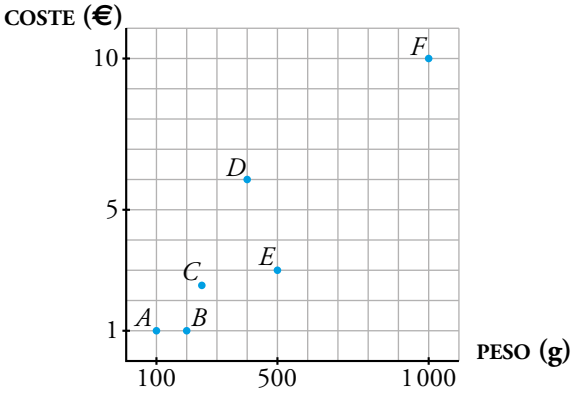
d) $y = 7x$

Para practicar

1 **En una tienda de frutos secos se exhiben los siguientes paquetes:**



a) Indica qué punto corresponde a cada paquete.



b) Observa que los puntos correspondientes a los tres paquetes de almendras están sobre una recta. ¿Cómo se relacionan las variables x e y en esta recta?

a) *A:* Almendras (100 g → 1 €)

B: Pipas (200 g → 1 €)

C: Almendras (250 g → 2,50 €)

D: Pistachos (400 g → 6 €)

E: Pasas (500 g → 3 €)

F: Almendras (1 000 g → 10 €)

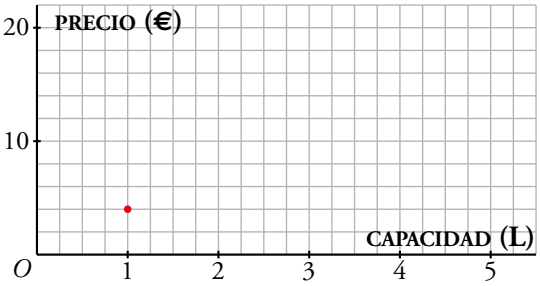
b) $y = 0{,}01x$

4 INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

Página 262

Para fijar ideas

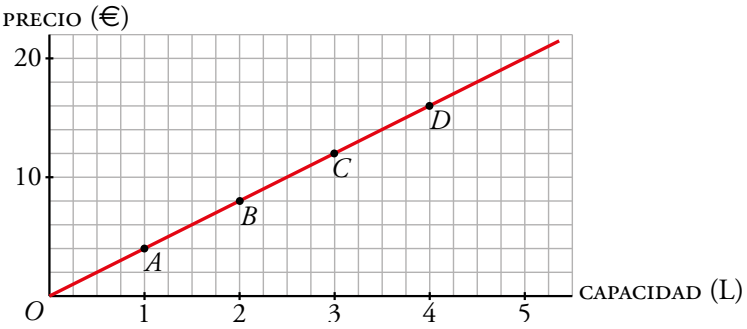
1 **Dibuja en tu cuaderno una cuadrícula como la de la derecha y representa los puntos de la función que relaciona los litros de aceite que tiene una garrafa con su precio.**



Un litro de este aceite vale 4 €. Traza, después, la recta que pasa por ellos y completa en tu cuaderno:

a) La variable independiente, *x*, nos da… Cada cuadradito son…

b) La variable dependiente, *y*, nos da… Cada cuadradito son…



a) La variable independiente, *x*, nos da la capacidad del aceite en litros.

Cada cuadradito son 0,25 L.

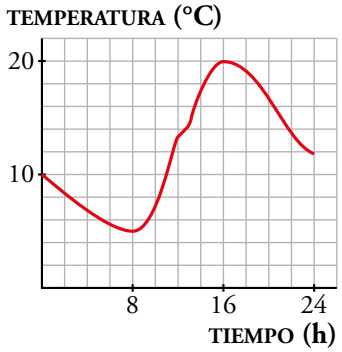
b) La variable dependiente, *y*, nos da el precio del aceite en euros.

Cada cuadradito son 2 €.

Página 263

Para fijar ideas

2 **Esta gráfica muestra la temperatura en la estación meteorológica de una ciudad a lo largo de 24 horas. Descríbela con palabras. Después, copia y completa:**



a) La variable *x* es el … . Cada cuadradito corresponde a … horas.

La variable *y* es la … . Cada cuadradito representa … °C.

b) A las 0 horas (las 12 de la noche) el termómetro marca … °C. Como es de noche, va haciendo cada vez más frío y la temperatura acaba descendiendo hasta los … °C a las … de la mañana.

c) A partir de ese momento sale el Sol y la temperatura empieza a subir, ascendiendo rápidamente hasta las … h. En ese instante aparecen unas cuantas nubes en el cielo que provocan que ya no suba tan deprisa. A eso de las … h, y hasta las … h, de nuevo aumenta a mayor velocidad alcanzando los … °C.

d) El resto del día, como el Sol ya no calienta tanto, la temperatura va descendiendo hasta quedarse en … ºC.

a) La variable *x* es el tiempo. Cada cuadradito corresponde a 2 horas.

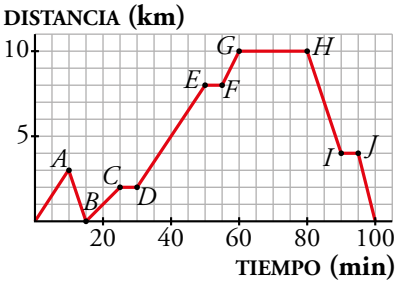
La variable *y* es la temperatura. Cada cuadradito representa 2 °C.

b) A las 0 horas (las 12 de la noche) el termómetro marca 10 °C. Como es de noche, va haciendo cada vez más frío y la temperatura acaba descendiendo hasta los 5 °C a las 8 h de la mañana.

c) A partir de ese momento sale el Sol y la temperatura empieza a subir, ascendiendo rápidamente hasta las 12 h. En ese instante aparecen unas cuantas nubes en el cielo que provocan que ya no suba tan deprisa. A eso de las 12:30 h, y hasta las 16 h, de nuevo aumenta a mayor velocidad alcanzando los 20 °C.

d) El resto del día, como el Sol ya no calienta tanto, la temperatura va descendiendo hasta quedarse en 12 °C.

3 **Esther ha subido una montaña en bici con sus amigos y amigas. La gráfica informa de la distancia a la que estaban del punto de partida durante el tiempo que ha durado la excursión. Interprétala. Después, contesta:**



a) ¿Qué valor tiene cada cuadradito en horizontal? ¿Y en vertical?

b) Al poco de salir (*A*) se dieron cuenta de que habían olvidado algo y regresaron. ¿Qué distancia llevaban recorrida? ¿Cuánto tiempo les llevó el olvido?

c) ¿Cuántas paradas hicieron antes de llegar a la cima? ¿De qué duración?

d) ¿Cuánto tiempo tardaron, desde que iniciaron definitivamente la subida (*B*), hasta llegar a la cima (*G*)?

e) ¿Cuánto tiempo se quedaron en la cima comiendo el bocadillo y descansando?

f) Durante la vuelta tuvieron un pinchazo (*I*). ¿A qué distancia de casa ocurrió y cuánto tardaron en arreglarlo?

g) ¿A qué distancia de casa estaba la cima de la montaña? ¿Qué distancia recorrieron en total?

h) ¿Cuánto duró la excursión en total?

a) En horizontal: 5 min

En vertical: 1 km

b) Llevaban recorridos 3 km. El olvido les llevó 15 minutos.

c) Hicieron dos paradas de 5 minutos.

d) En llegar a la cima tardaron 45 minutos.

e) Se quedaron descansando 20 minutos.

f) Ocurrió a 4 km de casa. Tardaron en arreglarlo 5 minutos.

g) La cima de la montaña estaba a 10 km de casa.

En total recorrieron 3 + 3 + 10 + 10 = 26 km.

h) La excursión duró en total 100 minutos; es decir, 1 h 40 min.

Para practicar

1 **Jimena salió a hacer una ruta por la montaña mientras que Cayetana fue a dar un paseo por un precioso hayedo. Estas son las gráficas de sus recorridos:**

a) ¿Qué gráfica crees que corresponde a cada chica? ¿Por qué?

b) Describe ambas gráficas.

a) La primera gráfica corresponde a Cayetana, puesto que el recorrido es más suave y tarda 2 horas en recorrer los primeros 5 kilómetros. Sin embargo, Jimena en una hora ya ha recorrido 4 kilómetros, lo que indica que está haciendo un ejercicio más duro.

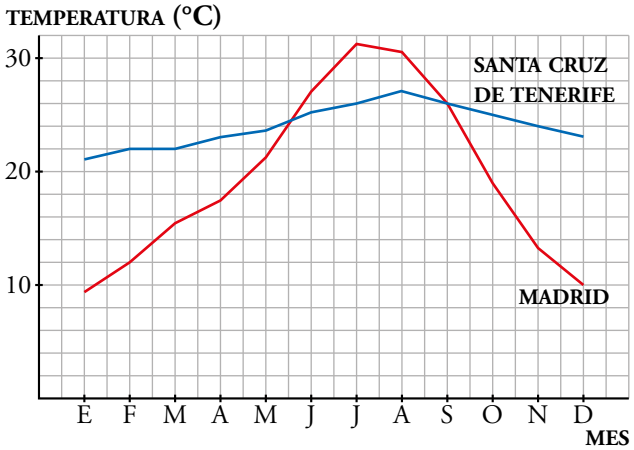
b) En la primera gráfica, Cayetana recorre 3 km en una hora. Se para a descansar un cuarto de hora y continúa su paseo recorriendo 4 km en una hora y media. Descansa media hora y tarda una hora en volver al punto de partida.

En la segunda gráfica, Jimena recorre 4 km en la primera hora, descansa un cuarto de hora y continúa andando 45 minutos recorriendo 3 km. Descansa 45 minutos e inicia el camino de regreso al punto de partida durante una hora y 45 minutos, descansa 15 minutos y en media hora más está en el punto de partida.

Página 264

Para practicar

2 **Las gráficas corresponden a las medias mensuales de las temperaturas máximas de Madrid y Santa Cruz de Tenerife en cierto año.**



a) ¿Cuál es la temperatura de Santa Cruz al principio de enero? ¿Y la de Madrid?

b) A partir de enero las temperaturas van subiendo, pero Madrid lo hace más rápidamente. ¿En qué momento se igualan? ¿A cuántos grados se igualan?

c) Madrid alcanza su máxima, 31°C, en julio. ¿Y Santa Cruz?

d) ¿En qué momento del segundo semestre vuelven a igualarse?

e) ¿Cuál de las dos varía más bruscamente entre septiembre y diciembre? ¿Con qué temperatura terminan el año?

f) ¿Cuál es la diferencia entre la máxima y la mínima en cada caso?

g) ¿Cuál de las dos ciudades tiene temperaturas más extremas?

a) La temperatura de Santa Cruz al principio de enero es 21 °C, y la de Madrid no llega a 10 °C.

b) A mediados de mayo se igualan en aproximadamente 24 °C.

c) Santa Cruz alcanza su máxima, 27 °C, en agosto.

d) Vuelven a igualarse en septiembre a 26 °C.

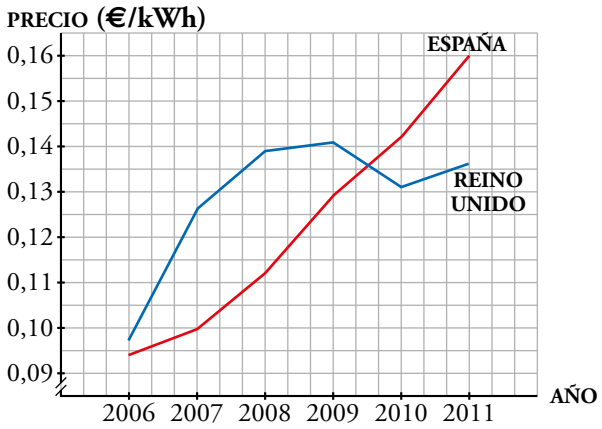
e) Madrid varía más bruscamente entre septiembre y diciembre.

Madrid termina el año con 10 °C y Santa Cruz con 23 °C.

f) En Madrid la diferencia es de 22 °C y en Santa Cruz de 6 °C.

g) Madrid tiene temperaturas más extremas.

3 **Las gráficas muestran la evolución del precio de la electricidad (en € por kWh) en España y en Reino Unido.**



a) ¿Entre qué fechas se comparan los precios?

b) ¿En qué año el precio español supera al del Reino Unido?

c) Descríbelos y compáralos fijándote en los puntos de corte.

d) Busca en Internet los datos que te faltan para llegar al año actual y dibuja en tu cuaderno toda la evolución.

a) Los precios se comparan entre los años 2006 y 2011.

b) A partir de mediados de 2009.

c) En el año 2006, el precio en España era ligeramente más bajo, y a partir de entonces empezó a subir tanto en España como en Reino Unido, allí de manera más pronunciada. Durante el año 2009 en Reino Unido bajó el precio hasta 2010 que empezó a subir de nuevo. Sin embargo, en España no ha dejado de subir y desde mediados de 2009 la electricidad es más cara que en el Reino Unido.

d) Respuesta abierta.

5 FUNCIONES LINEALES. ECUACIÓN Y REPRESENTACIÓN

Página 265

Para practicar

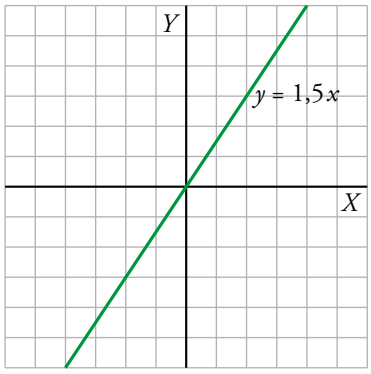
1 **Lee y resuelve.**

a) Un patinete se alquila a 1,50 € la hora. Escribe la ecuación del coste en función del tiempo de alquiler.

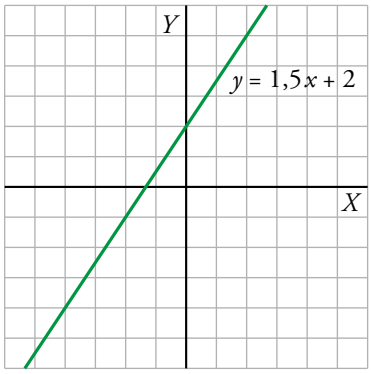
b) Haz lo mismo para una bicicleta que se alquila por un fijo de 2 € más 1,50 € la hora de uso.

Representa ambas funciones.

a) $y = 1{,}5x$



b) $y = 1{,}5x + 2$



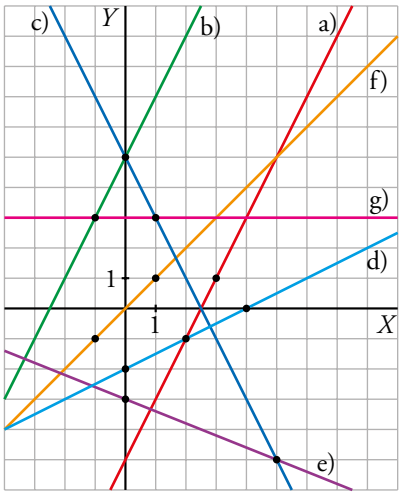
2 **Representa en tu cuaderno las siguientes funciones lineales:**

a) $y = 2x - 5$ **b)** $y = 2x + 5$

c) $y = -2x + 5$ **d)** $y = 0{,}5x - 2$

e) $y = -0{,}4x - 3$ **f)** $y = x$

g) $y = 3$ **(para cualquier valor de** x**, la** y **vale 3)**



Página 266

Ejercicios y problemas

Representación de puntos

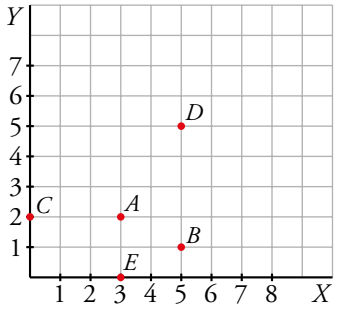
1 **Representa los siguientes puntos:**

a) $A(3, 2)$, $B(5, 1)$, $C(0, 2)$, $D(5, 5)$, $E(3, 0)$.

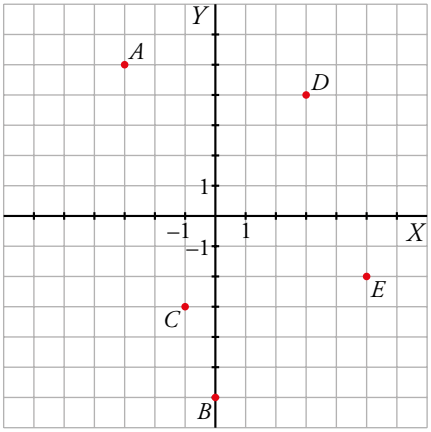
b) $A(-3, 5)$, $B(0, -6)$, $C(-1, -3)$, $D(3, 4)$, $E(5, -2)$.

c) $A(3; 0{,}5)$, $B(2; -2{,}5)$, $C(-4{,}5; 2)$, $D(0; 3{,}5)$, $E(-3{,}5; -4{,}5)$.

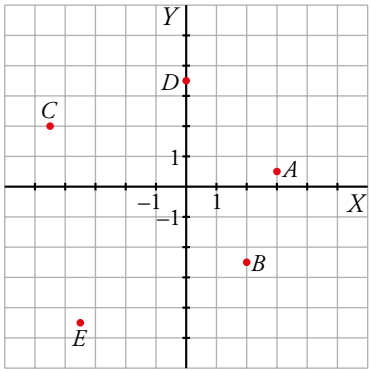
a)



b)

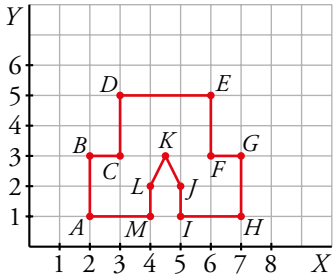


c)

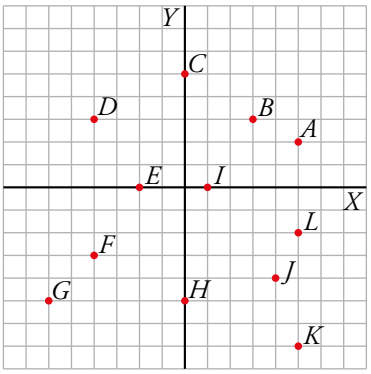


2 **Dibuja en un papel cuadriculado la figura que se obtiene al unir cada punto con el siguiente:**

$A(2, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, 3)$, $D(3, 5)$, $E(6, 5)$, $F(6, 3)$, $G(7, 3)$, $H(7, 1)$, $I(5, 1)$, $J(5, 2)$, $K(4{,}5; 3)$, $L(4, 2)$, $M(4, 1)$, $A(2, 1)$.



3 **Escribe las coordenadas de cada uno de los puntos siguientes:**

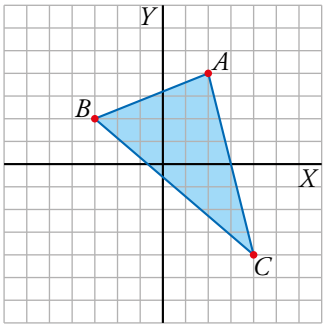


$A(5, 2)$ $B(3, 3)$ $C(0, 5)$ $D(-4, 3)$

$E(-2, 0)$ $F(-4, -3)$ $G(-6, -5)$ $H(0, -5)$

$I(1, 0)$ $J(4, -4)$ $K(5, -7)$ $L(5, -2)$

4 **Escribe las coordenadas de los vértices de este triángulo:**

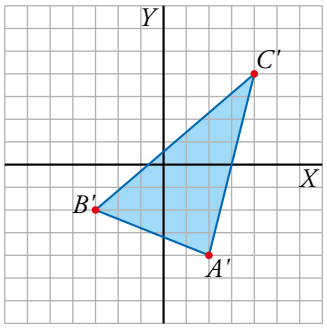


a) Representa el triángulo de vértices *A'*, *B'* y *C'* simétricos a *A*, *B* y *C* con respecto al eje *X* y escribe las coordenadas de cada uno.

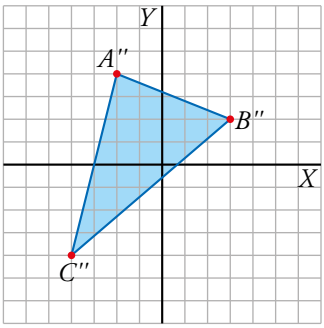
b) Haz lo mismo que en el apartado anterior pero con respecto al eje *Y*.

$A(2, 4)$; $B(-3, 2)$; $C(4, -4)$

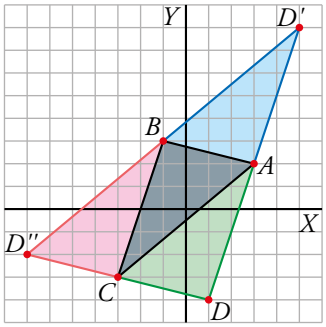
a) $A'(2, -4)$; $B'(-3, -2)$; $C'(4, 4)$



b) $A''(-2, 4)$; $B''(3, 2)$; $C''(-4, -4)$



5 **Traza unos ejes sobre una cuadrícula y dibuja los puntos $A(3, 2)$, $B(-1, 3)$ y $C(-3, -3)$. Calcula las coordenadas del punto D que haga que $ABCD$ sea un paralelogramo. Observa que hay tres posibles soluciones, D, D' y D''. Halla todas ellas.**



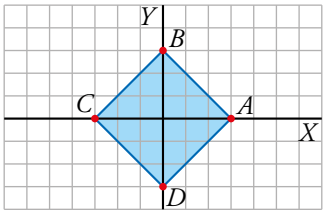
6 **Dibuja unos ejes en un papel cuadriculado y señala los puntos $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ y $C(-3, 0)$.**

a) Encuentra las coordenadas del cuarto punto, D, que hace que $ABCD$ sea un cuadrado.

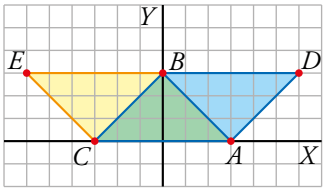
b) Encuentra las coordenadas del cuarto punto, D, que hace que $ABCD$ sea un paralelogramo no rectángulo. (Ojo, puede haber más de una solución).

c) ¿Dónde colocarías el punto D para que $ABCD$ sea un trapezoide con un eje de simetría (cometa)?

a) Las coordenadas del cuarto punto, D, son: $(0, -3)$.



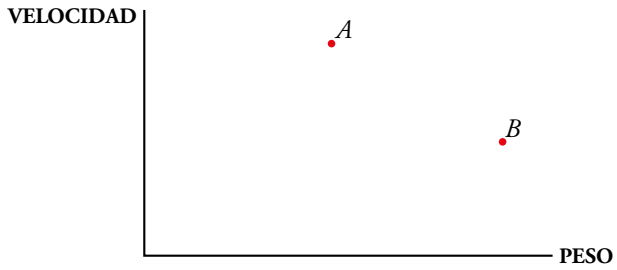
b)



c) El cuarto punto ha de estar en el eje de ordenadas y ser menor que -3.

Información mediante puntos

7 **Los puntos A y B representan dos perros: uno de Sergio y otro de María Jesús. Di cuál es de cada uno sabiendo que el perro de María Jesús es un galgo, y el de Sergio, un mastín.**

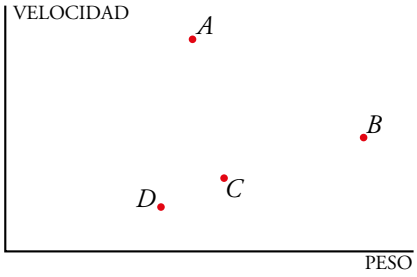


En tu cuaderno, sitúa sobre el diagrama un punto, C, que represente el de Richard, un perro salchicha que corre poco y pesa un poco más que el galgo. Y otro punto, D, para el de Virginia, un caniche que casi no corre y es muy pequeño.

$A \rightarrow$ galgo

$B \rightarrow$ mastín

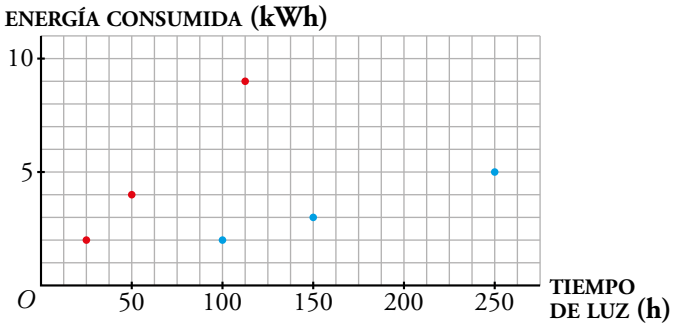
Por ejemplo:

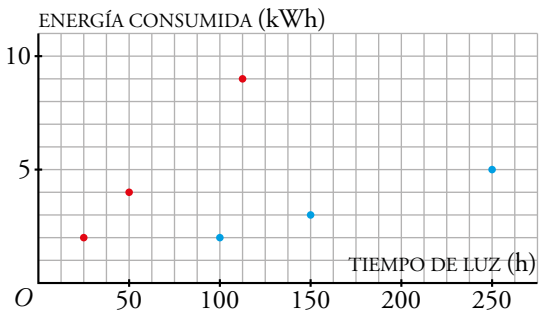


8 **En el diagrama se relacionan dos magnitudes: el tiempo que ha estado encendida una bombilla (en horas) y la energía consumida (en kilovatios hora).**

Hay unos puntos sobre una recta y otros que están sobre otra.

Halla las coordenadas de dos puntos más de cada recta y determina cuál corresponde a una bombilla de bajo consumo y cuál a una normal.





- Los puntos rojos corresponden a una bombilla normal.

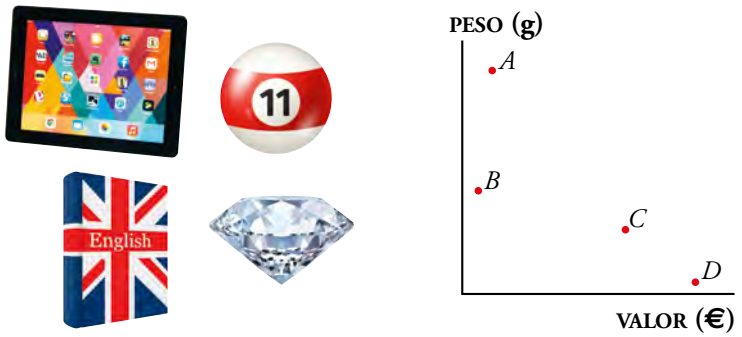
  Puntos adicionales: (75, 6) ; (100, 8).

- Los puntos azules corresponden a una bombilla de bajo consumo.

  Puntos adicionales: (50, 1) ; (200, 4).

Página 267

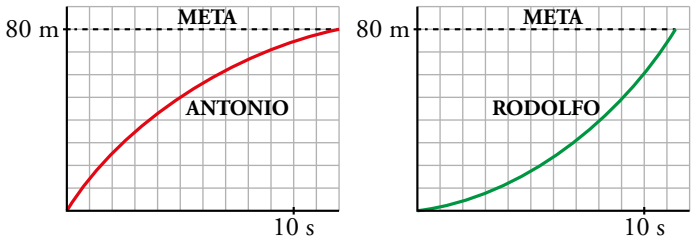
9 **Los puntos *A, B, C* y *D* representan cuatro objetos. Averigua a cuál corresponde cada uno.**



Libro → *A* Bola → *B* Tablet → *C* Diamante → *D*

Interpretación de gráficas de funciones

10 **Observa las carreras de Antonio y Rodolfo, dos velocistas:**



a) ¿Qué variables se relacionan en estas funciones?

b) Uno de ellos va «cada vez más despacio» y el otro «cada vez más deprisa». ¿Quién es cada uno?

c) ¿Cuál de los dos ganará la carrera de 80 m?

a) En las dos gráficas, las variables que se relacionan son las mismas:

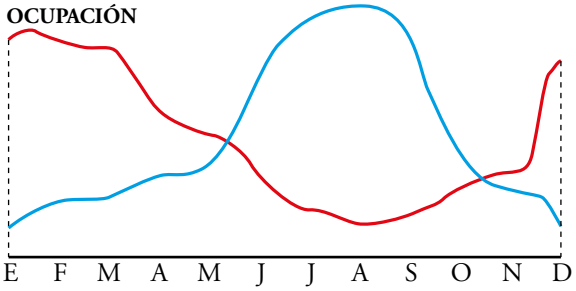
La variable *x* da el tiempo en segundos. Un cuadrado es 1 segundo.

La variable *y* da la distancia, en metros, a la que se encuentran de la salida. Un cuadradito son 10 metros.

b) Antonio va cada vez más despacio, y Rodolfo va cada vez más deprisa.

c) Rodolfo ganará la carrera, ya que a los 11 segundos y poco llega a la meta, mientras que Antonio llega a los 12 segundos.

11 **Estas dos gráficas muestran la ocupación que tienen a lo largo de un cierto año un apartamento de playa y una casa rural en la montaña:**



a) ¿Cuál de ellas corresponde al apartamento y cuál a la casa rural? ¿Por qué?

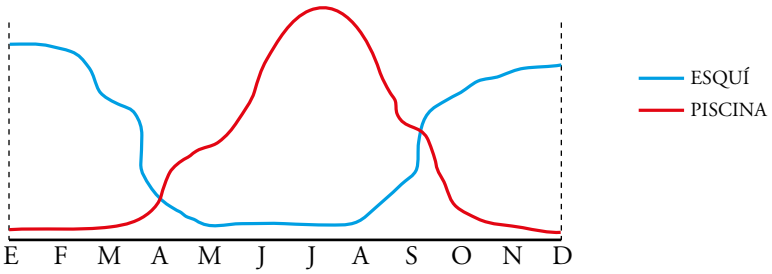
b) ¿En qué temporadas registran, más o menos, la misma ocupación?

c) Dibuja en tu cuaderno unos ejes como estos e inventa dos curvas de ocupación: la de una piscina descubierta y la de unas pistas de esquí.

a) La gráfica azul corresponde al apartamento en la playa, pues los meses de ocupación más alta son los de verano. Sin embargo, en la casa rural de la montaña la ocupación es más alta durante el resto del año, pues la gente suele ir a disfrutar de paseos por la nieve, y de la naturaleza en otoño y primavera.

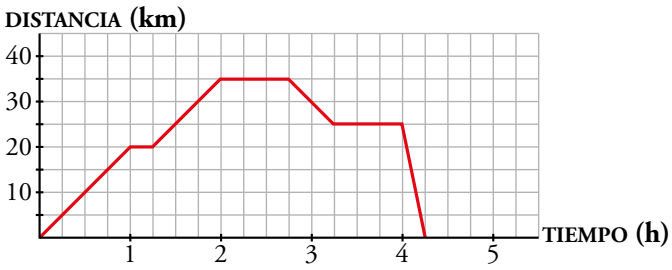
b) A mediados de mayo y mediados de octubre.

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:



12 **Lucía ha salido con su bicicleta, pero a la vuelta ha sufrido una avería y ha tenido que llamar a su madre para que la recoja con el coche.**

Observa el gráfico que representa su recorrido y responde a las preguntas.



a) ¿Cuántos kilómetros recorre Lucía en la primera hora?

b) ¿Cuánto tiempo permanece parada en total?

c) ¿A qué distancia estaba de casa cuando se le ha estropeado la bici?

d) ¿Cuánto tiempo ha durado el trayecto en coche?

e) Describe todo el recorrido paso a paso.

a) En la primera hora recorre 20 km.

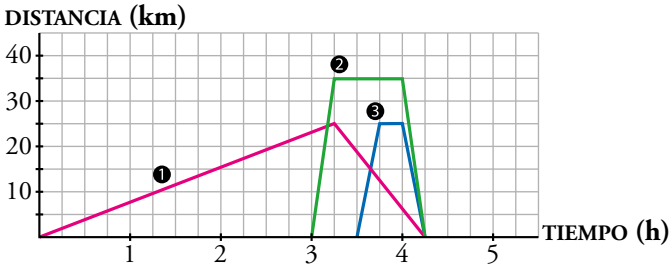
b) Permanece parada 1 hora y 45 minutos.

c) Estaba a 25 km de distancia de su casa.

d) El trayecto en coche ha durado un cuarto de hora.

e) Durante la primera hora recorre 20 kilómetros. Se para 15 minutos y continúa su paseo haciendo 15 kilómetros en 45 minutos. Permanece parada tres cuartos de hora. La siguiente media hora recorre 10 kilómetros y espera 45 minutos hasta que llega su madre, que en 15 minutos la ha llevado al lugar de partida.

13 **Indica cuál de estos gráficos representa el viaje que ha hecho la madre de Lucía del ejercicio anterior:**



a) ¿Ha tardado lo mismo en ir que en volver?

b) ¿Cuánto tiempo ha estado parada?

El gráfico 3, puesto que Lucía llamó a su madre cuando tuvo la avería y estaba a 25 kilómetros del punto de partida.

a) Sí, ha tardado lo mismo en ir que en volver, 15 minutos.

b) Ha estado parada 15 minutos.

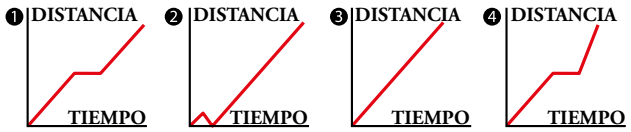
14 **Relaciona cada enunciado del cuento de Caperucita con su gráfica correspondiente:**

a) Sale de casa directa a la casa de su abuela. No se para por el camino.

b) Sale de casa, se encuentra con el lobo, se para a hablar con él y sigue su camino a la casa de su abuela.

c) Sale de casa, vuelve porque se ha dejado la cesta y sigue su camino directo a casa de su abuela.

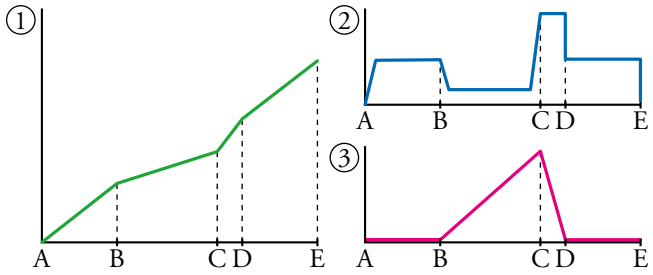
d) Sale de casa, se encuentra con el lobo, charla un rato con él y sale corriendo a casa de su abuela.



a) → gráfica 3 b) → gráfica 1 c) → gráfica 2 d) → gráfica 4

Página 268

15 **Un ciclista sale a entrenar (momento A), llanea un rato (hasta momento B), sube un puerto, da la vuelta en la cima (momento C) y regresa al punto de partida. La evolución de su carrera se ha representado en tres gráficas que relacionan la velocidad, la altura y la distancia recorrida en cada momento, con el tiempo transcurrido.**



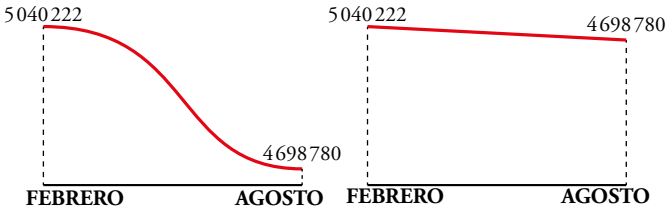
¿De qué gráfica se trata en cada caso?

1 → Velocidad

2 → Distancia

3 → Altura

16 ODS Meta 8.1. **Estas dos gráficas representan el descenso del desempleo. Una la ha elaborado el Gobierno, y la otra, un periódico afín a la oposición:**



a) ¿Dicen las dos gráficas lo mismo?

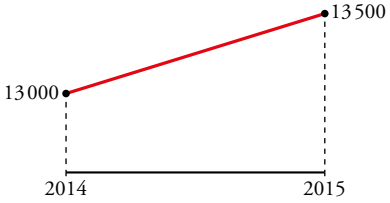
b) ¿Cuál crees que ha elaborado cada uno? ¿Por qué?

c) Una revista ha vendido 13 000 ejemplares hace dos meses y 13 500 el mes pasado. Dibuja una gráfica en la que parezca que las ventas han aumentado mucho, y otra, más realista, que muestre que no han subido tanto. Se supone que las gráficas han sido elaboradas por la revista y la competencia. ¿Cuál ha presentado cada una?

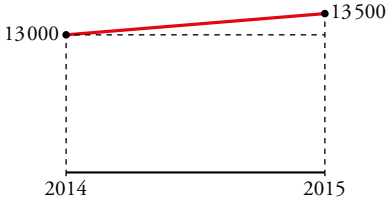
a) Sí, dicen lo mismo, que el desempleo ha pasado de 5 040 222 a 4 698 780.

b) El gobierno ha elaborado la gráfica de la izquierda para que parezca que el descenso del desempleo ha sido mucho más notable de lo que en realidad ha sido.

c) Por ejemplo:

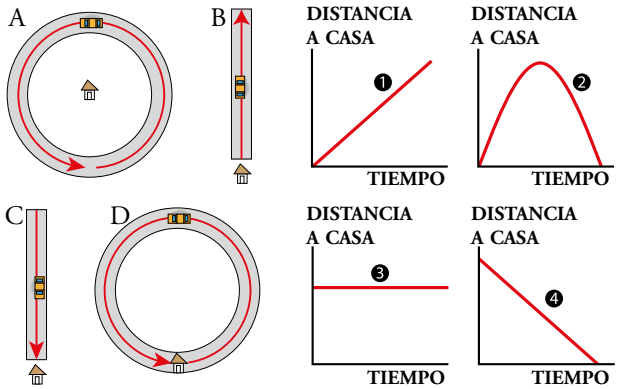


Esta gráfica la presenta la revista para parecer más exitosa.



Esta gráfica la presenta la competencia, mucho más realista.

17 Asocia cada situación con su gráfica.



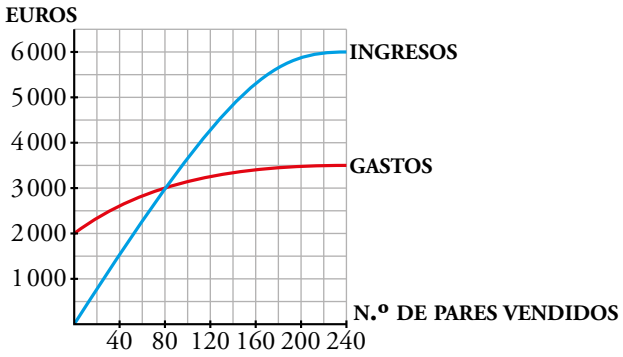
A → gráfica 3

B → gráfica 1

C → gráfica 4

D → gráfica 2

18 **Los ingresos y los gastos diarios de una tienda de zapatos, en función del número de pares vendidos, vienen dados por las gráficas siguientes:**



Haz un estudio de los beneficios y las pérdidas en función de las ventas.

La tienda no empieza a obtener beneficios hasta que no vende 80 pares de zapatos. A partir de ahí, los ingresos empiezan a crecer y los gastos se estabilizan entre los 3 000 y 3 500 euros.

Por ejemplo, si vende 40 pares, gasta 2 500 € y solo ingresa 1 500 €. Por tanto, pierde 1 000 €. Si vende 120 pares, gasta 3 250 €, aproximadamente, e ingresa 4 250 €, aproximadamente, y por tanto, gana 1 000 €, aproximadamente.

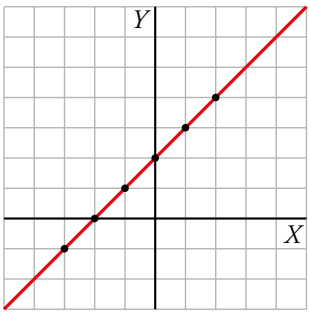
En el caso de 200 pares, gasta 3 500 €, ingresa 6 000 € y gana 2 500 €.

Representación de funciones lineales

19 **Representa sobre unos ejes coordenados la recta de ecuación $y = x + 2$. Para ello, completa la siguiente tabla en tu cuaderno:**

x	–3	–2	–1	0	1	2
y						

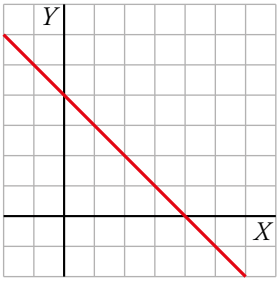
x	–3	–2	–1	0	1	2
y	–1	0	1	2	3	4

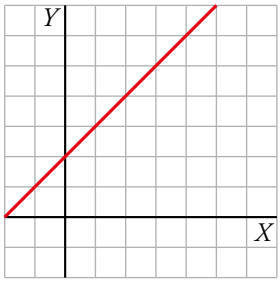


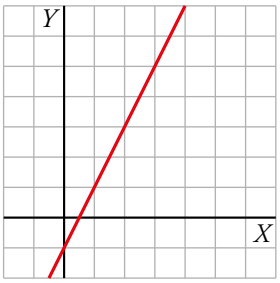
20 **Asocia cada una de estas ecuaciones de rectas con su correspondiente gráfica:**

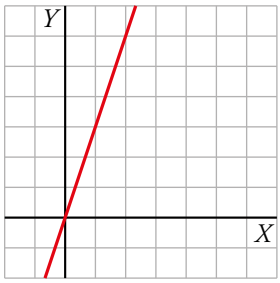
I) $y = x + 2$ **II)** $y = 4 - x$

III) $y = 3x$ **IV)** $y = 2x - 1$

A 

B 

C 

D 

I) B II) A

III) C IV) D

Página 269

21 **¿Cuáles de estas funciones, dadas mediante un enunciado, te parece que serán lineales?**

a) Precio (en €) de una bolsa de arroz en función de su peso (en kg).

b) Velocidad (en km/h) a la que llega al suelo una piedra en función de la altura (en m) desde donde se deja caer.

c) El alquiler de una bicicleta cuesta una cierta cantidad inicial más otra cantidad por cada hora que se utiliza.

d) Peso (en kg) de una persona en función de su altura (en cm).

e) Un pequeño depósito de agua pierde 1 litro cada hora. La cantidad de agua que queda en el depósito en función del tiempo.

¿Cuáles de ellas son de proporcionalidad?

Lineales → c) y e)

Proporcionalidad → a) y b)

22 **En una calle del centro de la ciudad hay dos aparcamientos, A y B.**

- **A, al aire libre, es municipal, y gratuito las dos primeras horas. Después, para evitar permanencias largas, factura a 3 € la hora.**
- **B, privado, cobra 2 € por entrar más 1 € la hora.**

a) Completa en tu cuaderno la segunda tabla, copia el gráfico y representa la función que falta.

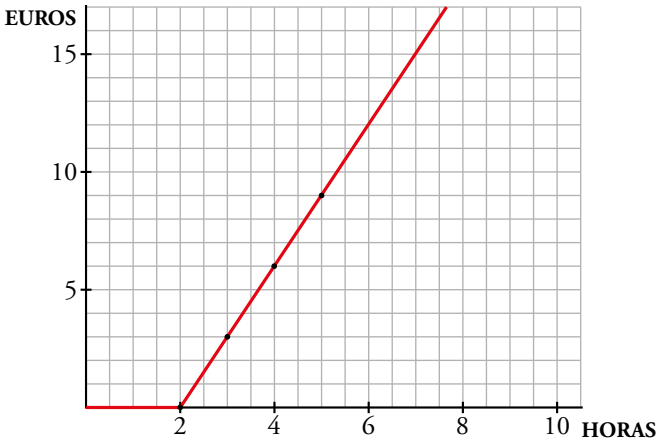
Si $x \leq 2 \rightarrow y = 0$

Si $x > 2 \rightarrow y = 3x - 6$

x	0	2	3	4	5
y	0	0	3	6	9

$y = 2 + x$

x	0	2	3	4	5
y	2	4			

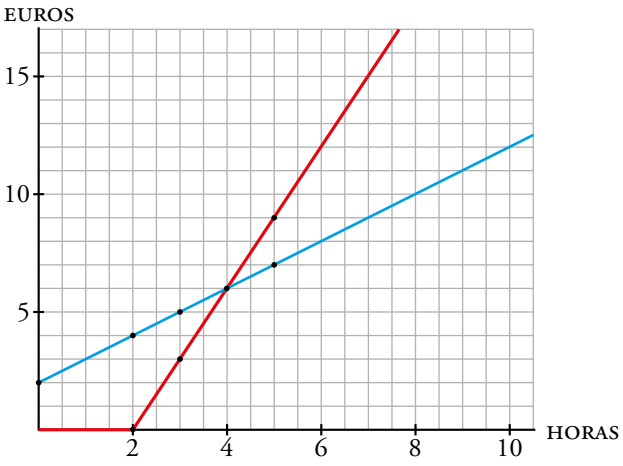


b) ¿En qué punto se cortan las rectas? ¿Qué significado tiene?

c) Indica en cuál de los dos aparcamientos conviene entrar en función del tiempo previsto de estancia.

a)

x	0	2	3	4	5
y	2	4	5	6	7



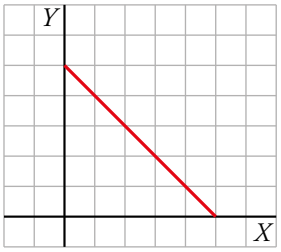
b) Se cortan en el punto (4, 6) y significa que, en los dos aparcamientos, el precio es el mismo al llevar 4 horas estacionado.

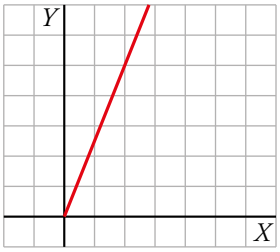
c) Es preferible aparcar en el B para una larga estancia.

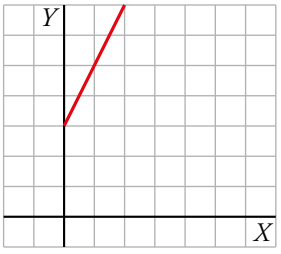
23 **Asocia tres de las funciones lineales que aparecen en la actividad 21 con su correspondiente ecuación:**

I) $y = 3 + 2x$ **II)** $y = 5 - x$ **III)** $y = 2{,}5x$

Asocia, ahora, cada ecuación con su correspondiente gráfica:

A 

B 

C 

I) c) II) e) III) a)

A → II) B → III) C → I)

24 **Cierta compañía telefónica, A, factura 0,40 € por establecimiento de llamada más 5 céntimos por minuto.**

La compañía B, de la competencia, factura 15 céntimos por minuto, sin cargo inicial.

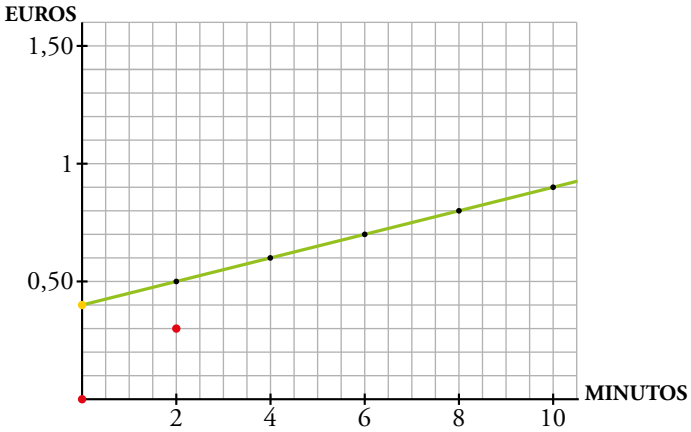
a) Completa estas tablas en tu cuaderno, copia el gráfico y representa la función que falta.

$y = 0{,}40 + 0{,}05x$

x	0	2	4	6	10
y	0,40	0,50	0,60	0,70	0,90

$y = 0{,}15x$

x	0	2	4	6	10
y	0	0,30			

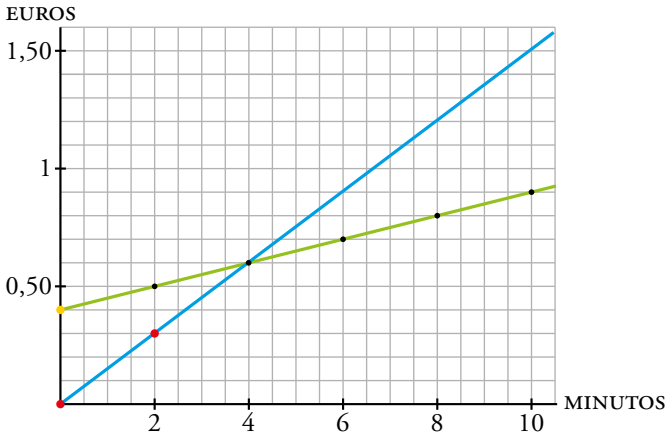


b) ¿En qué punto se cortan las rectas? ¿Qué significado tiene?

a)

x	0	2	4	6	10
y	0	0,30	0,60	0,90	1,50

b) Las rectas se cortan en (4; 0,60). Esto quiere decir que si hablas 4 minutos, pagas lo mismo con cualquiera de las dos compañías.



Página 270

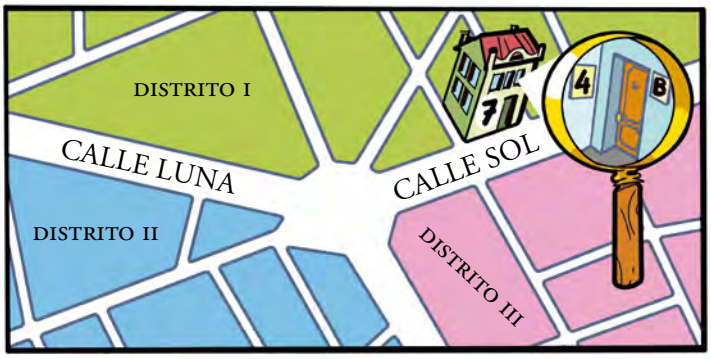
LEE E INFÓRMATE

Coordenadas para localizar

- **¿Cómo explicarías, mediante coordenadas, la localización del libro marcado con el número 45?**

Sección VII, estantería 3, balda 4, libro 45.

- **¿Y la localización de la casa?**



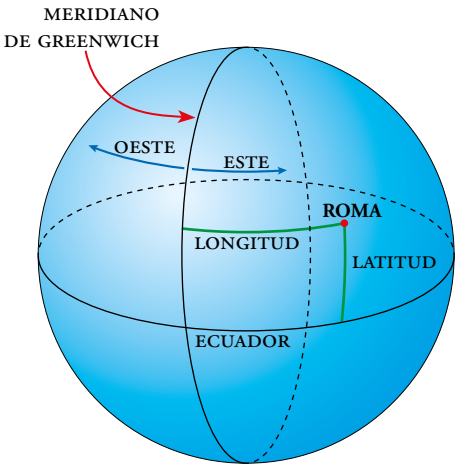
Distrito I, Calle Sol, Portal 7, Piso 4B.

INVESTIGA

Coordenadas geográficas

- **Averigua las coordenadas geográficas de la localidad donde vives.**

Respuesta abierta. Depende de la localidad; por ejemplo, Madrid: 40° 24' 59" Norte 3° 42' 09" Oeste.



Página 271

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Un poco de lógica

Anselmo Arnaiz, Bernardo Benítez y Ramón Ramírez son amigos. Cada uno tiene una hermana: Ana, Bárbara y Rosa, respectivamente. Y cada uno de ellos sale con la hermana de otro.

En cierta ocasión, Rosa se encuentra con Bernardo y le comenta:

— Ayer estuve de compras con tu novia.

¿Podrías decir cómo están emparejados?

Rosa no es la novia de Bernardo. Por tanto, es la de Anselmo.

	ANA ARNAIZ	BÁRBARA BENÍTEZ	ROSA RAMÍREZ
ANSELMO ARNAIZ	1 ✕		2 ●
BERNARDO BENÍTEZ		1 ✕	3 ✕
RAMÓN RAMÍREZ			1 ✕

→

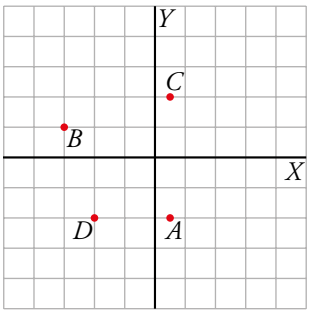
	ANA ARNAIZ	BÁRBARA BENÍTEZ	ROSA RAMÍREZ
ANSELMO ARNAIZ	1 ✕	4 ✕	2 ●
BERNARDO BENÍTEZ	7 ●	1 ✕	3 ✕
RAMÓN RAMÍREZ	6 ✕	5 ●	1 ✕

Y, entonces, la de Ramón es Bárbara, y la de Bernardo, Ana.

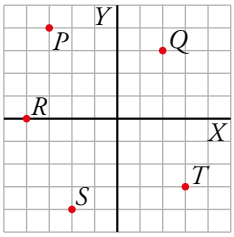
AUTOEVALUACIÓN

1 **Representa en unos ejes coordenados los puntos siguientes:**

$A(0{,}5; -2)$, $B(-3, 1)$, $C(1/2, 2)$, $D(-2, -2)$

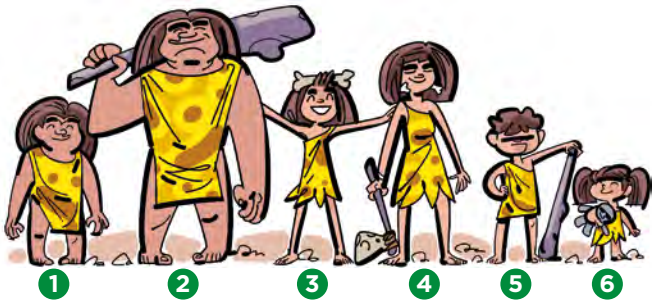


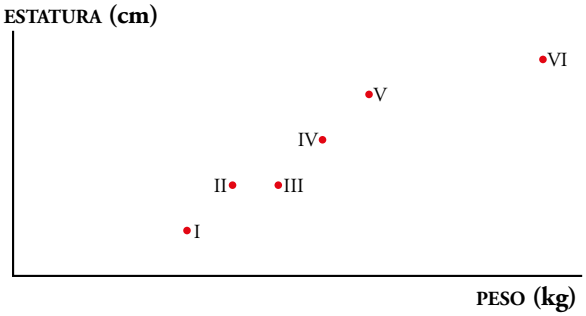
2 **Escribe las coordenadas de los puntos P, Q, R, S y T representados en estos ejes:**



$P(-3, 4)$; $Q(2, 3)$; $R(-4, 0)$; $S(-2, -4)$; $T(3, -3)$

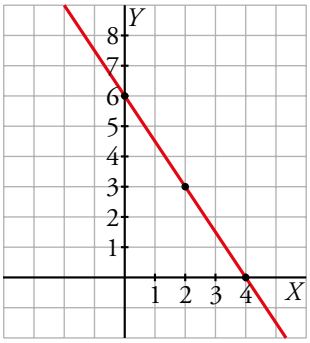
3 **Asigna un punto a cada uno de estos personajes:**





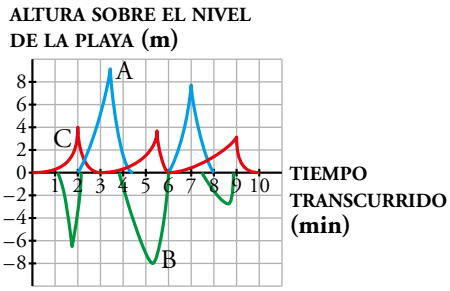
1 → III; 2 → VI; 3 → IV; 4 → V; 5 → II; 6 → I

4 **Representa, en unos ejes coordenados, la función lineal $y = 6 - 1{,}5x$.**



5 **Las siguientes gráficas muestran la altura sobre el nivel de la playa de tres amigos y amigas a lo largo de diez minutos: Raúl el kite-surfista (surf con parapente), Esther la surfista y Sonia la que bucea con tubo.**

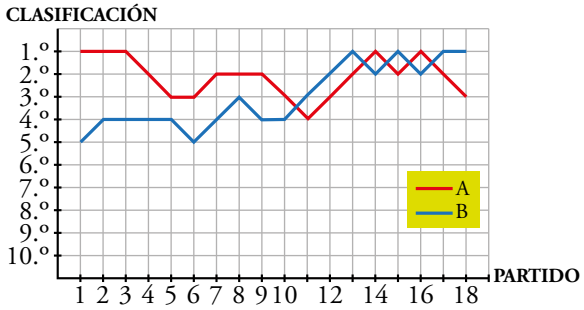
Di qué gráfica corresponde a cada uno y cuenta en breves palabras lo que hicieron. Representa en tu cuaderno la gráfica de Ángel el nadador.



Raúl: gráfica A; Esther: gráfica C; Sonia: gráfica B.

- Raúl ha dado dos saltos con su parapente sobre las olas: uno empieza en el minuto 2 y alcanza los 9 m de altura en el minuto 3 y medio. Sobre el minuto 6 vuelve a lanzarse con el parapente para coger una altura de 7 metros y pico.
- Esther ha subido sobre las olas con su tabla de surf en tres ocasiones: en el minuto 2 alcanzó la cresta por primera vez; más adelante, en el minuto 5 y medio con una ola un poco menor, y la última y menor de todas fue casi en el minuto 9.
- Sonia, con su tubo y sus aletas, hace tres inmersiones: la primera baja un poco más de 6 m entre los minutos 1 y 2; la segunda, una inmersión más larga de dos minutos (entre el 4 y el 6) alcanzando 8 m de profundidad, y la última, desde el minuto 7 y medio hasta el 9, en el que solo bucea hasta los 3 m de profundidad.
- La gráfica de Ángel, el nadador, será prácticamente igual que la de Esther.

6 **Observa la clasificación de dos grandes equipos de baloncesto a lo largo de la temporada.**



a) ¿Cuántos partidos han jugado?

b) ¿Cómo iban en la primera jornada?

c) Describe la trayectoria de los dos equipos a lo largo de la liga.

a) Han jugado 18 partidos.

b) En la primera jornada, el equipo A empezó siendo el primer clasificado, mientras que el equipo B era el quinto clasificado.

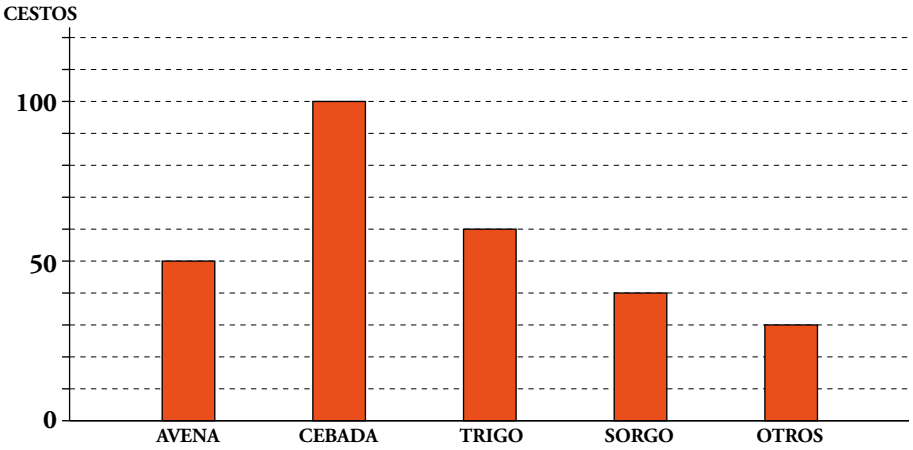
c) • El equipo A comenzó la temporada en primera posición de la clasificación, y se mantuvo en esta durante dos jornadas. En las jornadas 3 y 4 descendió dos puestos, y se mantuvo en el tercer puesto hasta la sexta jornada. En la sexta jornada ascendió un puesto y se mantuvo en el segundo puesto hasta la jornada 9. En la novena y décima jornada descendió dos puestos, quedándose cuarto en la clasificación, pero en las tres jornadas siguientes ascendió un puesto en cada una, por tanto, en la jornada 14 estaba de nuevo en primera posición.

Descendió y ascendió un puesto en las jornadas 14 y 15 y en las dos jornadas siguientes descendió dos puestos, quedándose en tercer puesto al finalizar la temporada.

• El equipo B comenzó la temporada en quinta posición. En la primera jornada ascendió a la cuarta posición y se mantuvo en esta durante las siguientes cuatro jornadas. En la jornada 5 descendió a la quinta posición, pero en las jornadas 6 y 7 ascendió una posición en cada una, quedándose 3.º en la jornada 8, aunque en esta bajó a la 4.ª posición. En la jornada 9 mantuvo la posición y en la jornada 10 empezó a ascender un puesto por jornada hasta la jornada 13, quedándose así el primero en la clasificación. Desde la jornada 13 hasta la jornada 17 bajó y subió un puesto en la clasificación, pero en la jornada 17 ya se mantuvo 1.º hasta el fin de temporada.

15 ESTADÍSTICA

Página 272



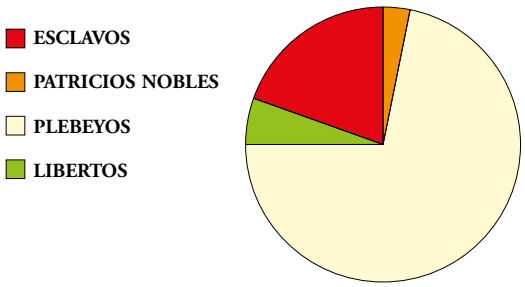
1 **¿Cuántos cestos de avena se anotaron en la tablilla?**

Se anotaron 50 cestos de avena.

2 **¿Cuántos cestos de trigo? ¿Y de sorgo?**

Se anotaron 60 cestos de trigo y 40 de sorgo.

Página 273

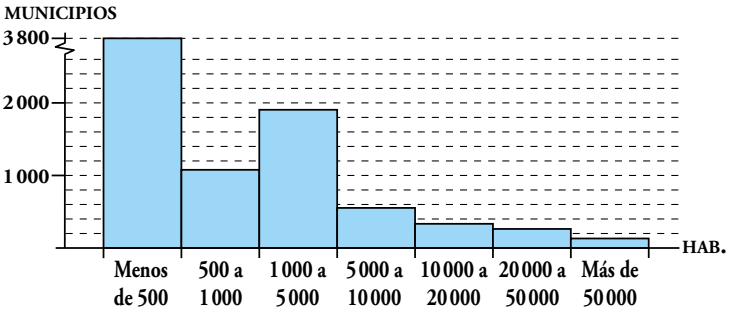


3 **Si los libertos (esclavos liberados) suponían el 3 % de la población, ¿cuál era el porcentaje de esclavos?**

El porcentaje de esclavos era de un 22 %.

4 **Estima el porcentaje correspondiente a la plebe y a la nobleza.**

El porcentaje de nobleza era, aproximadamente, de un 2 %, y el de plebeyos, de un 73 %.



5 **Estima cuántos municipios españoles tienen menos de 1 000 habitantes.**

Aproximadamente, 4 300 municipios tienen menos de 1 000 habitantes.

6 **¿Dónde crees que vive más gente, en los municipios que tienen más de 50 000 habitantes (última columna del gráfico) o en los que tienen menos de 1 000?**

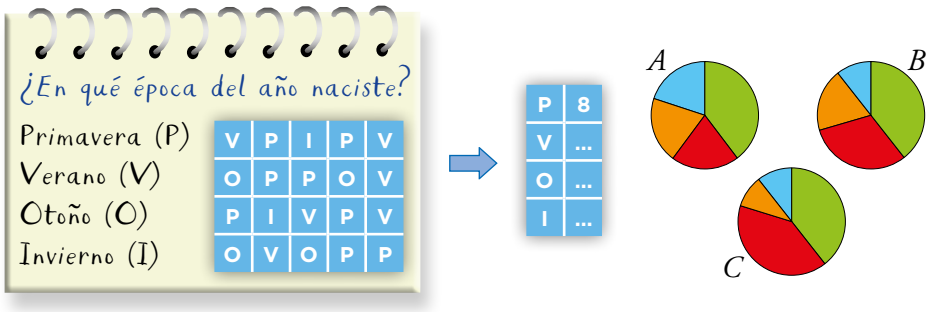
En los que tienen más de 50 000 habitantes.

1 PROCESO PARA REALIZAR UN ESTUDIO ESTADÍSTICO

Página 274

Para fijar ideas

1 **Hemos preguntado a 20 personas en qué época del año nacieron recogiendo los datos que se indican.**



a) Cuenta los datos, copia la tabla y complétala.

b) Decide cuál de los gráficos se ajusta a esa distribución.

a)

P	8
V	6
O	4
I	2

b) El gráfico que se ajusta a esa distribución es el B.

2 **¿Qué método de recogida de datos se utiliza en cada una de estas experiencias?**

a) Anotar la marca de las 15 primeras zapatillas deportivas que ves al salir de clase.

b) Lanzar dos dados al aire y anotar la suma de sus resultados.

c) Consultar en el registro civil los datos sobre el sexo (NIÑO, NIÑA) de los bebés nacidos en una localidad durante el último mes.

a) Observar.

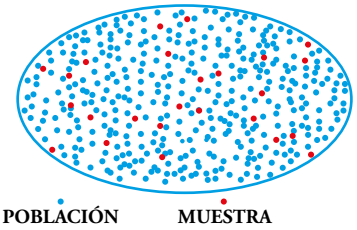
b) Experimentar.

c) Consultar archivos.

Página 275

Para fijar ideas

3 **Una empresa farmacéutica quiere lanzar al mercado un nuevo jarabe infantil, por lo que necesita saber su nivel de aceptación por el colectivo médico. Para ello, tras proporcionar muestras, hace una encuesta a 50 pediatras. Copia y completa:**



a) La población está formada por…

b) La muestra son los…

a) La población está formada por los puntos azules, que es el colectivo médico.

b) La muestra son los puntos rojos, los pediatras.

Para practicar

1 **Indica si cada una de las siguientes variables estadísticas es cuantitativa o cualitativa:**

a) Equipo de fútbol preferido.

b) Edad.

c) Lugar de nacimiento.

d) Número de asignaturas suspendidas en la primera evaluación.

e) Asignaturas aprobadas en la segunda evaluación.

f) Número de viviendas que hay en tu calle.

g) Tiempo que tardas en correr los 100 m lisos.

Cuantitativas → b), d), f), g)

Cualitativas → a), c), e)

2 **Reconoce, en cada una de estas situaciones, la población, la muestra y los individuos.**

a) Una fábrica de bombillas quiere hacer un control de calidad. Para ello, analiza una bombilla de cada caja de 1 000.

b) Una farmacéutica visita a un médico o médica de cada hospital para enseñarle sus nuevos productos.

c) Un agricultor recoge una naranja de cada uno de los árboles de su naranjal para comprobar la cantidad de zumo que puede obtenerse.

d) Tomo una golosina de cada cubo de la tienda.

a) Población: Todas las bombillas fabricadas.

Individuos: Cada una de las bombillas.

Muestra: La bombilla seleccionada (una de cada caja de 1 000).

b) Población: Todos los médicos y médicas de cada hospital que visita la farmacéutica.

Individuos: Cada uno de los médicos y las médicas de esos hospitales.

Muestra: Los médicos y las médicas a los que visita la farmacéutica.

c) Población: Todas las naranjas del naranjal.

Individuos: Cada una de las naranjas del naranjal.

Muestra: Las naranjas que recoge el agricultor.

d) Población: Todas las golosinas de la tienda.

Individuos: Cada una de las golosinas de la tienda.

Muestra: Las golosinas que tomo.

2 FRECUENCIA Y TABLAS DE FRECUENCIAS

Página 276

Para fijar ideas

1 **Se pregunta a 40 estudiantes qué prefieren hacer en su tiempo libre: deporte (D), leer (L), ver la tele (T), salir con amigos y amigas (S), jugar con videojuegos (V). Observa los resultados. Copia y completa el recuento y confecciona la tabla de frecuencias.**

S	S	~~D~~	S	V		S	L	S	~~D~~	T
L	V	S	S	L		~~D~~	~~D~~	S	V	L
~~D~~	S	S	V	S		~~D~~	V	~~D~~	~~D~~	V
V	T	S	S	~~D~~		L	~~D~~	T	T	L

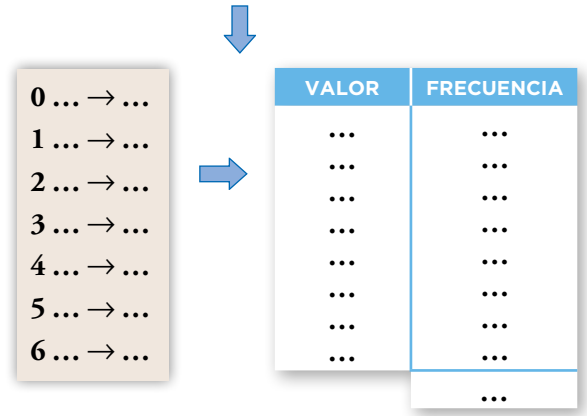
D 𝍸 𝍸 → 10
L … → …
T … → …
S … → …
V … → …

VALOR	FRECUENCIA
D	10
L	…
T	…
S	…
V	…
	40

VALOR	FRECUENCIA
D	10
L	6
T	4
S	13
V	7
	40

2 **Se ha contabilizado el número de libros leídos en las vacaciones de verano por los 30 estudiantes de un curso. Observa los resultados. Haz el recuento y construye la tabla de frecuencias en tu cuaderno.**

1	3	1	0	4	4	1	0	2	3
0	1	1	2	3	2	3	1	1	6
1	1	2	1	2	0	0	2	1	4



VALOR	FRECUENCIA
0	5
1	11
2	6
3	4
4	3
5	0
6	1
	30

Página 277

Para fijar ideas

3 **La tabla informa de los resultados de una tanda de lanzamientos de un dado.**

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
1	10	10/50 = 0,20	… %
2	9	9/… = …	… %
3	8	… = …	… %
4	6	… = …	… %
5	10	… = …	… %
6	7	… = …	… %
TOTAL		1	100,0 %

a) ¿Cuántos lanzamientos se han efectuado en total? ¿En qué casilla de la tabla debe ir ese dato?

b) Completa la tabla en tu cuaderno incorporando las frecuencias relativas y los porcentajes.

a) Se han efectuado 50 lanzamientos.

En la suma total de las frecuencias absolutas.

b)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
1	10	$\frac{10}{50} = 0{,}20$	20 %
2	9	$\frac{9}{50} = 0{,}18$	18 %
3	8	$\frac{8}{50} = 0{,}16$	16 %
4	6	$\frac{6}{50} = 0{,}12$	12 %
5	10	$\frac{10}{50} = 0{,}2$	20 %
6	7	$\frac{7}{50} = 0{,}14$	14 %
TOTAL	50	1	100 %

Para practicar

1 **Hemos lanzado una moneda 25 veces y hemos obtenido 15 veces cara.**

¿Cuál es la frecuencia absoluta, la frecuencia relativa y el porcentaje de SALIR CARA?

La frecuencia absoluta es 15, y la relativa, $\frac{15}{25} = 0{,}6$.

El porcentaje de que salga cara es del 60 %.

2 **Hemos lanzado un dado 50 veces y el 6 ha salido 7 veces.**

Halla $f(6)$, $f_r(6)$ y el porcentaje de salir 6.

$f(6) = 7$

$f_r(6) = \frac{7}{50} = 0{,}14$

El porcentaje de salir el 6 es del 14 %.

3 **Amplía las tablas de los ejercicios 1 y 2 de la página anterior con las frecuencias relativas y los porcentajes.**

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
D	10	$\frac{10}{40} = 0{,}25$	25 %
L	6	$\frac{6}{40} = 0{,}15$	15 %
T	4	$\frac{4}{40} = 0{,}10$	10 %
S	13	$\frac{13}{40} = 0{,}325$	32,5 %
V	7	$\frac{7}{40} = 0{,}175$	17,5 %
TOTAL	40	1	100 %

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
0	5	$\frac{5}{30} = 0{,}17$	17 %
1	11	$\frac{11}{30} = 0{,}37$	37 %
2	6	$\frac{6}{30} = 0{,}2$	20 %
3	4	$\frac{4}{30} = 0{,}13$	13 %
4	3	$\frac{3}{30} = 0{,}1$	10 %
5	0	$\frac{0}{30} = 0$	0 %
6	1	$\frac{1}{30} = 0{,}03$	3 %
TOTAL	30	1	100 %

4 **Lanza una moneda 100 veces y haz una tabla con los valores CARA y CRUZ y las frecuencias absolutas, las frecuencias relativas (dadas con dos cifras decimales) y los porcentajes.**

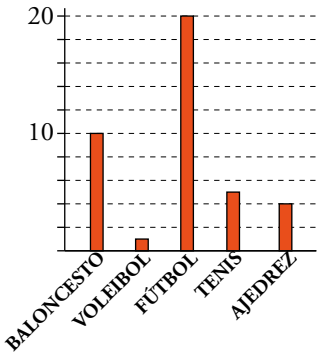
Respuesta abierta.

3 GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Página 279

Para practicar

1 **Este diagrama de barras representa los deportes preferidos por los alumnos y las alumnas del grupo de extraescolares.**



a) ¿Cuál es el que más gusta? ¿Y el que menos?

b) ¿Cuántos prefieren el tenis?

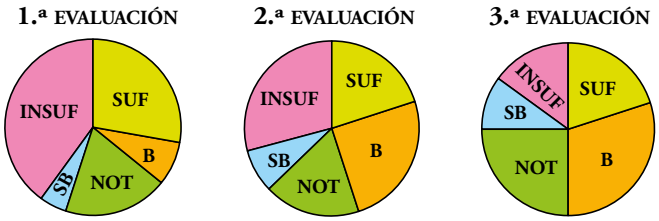
c) ¿Cuántos alumnos y cuántas alumnas hay en el grupo de extraescolares?

a) El deporte que más gusta es el fútbol, y el voleibol, el que menos.

b) Hay 5 alumnos y alumnas que prefieren el tenis.

c) En el grupo de extraescolares hay 40 alumnos y alumnas.

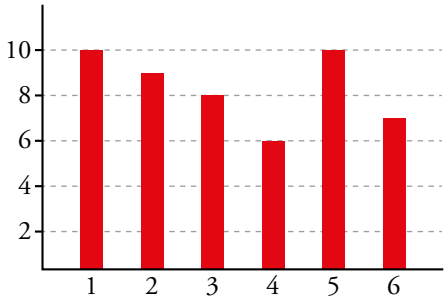
2 **Estas son las notas en matemáticas de un grupo de estudiantes en las tres evaluaciones del año:**



Explica por escrito cómo han evolucionado.

El número de suspensos ha ido disminuyendo con cada evaluación de forma considerable y las notas han ido mejorando. Se ha pasado de casi tres cuartas partes con insuficiente y suficiente a más de la mitad de la clase con notable y bien, y solo un sexto, aproximadamente, de suspensos.

3 **Representa con un diagrama de barras los datos del ejercicio 3 del epígrafe anterior.**



4 PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

Página 281

Para fijar ideas

1 **Obtén a simple vista, o mediante cálculo mental, la moda, la mediana y la media de cada tanda de datos.**

Completa en tu cuaderno.

	A	B	C	D
	4 - 4 - 4 - 4 - 4	3 - 3 - 4 - 5 - 5	1 - 2 - 5 - 5 - 7	1 - 1 - 2 - 7 - 9
MODA →	…	3 y 5	…	1
MEDIANA →	4	…	…	…
MEDIA →	…	…	4	…

	A	B	C	D
MODA	4	3 y 5	5	1
MEDIANA	4	4	5	2
MEDIA	4	4	4	4

2 **Las notas del último examen de matemáticas de seis amigos y amigas son:**

5, 8, 5, 6, 10, 5

a) Ordena las notas de menor a mayor.

b) Calcula y completa en tu cuaderno.

MODA → … MEDIANA → $\frac{\square+\square}{2}$ = … MEDIA → $\frac{\square+\square+\square+\square+\square+\square}{6}$ = …

a) 5 - 5 - 5 - 6 - 8 - 10

b) MODA = 5 MEDIANA = $\frac{5+6}{2}$ = 5,5 MEDIA = $\frac{5+5+5+6+8+10}{6}$ = 6,5

3 **¿Verdadero o falso?**

a) En una distribución cuya variable es cualitativa no se puede calcular la mediana.

b) En una distribución, si multiplicas el número de datos por la media, obtienes la suma de todos los datos.

c) La mediana de las puntuaciones de once equipos es 40. Por tanto, hay cinco equipos con más de 40 puntos y otros cinco con menos de 40 puntos.

d) La media de las edades de Ana, su madre y su abuela es 40. Si la abuela de Ana tiene 60 años, Ana debe tener 20 años.

a) Verdadero.

b) Verdadero.

c) Falso. Algunos de esos equipos podrían tener también 40 puntos; por ejemplo:

36 - 37 - 37 - 39 - 40 - 40 - 40 - 40 - 42 - 43 - 44

d) Falso. Para que la media de edad de las tres sea 40, sabiendo que la abuela tiene 60 años, la suma de los años de Ana y su madre tiene que ser 60. Por tanto, la edad de Ana no tiene que ser necesariamente 20 años, puede tener otras edades.

Página 282

Para fijar ideas

4 **A la derecha tienes las notas de una estudiante en la última evaluación.**

Calcula y completa en tu cuaderno.

Lengua y Literatura..... 7,5
Matemáticas..... 6
1er Idioma..... 5
Geografía e Historia..... 9
Biología y Geología..... 4,5
Ed. Física..... 5
Valores..... 7
Ed. Plástica y Visual..... 5
Música..... 8
Tecnología..... 5

a) Ordena las notas de menor a mayor.

b) MODA → … MEDIANA → $\frac{\square+\square}{2}$ = …

c) ¿Cuántas notas son en total?

¿Cuál es la suma de todas las notas?

4,5 + □ + □ + □ + □ + □ + □ + □ + □ + 9 = …

Teniendo en cuenta los datos anteriores, calcula la media:

MEDIA = $\frac{\square}{\square}$ = …

a) 4,5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 6 - 7 - 7,5 - 8 - 9

b) MODA = 5 MEDIANA = $\frac{(5+6)}{2}$ = 5,5

c) Suma de las notas = 62. Por tanto, la media es $\frac{62}{10}$ = 6,2

5 **La tabla recoge el número de plantas de las casas en una pequeña aldea.**

PLANTAS	FRECUENCIA
1	26
2	21
3	12
4	1
	60

a) La aldea tiene un total de … casas.

b) La moda es … porque…

c) Para calcular la mediana, supón que escribes, en orden, el número de plantas de todas las casas de la aldea.

26 datos 21 datos 12 datos 1 dato

1 - 1 - 1 - … - 1 - 2 - 2 - 2 - … - 2 - 3 - 3 - 3 - … - 3 - 4

Teniendo en cuenta el número total de datos, ¿cuáles ocupan la parte central de la lista?

Por tanto, la MEDIANA es…

d) MEDIA = $\frac{\square\cdot\square+\square\cdot\square+\square\cdot\square+\square\cdot\square}{\square}$ = $\frac{\square}{\square}$ = …

a) La aldea tiene un total de 60 casas.

b) La moda es 1 porque es el dato que mayor frecuencia tiene.

c) La parte central de la lista la ocupa el 2. Por tanto, la mediana es 2.

d) MEDIA = $\frac{1\cdot 26+2\cdot 21+3\cdot 12+4\cdot 1}{60}$ = $\frac{108}{60}$ = 1,8

Para practicar

1 **La tabla muestra la distribución del color del pelo que tienen los estudiantes de una clase. ¿Cuál es la moda?**

COLOR DE PELO	FRECUENCIA
Moreno	13
Castaño	13
Rubio	3
Pelirrojo	1

Las modas son moreno y castaño. Es una distribución bimodal.

2 **Indica la moda y la mediana de esta distribución:**

N.º DE MASCOTAS	0	1	2	3	4
FRECUENCIA	3	9	8	8	6

La moda es 1 mascota. La mediana es 2 mascotas.

3 **Observa los siguientes datos:**

10, 15, 17, 24, 29, 36, 40

Añade un nuevo valor para que la mediana sea:

a) 24 **b) 20,5** **c) 21** **d) 26,5** **e) 25**

a) 10, 15, 17, **24,** 24, 29, 36, 40

b) 10, 15, 17, **17,** 24, 29, 36, 40

c) 10, 15, 17, **18,** 24, 29, 36, 40

d) 10, 15, 17, 24, **29,** 29, 36, 40

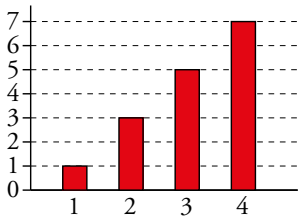
e) 10, 15, 17, 24, **26,** 29, 36, 40

4 **La tabla informa del número de hijos e hijas en un grupo de familias. Obtén la moda, la mediana y la media.**

N.º DE HIJAS E HIJOS	FRECUENCIA
1	5
2	15
3	11
4	4
5	0
6	1

MODA = 2 MEDIANA = 2 MEDIA = 2,5

5 **Calcula la moda, la mediana y la media de la distribución dada en este diagrama de barras:**



MODA = 4 MEDIANA = 3 MEDIA = 3,125

Página 283

Para fijar ideas

6 **Estas son las edades de seis hermanos y hermanas: 2, 5, 6, 7, 10 y 12. Copia y completa para hallar la desviación media.**

a) Empezamos hallando la media: MEDIA $= \dfrac{2+5+6+7+10+12}{6} = \dfrac{42}{6} = 7$

b) Anotamos las diferencias:

DATOS	2	5	6	7	10	12
DIFERENCIA A LA MEDIA	5	2	1	0	3	5

c) La desviación media es: $Dm = \dfrac{5+\square+\square+0+\square+\square}{\square} = \dfrac{\square}{\square} = \ldots$

La desviación media es $\dfrac{5+2+1+0+3+5}{6} = \dfrac{16}{6} = 2{,}67$.

Página 283

Para practicar

6 **Las alturas y los pesos de ocho amigos y amigas son:**

ALTURA (cm)	165	172	171	168	174	176	167	173
PESO (kg)	53	67	72	68	80	75	69	64

Responde a los siguientes apartados:

a) Halla la media y la mediana de cada una de las dos variables.

Altura Peso

b) Determina el recorrido de cada variable.

c) Calcula la desviación media de cada variable.

a) Altura $\rightarrow$ MEDIA $= \dfrac{165+172+171+168+174+176+167+173}{8} = 170{,}75$ cm

MEDIANA $= \dfrac{171+172}{2} = 171{,}5$ cm

Peso $\rightarrow$ MEDIA $= \dfrac{53+67+72+68+80+75+69+64}{8} = 68{,}5$ kg

MEDIANA $= \dfrac{68+69}{2} = 68{,}5$ kg

b) Recorrido de la altura = 176 – 165 = 11

Recorrido del peso = 80 – 53 = 27

c) Para la altura:

$Dm = \dfrac{5{,}75+1{,}25+0{,}25+2{,}75+3{,}25+5{,}25+3{,}75+2{,}25}{8} = 3{,}0625$

Para el peso:

$Dm = \dfrac{15{,}5+1{,}5+3{,}5+0{,}5+11{,}5+6{,}5+0{,}5+4{,}5}{8} = 5{,}5$

Página 284

Ejercicios y problemas

Variables estadísticas y frecuencias

1 Indica si cada variable es cualitativa o cuantitativa.

a) ¿Cuántos hermanos o hermanas sois en casa?

b) ¿Qué medio de transporte prefieres?

c) ¿Qué deporte prefieres practicar?

d) ¿Qué edad tienes?

a) Cuantitativa.

b) Cualitativa.

c) Cualitativa.

d) Cuantitativa.

2 Indica la población, la muestra y los individuos.

a) Se quieren estudiar las migraciones anuales de las ballenas del océano Índico. Para ello, se colocan radiotransmisores en 30 de estos cetáceos.

b) Se quiere saber qué opinan las personas mayores de edad sobre las nuevas iniciativas del ayuntamiento. Para ello, se entrevista a 100 personas elegidas al azar.

c) Para saber qué opinión se tiene de una revista, se ha preguntado telefónicamente a 50 lectores y lectoras.

a) Población: Todas las ballenas del océano Índico.

Individuos: Cada una de las ballenas del océano Índico.

Muestra: Las 30 ballenas a las que se coloca radiotransmisor.

b) Población: Los mayores de edad censados en ese ayuntamiento.

Individuos: Cada persona mayor de edad censada en ese ayuntamiento.

Muestra: Las 100 personas elegidas al azar.

c) Población: Todos los lectores de la revista.

Individuos: Cada uno de los lectores.

Muestra: Los 50 entrevistados.

3 **Elabora una tabla con las frecuencias absolutas, las relativas y los porcentajes correspondientes a este recuento.**

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
Soleado	8	$\frac{8}{31} = 0{,}26$	26 %
Sol y nubes	12	$\frac{12}{31} = 0{,}39$	39 %
Nublado	5	$\frac{5}{31} = 0{,}16$	16 %
Lluvia fina	3	$\frac{3}{31} = 0{,}1$	10 %
Lluvia torrencial	1	$\frac{1}{31} = 0{,}03$	3 %
Nieve	2	$\frac{2}{31} = 0{,}06$	6 %
TOTAL	31	1	100 %

4 **Se ha hecho una prueba tipo test a 30 estudiantes. Estos son los errores cometidos por cada uno:**

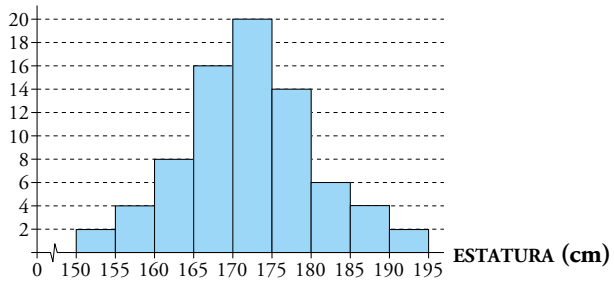
2 3 2 1 0 1 2 2 1 3
0 3 2 4 0 1 1 2 0 2
2 3 2 0 0 1 0 4 2 1

Realiza la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
0	7	$\frac{7}{30} = 0{,}233$	23,3 %
1	7	$\frac{7}{30} = 0{,}233$	23,3 %
2	10	$\frac{10}{30} = 0{,}333$	33,3 %
3	4	$\frac{4}{30} = 0{,}1333$	13 %
4	2	$\frac{2}{30} = 0{,}0666$	7 %
TOTAL	30	1	99,999… % ≈ 100 %

Gráficos estadísticos

5 **Este histograma muestra las estaturas (en cm) de los socios y las socias de cierto grupo de montaña:**



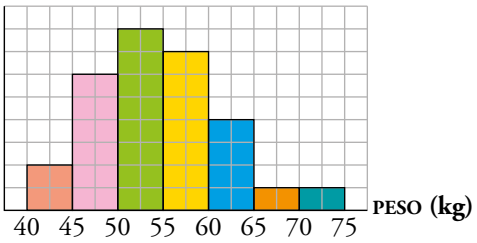
a) ¿Cuántos hay que midan entre 170 cm y 180 cm?

b) ¿Cuántos miden más de 190 cm? ¿Y menos de 155 cm?

a) Hay 34 socios y socias que miden entre 170 cm y 180 cm.

b) Hay dos personas que miden más de 190 cm y dos que miden menos de 155 cm.

6 **El peso de los estudiantes de una clase viene reflejado en el siguiente histograma:**



Hay un solo estudiante que pesa más de 70 kg.

a) ¿En qué color se incluye un estudiante de 57 kg?

b) ¿Cuántos estudiantes pesan entre 60 kg y 65 kg?

c) ¿Cuántos estudiantes pesan más de 50 kg?

d) ¿Cuántos estudiantes hay en clase?

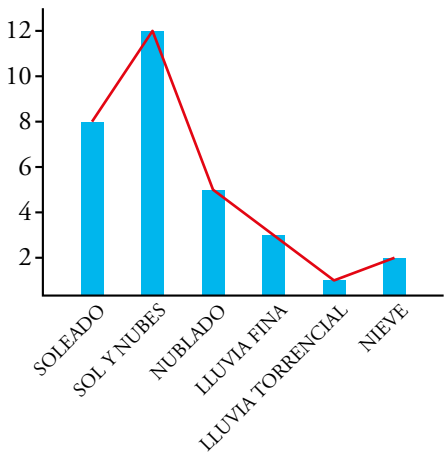
a) Amarilla b) 4

c) 21 d) 29

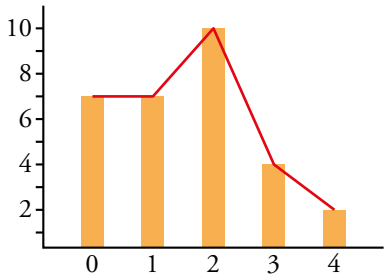
7 **a) Dibuja el diagrama de barras y el polígono de frecuencias correspondiente al ejercicio 3.**

b) Haz lo mismo para el ejercicio 4.

a)



b)



8 **Este diagrama de sectores representa la distribución de los 24 estudiantes de una clase de 1.º de ESO, según se queden o no a comer en el colegio:**

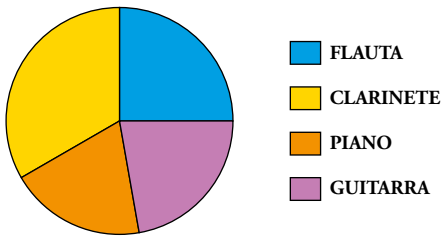
a) ¿Qué fracción de los estudiantes se queda a comer?

b) ¿Qué porcentaje no se queda nunca?

a) $\frac{3}{8}$

b) 25 %

9 **En la clase de Música, cada estudiante tiene que elegir un instrumento entre cuatro posibles. La distribución de los estudiantes según el instrumento elegido viene dada por este diagrama de sectores:**



a) ¿Cuál es el instrumento más elegido? ¿Y el menos?

b) ¿Hay algún instrumento que lo haya elegido exactamente el 25 % de la clase?

c) Sabiendo que los estudiantes que han elegido cada instrumento son 7, 8, 9 y 12, ¿qué número corresponde a cada uno de ellos?

a) El instrumento más elegido es el clarinete, y el menos elegido, el piano.

b) Sí, la flauta.

c) Flauta → 9

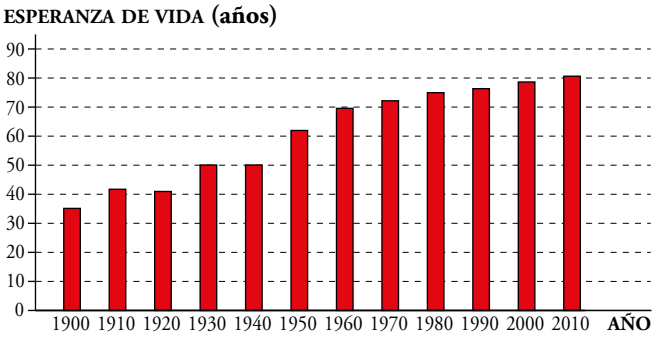
Clarinete → 12

Piano → 7

Guitarra → 8

Página 285

10 **Este diagrama muestra la evolución de la esperanza de vida en España desde 1900 a 2010:**



a) ¿Cuál era la esperanza de vida en 1930?

b) ¿Qué década ha sufrido mayor crecimiento?

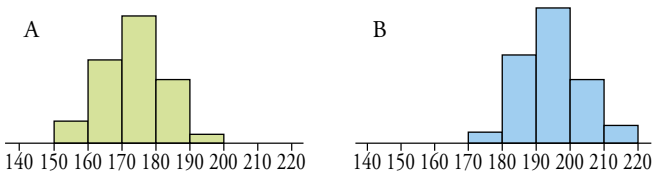
c) ¿Por qué crees que ha crecido la esperanza de vida estos últimos 100 años? Describe la evolución.

a) La esperanza de vida en 1930 era de 50 años.

b) La década que ha sufrido mayor crecimiento fue la de 1940.

c) Excepto en la década de los 30 (coincidiendo con la Guerra Civil y la posguerra), la esperanza de vida ha aumentado debido al avance de la medicina, la tecnología...

11 **Estos histogramas corresponden a las estaturas de los componentes de dos escuelas de deporte: la de fútbol y la de baloncesto:**



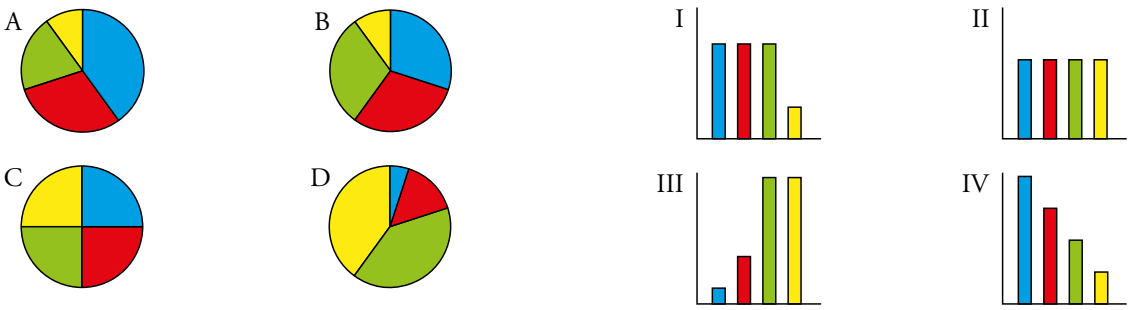
a) Indica a qué escuela corresponde cada uno e indica por qué.

b) Inventa un histograma para las estaturas de los 30 estudiantes de una clase de 1.° de ESO.

a) El histograma B corresponde a la escuela de baloncesto, pues los componentes del equipo son más altos, y el A a la escuela de fútbol porque las estaturas están más repartidas.

b) Respuesta abierta.

12 **Asocia a cada diagrama de sectores su correspondiente diagrama de barras:**



A → IV B → I C → II D → III

Parámetros estadísticos

13 ***A la pregunta: ¿cuántos hermanos y hermanas tienes?, efectuada en una clase de 20 estudiantes, se han obtenido las respuestas que tienes a la derecha. Calcular la media y la desviación media.***

Ejercicio resuelto.

14 **Dados los siguientes datos:**

1	1	2	1	2	1	2	4	1	3
2	1	1	2	3	2	2	3	4	1
1	3	1	4	1	1	2	1	1	1
1	1	2	1	1	2	1	4	4	3

a) Construye una tabla de frecuencias.

b) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
1	20	$\frac{20}{40} = 0{,}5$	50 %
2	10	$\frac{10}{40} = 0{,}25$	25 %
3	5	$\frac{5}{40} = 0{,}125$	12,5 %
4	5	$\frac{5}{40} = 0{,}125$	12,5 %
TOTAL	40	1	100 %

b) MEDIA = 1,875

MEDIANA = 1,5

MODA = 1

RECORRIDO = 3

Dm = 0,875

15 **Observa los resultados de lanzar un dado 40 veces.**

3	5	1	2	5	5	3	4	6	2
4	3	6	4	1	6	4	2	6	1
4	3	5	6	2	1	5	6	6	2
4	2	3	2	6	5	4	1	6	1

a) Haz una tabla de frecuencias absolutas, frecuencias relativas y porcentajes.

b) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de la distribución.

a)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
1	6	$\frac{6}{40} = 0{,}15$	15 %
2	7	$\frac{7}{40} = 0{,}175$	17,5 %
3	5	$\frac{5}{40} = 0{,}125$	12,5 %
4	7	$\frac{7}{40} = 0{,}175$	17,5 %
5	6	$\frac{6}{40} = 0{,}15$	15 %
6	9	$\frac{9}{40} = 0{,}225$	22,5 %
TOTAL	40	1	100 %

b) MEDIA = 3,675

MEDIANA = 4

MODA = 6

RECORRIDO = 5

Dm = 1,5575

Página 286

16 **Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media de estas distribuciones:**

a) **2, 4, 4, 41, 17, 13, 24**

b) **1, 3, 8, 9, 4, 1, 1, 7, 10, 10**

c) **1, 3, 5, 4, 2, 8, 9, 6, 10, 6**

d) **1, 2, 3, 4, 3, 2, 1**

e)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	0	0	1	1	6	15	9	4	3	0	1

f)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	9	6	1	1	0	1	1	1	1	7	12

a) MEDIA = 15
MEDIANA = 13
MODA = 4
RECORRIDO = 39
Dm = 10,57

b) MEDIA = 5,4
MEDIANA = 5,5
MODA = 1
RECORRIDO = 9
Dm = 3,4

c) MEDIA = 5,4
MEDIANA = 5,5
MODA = 6
RECORRIDO = 9
Dm = 2,4

d) MEDIA = 2,29
MEDIANA = 2
MODA = 1, 2 y 3
Es una distribución trimodal.
RECORRIDO = 3
Dm = 0,9

e) MEDIA = 5,5
MEDIANA = 5
MODA = 5
RECORRIDO = 10
Dm = 1,125

f) MEDIA = 5,5
MEDIANA = 7,5
MODA = 10
RECORRIDO = 10
Dm = 4,15

17 **Se ha hecho una encuesta a 40 funcionarios y funcionarias de la ONU sobre el número de continentes que han visitado en sus viajes de trabajo:**

1	1	2	1	2	1	2	4	1	3
2	1	1	2	3	2	2	3	4	1
1	3	1	4	1	1	2	1	1	1
1	1	2	1	1	2	1	4	4	3

a) Construye una tabla de frecuencias.

b) Halla la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a)

VALOR	FRECUENCIA
1	20
2	10
3	5
4	5
TOTAL	40

b) MEDIA = 1,875
MEDIANA = 1,5
MODA = 1
RECORRIDO = 3
Dm = 0,875

18 **Estas son las notas que una profesora ha puesto a sus estudiantes en su último examen:**

1	5	8	6	2	2	7	8	4	9
4	6	5	4	5	7	2	3	6	8
9	3	2	5	3	10	6	10	1	10
6	8	7	8	4	5	5	6	10	5

a) ¿Cómo es la variable, cuantitativa o cualitativa?

b) Recoge los datos en una tabla de frecuencias.

c) Elabora un diagrama de barras.

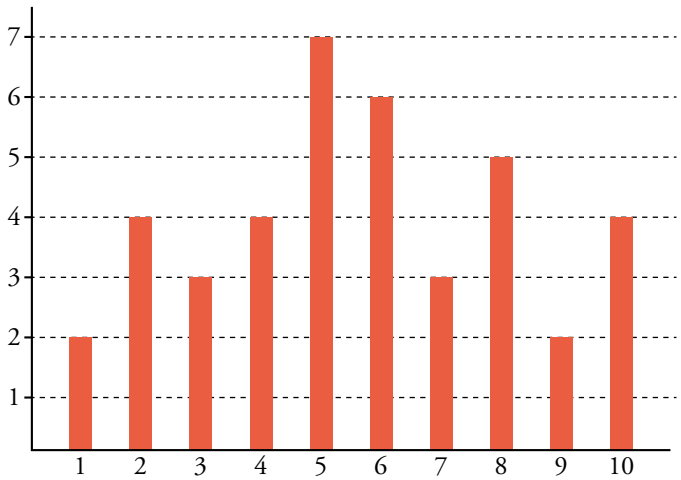
d) Halla la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a) La variable es cuantitativa.

b)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
1	2	$\frac{2}{40} = 0{,}05$	5 %
2	4	$\frac{4}{40} = 0{,}1$	10 %
3	3	$\frac{3}{40} = 0{,}075$	7,5 %
4	4	$\frac{4}{40} = 0{,}1$	10 %
5	7	$\frac{7}{40} = 0{,}175$	17,5 %
6	6	$\frac{6}{40} = 0{,}15$	15 %
7	3	$\frac{3}{40} = 0{,}075$	7,5 %
8	5	$\frac{5}{40} = 0{,}125$	12,5 %
9	2	$\frac{2}{40} = 0{,}05$	5 %
10	4	$\frac{4}{40} = 0{,}1$	10 %
TOTAL	40	1	100 %

c)



d) MEDIA = 5,625

MEDIANA = 5,5

MODA = 5

RECORRIDO = 9

Dm = 2,125

19 **En un colegio se ha preguntado a una muestra de 40 estudiantes de ESO por el deporte que más se ve en su casa en la televisión.**

a) ¿Por qué esta distribución no tiene ni media ni mediana?

b) ¿Cuál es la moda?

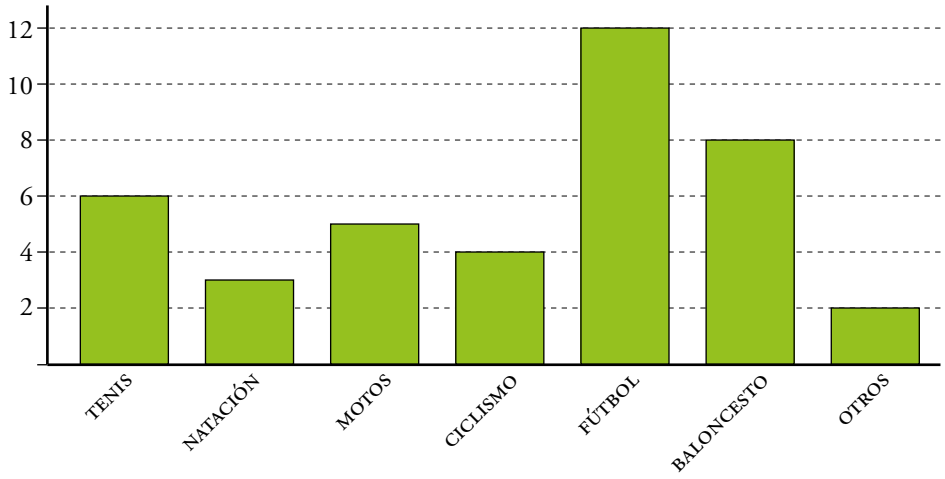
c) Representa estos datos en un diagrama de barras.

TENIS	6
NATACIÓN	3
MOTOS	5
CICLISMO	4
FÚTBOL	12
BALONCESTO	8
OTROS	2

a) Por ser una distribución cualitativa.

b) Fútbol.

c)



20 **Piensa y responde.**

a) La suma de seis números es 42. ¿Cuál es su media?

b) La suma de varios números es 45 y la media 5. ¿Cuántos números son?

c) La media de ocho números es 6. ¿Cuál es su suma?

a) $42 : 6 = 7$

La media es 7.

b) $45 : x = 5 \rightarrow x = 9$

Son 9 números.

c) $x : 8 = 6 \rightarrow x = 48$

La suma es 48.

21 **En una localidad se celebran elecciones la semana que viene. Se presentan cuatro partidos, A, B, C y D. Un periódico local toma una muestra de 50 personas para preguntarles por el partido que piensan votar, con los siguientes resultados:**

A A B C D	D D A C B
B C D A A	A D A C C
B C B A B	D C A C B
A A C B D	D D A A C
D A D B C	C D B A A

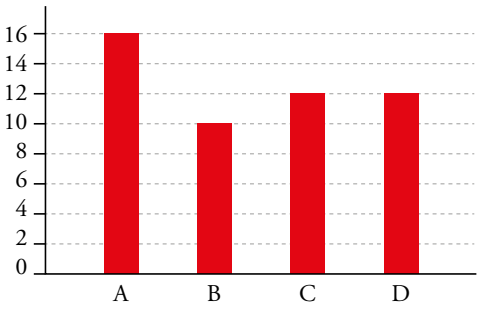
A continuación, puedes observar el recuento realizado que, debido a las prisas, contiene errores:

A → 𝍸 𝍸 𝍸 /
B → 𝍸 𝍸
C → 𝍸 𝍸 //
D → 𝍸 𝍸 //

A	16
B	10
C	11
D	13
	50

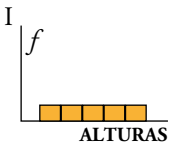
Corrige los errores y confecciona un diagrama de barras que refleje la intención de voto de los encuestados.

A	16
B	10
C	12
D	12
	50

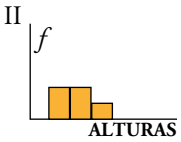


22 **Asocia cada grupo de personas con su diagrama de barras y con su media y desviación media:**

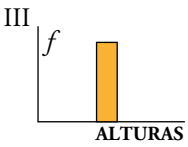
A



B



C



a) MEDIA = **165 cm;** ***Dm*** **= 10 cm**

b) MEDIA = **175 cm;** ***Dm*** **= 2 cm**

c) MEDIA = **175 cm;** ***Dm*** **= 15 cm**

A → III, b) B → I, c) C → II, a)

Página 287

Resuelve problemas

23 **¿Verdadero o falso?**

a) La media de un grupo de datos es 5. Si se multiplican todos los datos por 2, la media será 10.

b) Si la media de un conjunto de datos, A, es 10 y la de otro, B, es 20, entonces la media del conjunto formado por los elementos de A y de B es 15.

c) La afirmación anterior solo ocurre cuando ambos conjuntos tienen el mismo número de elementos.

d) Si la media de un conjunto de datos es 7 y se añade un elemento más cuyo valor es 7, entonces la media no varía.

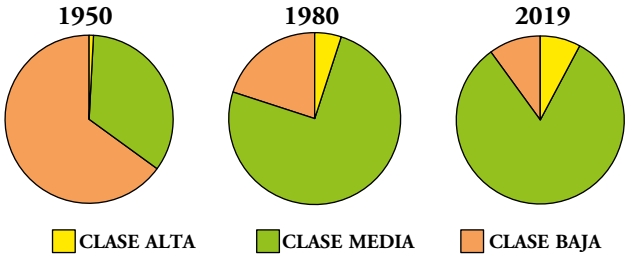
a) Verdadero.

b) Falso.

c) Verdadero.

d) Verdadero.

24 **La evolución de las clases sociales de un cierto país viene dada por estos tres diagramas de sectores:**



Explica cómo han evolucionado las clases sociales en el país a lo largo de estos últimos 69 años.

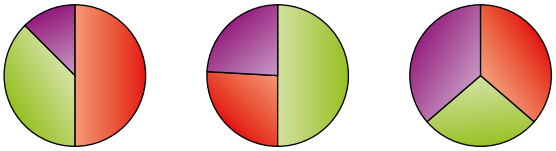
Durante los primeros 30 años se puede observar que la clase media prácticamente se ha duplicado, mientras que la clase baja ha disminuido considerablemente y la clase alta, que era casi inexistente, ha crecido un poco. En los siguientes 39 años, la clase media ha seguido creciendo (estando al final alrededor del 85 %), la clase alta también ha seguido creciendo a un ritmo más lento y la baja ha ido disminuyendo (estando estas dos sobre un 8 %).

25 **Se ha preguntado a 50 personas qué tipo de película prefieren. Las posibles respuestas son: Romántica (RO), Terror (TE), Comedia (CO), Aventuras (AV), *Thriller* (TH), Acción (AC), Otras (O).**

RO	TE	RO	TH	AC	AV	O	AC	TH	TE
TE	RO	CO	CO	TH	RO	TH	AC	O	AC
AC	AV	TE	O	TH	TE	AV	TH	AC	AC
TE	RO	RO	AV	TH	TH	AC	AC	CO	TE
RO	TE	RO	AV	TH	AC	O	TH	RO	RO

a) Según la encuesta, ¿qué porcentaje es mayor, el de las personas que prefieren películas románticas o el de las que prefieren de acción?

b) Agrupando por un lado las personas que prefieren Acción + *Thriller* + Aventuras, por otro las que prefieren Romántica + Comedia y por otro todas las demás, ¿cuál de estos gráficos refleja esa proporción?



a) El porcentaje es igual, el 20 %.

b) AC + TH + AV = 10 + 10 + 5 = 25

RO + CO = 10 + 3 = 13

Demás = 8 + 4 = 12

El segundo gráfico.

Problemas «+»

26 **La siguiente pregunta se ha incluido en una encuesta realizada en tres grupos diferentes de personas: jóvenes (menos de 35), mediana edad (35-65) y mayores (más de 65).**

¿Cuál de los siguientes medios de información es el que más utilizas?

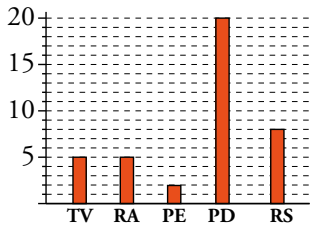
Televisión (TV) *Radio (RA)* *Prensa escrita (PE)*
Prensa digital (PD) *Redes sociales (RS)*

A continuación, puedes ver los resultados obtenidos en los tres grupos, cada uno en distinto grado de elaboración: recuento, diagrama de barras y recolección de datos.

A: ?

TV	𝍸 𝍸 𝍸 ///
RA	𝍸 𝍸
PE	𝍸 𝍸
PD	/
RS	/

B: ?



C: ?

PE TV RA TV RA TV RA PE
TV PE PD RS PE PD PD PD
PD RA TV TV TV PE PE TV
TV TV PE PE RA RA PD TV
PE TV TV RA TV PE TV RA

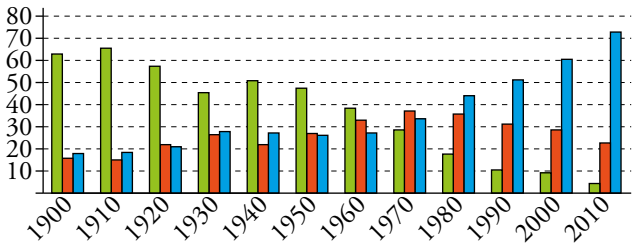
Pero, por un error informático, se han perdido las cabeceras y no sabemos a qué grupo pertenece cada paquete de información. ¿Podrías averiguarlo? Justifica tu respuesta.

A: MAYORES DE 65 AÑOS, porque son los que más suelen ver la televisión, escuchar la radio y leer prensa escrita, y en cambio usan menos la prensa digital y las redes sociales.

B: JÓVENES, porque son los que más leen prensa digital y usan las redes sociales.

C: MEDIANA EDAD, porque suelen ser los que más leen tanto prensa escrita como digital.

27 **Observa la evolución por sectores (agricultura, industria y servicios) de la población activa de 1900 a 2010.**

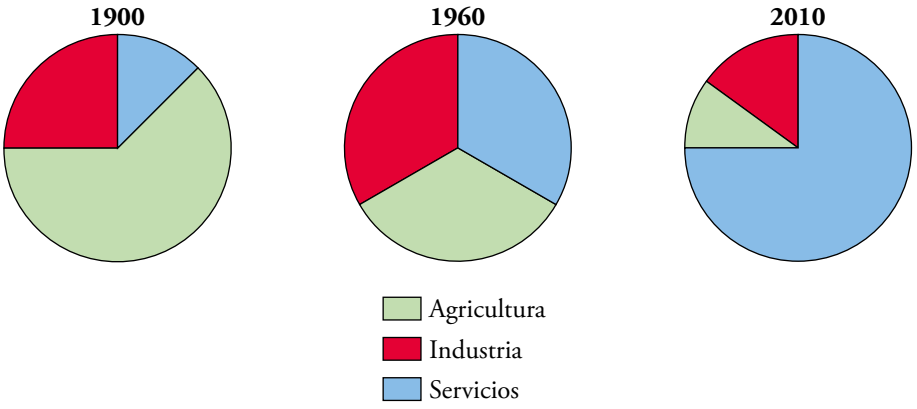


a) Describe cómo ha ido evolucionando cada sector e interpreta por qué se ha evolucionado de esta forma.

b) Realiza un boceto aproximado de los diagramas de sectores de los años 1900, 1960 y 2010.

a) La agricultura ha ido desapareciendo con los años. La industria creció hasta los años setenta; después, empezó a descender. El sector servicios ha ido creciendo.

b)

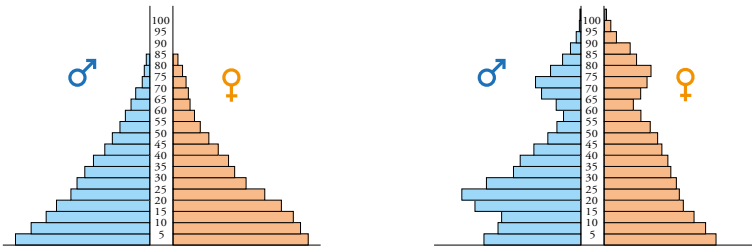


Página 288

LEE E INFÓRMATE

Pirámides de población

- **Estas son las pirámides de población de dos localidades de unos 10 000 habitantes cada una. Una de ellas tiene un cuartel militar y una residencia de mayores; la otra es una nueva ciudad dormitorio con parejas jóvenes con hijas e hijos. ¿Qué histograma corresponde a cada una? Explícalo.**



La pirámide de la derecha tiene más población adulta y menos niños. Por tanto, la pirámide de la izquierda es la que corresponde a la localidad formada por parejas jóvenes con hijos, pues hay muchos niños y no hay casi personas de más de 70 años.

INVESTIGA

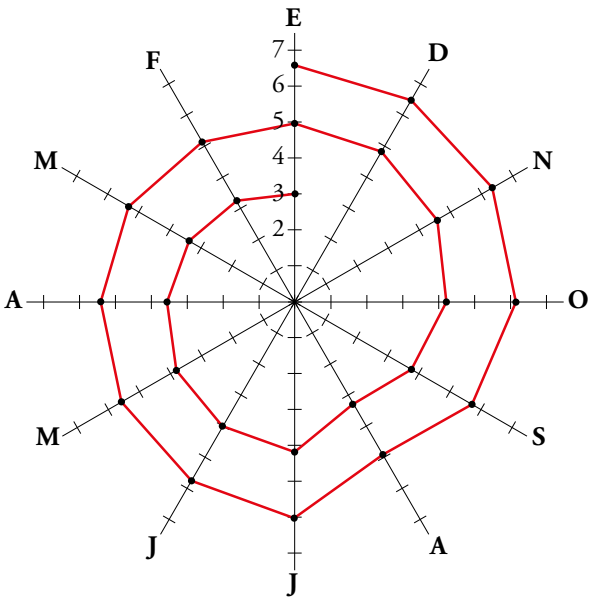
Gráfico en espiral

Unai, un chico fuerte con buenas condiciones físicas, acaba de apuntarse a atletismo. La entrenadora cree que puede hacer de él un buen saltador de longitud.

Cada mes anota su mejor marca personal y después de dos años vuelca todos los datos en este gráfico en espiral.

a) ¿Cuál fue su primera marca? ¿Y la última?

b) Todos los años se toma 20 días de descanso. ¿En qué mes crees que lo hace?



En los estudios estadísticos es cada vez más común ver este tipo de gráficos.

Con él se aprecia muy bien la evolución del crecimiento de una variable a lo largo de los años, de los días… de forma periódica.

a) Su primera marca fue de 3 metros, y la última, de 6,5 metros.

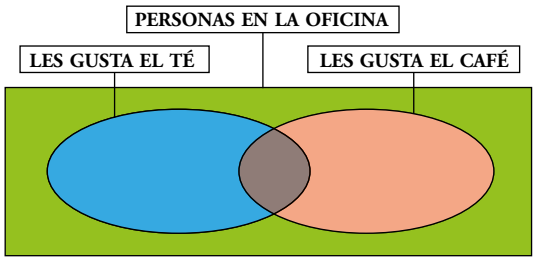
b) En julio.

Página 289

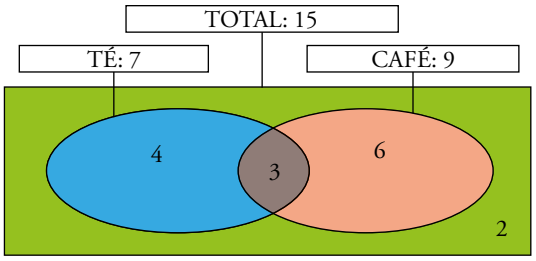
ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Haz un esquema

- **De las 15 personas que trabajan en una oficina hay 9 a las que les gusta el café y 7 a las que les gusta el té. También sabemos que hay 3 personas a las que les gustan ambos productos. ¿A cuántas personas de esa oficina no les gusta ni el café ni el té?**

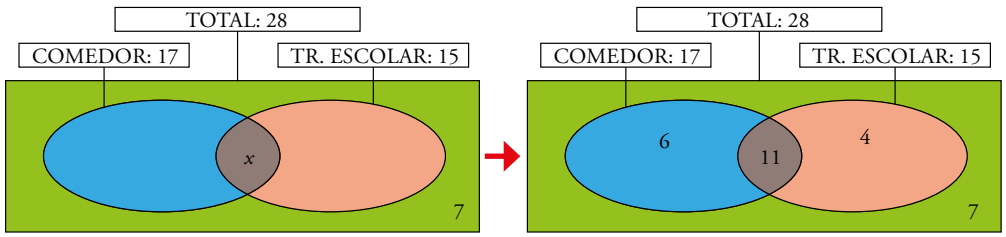


No les gusta ni el café ni el té a 2 personas.



- **De los 28 alumnos y alumnas de una clase, 17 están apuntados al comedor, 15 al transporte escolar y 7 no usan ninguno de los dos servicios. ¿Cuántos usan el autobús y el comedor?**

Usan ambos servicios 11 alumnos y alumnas.



$17 + x + 15 + 7 = 28 \rightarrow x = 11$

AUTOEVALUACIÓN

1 **Indica cuáles son variables cualitativas, y cuáles, cuantitativas:**

a) Color de zapatos o zapatillas.

b) Talla de calzado.

c) Resultado de un partido en la quiniela (1, X, 2).

d) Tiempo en recorrer cierta distancia.

e) Nota que sacas en un examen (del 0 al 10).

f) Nota final de evaluación (INSUFICIENTE, SUFICIENTE, BIEN, NOTABLE, SOBRESALIENTE).

a) Cualitativa. b) Cuantitativa. c) Cualitativa.

d) Cuantitativa. e) Cuantitativa. f) Cualitativa.

2 **Este es el recuento de los resultados de una encuesta sobre *la fruta que más sueles comer en esta época del año*.**

a) Haz una tabla con las frecuencias absolutas.

b) ¿Cuál es la moda?

a)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA
Naranjas	12
Uvas	6
Manzanas	9
Mandarinas	13
Kiwis	7
Otros	3
TOTAL	50

b) La moda son las mandarinas.

3 **Las 40 personas del equipo de tiro con arco realizan una competición. Estos son los resultados del número de dianas que ha conseguido cada uno:**

3	2	5	2	0	2	5	3	2	2
2	1	2	3	4	4	3	5	2	1
2	3	2	1	4	5	2	2	3	1
2	3	0	3	0	2	0	2	3	5

a) Construye una tabla con las frecuencias absolutas, frecuencias relativas y porcentajes.

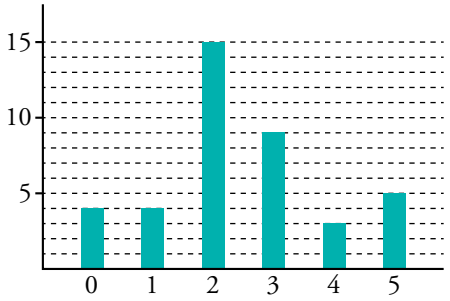
b) Representa los datos en un diagrama de barras.

c) Calcula la media, la mediana, la moda, el recorrido y la desviación media.

a)

VALOR	FRECUENCIA ABSOLUTA	FRECUENCIA RELATIVA	PORCENTAJE
0	4	$\frac{4}{40} = 0{,}1$	10 %
1	4	$\frac{4}{40} = 0{,}1$	10 %
2	15	$\frac{15}{40} = 0{,}375$	37,5 %
3	9	$\frac{9}{40} = 0{,}225$	22,5 %
4	3	$\frac{3}{40} = 0{,}075$	7,5 %
5	5	$\frac{5}{40} = 0{,}125$	12,5 %
TOTAL	40	1	100 %

b)



c) MEDIA $= \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 15 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 5}{40} = 2{,}45$

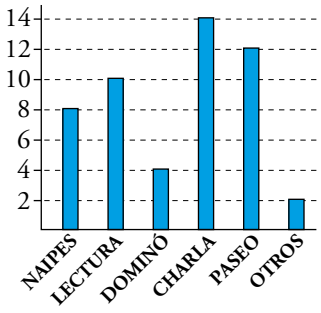
MEDIANA $= 2$

MODA $= 2$

RECORRIDO $= 5 - 0 = 5$

$Dm = \frac{4 \cdot 2{,}45 + 1{,}45 \cdot 4 + 0{,}45 \cdot 15 + 0{,}55 \cdot 9 + 1{,}55 \cdot 3 + 2{,}55 \cdot 5}{40} = 1{,}1175$

4 **Este diagrama de barras muestra lo que más les gusta hacer a un grupo de personas jubiladas en su tiempo libre.**



a) ¿Cuál es la actividad preferida?

b) ¿Cuántos quieren jugar a los naipes? ¿Y leer?

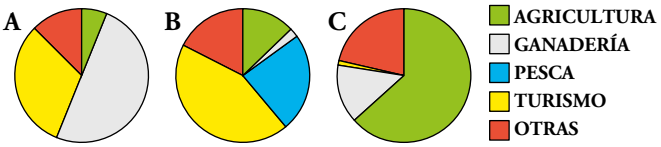
c) ¿Cuántas personas han sido encuestadas?

a) La actividad preferida es charlar.

b) Ocho quieren jugar a los naipes y 10 quieren leer.

c) Han sido encuestadas 50 personas.

5 **En un estudio sobre la actividad económica de tres pueblos se han obtenido estos datos: uno de la costa, otro de un valle del interior y otro de montaña.**



a) ¿A qué pueblo pertenece cada diagrama?

b) Haz una estimación, en porcentaje, del peso del turismo en cada uno.

c) Construye un diagrama de sectores con los datos recogidos en una muestra relativa a una cuarta población:

G A T O A	A G A T A
G A A G O	A G G A A
O G T A A	A A A A T
A O G A O	A G A G T

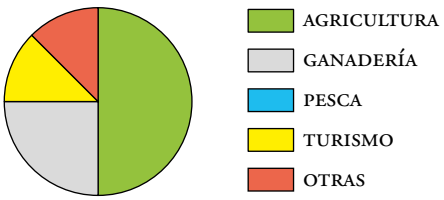
a) A: Pueblo de montaña

B: Pueblo de costa

C: Pueblo del interior

b) A: 30 % B: 48 % C: 5 %

c)



16 AZAR Y PROBABILIDAD

Página 290

1 **Si lanzamos una taba, ¿por cuál de las cuatro posiciones apostarías?**

Un taba es un instrumento irregular, por lo que habría que lanzarla muchas veces para poder hacer una estimación de la probabilidad de obtener cada posición.

2 **¿Te parecería razonable pensar que todas tienen las mismas posibilidades? En caso negativo, ¿cuál te parece menos probable?**

No son igual de probables. Las menos probables son las que no tienen bases planas y son más pequeñas.

3 **Lanzamos un dado del parchís. ¿Qué crees que es más probable, que salga un 5 o que salga un 1? ¿Te parece razonable asignar la misma probabilidad a las seis caras?**

Es igualmente probable; la probabilidad de un dado correcto es igual para cada una de sus caras. Por tanto, es razonable asignar la misma probabilidad a las seis caras.

4 **Ricardo apuesta en un juego con un dado:**

- **Dice uno de los seis números y pone una ficha.**
- **Si sale ese número, se lleva cinco fichas (la suya y otras cuatro).**
- **Si no sale, pierde la ficha.**

¿Es equitativo?

No es equitativo. Si atendemos a las probabilidades, va a ganar una de cada seis veces que juega. En cinco de ellas pierde cinco fichas y en la que acierta, gana cuatro fichas; por tanto, por término medio pierde una ficha por cada seis partidas.

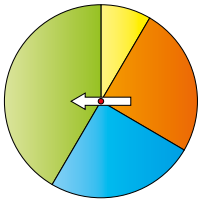
Página 291

5 **Reflexiona sobre esas cuestiones:**

a) Pon ejemplos de sucesos muy poco probables y de otros muy probables.

b) Di dos sucesos igualmente probables.

c) Si en el siguiente disco hacemos girar la flecha, puede parar en el verde (V), en el amarillo (Am), en el azul (Az) o en el naranja (N). ¿Cuál de dichos sucesos es más probable? ¿Cuál es menos probable?



d) De entre los sucesos anteriores, ¿hay dos que sean igualmente probables?

a) Respuesta abierta. Por ejemplo; en el lanzamiento de un dado, es muy probable que salga un número mayor que 1 y poco probable que salga un 3.

b) Respuesta abierta. Por ejemplo; en la extracción de una carta de una baraja de cartas es igual de probable obtener oros que espadas.

c) Es más probable que caiga en verde y menos probable que caiga en amarillo.

d) Los sucesos naranja y azul son igual de probables.

6 **Antonio, Berta y Carlos juegan con dos monedas. Si salen dos caras, gana Carlos; si salen dos cruces, gana Antonio, y si salen una cara y una cruz, gana Berta. ¿Hay alguno que tenga ventaja o es un juego equitativo? Argumenta tu respuesta.**

C, C } CARLOS C, + } BERTA +, + } ANTONIO

Al jugar con dos monedas, las posibilidades que se dan son {CC, C+, +C, ++}. Entonces, es evidente que tiene más ventaja Berta, puesto que, tiene dos posibilidades de ganar de las cuatro que existen.

1 SUCESOS ALEATORIOS

Página 292

Para fijar ideas

1 **En cada una de las experiencias descritas arriba, di cuáles son todos los posibles resultados que se pueden obtener. Por ejemplo:**

- **Lanzar una chincheta: de pie y tumbada.**
- **Personas en el paso de cebra: 0, 1, 2, 3…**

Sigue tú:

a) Puntuación obtenida al lanzar el dado de seis caras.

b) Color de la bola extraída del bombo.

c) Número de caras al lanzar tres monedas.

d) ¿Parará un coche azul cuando se cierre el semáforo?

a) 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

b) Rojo, verde, azul y amarillo.

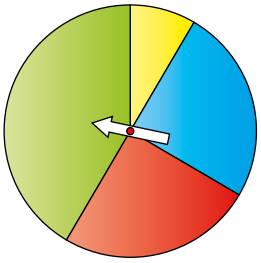
c) 0, 1, 2 y 3.

d) Sí y no.

Página 293

Para fijar ideas

2 **Al hacer girar la ruleta, la flecha puede caer en rojo (R), azul (Az), amarillo (Am) o verde (V), pero no puede caer en negro (N).**



Haz corresponder estos sucesos en tu cuaderno:

a) Suceso seguro	**I {N}**
b) Azul o verde	**II {Az, V, R}**
c) No amarillo	**III {V, R, Am, Az}**
d) Ni amarillo ni azul	**IV {R, V}**
e) Suceso imposible	**V {Az, V}**

a → III

b → V

c → II

d → IV

e → I

Para practicar

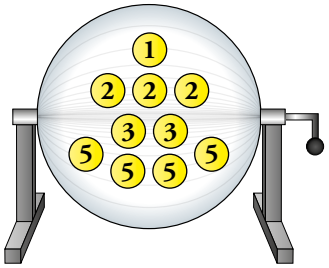
1 **Experiencia: «Extraer una bola del bombo».**

a) ¿Cuáles son los casos?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Escribe los siguientes sucesos:

- **«Mayor que 1»**
- **«Mayor que 3 y menor que 5»**
- **«Par»**
- **«Suceso seguro»**



a) 1, 2, 3 y 5.

b) $E = \{1, 2, 3, 5\}$

c) «Mayor que 1» = {2, 3, 5}

«Mayor que 3 y menor que 5» = imposible

«Par» = {2}

«Suceso seguro» = {1, 2, 3, 5}

2 PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Página 294

Para fijar ideas

1 **Copia y completa con POCO PROBABLE, MUY PROBABLE, IGUAL DE PROBABLE, SEGURO o IMPOSIBLE.**

a) Al extraer una carta de la baraja es … que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es … que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es … que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es … que salga cara o cruz.

a) Al extraer una carta de la baraja es POCO PROBABLE que salga el as de oros.

b) Al lanzar un dado es MUY PROBABLE que salga un número mayor que 1.

c) Al lanzar un dado es IMPOSIBLE que salga un número mayor que 6.

d) Al lanzar una moneda es SEGURO que saldrá cara o cruz.

e) Al lanzar una moneda es IGUAL DE PROBABLE que salga cara o que salga cruz.

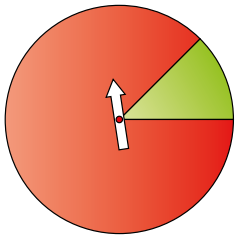
Para practicar

1 **En la ruleta de la derecha hacemos girar la flecha y nos fijamos en el color que señala.**

a) ¿Cómo de probable es sacar rojo? ¿Y azul?

b) ¿Cómo de probable es que no sea amarillo?

c) ¿Cómo de probable es sacar verde?



a) Es muy probable sacar rojo e imposible sacar azul.

b) Es seguro que no sea amarillo.

c) Es muy poco probable sacar verde.

Página 295

Para practicar

2 **Explica por qué se puede asignar probabilidades a las caras de un dado, sin necesidad de hacer pruebas y, sin embargo, es necesario experimentar para asignar las de las cuatro caras de la taba.**

Un dado correcto es un instrumento regular que tiene 6 casos con la misma probabilidad de salir. Por eso, no hace falta experimentar para asignar probabilidades a cada una de sus caras.

3 ASIGNACIÓN DE PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS REGULARES

Página 296

Para fijar ideas

1 **Copia y completa, como en el primer caso, las siguientes experiencias aleatorias.**

a) Voy a extraer una bola de un bombo que contiene 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9. ¿Qué probabilidad tiene de salir cada número?

$$P[0] = P[1] = \ldots = P[9] = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

b) Tengo una papeleta de una rifa con 100 números, del 0 al 99. ¿Cuál es la probabilidad de que me toque?

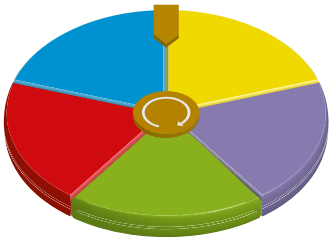
$$P[\text{MI PALETA}] = \frac{1}{100} = \ldots$$

c) Ha llegado una compañera nueva a clase. ¿Qué probabilidad hay de que su cumpleaños coincida con el mío, que es el 5 de mayo?

$$P[\text{5 DE MAYO}] = \frac{1}{\square} \approx \ldots$$

Para practicar

1 **¿Cuál es la probabilidad de que caiga en el color rojo al hacer girar la ruleta?**



$P[\text{ROJO}] = \frac{1}{5}$

2 **Si elegimos al azar una entre las 28 fichas de dominó, ¿cuál es la probabilidad de que sea el 6 doble?**

$P[\text{6 DOBLE}] = \frac{1}{28}$

3 **Mi signo del zodiaco es leo. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona que va sentada a mi lado en el autobús sea también leo?**

$P[\text{LEO}] = \frac{1}{12}$

4 **¿Cuál es la probabilidad de extraer el as de bastos de una baraja española? ¿Y el rey de copas?**

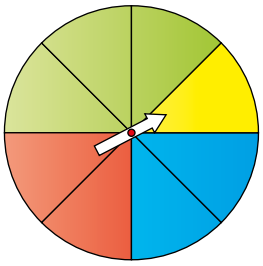
$P[\text{AS DE BASTOS}] = \frac{1}{40}$ $P[\text{REY DE COPAS}] = \frac{1}{40}$

Página 297

Para fijar ideas

2 **Observa, copia y completa en tu cuaderno.**

La probabilidad de obtener cada color al hacer girar la aguja de la ruleta es:



$\boldsymbol{P[\text{VERDE}] = \frac{3}{8}}$ $\boldsymbol{P[\text{ROJO}] = \frac{2}{8} = \frac{\square}{4}}$

$\boldsymbol{P[\text{AMARILLO}] = \frac{\square}{8}}$ $\boldsymbol{P[\text{AZUL}] = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}}$

$P[\text{ROJO}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $P[\text{AMARILLO}] = \frac{1}{8}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Para practicar

5 **De una baraja de 40 naipes se va a extraer uno al azar.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar un rey? (Recuerda que la baraja tiene 4 reyes).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que salga un basto?

a) $P[\text{REY}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

6 **Extraemos al azar una bola de esta bolsa. Calcula la probabilidad de que sea de cada uno de los colores.**

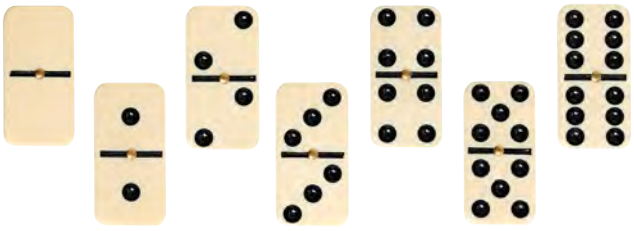
$P[\text{NARANJA}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $P[\text{VERDE}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NEGRA}] = \frac{1}{12}$ $P[\text{ROJO}] = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

7 **Tenemos las 28 fichas de un juego de dominó, boca abajo, sobre el tablero de la mesa.**

a) ¿Cuántas de ellas son dobles?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que al volver una sea doble?



a) Siete son dobles.

b) La probabilidad de que sea doble es de $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$.

4 ALGUNAS ESTRATEGIAS PARA EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Página 299

Para fijar ideas

1 **El menú del día de cierto restaurante ofrece, como primer plato, Lentejas (L), Acelgas (A) o Ensalada (E). Como segundo plato, Filete (F) o Pescadilla (P). Y de postre, Tarta de queso (T) o Naranja (N).**

a) Construye en tu cuaderno un diagrama en árbol que refleje todas las opciones del menú.

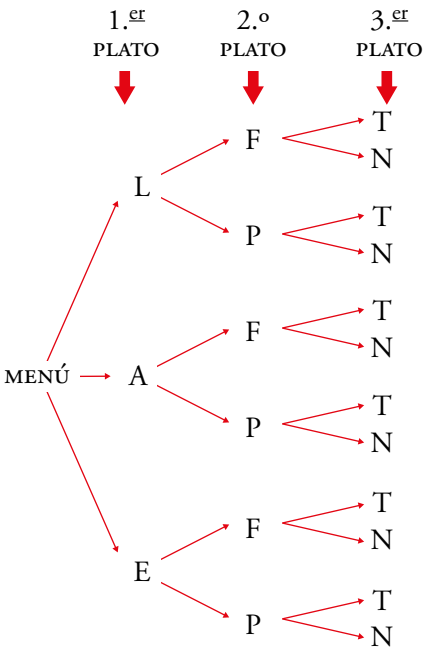
Total de opciones → 3 × 2 × … = …

b) Si un cliente elige un menú, al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tome una verdura (acelgas o ensalada), un filete y un postre?

Opciones favorables (verdura + filete + postre) → …

$$P[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \frac{\text{opciones favorables}}{\text{total de opciones}} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

a)



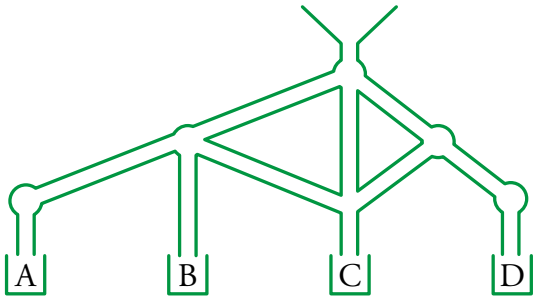
Total de opciones → $3 \times 2 \times 2 = 12$

b) $P[\text{VERDURA + FILETE + POSTRE}] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

2 **Supón que lanzamos 18 perdigones en el embudo del siguiente aparato que los reparte de forma equitativa.**

NOTA: ¿Por qué 18? Porque el primer distribuidor tiene tres salidas (3), una de ellas con tres ramas (3) y otra con dos (2). → $3 \times 3 \times 2 = 18$

a) Teóricamente, ¿cuántos caerán en cada depósito?

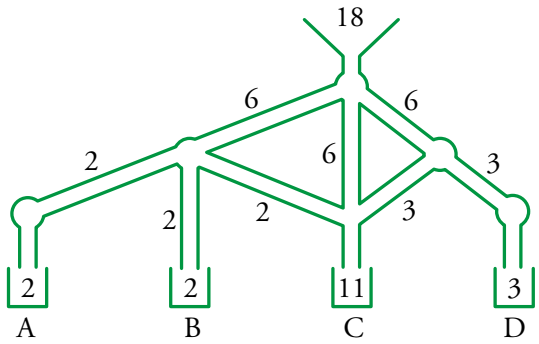


En A → … En B → …
En C → … En D → …

b) A la vista de los resultados anteriores, si lanzamos un solo perdigón, ¿cuál será la probabilidad de que caiga en el depósito A? ¿Y de que caiga en el C? ¿Y en D?

$$P[\text{A}] = \frac{\square}{\mathbf{18}} = \frac{\square}{\square} \qquad P[\text{C}] = \frac{\square}{\square} \qquad P[\text{D}] = \frac{\square}{\square}$$

a)



En A → 2 En B → 2 En C → 11 En D → 3

b) $P[\text{A}] = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ $P[\text{C}] = \frac{11}{18}$ $P[\text{D}] = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$

3 **Los estudiantes de un centro que se quedan a realizar actividades deportivas se distribuyen así:**

	FÚTBOL	NATACIÓN	TENIS
PRIMARIA	14	7	4
SECUNDARIA	16	4	15

Si elegimos uno al azar, calcula estas probabilidades:

a) Sea de Primaria. → P [PRIMARIA] = $\frac{\square}{\square}$

b) Sea de Primaria y juegue al tenis. → P [PRIMARIA Y TENIS] = $\frac{\square}{\square}$

c) Practique el tenis, sabiendo que es de Secundaria. → …

$P[\text{PRIMARIA}] = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

$P[\text{PRIMARIA y TENIS}] = \frac{4}{25}$

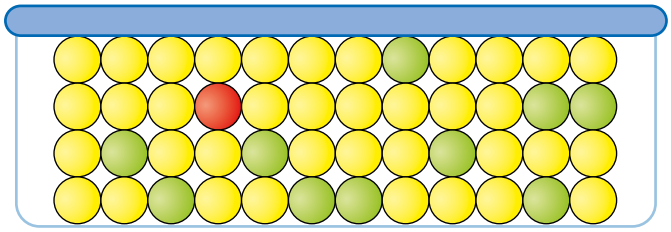
$P[\text{SECUNDARIA y TENIS}] = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

Página 300

Ejercicios y problemas

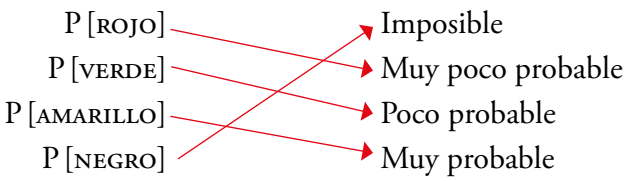
Muy probable, poco probable

1 **Tenemos una urna como esta:**



Removemos y extraemos una bola al azar. Copia y asocia con flechas en tu cuaderno:

P **[ROJO]**	**Imposible**
P **[VERDE]**	**Muy poco probable**
P **[AMARILLO]**	**Poco probable**
P **[NEGRO]**	**Muy probable**

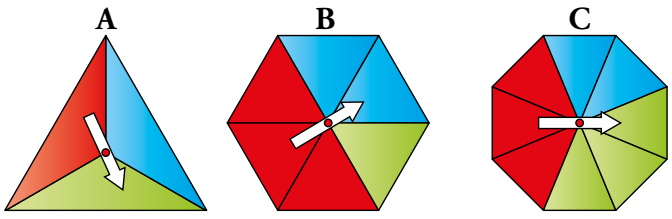


2 **¿En cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?**

Es más probable sacar bola roja en la bolsa I, puesto que tiene probabilidad $\frac{2}{3} = 0{,}66\ldots$

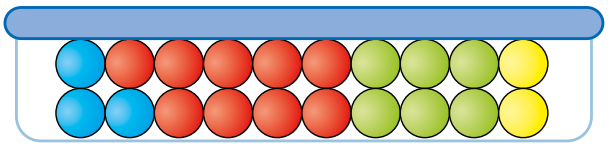
En las otras bolsas, la probabilidad de sacar bola roja es más baja.

3 **¿En cuál de las siguientes ruletas es más difícil obtener color azul?**



Es más difícil obtener color azul en la tercera ruleta, puesto que ocupa menos de un tercio, $\frac{2}{7}$ de la ruleta.

4 **Al extraer una bola al azar de esta urna, ordena los colores de más probable a menos probable de obtener:**



Ordenando los colores de más probable a menos probable obtenemos: rojo, verde, azul y amarillo.

5 **Imagina que extraes una carta de una baraja de 40 naipes. Escribe un suceso que sea IMPOSIBLE; otro que sea POCO PROBABLE; otro, MUY PROBABLE, y uno que sea SEGURO.**

Respuesta abierta; por ejemplo:

Suceso IMPOSIBLE → Sacar un comodín.

Suceso POCO PROBABLE → Sacar el as de espadas.

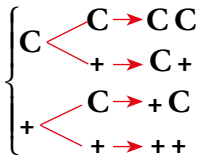
Suceso MUY PROBABLE → Sacar número mayor que 1.

Suceso SEGURO → Sacar una carta que sea oros, copas, bastos o espadas.

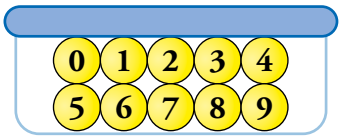
Espacio muestral. Sucesos

6 **Indica el espacio muestral en cada una de estas experiencias aleatorias:**

a) Lanzar dos monedas y contar el número de cruces.

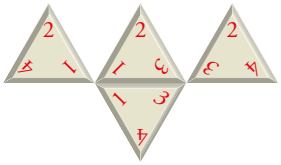


b) Sacar una bola de esta urna y ver qué número se obtiene.



c) Sacar una moneda del bolsillo y observar su valor.

d) Tirar un dado con forma de tetraedro y ver el número que has obtenido.



¿En cuáles de las experiencias de los apartados anteriores los casos no tienen la misma probabilidad?

a) $E = \{0, 1, 2\}$

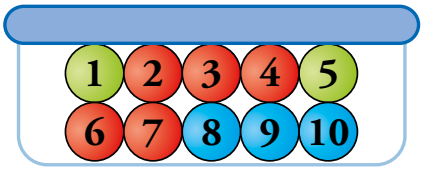
b) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

c) $E = \{1$ cent., 2 cts., 5 cts., 10 cts., 20 cts., 50 cts., 1 €, 2 €$\}$

d) $E = \{1, 2, 3, 4\}$

Los casos que no tienen la misma probabilidad de salir son los del apartado c.

7 **Extraemos una ficha al azar de la siguiente urna y anotamos su número:**



a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?

b) Describe los siguientes sucesos:

A = ROJA **B = VERDE**

C = PAR **D = MENOR QUE 4**

E = VERDE Y PAR **F = MENOR QUE 1**

Denominamos: V → verde; R → rojo; Az → azul.

a) E = {1V, 2R, 3R, 4R, 5V, 6R, 7R, 8Az, 9Az, 10Az}

Tiene 10 casos.

b) A = {2R, 3R, 4R, 6R, 7R} B = {1V, 5V}

C = {2R, 4R, 6R, 8Az, 10Az} D = {1V, 2R, 3R}

E = No hay ningún caso. F = No hay ningún caso.

8 **Una experiencia consiste en lanzar un dado y, después, lanzar una moneda. Los casos son: (1 y C); (1 y +); (2 y C); (2 y +); …; (6 y C); (6 y +).**

a) Escribe el espacio muestral (son 12 casos).

b) El suceso «Sacar número mayor que 5 y cara» solo tiene un caso: (6 y C).

Describe el suceso «Sacar número par y cara» enumerando todos sus casos.

c) Enumera los casos del suceso «Sacar cualquier número y cruz».

a) E = {1C, 1+, 2C, 2+, 3C, 3+, 4C, 4+, 5C, 5+, 6C, 6+}

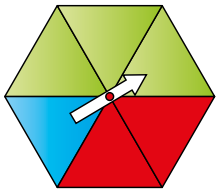
b) El suceso par y cara está formado por 3 casos: {2C, 4C, 6C}.

c) El suceso cualquier número y cruz tiene 6 casos: {1+, 2+, 3+, 4+, 5+, 6+}.

Página 301

Cálculo de probabilidades en experiencias regulares

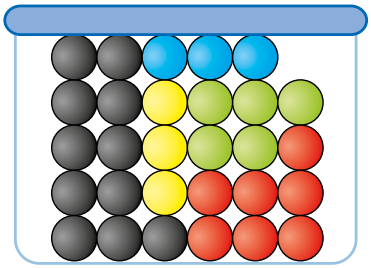
9 **¿Cuál es la probabilidad de obtener cada uno de los colores? Razónalo.**



La ruleta es un hexágono regular dividido en 6 partes iguales, de las cuales, 3 de ellas son verdes, 1 azul y las otras dos son rojas. Por tanto:

$P[\text{VERDE}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P[\text{AZUL}] = \frac{1}{6}$ $P[\text{ROJO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

10 **Se extrae una bola al azar de una urna como la siguiente:**



Indica la probabilidad de que:

a) Sea roja.

a) $P[\text{ROJA}] = \frac{7}{29}$

b) No sea negra.

b) $P[\text{NEGRA}] = \frac{11}{29}$

11 **Extraemos una carta de una baraja española de 40 naipes. Calcula la probabilidad de:**

a) Que la carta sea de bastos.

b) Que la carta no sea un as.

c) Que la carta no sea una figura.

d) Que la carta sea un as o una figura.

a) $P[\text{BASTOS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{NO SEA AS}] = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$

c) $P[\text{FIGURA}] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

d) $P[\text{AS O FIGURA}] = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

12 **Calcula las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado de seis caras:**

a) El resultado es múltiplo de 3.

b) El resultado es múltiplo de 2.

c) El resultado es mayor que 1.

d) El resultado es menor que 5.

e) El resultado es menor que 1.

a) $P[\text{MÚLTIPLO DE 3}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P[\text{MÚLTIPLO DE 2}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) $P[\text{MAYOR QUE 1}] = \frac{5}{6}$

d) $P[\text{MENOR QUE 5}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

e) $P[\text{MENOR QUE 1}] = 0$

13 **Sin mirar, doy vueltas a las manecillas de un reloj. Calcula la probabilidad de que la hora que haya puesto sea:**

a) Entre las 3 y las 4.

b) Antes de las 3.

c) Más tarde de las 10.

d) Antes de las 6.

a) $P[\text{ENTRE LAS 3 Y LAS 4}] = \frac{1}{12}$

b) $P[\text{ANTES DE LAS 3}] = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

c) $P[\text{MÁS TARDE DE LAS 10}] = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

d) $P[\text{ANTES DE LAS 6}] = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

14 **Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe dónde se encuentran 10 de ellas.**

a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?

b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a voleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

a) La probabilidad de que sitúe una bien es $P = \frac{10}{17}$.

b) La probabilidad de que acierte a voleo es $P = \frac{1}{7}$.

Cálculo de probabilidades en experiencias irregulares

15 **De las 823 veces que he lanzado la taba que ves en la foto, en 185 ocasiones ha caído de esta forma:**

¿Qué probabilidad puede asignarse a que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de esta forma?

La probabilidad de que en el próximo lanzamiento la taba vuelva a caer de la misma forma es $P = \frac{185}{823}$.

16 **Lanzamos 1 000 veces una chincheta, obteniendo en 368 ocasiones la punta hacia arriba. ¿Qué probabilidad se puede asignar a que al volver a lanzarla caiga tumbada?**

Hemos tirado la chincheta 1 000 veces y en 368 ocasiones ha caído con la punta hacia arriba; entonces, en 632 ocasiones ha caído tumbada.

Por tanto, la probabilidad de que la chincheta caiga tumbada la próxima vez que la lance es $P = \frac{632}{1000} = \frac{79}{125}$.

17 **Observando a un jugador de baloncesto, hemos contado 187 canastas y 85 fallos. ¿Qué probabilidad le asignaremos al suceso «Acertará el próximo lanzamiento»?**

El jugador de baloncesto ha tirado a canasta 272 veces.

Por tanto, $P[\text{ACERTAR EN EL PRÓXIMO LANZAMIENTO}] = \frac{187}{272}$.

18 **En una cierta región, el 15 % de los habitantes padecen una alergia, y de estos, el 60 % tienen alergia al polen. ¿Qué probabilidad podemos asignar a que tomando una persona al azar no tenga alergia al polen?**

En esa región, sabemos que el 15 % de los habitantes padece de alergia, y de estos, el 60 % tienen alergia al polen.

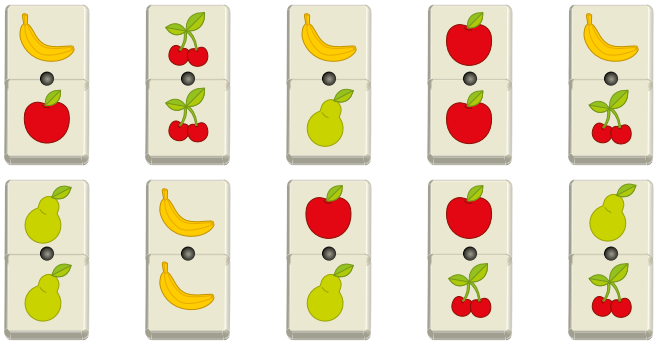
Esto quiere decir que $\frac{15}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{9}{100} = 9\,\%$ de la población tiene alergia al polen.

Por tanto $1 - \frac{9}{100} = \frac{91}{100} = 91\,\%$ de la población de esa región no tiene alergia al polen.

Página 302

Resuelve problemas

19 **Un juego parecido al dominó está formado por las siguientes piezas:**



Las echamos a una bolsa y sacamos una al azar.

a) ¿Es una experiencia regular? ¿Por qué?

b) Escribe el espacio muestral.

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar PERA/MANZANA?

a) Sí es una experiencia regular, pues es igual de probable sacar cualquier ficha.

b) P → Plátano M → Manzana E → Pera C → Cereza

E = {P-M, C-C, P-E, M-M, P-C, E-E, P-P, M-E, M-C, E-C}

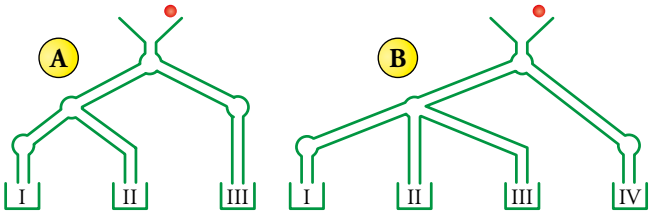
c) La probabilidad de sacar PERA/MANZANA es $\frac{1}{10}$.

20 ***Del dominó de la actividad anterior, ponemos sobre la mesa la ficha PLÁTANO/PERA y las demás las metemos en una bolsa. Extraemo una ficha al azar.***

¿Cuál es la probabilidad de que esa nueva ficha, según las reglas del dominó, pueda encadenarse con la que está sobre la mesa?

Problema resuelto.

21 **Observa estos aparatos. ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente de A? ¿Y en cada recipiente de B?**



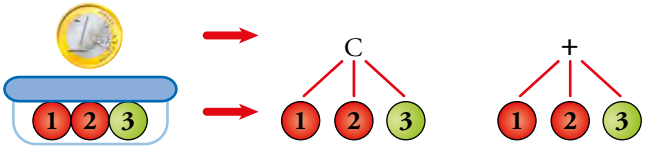
En el caso de A, si tiramos 8 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{2}{8}$ $P[\text{II}] = \frac{2}{8}$ $P[\text{III}] = \frac{4}{8}$

En el caso de B, si tiramos 12 bolas:

$P[\text{I}] = \frac{2}{12}$ $P[\text{II}] = \frac{2}{12}$ $P[\text{III}] = \frac{2}{12}$ $P[\text{IV}] = \frac{6}{12}$

22 **Lanzamos una moneda y tomamos al azar una bola de la urna.**



a) Escribe el espacio muestral.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea roja?

c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara y bola roja?

a) $E = \{\text{C1R, C2R, C3V, +1R, +2R, +3V}\}$

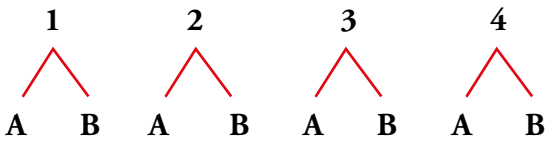
b) $P[\text{ROJA}] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

c) $P[\text{CARA y ROJA}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

23 **En mi maleta tengo 4 camisetas y 2 pantalones:**

Tengo que salir de madrugada y no quiero dar la luz para no despertar a los que duermen en la habitación, por lo que cojo a oscuras, al azar, una camiseta y un pantalón.

a) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?



¿Cuál es la probabilidad de cada caso?

b) Describe el suceso «Sacar camiseta negra y pantalón azul»? ¿Cuál es su probabilidad?

c) ¿Y la del suceso «Sacar camiseta de manga corta y pantalón verde»? ¿Cuál es su probabilidad?

a) El espacio muestral tiene 8 elementos distintos.

La probabilidad de cada uno es de $\frac{1}{8}$.

b) El suceso sería 1B.

$P[\text{CAMISETA NEGRA Y PANTALÓN AZUL}] = \frac{1}{8}$

c) $P[\text{CAMISETA MANGA CORTA Y PANTALÓN VERDE}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Página 303

24 **Los estudiantes de una clase se distribuyen así:**

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	1

Escogemos uno al azar. Calcula la probabilidad de que:

a) Sea chica.

b) Tenga gafas.

c) Sea chica con gafas.

d) Sabiendo que es chico, tenga gafas.

En la clase hay un total de 22 estudiantes.

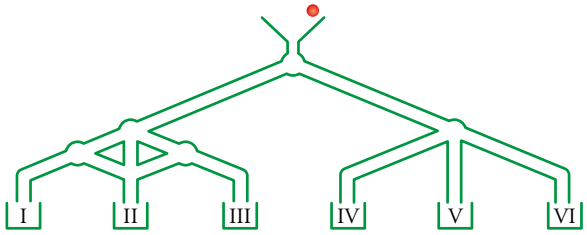
a) $P[\text{CHICA}] = \frac{15}{22}$

b) $P[\text{GAFAS}] = \frac{9}{22}$

c) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \frac{3}{22}$

d) Sabiendo que es chico, $P[\text{CON GAFAS}] = \frac{6}{7}$.

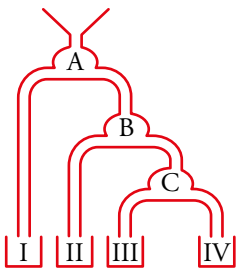
25 ***Calcular la probabilidad de que la bolita caiga en cada recipiente.***



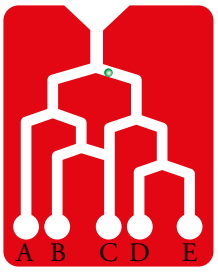
Problema resuelto.

26 **Calcula, en cada caso, la probabilidad de que la bolita caiga en los distintos recintos:**

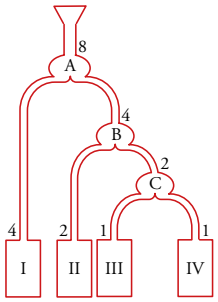
a)



b)



a) y b) Si tirásemos 8 bolas y se repartieran equitativamente:

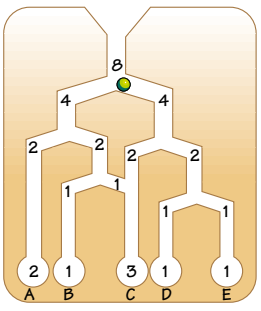


$P[\text{I}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P[\text{II}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{III}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{IV}] = \frac{1}{8}$



$P[\text{A}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{B}] = \frac{1}{8}$

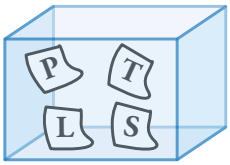
$P[\text{C}] = \frac{3}{8}$

$P[\text{D}] = \frac{1}{8}$

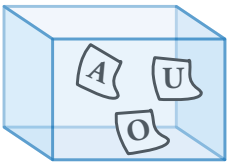
$P[\text{E}] = \frac{1}{8}$

27 **El profesor de Lengua ha diseñado una experiencia que consiste en formar sílabas tomando al azar una papeleta de la urna 1 y otra de la urna 2.**

URNA 1



URNA 2



Cada alumno o alumna tendrá que escribir una palabra que empiece con dicha sílaba.

a) Escribe el espacio muestral.

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener la sílaba A?

c) ¿Y de obtener una sílaba que termine en A?

a) E = {PA, PO, PU, TA, TO, TU, SA, SO, SU, LA, LO, LU}

b) P[SÍLABA A] = 0

c) P[SÍLABA QUE TERMINA EN A] = $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

28 **En un restaurante hay sopa, puré o ensalada de primero; carne, pescado o arroz de segundo; y, para finalizar, café o postre.**

a) ¿Cuántos menús distintos podemos elegir?

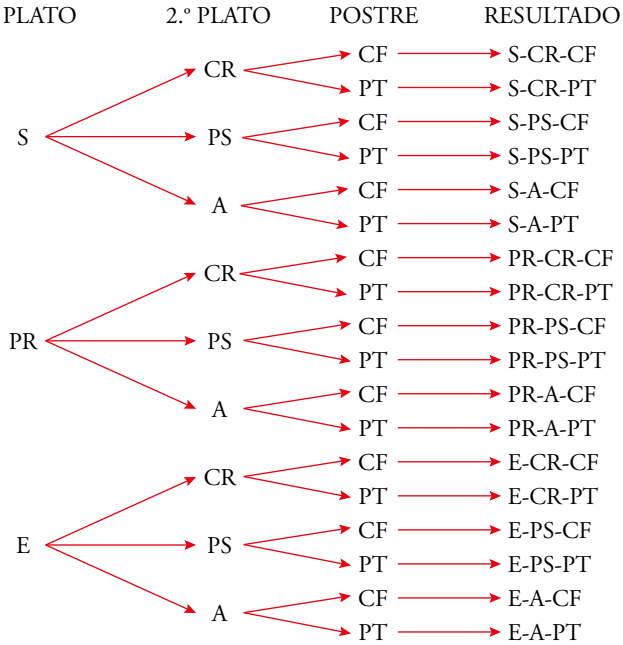
b) Si nos sirven un menú elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea ensalada y carne?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lleve arroz?

a) Para contar los distintos tipos de menú que podemos elegir, podemos ayudarnos de un diagrama de árbol.

S → Sopa PR → Puré E → Ensalada CR → Carne

PS → Pescado A → Arroz CF → Café PT → Postre



Podemos elegir 18 menús distintos.

b) P[ENSALADA Y CARNE] = $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

c) P[PLATO LLEVE ARROZ] = $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

29 **La tabla recoge las ventas de una agencia inmobiliaria durante el mes pasado.**

	MENOS DE 100 000 €	ENTRE 100 000 Y 300 000 €	MÁS DE 300 000 €
CASAS	1	2	5
PISOS	3	10	3

Según esos datos, ¿cuál es la probabilidad de que la próxima venta supere los trescientos mil euros? ¿Y de que sea un piso de menos de trescientos mil?

La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ de superar los 300 000 €.

La próxima venta tiene una probabilidad de $\frac{13}{24}$ de ser un piso que cueste menos de 300 000 €.

30 **De los 30 estudiantes que somos en clase, hay 18 chicas, de las cuales 12 han aprobado todo. Si en total ha habido 10 personas con alguna asignatura suspensa y elegimos al azar a alguien de clase, halla la probabilidad de que:**

a) Sea chico y haya aprobado todo.

b) Habiendo suspendido alguna, sea chica.

Hacemos una tabla, para ayudarnos con los resultados.

	CHICAS	CHICOS	TOTAL
APROB. TODO	12	8	20
NO APROB. TODO	6	4	10
TOTAL	18	12	30

a) $P[\text{CHICO Y APROBAR TODO}] = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

b) Sabiendo que ha suspendido alguna, $P[\text{CHICA}] = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

31 **El juego del dominó consta de 28 fichas. Si elegimos una al azar, indica la probabilidad de que:**

a) Tenga un 3.

b) No sea doble.

c) Sus puntos sumen 7.

d) Enlace con el 6-4. ¡Atención! Para este caso hemos de escoger una de las otras 27 fichas.

a) $P[\text{TENGA UN 3}] = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{NO SEA DOBLE}] = \frac{21}{28}$

c) $P[\text{SUS PUNTOS SUMEN 7}] = \frac{3}{28}$

d) $P[\text{ENLACE CON EL 6-4}] = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

Página 304

LEE E INFÓRMATE

El azar no tiene memoria

Paloma ha observado que en los últimos 27 lanzamientos de un dado no ha salido ningún 5, y piensa: ahora es mucho más probable que en la próxima tirada salga 5. ¿Tendrá razón?

- **Pues bien, si el dado es perfecto, existe la misma probabilidad de obtener cualquiera de las caras, sin importar para nada lo que haya ocurrido antes. ¡El azar no tiene memoria!**
- **Si el dado es imperfecto, entonces habrá que pensar que es muy poco probable que salga 5, puesto que así lo sugiere la experiencia.**

De modo que Paloma no tiene razón en ninguno de los casos.

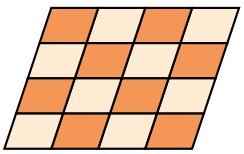
Es interesante reflexionar sobre este problema, ya que una gran cantidad de personas, y no solo los estudiantes de estas edades, creen que si con un dado llevamos muchas tiradas sin que salga un cierto número cada vez es más probable que se consiga esta puntuación, pues ya toca. Este error, conocido como la falacia del jugador, es una de las muchas creencias erróneas que hay sobre el comportamiento del azar.

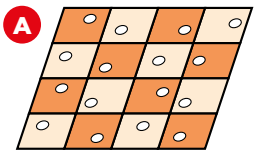
INVESTIGA

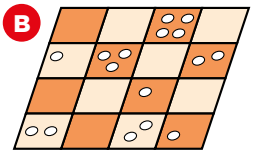
Experiencia de simulación. Imitar una granizada con un dado

La plaza de un pequeño pueblo está embaldosada como se ve en el dibujo.

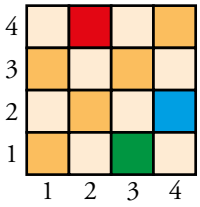
Empieza a granizar; después de caer los 16 primeros granizos sobre las baldosas, ¿cuál de los siguientes resultados te parece que podría reflejar mejor lo que pasaría?







Para ayudarnos a reflexionar, vamos a simular la experiencia con ayuda de un dado, señalando los resultados en un tablero como el de la derecha. Como los granizos caen sobre la cuadrícula aleatoriamente, podemos imitar la granizada así:

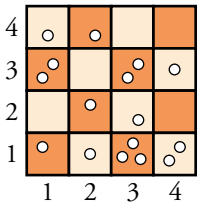


- **Representamos cada casilla mediante un par de números:**

  Roja: 2 - 4 **Azul: 4 - 2** **Verde: 3 - 1**

- **Imitamos la caída de cada granizo lanzando un dado dos veces. Una tirada será válida si se obtiene un resultado entre 1 y 4. Si se obtiene 5 o 6, se vuelve a tirar. Así con 32 tiradas válidas obtenemos las 16 casillas donde aleatoriamente caen los granizos. Por ejemplo:**

1 - 4	1 - 3	3 - 1	2 - 2
1 - 3	3 - 2	4 - 1	3 - 1
4 - 3	2 - 1	3 - 3	4 - 1
2 - 4	1 - 1	3 - 3	3 - 1



Realiza una experiencia similar y observa los resultados de tus compañeros y compañeras. Llegarás a la conclusión de que la opción B es más razonable que la A.

Una gran cantidad de estudiantes tiene preconcepciones falsas sobre el comportamiento de la probabilidad. Una preconcepción falsa es atribuirles distribuciones sumamente regulares a las cosas que ocurren probabilísticamente.

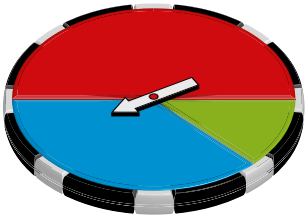
En el caso de este problema se tiene la creencia de que los granizos que caen aleatoriamente se repartirán regularmente sobre las 16 baldosas. Con la experiencia que se propone, se pretende que el alumnado contemple cómo se comporta la probabilidad en la realidad.

Si el número de granizos fuera mucho mayor, la ley de los grandes números nos asegura que las proporciones sí se aproximarían mucho entre sí. De todas formas, a este nivel solo se pretende una aproximación por el método lúdico de esta realidad.

Página 305

ENTRÉNATE RESOLVIENDO OTROS PROBLEMAS

Regularidad... pero menos



Una profesora deja a cada uno de sus estudiantes una ruleta como la del dibujo y les pide, para casa, que hagan girar la flecha 360 veces y que anoten los resultados.

Estos son los deberes entregados por tres estudiantes. Dos han hecho trampa. ¿Quiénes crees que son? Explica por qué.

	ADRIÁN
ROJO	124
AZUL	126
VERDE	110

	MANUELA
ROJO	193
AZUL	111
VERDE	56

	CARLA
ROJO	180
AZUL	120
VERDE	60

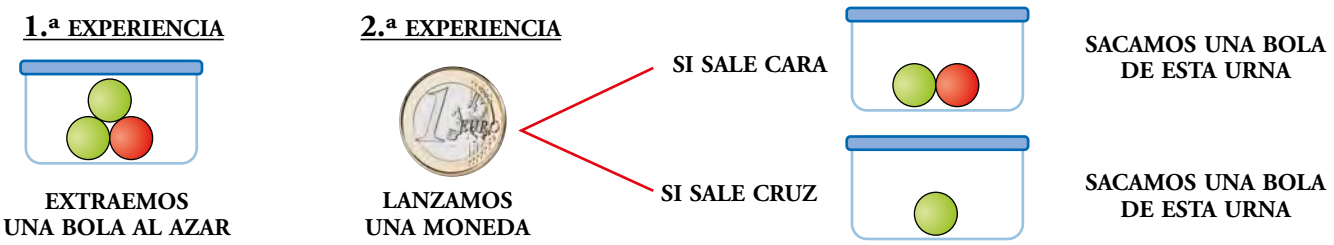
Observando las tres tablas, se puede deducir que Manuela es la única de los tres que no ha hecho trampas, debido a que sus frecuencias relativas se aproximan a sus probabilidades reales.

Si nos fijamos en la tabla de Carla, esta tiene unas frecuencias absolutas idénticas a los grados de cada sector, y eso es casi imposible que ocurra.

Y si miramos la de Adrián, esta tiene unas frecuencias como si los tres sectores fueran del mismo tamaño, es decir, que sus frecuencias relativas no corresponden a las probabilidades esperadas.

¿Dos experiencias parecidas?

¿En cuál de estas experiencias con dos bolas verdes y una roja es más difícil extraer bola roja?

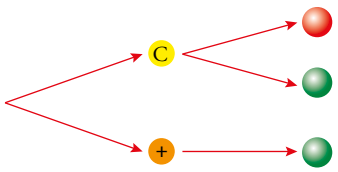


1.ª Experiencia

La probabilidad de sacar una bola roja en este caso es $\frac{1}{3}$.

2.ª Experiencia

Hacemos un diagrama de árbol.



Cada cuatro experiencias obtendremos, por término medio, 1 roja y 3 verdes. Entonces, la probabilidad de sacar bola roja es $\frac{1}{4}$.

Por tanto, podemos decir que es más difícil obtener la roja en la 2.ª experiencia.

AUTOEVALUACIÓN

1 **Indica qué sucesos son aleatorios:**

a) Que tu equipo gane el siguiente partido.

b) Obtener un 3 al lanzar un dado.

c) Que no llueva el día que te vas de excursión al campo.

d) Que se haga de noche donde vives.

Los sucesos aleatorios son los correspondientes a los apartados b y c.

2 **Escribe el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias:**

a) Número de reyes que te tocan si te dan 5 cartas.

b) Número de veces que aciertas en el centro al tirar tres dardos a la diana.

c) Color de pelo de un compañero de clase elegido al azar.

a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

b) $E = \{0, 1, 2, 3\}$

c) Suponiendo que son colores naturales: $E = \{\text{moreno, rubio, castaño, pelirrojo}\}$

3 **He lanzado un dado defectuoso 1 000 veces y he obtenido 6 en 580 ocasiones. ¿Cuál puedes suponer que es la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada?**

Se puede suponer que la probabilidad de obtener un 6 en la siguiente tirada es $\frac{580}{1000} = \frac{29}{50}$.

4 **Calcula las siguientes probabilidades:**

a) Extraer un rey en una baraja de 40 cartas.

b) Sacar una copa en una baraja de 40 naipes.

c) Obtener un número mayor que 2 al lanzar un dado.

a) $P[\text{REY}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) $P[\text{COPAS}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

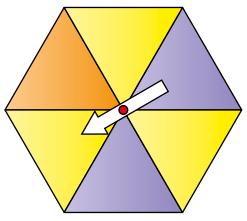
c) $P[\text{MAYOR QUE } 2] = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

5 **Calcula la probabilidad de obtener cada uno de los colores que componen la ruleta al girar la flecha.**

$P[\text{AMARILLO}] = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P[\text{MORADO}] = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P[\text{NARANJA}] = \frac{1}{6}$



6 **Tiramos un dado rojo y otro verde, y vemos los números obtenidos.**

a) Escribe el espacio muestral. NOTA: **Consideramos que 1-2 es distinto de 2-1.**

b) Calcula la probabilidad de cada caso.

c) ¿Cuál es la probabilidad del suceso «Sacar un 5 en alguno de los dados»? NOTA: **El 5-5 también vale.**

a) E = {1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6}

b) La probabilidad de cada uno de los casos es $\frac{1}{36}$.

c) P[EN ALGUNO DE LOS DADOS HA SALIDO UN 5] = $\frac{11}{36}$