

13 TABLAS Y GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Página 263

Resuelve

1 Meta 5.2. Uno de los propósitos prioritarios es reducir el elevado número de víctimas mortales por violencia machista. Observa los datos recogidos en la pagina anterior. ¿Cuántas víctimas hubo en 2017? ¿Entre qué franjas de edades se concentra la mayoría de las víctimas? ¿Cómo explicas este hecho?

- Número de víctimas en 2017: $7 + 5 + 14 + 21 + 19 + 11 + 9 + 8 + 2 + 3 = 99$
- La mayoría de las víctimas tienen entre 30 y 50 años.
- Respuesta abierta.

2 Fíjate en el estudio del NÚMERO DE HIJOS E HIJAS DE 150 FAMILIAS.

- En la tabla, ¿qué significa el 44 que está a la derecha del 3?
 - Sin hacer el cálculo, ¿cuánto suman los nueve números de la columna derecha de la tabla?
- El 44 significa que hay 44 familias que tienen 3 hijos.
 - Deben sumar 150, ya que el estudio se hace sobre 150 familias.

3 Observa la información sobre el REPARTO, SEGÚN EL TIPO DE TRABAJO, DE 600 000 PERSONAS que aparece a la izquierda.

- ¿Sobre cuántas personas se han recopilado datos?
- ¿Qué color del diagrama corresponde a cada sector?
- Calcula el porcentaje de personas que corresponde a cada sector y comprueba que los sectores están razonablemente contruidos.

a) Se han recopilado datos sobre 600 000 trabajadores.

b) Amarillo → Servicios Azul → Industria Verde → Agricultura

c) Agricultura: $\frac{50\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 8,33\% \rightarrow \frac{50\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 30^\circ$

Industria: $\frac{175\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 29,17\% \rightarrow \frac{175\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 105^\circ$

Servicios: $\frac{375\,000}{600\,000} \cdot 100 \approx 62,5\% \rightarrow \frac{375\,000}{600\,000} \cdot 360^\circ = 225^\circ$

1 ▶ EL PROCESO QUE SE SIGUE EN ESTADÍSTICA

Página 264

1 Se quiere realizar una encuesta para estudiar las aficiones musicales. Para cada una de las preguntas siguientes, di justificadamente si te parecen o no razonables:

a) ¿Cuáles son tus grupos musicales preferidos?

b) De los siguientes estilos musicales, señala aquellos que has escuchado más este mes:

- | | | | |
|-----------|----------|---------|-----------|
| • Rock | • Pop | • Rap | • Elect. |
| • Hip-Hop | • Reggae | • Salsa | • Punk |
| • Metal | • Grunge | • Jazz | • Clásico |

c) ¿Oyes la radio? Si es así, ¿qué cadena?

d) ¿Cuáles de estas cadenas de radio escuchas más de 2 horas a la semana?

- | | |
|-----------------|----------------------|
| • Cadena 100 | • Los 40 principales |
| • Rock FM | • Kiss FM |
| • Radio Clásica | • Europa FM |
| • EDM | • M80 Radio |
| • Radio 3 | • Cadena Dial |

e) ¿Cuál es el último concierto al que has ido?

- a) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.
- b) Es razonable porque es una pregunta clara con las alternativas señaladas. Es evidente que la variable es *el estilo musical* y cuáles son sus posibles valores.
- c) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.
- d) Es razonable porque es una pregunta clara con las alternativas señaladas. Es evidente que la variable es *la cadena musical que escuchas* y cuáles son sus posibles valores.
- e) No es razonable porque puede que se obtengan muchas respuestas distintas que sean difíciles de organizar.

2 ► VARIABLES ESTADÍSTICAS

Página 265

- 1** Indica si cada una de estas variables es cuantitativa discreta, cuantitativa continua o cualitativa:
- a) En los cines de un pueblo se anota el tipo de película que proyectan (comedia, acción...), cuánto dura la película y el número de espectadores.
 - b) En los mercados de una ciudad se observa la superficie, el número de puertas de acceso y el tipo de mercado (alimentación, ropa, complementos...).
 - c) Nos hemos fijado en algunas características de los teléfonos móviles que tiene el alumnado de un centro escolar: la marca, el número de compañías que lo ofertan y el precio.
 - d) Una científica estudia, en los volcanes del Pacífico, la altura, el número de veces que han entrado en erupción en los últimos 100 años y el tipo de volcán (hawaiano, estromboliano, vulcaniano, peleano).
- a) Tipo de película: cualitativa.
Duración de la película: cuantitativa continua.
Número de espectadores: cuantitativa discreta.
 - b) Superficie: cuantitativa continua.
Número de puertas de acceso: cuantitativa discreta.
Tipo de mercado: cualitativa.
 - c) Marca: cualitativa.
Número de compañías que lo ofertan: cuantitativa discreta.
Precio: cuantitativa continua.
 - d) Altura: cuantitativa continua.
Número de veces que han entrado en erupción en los últimos 100 años: cuantitativa discreta.
Tipo de volcán: cualitativa.

3 ► POBLACIÓN Y MUESTRA

Página 266

- 1** Indica la población, la muestra y los individuos en cada uno de los siguientes ejemplos:
- a) Se seleccionan 50 edificios de una ciudad para hacer un estudio sobre el número de plantas, la altura y la utilización de los locales bajos (para viviendas, oficinas, tiendas, bares...).
 - b) Se analizan 100 libros de una biblioteca: número de páginas, ubicación en la estantería y contenido (como novela, ensayo, manual...).
 - c) Se ha encuestado a 23 de los alumnos y las alumnas que van al centro en bici sobre el número de desarrollos de la bicicleta, el peso y la marca.
- a) Población: edificios de la ciudad.
Muestra: 50 edificios.
Individuos: cada uno de los edificios.
- b) Población: libros de la biblioteca.
Muestra: 100 libros de la biblioteca.
Individuos: cada uno de los libros.
- c) Población: estudiantes de un instituto.
Muestra: 23 alumnos del centro que van en bici.
Individuos: cada uno de los estudiantes.

4 ► CONFECCIÓN DE UNA TABLA DE FRECUENCIAS

Página 268

- 1 El profesor ha apuntado las faltas de asistencia que ha tenido cada uno de sus alumnos y alumnas a lo largo del trimestre:

2, 3, 0, 1, 1

2, 2, 4, 3, 1

3, 0, 2, 0, 1

2, 2, 1, 2, 1

0, 3, 4, 2, 1

3, 5, 1, 1, 2

a) Confecciona una tabla de frecuencias.

b) Si se quisiera hacer una estadística con el número de ejercicios bien resueltos por cada alumno y alumna a lo largo del año, ¿la tabla de frecuencias debería ser con datos aislados o agrupados en intervalos?

a)

FALTAS (x_i)	RECuento	f_i
0		4
1		9
2		9
3		5
4		2
5		1

b) La tabla de frecuencias debería ser con datos agrupados en intervalos porque tomaría muchos valores distintos.

- 2 Se ha tomado el tiempo en los 100 m lisos a las personas que forman un club de atletismo. Estos son los resultados:

11,62

12,03

12,15

11,54

10,95

11,56

11,08

11,38

12,08

11,73

12,11

11,52

11,72

11,23

11,66

10,87

11,32

11,58

12,01

11,06

Haz una tabla de frecuencias con estos intervalos:

10,805 - 11,075 - 11,345 - 11,615 - 11,885 - 12,155

INTERVALO	RECuento	f_i
10,805-11,075		3
11,075-11,345		3
11,345-11,615		5
11,615-11,885		4
11,885-12,155		5

3 La siguiente tabla muestra el deporte que prefieren practicar 40 estudiantes.

DEPORTE	FRECUENCIA
Baloncesto	10
Voleibol	1
Fútbol	20
Tenis	5
Ajedrez	4

- a) Calcula las frecuencias relativas y porcentuales de esta distribución y explica por qué carece de sentido hallar las frecuencias acumuladas.
- b) Que la frecuencia relativa de *Baloncesto* sea $10/40$ quiere decir que uno de cada cuatro estudiantes juega al baloncesto. Explica con las mismas palabras las frecuencias relativas de *Fútbol* y *Tenis* y las frecuencias porcentuales de *Ajedrez* y *Baloncesto*.
- a) Carece de sentido porque no es una variable cuantitativa y, siendo cualitativa, no tiene un orden ni puede estar ordenada.

DEPORTE (x_i)	f_i	f_{relativa}	%
Baloncesto	10	$\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25$	25 %
Balonvolea	1	$\frac{1}{40} = 0,025$	2,5 %
Fútbol	20	$\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 0,5$	50 %
Tenis	5	$\frac{5}{40} = \frac{1}{8} = 0,125$	12,5 %
Ajedrez	4	$\frac{4}{40} = \frac{1}{10} = 0,1$	10 %
	40	1	100 %

- b) Que la frecuencia relativa de *Fútbol* sea $20/40 = 1/2$ quiere decir que uno de cada dos estudiantes juega al fútbol.

Que la frecuencia relativa de *Tenis* sea $5/40 = 1/8$ quiere decir que uno de cada ocho estudiantes juega al tenis.

Que la frecuencia porcentual de *Ajedrez* sea 10 % quiere decir que diez de cada cien estudiantes juega al ajedrez.

Que la frecuencia porcentual de *Baloncesto* sea 25 % quiere decir que veinticinco de cada cien estudiantes juega a baloncesto.

- 4** Halla las frecuencias acumuladas de esta distribución y di qué significan $f_{\text{acumulada}}(3)$ y $f_{\text{acumulada}}(5)$.

N.º DE SUSPENSOS	0	1	2	3	4	5	6	7
FRECUENCIA	6	12	8	5	3	1	1	0

x_i	f_i	FRECUENCIA ACUMULADA
0	6	6
1	12	$6 + 12 = 18$
2	8	$6 + 12 + 8 = 26$
3	5	$6 + 12 + 8 + 5 = 31$
4	3	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 = 34$
5	1	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 = 35$
6	1	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 + 1 = 36$
7	0	$6 + 12 + 8 + 5 + 3 + 1 + 1 + 0 = 36$

$f_{\text{acumulada}}(3) = 31$. Significa que 31 estudiantes han tenido 3 suspensos o menos.

$f_{\text{acumulada}}(5) = 35$. Significa que 35 estudiantes han tenido 5 suspensos o menos.

- 5** Esta tabla recoge los meses que cumplen años las 100 personas que componen un grupo de montaña.

MES	E	F	M	Ab	My	Jn	Jl	Ag	S	O	N	D
FREC.	7	9	10	6	8	8	7	9	8	9	9	10

a) Halla las frecuencias acumuladas.

b) ¿Cuántas personas nacieron antes de junio? ¿Y después de agosto?

a)

MES (x_i)	f_i	FRECUENCIA ACUMULADA
E	7	7
F	9	16
M	10	26
Ab	6	32
My	8	40
Jn	8	48
Jl	7	55
Ag	9	64
S	8	72
O	9	81
N	9	90
D	10	100

b) Antes de junio nacieron 40 personas.

Después de agosto nacieron $100 - 64 = 36$ personas.

5 ► GRÁFICO ADECUADO AL TIPO DE INFORMACIÓN

Página 270

1 Representa mediante el gráfico adecuado.

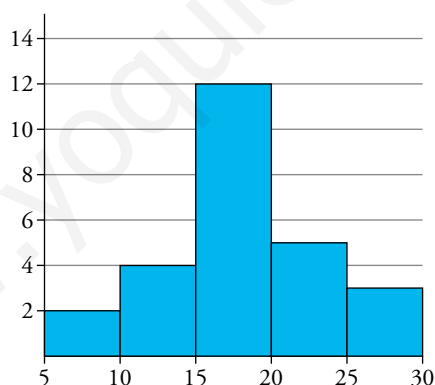
a) Temperaturas máximas medidas cada 15 días a lo largo de un año en una localidad.

TEMPERATURA (°C)	N.º DE DÍAS
5-10	2
10-15	4
15-20	12
20-25	5
25-30	3

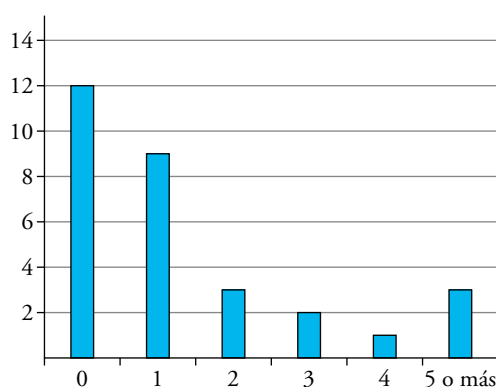
b) Número de asignaturas suspensas que tienen los alumnos y las alumnas de una clase.

N.º DE ASIGNATURAS SUSPENSAS	N.º DE ALUMNOS Y ALUMNAS
0	12
1	9
2	3
3	2
4	1
5 o más	3

a) Mediante un histograma:

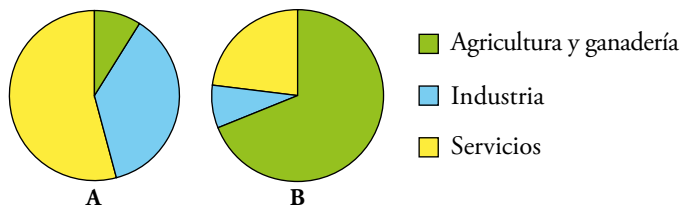


b) Mediante un diagrama de barras:



- 2** Los diagramas de sectores se utilizan a menudo para comparar la misma distribución en distintos países o regiones.

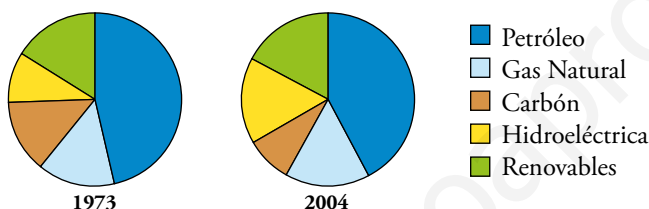
Observa los sectores que muestran cómo se divide la población trabajadora de dos países: Austria y Mauritania. ¿A cuál pertenece cada uno? Explica por qué.



A → Austria por ser mayor los sectores de servicios e industria y menor el de la agricultura y ganadería.

B → Mauritania, por que es mayor el sector de la agricultura y ganadería.

- 3** Observa la evolución del consumo mundial de energías primarias por fuentes energéticas:



a) Explica qué energías han aumentado su consumo y cuáles han disminuido.

b) Busca en Internet el diagrama correspondiente al año actual.

a) Del año 1973 al 2004 ha aumentado el consumo del gas natural y de energías hidroeléctricas y, ha disminuido el consumo de petróleo y de carbón.

Se mantiene el consumo de energías renovables.

b) El alumnado buscará el diagrama de sectores del año correspondiente.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

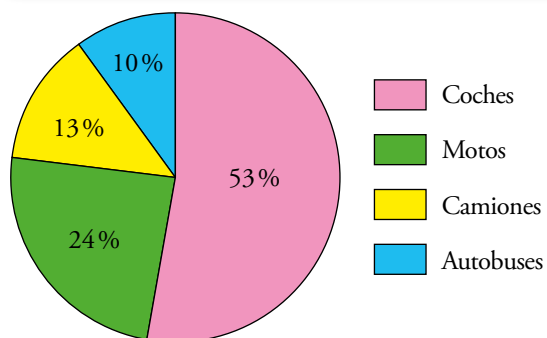
Página 272

2 Elaboración de un diagrama de sectores

Hazlo tú

- Un ferri transporta distintos tipos de vehículos. Elabora el diagrama de sectores según estos datos: Coches: 53 %; Motos: 24 %; Camiones: 13 %; Autobuses: 10 %.

TIPOS DE VEHÍCULOS	PORCENTAJE	f_r	ÁNGULO
Coches	53 %	0,53	$0,53 \cdot 360^\circ = 190,8^\circ$
Motos	24 %	0,24	$0,24 \cdot 360^\circ = 86,4^\circ$
Camiones	13 %	0,13	$0,13 \cdot 360^\circ = 46,8^\circ$
Autobuses	10 %	0,10	$0,10 \cdot 360^\circ = 36^\circ$



EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 273

Practica

Población y muestra. Variables

1 Indica, para cada caso propuesto:

— Cuál es la población, y cuáles, los individuos.

— Cuál es la variable y qué tipo de variable es.

a) El peso de los recién nacidos en la Comunidad Valenciana a lo largo del año pasado.

b) Cantidad de lluvia recogida en un cierto observatorio meteorológico en cada año del presente siglo.

c) Número de mascotas en los hogares españoles.

d) Tipos de coches (marca y modelo) que tiene cada vecino de mi urbanización.

e) Número de tarjetas amarillas mostradas en cada partido de fútbol de 1.^a división esta temporada.

a) Población: los recién nacidos en la Comunidad Valenciana el año pasado.

Individuos: cada bebe recién nacido en la Comunidad Valenciana el año pasado.

Variable: peso.

Es una variable cuantitativa continua.

b) Población: los años del presente siglo.

Individuos: cada año del siglo.

Variable: cantidad de lluvia recogida.

Es una variable cuantitativa continua.

c) Población: hogares españoles.

Individuos: cada hogar español.

Variable: número de mascotas.

Es una variable cuantitativa discreta.

d) Población: vecinos de mi urbanización.

Individuos: cada vecino de mi urbanización.

Variable: tipo de coche.

Es una variable cualitativa.

e) Población: partidos de fútbol de 1.^a división de la temporada pasada.

Individuos: cada partido de fútbol de la temporada.

Variable: número de tarjetas amarillas mostradas.

Es una variable cuantitativa discreta.

2 Se quieren realizar los siguientes estudios:

- I. El sexo (niño o niña) de cada bebé nacido en un hospital a lo largo de un año.**
- II. Qué periódico lee cada habitante de una ciudad.**
- III. Las alturas y los pesos de todos los alumnos y las alumnas de la clase.**
- IV. Edad de las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.**
- V. Estudios que piensan seguir los alumnos y las alumnas de un centro escolar al terminar la ESO.**

a) Di en cada uno de estos casos cuál es la población, y cuáles, los individuos.

b) Indica en cada uno cuál es la variable que se estudia y de qué tipo es.

c) ¿En cuáles de ellos es necesario recurrir a una muestra? ¿Por qué?

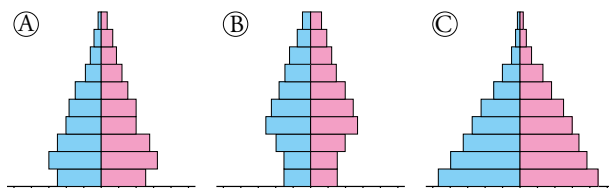
- a) I. Población: los bebés nacidos en un hospital a lo largo de un año.
Individuos: cada uno de los bebés nacidos en el hospital ese año.
 - II. Población: los habitantes de una ciudad.
Individuos: cada uno de los habitantes de la ciudad.
 - III. Población: los alumnos y alumnas de la clase.
Individuos: cada uno de los alumnos y alumnas de la clase.
 - IV. Población: las personas que han visto una obra de teatro en una ciudad.
Individuos: cada una de las personas que han visto la obra en la ciudad.
 - V. Población: los alumnos y alumnas de un centro escolar.
Individuos: cada uno de los alumnos y alumnas del centro escolar.
- b) I. La variable es el sexo. Es una variable cualitativa.
- II. La variable es el periódico. Es una variable cualitativa.
- III. Las variables son la altura y el peso. Son variables cuantitativas continuas.
- IV. La variable es la edad. Es una variable cuantitativa continua.
- V. La variable es los estudios que se elegirán al terminar la ESO. Es una variable cualitativa.
- c) Es necesario recurrir a una muestra en los casos II y IV porque pueden ser poblaciones muy numerosas e incluso difíciles de controlar.
- En los demás casos no sería necesario ya que en el hospital se lleva un registro continuo y obligatorio de los nacimientos, y en la clase y el centro escolar no hay tantos alumnos y son fáciles de controlar y preguntar.

3 Di cuáles de las siguientes muestras están «razonablemente» bien tomadas:

- a) En una frutería, para ver cómo están de duros los aguacates, tocamos cinco piezas.**
 - b) Hablo con diez de mis amistades sobre política para saber quién ganará este año las elecciones.**
 - c) Ojeamos diez páginas de un libro para ver si nos gustan sus ilustraciones.**
 - d) Tomo café en cuatro bares de mi barrio para ver cuánto cuesta un café en España.**
- a) La muestra tiene pocas piezas.
- b) Los individuos no están elegidos al azar.
- c) Bien tomada.
- d) Los individuos no están elegidos al azar.

Interpretación de gráficos

- 4 Estas pirámides de población muestran la distribución por edades (de 10 en 10 años) y sexo (hombres a la izquierda y mujeres a la derecha) de tres países:



Teniendo en cuenta el problema resuelto 1 de la página anterior, asocia, justificadamente, una gráfica a cada uno de estos países:

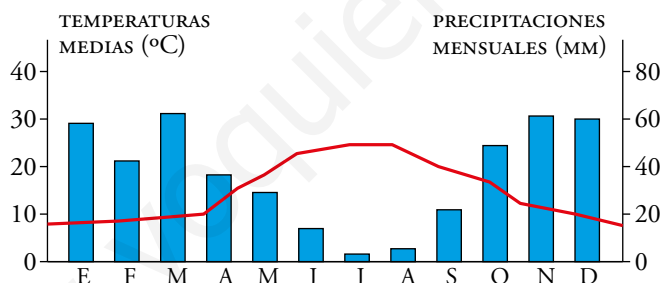
- I. País del tercer mundo.
- II. País en vías de desarrollo.
- III. País desarrollado con un sistema estable.

La pirámide C es la de un país del tercer mundo, ya que hay muchos nacimientos y muy pocas personas llegan a ser ancianas.

La pirámide B corresponde a un país desarrollado con un sistema estable. Su base es más estrecha debido al descenso de la natalidad y es en la que hay mayor esperanza de vida.

La pirámide A representa un país en vías de desarrollo. Tiene una forma intermedia entre las otras dos.

- 5 Es frecuente que en un mismo gráfico se representen dos series de datos relativos a una misma variable. En este se muestran datos sobre la climatología de Badajoz, durante un año.



- a) ¿Qué representan las barras?
- b) ¿Qué representa la línea continua?
- c) ¿Cuáles son las variables? ¿De qué tipo son?
- d) Describe la relación entre las dos variables y razona por qué ocurre así.

a) La cantidad de lluvia caída en cada mes.

b) La temperatura media a lo largo del año.

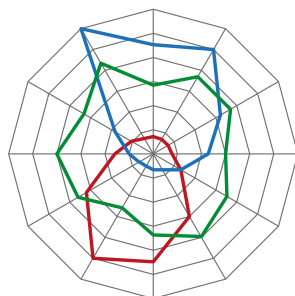
c) Temperaturas medias: cuantitativa continua.

Precipitaciones mensuales: cuantitativa continua.

d) En general cuando una de las variables sube la otra baja. Es lógico que suceda así pues en Badajoz los meses que menos llueve son los de verano, que es cuando más calor hace. Y viceversa, cuando más frío hace es cuando hay más precipitaciones.

6 Observa el gráfico de la derecha relativo a las ventas de algunos artículos en un pequeño comercio.

a) ¿Qué color le corresponde a los bañadores? ¿Y a las toallas? ¿Y a los guantes?



b) ¿En qué estación del año se han vendido más bañadores? ¿Y menos? ¿Por qué?

c) ¿Cuándo se han vendido más cantidad de guantes?

d) Explica cómo se comporta la gráfica de las toallas.

a) Bañadores → Rojo. Toallas → Verde. Guantes → Azul.

b) Se han vendido más bañadores en agosto, y menos, en febrero.

En verano, lógicamente, se venden muchos más bañadores que en invierno.

c) En diciembre.

d) La venta de toallas sufre pocas variaciones a lo largo del año, puesto que las toallas se usan indistintamente en verano y en invierno, ya sea dentro de los hogares o fuera.

Elaboración de tablas y gráficas

7 Al preguntar al alumnado de un grupo de tercero de ESO por el número de libros que han leído en el último mes, hemos obtenido los datos siguientes:

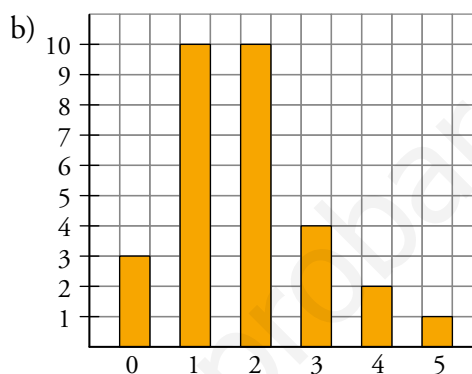
2	1	3	1	1	5	1	2	4	3
1	0	2	4	1	0	2	1	2	1
3	2	2	1	2	3	1	2	0	2

a) Haz la tabla de frecuencias absolutas.

b) Realiza el diagrama de barras que corresponde a estos datos.

a)

x_i	f_i
0	3
1	10
2	10
3	4
4	2
5	1



8 Estos son los mejores tiempos tomados en carreras de 10 km a los deportistas de un club de atletismo:

42:20	40:08	47:32	49:50	43:24	48:31	51:42
45:53	47:17	50:37	49:07	51:37	43:28	45:18
44:36	46:15	50:48	47:59	51:21	43:37	42:14

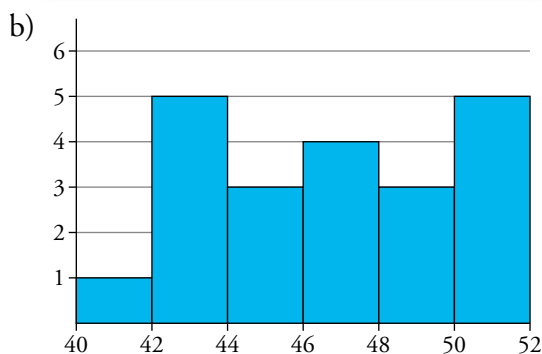
a) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas con los siguientes intervalos:

40 - 42 - 44 - 46 - 48 - 50 - 52

b) Traza el histograma correspondiente.

a)

INTERVALO	RECuento	f_i
40-42		1
42-44		5
44-46		3
46-48		4
48-50		3
50-52		5



- 9 Elabora, con los siguientes datos, un diagrama de sectores con el porcentaje de los navegadores web más utilizados en el mundo:

Chrome: 58 %

Internet Explorer: 20 %

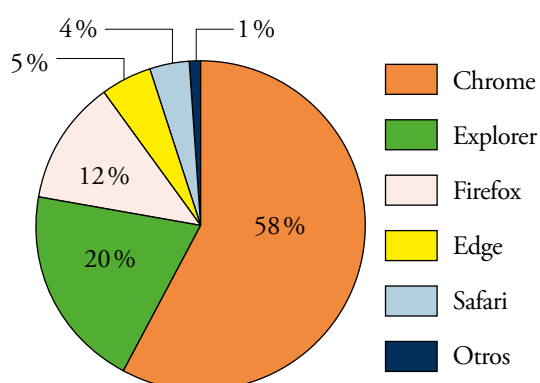
Firefox: 12 %

Microsoft Edge: 5 %

Safari: 4 %

Otros: 1 %

TIPOS DE VEHÍCULOS	PORCENTAJE	f_r	ÁNGULO
Chrome	58 %	0,58	$0,58 \cdot 360^\circ = 208,8^\circ$
Explorer	20 %	0,20	$0,20 \cdot 360^\circ = 72^\circ$
Firefox	12 %	0,12	$0,12 \cdot 360^\circ = 43,2^\circ$
Edge	5 %	0,05	$0,05 \cdot 360^\circ = 18^\circ$
Safari	4 %	0,04	$0,04 \cdot 360^\circ = 14,4^\circ$
Otros	1 %	0,01	$0,01 \cdot 360^\circ = 3,6^\circ$



10 Se ha realizado un estudio sobre la utilidad que le dan al *Smartphone* los menores de 26 años y los de 26 a 50 años. Los resultados vienen dados en la siguiente tabla:

UTILIDAD	MENORES DE 26	DE 26 A 50
Juegos y entretenimiento	35 %	12 %
Redes sociales	33 %	26 %
Noticias	5 %	37 %
Llamadas y mensajes	27 %	25 %

a) **Elabora los correspondientes diagramas de sectores.**

b) **Describe los parecidos y las diferencias de ambos grupos.**

c) **Inventa un diagrama de sectores para los mayores de 50 años.**

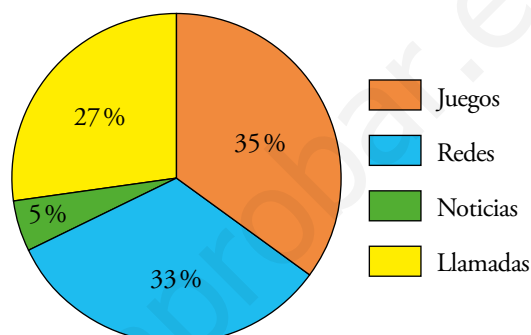
a) • Menores de 26:

Juegos $\rightarrow 35\% \rightarrow 0,35 \cdot 360^\circ = 126^\circ$

Redes $\rightarrow 33\% \rightarrow 0,33 \cdot 360^\circ = 118,8^\circ$

Noticias $\rightarrow 5\% \rightarrow 0,05 \cdot 360^\circ = 18^\circ$

Llamadas $\rightarrow 27\% \rightarrow 0,27 \cdot 360^\circ = 97,2^\circ$



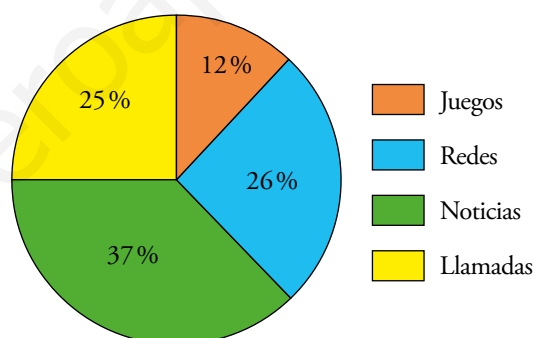
• Mayores de 26:

Juegos $\rightarrow 12\% \rightarrow 0,12 \cdot 360^\circ = 43,2^\circ$

Redes $\rightarrow 26\% \rightarrow 0,26 \cdot 360^\circ = 93,6^\circ$

Noticias $\rightarrow 37\% \rightarrow 0,37 \cdot 360^\circ = 133,2^\circ$

Llamadas $\rightarrow 25\% \rightarrow 0,25 \cdot 360^\circ = 90^\circ$



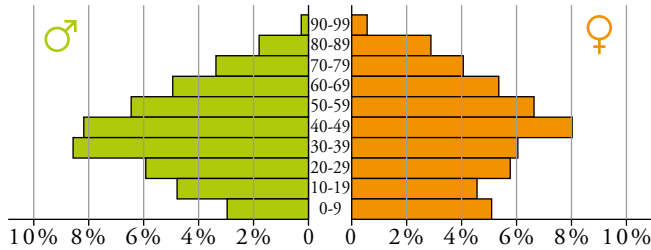
b) El uso para llamadas es muy parecido en ambos grupos. Los jóvenes lo usan más para jugar, y los adultos, para consultar información.

c) Respuesta abierta.

Resuelve problemas

11 Esta tabla describe la población de un país.

Abajo está su pirámide de población, en la cual, en lugar de frecuencias, se han puesto porcentajes. ¡Atención! Hay una barra incorrecta en la parte de los hombres y otra en la de las mujeres.



Indica a qué intervalo corresponden las dos barras mal dibujadas y explica en qué se nota el error.

- En los hombres, la barra incorrecta es la de 0-9 años, pues es más corta que la de 10-19 cuando hay menos varones de esa edad.
- En la de mujeres, la barra incorrecta es la de 30-39 años, pues siendo el grupo más numeroso no es la barra más larga.

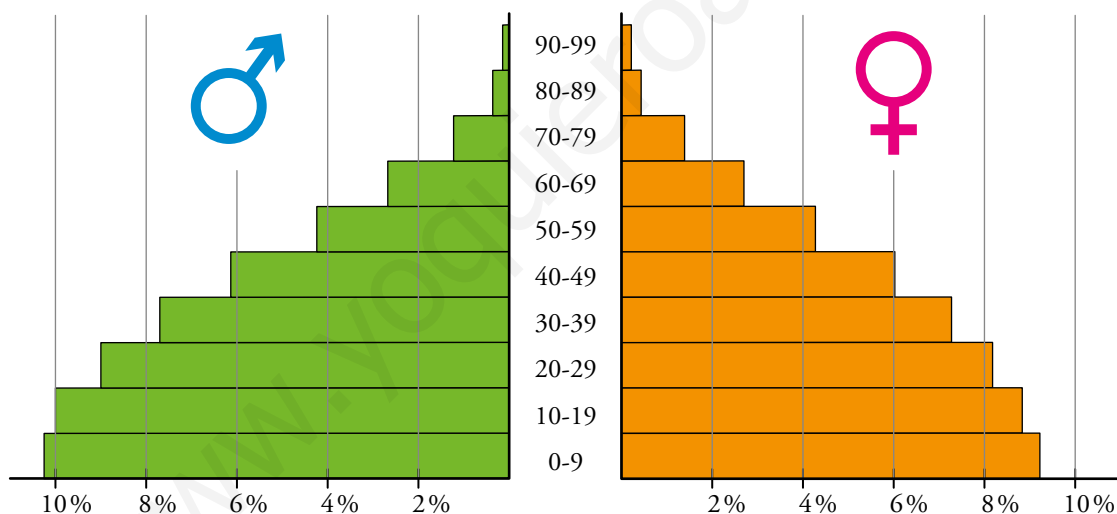
12 Dibuja la pirámide de población de la India en el año 2012 cuyos datos vienen reflejados en esta tabla:

GRUPO DE EDAD	HOMBRES	MUJERES
0-9	10,36 %	9,20 %
10-19	10,11 %	8,95 %
20-29	8,95 %	8,12 %
30-39	7,79 %	7,29 %
40-49	6,13 %	5,97 %
50-59	4,22 %	4,23 %
60-69	2,65 %	2,65 %
70-79	1,24 %	1,33 %
80-89	0,33 %	0,41 %
90-99	0,01 %	0,02 %

a) Fijándote en el aspecto de la pirámide, clasifícala con el mismo criterio que se hizo en el ejercicio 4.

b) Construye otra pirámide de la misma población pero distribuyéndola en estos cuatro grupos:

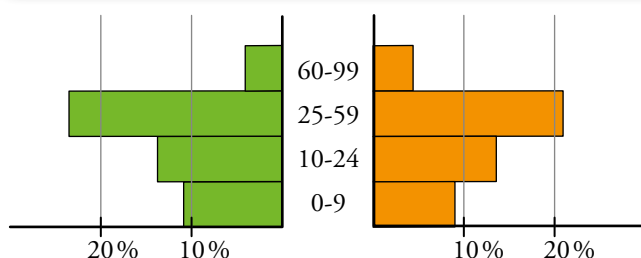
- NIÑOS Y NIÑAS: de 0 a 9 años
- JÓVENES: de 10 a 24 años
- PERSONAS ADULTAS: de 25 a 59 años
- MAYORES: de 60 en adelante



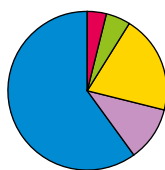
a) País del tercer mundo.

b)

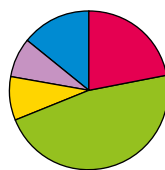
GRUPO	HOMBRES	MUJERES
Niños y niñas	10,36 %	9,20 %
Jóvenes	14,56 %	13,01 %
Personas adultas	22,62 %	21,55 %
Mayores	4,23 %	4,41 %



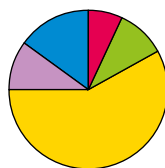
13 Estas gráficas corresponden a un estudio sobre gustos musicales, realizado a cuatro muestras de población tomadas en distintos ambientes:



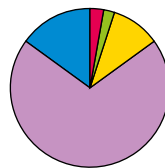
MUESTRA: A la salida de una discoteca.



MUESTRA: En la puerta del conservatorio musical.



MUESTRA: En una fiesta en la casa de Colombia.



MUESTRA: En un concurso de grafiteros.

a) Indica, entre estos cinco, el tipo de música que representa cada color: Pop-Rock, Clásica, Jazz, Reguetón, Rap.

b) Estima a ojo el porcentaje de cada tipo de música en cada una de las muestras.

a) Azul → Pop-Rock. Verde → Clásica. Amarillo → Reguetón.

Morado → Rap. Rojo → Jazz (por eliminación).

b) • A la salida de una discoteca:

— Jazz: 5 %	— Clásica: 5 %	— Reguetón: 25 %
— Rap: 10 %	— Pop-Rock: 55 %	

• En la puerta del conservatorio:

— Jazz: 20 %	— Clásica: 45 %	— Reguetón: 11 %
— Rap: 9 %	— Pop-Rock: 15 %	

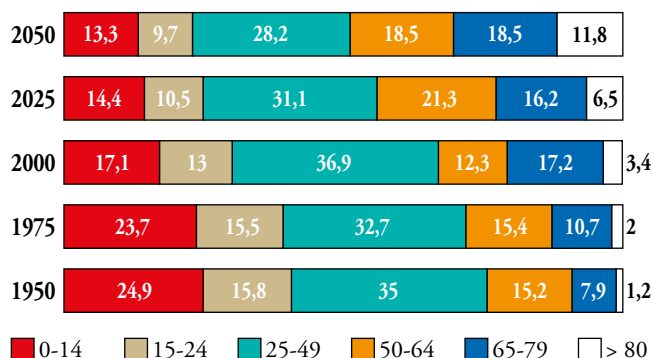
• En una fiesta en la casa de Colombia:

— Jazz: 7 %	— Clásica: 10 %	— Reguetón: 58 %
— Rap: 10 %	— Pop-Rock: 15 %	

• En un concurso de grafiteros:

— Jazz: 2 %	— Clásica: 2 %	— Reguetón: 10 %
— Rap: 70 %	— Pop-Rock: 16 %	

14 El siguiente gráfico describe la evolución estimada de los grupos de población por edades (en porcentaje) en la UE para el periodo 1950-2050:



- ¿Qué grupo disminuirá más su porcentaje? ¿Cuál aumentará más?
- Si se estima que habrá 1 000 millones de habitantes en 2050, ¿cuántos corresponden a cada grupo?
- Sabiendo que en el año 2000 había unas 125 200 000 personas mayores de 50 años, ¿qué población tenía la UE dicho año?
- De 2000 a 2050, ¿en qué porcentaje se estima que disminuirán los menores de 14 años? ¿En qué porcentaje se estima que aumentarán los mayores de 80 años?
- Describe la evolución de cada grupo.

a) Disminuirá más su porcentaje el grupo de edades entre 0 y 14. Hay dos grupos que serán los que más aumenten, el de 65 a 79 años y el de mayores de 80 años.

b) 0 - 14 → 133 000 000 15 - 24 → 97 000 000
 25 - 49 → 282 000 000 50 - 64 → 185 000 000
 65 - 79 → 185 000 000 > 80 → 118 000 000

c) Los mayores de 50 años, en el 2000, corresponden a un 32,9% (12,3 + 17,2 + 3,4). Por tanto:

$$100 \leftrightarrow 32,9$$

$$125\,200\,000 \leftrightarrow x$$

Despejando x de esta regla de tres, obtenemos que la población de toda la UE será de 4 119 080 personas.

d) Los menores de 14 años disminuirán en un $24,9 - 17,1 = 78\%$.

Los mayores de 80 años aumentarán en un $3,4 - 1,2 = 2,2\%$

e) Los grupos que van de 0 a 14 años y de 15 a 24 años disminuyen de forma más o menos gradual. El grupo que está entre 25 y 49 años va disminuyendo, aunque sufrió un repunte en 2000. Por el contrario, el que va de 50 a 64 años va aumentando, aunque se estima un descenso en 2025. La tónica general de los grupos que van de 65 a 80 años y el de los mayores de 80 es al alza, aunque el primero sufrió un pequeño descenso entre los años 1975 y 2000.

15 Estos diagramas muestran la composición del cuerpo humano a dos edades distintas:



- a) ¿Cómo varía el porcentaje de agua corporal, de masa ósea, de tejido graso y de músculos, órganos... en esos 50 años? Da el resultado en tanto por ciento de aumento o disminución.
- b) Una persona de 25 años que pesa 80 kg, ¿qué cantidad de agua tiene en su organismo? ¿Y de tejido graso?
- c) Responde a las preguntas del apartado anterior para una persona de 75 años con el mismo peso.

- a) El agua corporal disminuye del 62 % al 53 %.

Coeficiente de variación: $\frac{53}{62} = 0,855 \rightarrow$ ha disminuido un 14,5 %

El tejido graso aumenta del 15 % al 30 %.

Coeficiente de variación: $\frac{30}{15} = 2 \rightarrow$ ha aumentado un 100 %

La masa ósea disminuye del 6 % al 5 %.

Coeficiente de variación: $\frac{5}{6} = 0,833 \rightarrow$ ha disminuido un 16,7 %

Los músculos, órganos... disminuye del 17 % al 12 %.

Coeficiente de variación: $\frac{12}{17} = 0,706 \rightarrow$ ha disminuido un 29,4 %

- b) Cantidad de agua: 62 % de 80 = $\frac{62 \cdot 80}{100} = 49,6 \text{ kg} = 49,6 \text{ l}$ de agua

Cantidad de tejido graso: 15 % de 80 = $\frac{15 \cdot 80}{100} = 12 \text{ kg}$ de tejido graso

- c) Cantidad de agua: 53 % de 80 = $\frac{53 \cdot 80}{100} = 42,4 \text{ kg} = 42,4 \text{ l}$ de agua

Cantidad de tejido graso: 30 % de 80 = $\frac{30 \cdot 80}{100} = 24 \text{ kg}$ de tejido graso

16 Reparto de la población española, según el tamaño del municipio en que vivía, desde 1900 hasta 2020. Para este último año se ha hecho una estimación:

MUNICIPIOS	1900	1930	1960	1990	2020
Hasta 5 000 hab.	51 %	40 %	29 %	16 %	10 %
De 5 001 a 20 000	28 %	29 %	25 %	20 %	16 %
De 20 001 a 100 000	12 %	16 %	18 %	22 %	27 %
Más de 100 000	9 %	15 %	28 %	42 %	47 %

Número de habitantes de España, en millones, desde 1900 hasta la estimación hecha para el 2020:

1900	1930	1960	1990	2020
18,6	23,6	30,4	38,8	45,6

- Calcula el número de personas que vivían en los municipios más pequeños desde 1900 hasta 2020. En estos municipios, la población ha ido decreciendo, pero ¿lo hace de forma constante o cada vez decrece menos? Determina cómo evoluciona cada una de las clasificaciones de municipios.
- Calcula cuántos españoles vivían en los municipios más grandes desde 1900 y di cuál fue la evolución.
- Haz los diagramas de sectores que muestren la distribución de la población en cada uno de los años que figuran en la tabla.
- Estima a partir de qué año la mitad de la población vivía en municipios de más de 20 000 habitantes.

- a) En municipios de hasta 5 000 habitantes vivían:

En 1900 $\rightarrow 18,6 \cdot 0,51 = 9,486$ millones de habitantes

En 1930 $\rightarrow 23,6 \cdot 0,40 = 9,44$ millones de habitantes

En 1960 $\rightarrow 30,4 \cdot 0,29 = 8,816$ millones de habitantes

En 1990 $\rightarrow 38,8 \cdot 0,16 = 6,208$ millones de habitantes

En 2020 $\rightarrow 45,6 \cdot 0,10 = 4,56$ millones de habitantes

La población en estos municipios ha ido decreciendo; primero, de forma regular, y bastante menos en el último periodo.

La población en los municipios de 5 001 a 20 000 habitantes crece un punto de 1900 a 1930 y después no deja de disminuir de forma constante.

La población en los municipios de 20 001 a 100 000 habitantes crece en todos los periodos, aunque algo menos de 1930 a 1960.

La población en los municipios de más de 100 000 habitantes siempre crece, aunque lo hace la mitad entre 1900 y 1930 y entre 1990 y 2020 que en los otros dos periodos.

- b) En municipios de más de 100 000 habitantes vivían:

En 1900 $\rightarrow 18,6 \cdot 0,09 = 1,674$ millones de habitantes

En 1930 $\rightarrow 23,6 \cdot 0,15 = 3,54$ millones de habitantes

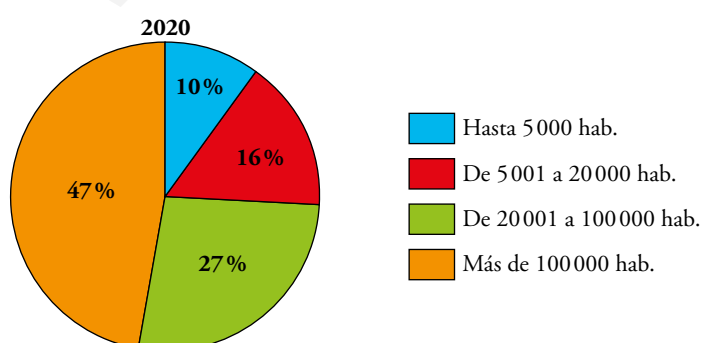
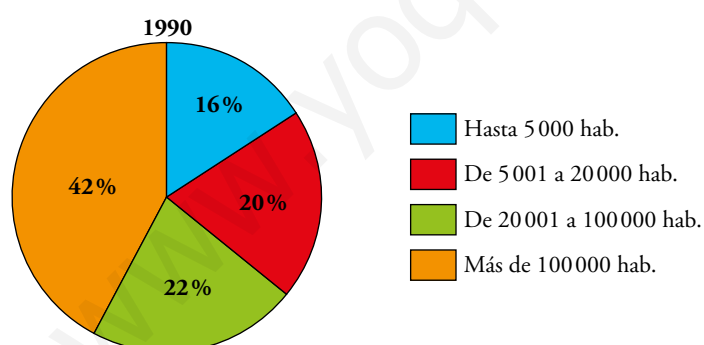
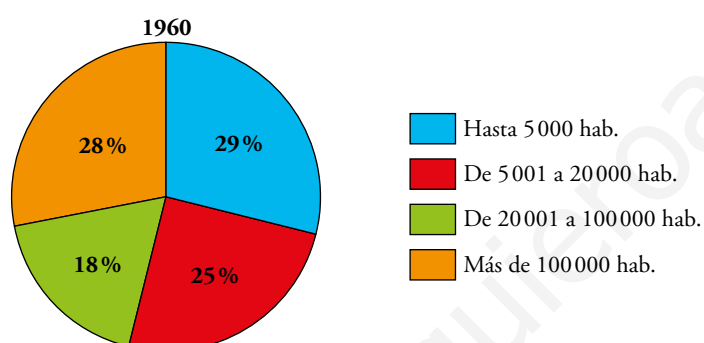
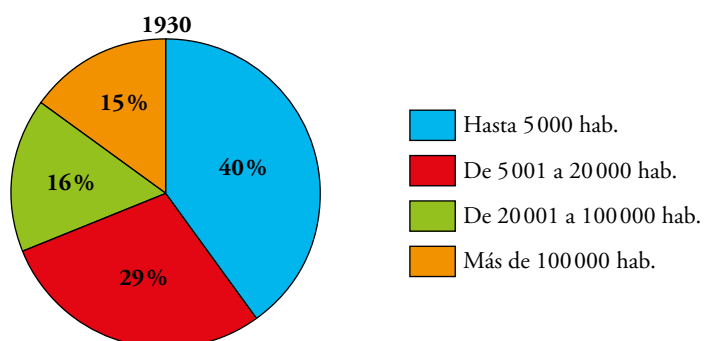
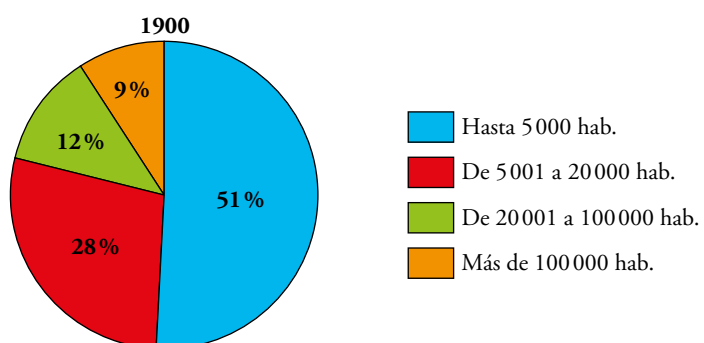
En 1960 $\rightarrow 30,4 \cdot 0,28 = 8,512$ millones de habitantes

En 1990 $\rightarrow 38,8 \cdot 0,42 = 16,296$ millones de habitantes

En 2020 $\rightarrow 45,6 \cdot 0,47 = 21,432$ millones de habitantes

La población en los municipios de más de 100 000 habitantes siempre crece, aunque lo hace la mitad entre 1900 y 1930 y entre 1990 y 2020 que en los otros dos periodos.

c)



d) La mitad de la población vivía en municipios de más de 20 000 habitantes desde 1990.

Investiga

Organiza los datos

Un padre negociador hace un pacto con su hijo:

Después del próximo examen de Matemáticas, deberá sumar, por un lado, las notas de todos los compañeros y las compañeras que le hayan superado y, por otro, todas las que queden por debajo de la suya, y entonces:

- Si las bajas superan a las altas en 50 o más puntos, le regalará una moto.
- Si las altas superan a las bajas en 20 o más puntos, se quedará en casa estudiando todos los domingos durante un mes.
- En el resto de los casos, quedan en paz.

Las notas de sus compañeros y compañeras han sido:

5 - 5 - 4 - 9 - 8 - 6 - 3 - 6 - 3 - 7 - 4 - 5 - 6 - 6

7 - 7 - 4 - 7 - 5 - 2 - 6 - 5 - 5 - 8 - 3 - 9 - 10 - 5

- ¿Te parece un trato ventajoso para el chico?
- ¿Qué ocurre si saca un 5? ¿Y si saca un 6? ¿Qué nota necesita para conseguir la moto?

Para hacer un análisis detallado, organizamos los datos en la siguiente tabla:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	SUMA ASCENDENTE	SUMA DESCENDENTE
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	1	2	2	160
3	3	9	11	158
4	3	12	23	149
5	7	35	58	137
6	5	3	88	102
7	4	28	116	72
8	2	16	132	44
9	2	18	150	28
10	1	10	160	10

Con esta información vemos que:

	SUMA DE NOTAS INFERIORES	SUMA DE NOTAS SUPERIORES	DIFERENCIA	RESULTADO PARA EL HIJO
Si saca un 5	23	102	-79	MALO
Si saca un 6	58	72	-14	NEUTRO
Si saca un 7	88	44	+44	NEUTRO
Si saca un 8	116	28	+88	BUENO

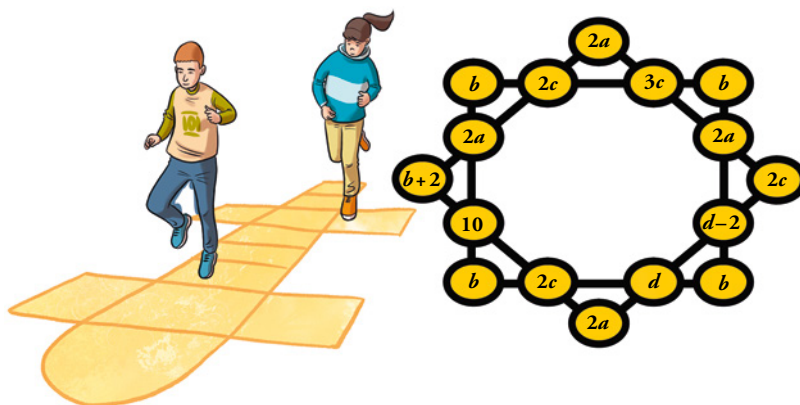
Por tanto:

- Para conseguir la moto, debe obtener, al menos, un 8.
- Para no quedarse en casa con los amigos, debe obtener, al menos, un 6.



Utiliza tu ingenio

- Las ocho filas de cuatro números suman lo mismo.



¿Cuál es el valor de a , b , c y d ?

— Igualando los lados derecho e izquierdo del rectángulo:

$$2b + 2a + 10 = 2b + 2a + d - 2 \rightarrow d = 12$$

— Igualando los lados superior e inferior del rectángulo:

$$2b + 5c = 2b + 2c + d \rightarrow c = 4$$

— Igualando el lado inferior derecho del rombo y el izquierdo del rectángulo:

$$2a + 2d - 2 + 2c = 2a + 2b + 10 \rightarrow b = 10$$

— Del lado inferior del rectángulo obtenemos el valor de una línea:

$$\text{Valor de línea} \rightarrow 2b + 2c + d = 40$$

— Igualando el lado izquierdo del rectángulo a 40:

$$2b + 2a + 10 = 40 \rightarrow a = 5$$

Solución: $a = 5$, $b = 10$, $c = 4$, $d = 12$

Entrénate resolviendo otros problemas

- Una repartidora lleva en su camión siete cajas de refrescos llenas, siete medio llenas y siete vacías. Si desea repartir su mercancía en tres supermercados dejando en cada uno el mismo número de refrescos y el mismo número de cajas, ¿cómo debe hacer el reparto?

Supón que tiene mucha prisa y no quiere andar cambiando botellas de unas cajas a otras. ¿Cómo se las arreglará?

Una caja llena más una caja vacía equivalen a dos cajas medio llenas.

Por tanto, el repartidor tiene lo equivalente a $3 \cdot 7 = 21$ cajas medio llenas. En cada supermercado debería dejar lo equivalente a 7 cajas medio llenas.

Si en cada uno de los dos primeros supermercados deja:

3 cajas llenas

3 cajas vacías

1 caja medio llena

que son como 7 medio llenas, lo que queda, seguro que sirve para el tercero:

$7 - 6 = 1$ caja llena

$7 - 6 = 1$ caja vacía

$7 - 2 = 5$ cajas medio llenas

que también equivalen a 7 cajas medio llenas.

- Tienes dos mechas. Cada una de ellas tarda en consumirse 10 minutos. Pero la velocidad con que se consumen es irregular (es decir, en la mitad del tiempo no tiene por qué gastarse la mitad de la longitud de la mecha). ¿Serías capaz de medir con ellas un cuarto de hora? ¿Cómo?



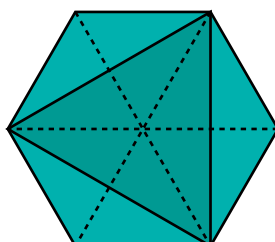
Si una mecha se prende simultáneamente por los dos extremos, se consume en 5 minutos. Por tanto, podemos prender una de las mechas por un único extremo y se consumirá en 10 minutos, y cuando esta acabe prenderemos la otra por los dos extremos simultáneamente y cuando se consuma por completo habrán pasado 5 minutos más, lo que hace el total de 15 minutos que buscábamos.

- Tres de los vértices de un hexágono regular coinciden con los vértices de un triángulo equilátero de 20 cm^2 de superficie. ¿Cuál es la superficie del hexágono?

El área del triángulo es la mitad de la área del hexágono.

Por tanto:

$$\text{Área del hexágono} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ cm}^2$$



AUTOEVALUACIÓN

1 Indica, para cada caso, cuáles son los *individuos*, cuál la *población*, cuál la *variable* y de qué tipo es:

- a) Número de veces al año que ha usado su tarjeta sanitaria cada paciente de una sociedad médica.
- b) Tiempo de espera de cada paciente en una consulta de un centro de salud a lo largo de un día.
- c) Tipo de especialista al que acude cada paciente de un centro de salud durante un mes.

a) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes.

Variable: número de veces al año que han pasado su tarjeta.

Tipo de variable: cuantitativa discreta.

b) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes de la consulta.

Variable: tiempo de espera en la consulta.

Tipo de variable: cuantitativa continua.

c) Individuo: cada paciente.

Población: todos los pacientes de un centro de salud.

Variable: tipo de especialista.

Tipo de variable: cualitativa.

2 Tiempo, en minutos, que pasaron en la sala de espera los pacientes de un médico cierto día:

28 4 12 35 2 26 45 22 6 23
27 16 18 32 8 47 8 12 34 15
28 37 7 39 15 25 18 17 27 15

- a) Haz una tabla, repartiéndolos en intervalos de extremos 1,5 - 9,5 - 17,5 - 25,5 - 33,5 - 41,5 - 49,5.
b) Representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).
c) Elabora una tabla con su correspondiente diagrama de sectores a partir de esta clasificación:

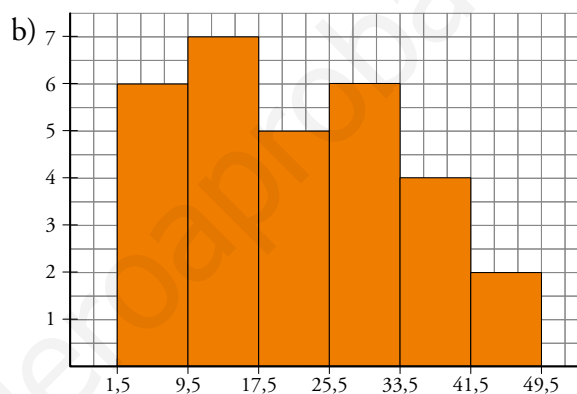
Espera poco: 1-15 min.

Espera un rato: 16-30 min.

Espera mucho: 31-50 min.

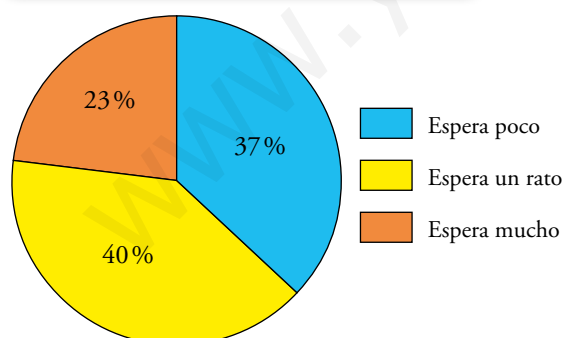
a)

INTERVALO	FRECUENCIA
1,5 - 9,5	6
9,5 - 17,5	7
17,5 - 25,5	5
25,5 - 33,5	6
33,5 - 41,5	4
41,5 - 49,5	2



c)

INTERVALO	FRECUENCIA	f_r	
Espera poco	11	0,37	→ 133,2°
Espera un rato	12	0,40	→ 144°
Espera mucho	7	0,23	→ 82,8°



$$0,37 \cdot 360^\circ = 133,2^\circ; \quad 0,4 \cdot 360^\circ = 144^\circ$$

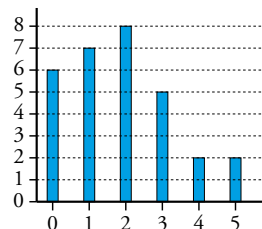
$$0,23 \cdot 360^\circ = 82,8^\circ$$

3 Número de días que han ido a la biblioteca del colegio los estudiantes de un curso:

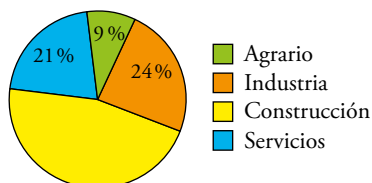
3 1 2 4 0 2 1 3 1 0 2 0 3 5 2
0 2 4 1 2 1 2 0 5 3 3 1 2 1 0

Haz una tabla de frecuencias y representa los resultados mediante un gráfico adecuado.

x_i	0	1	2	3	4	5	
f_i	6	7	8	5	2	2	30



4 En una determinada región se ha hecho un estudio sobre los accidentes mortales producidos en el trabajo según el sector de actividad. Estos son los resultados:



a) ¿Cuál es el porcentaje de accidentes mortales producidos en el sector de la construcción?

b) Si hubo 135 accidentes mortales en el sector agrario, ¿cuál fue el número total de accidentes mortales en la región?

c) ¿Cuántos accidentes mortales hubo en cada uno de los sectores?

a) $100 - 9 - 24 - 21 = 46$.

Accidentes mortales producidos en la construcción: 46 %

$$b) \left. \begin{array}{l} 135 \rightarrow 9\% \\ x \rightarrow 100\% \end{array} \right\} x = \frac{135 \cdot 100}{9} = 1500$$

Hubo 1 500 accidentes mortales en la región.

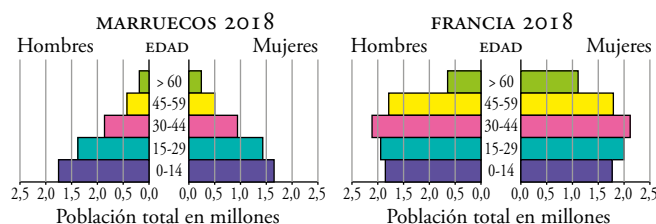
c) Agrario $\rightarrow 135$

Industria $\rightarrow 0,24 \cdot 1\,500 = 360$

Construcción $\rightarrow 0,46 \cdot 1\,500 = 690$

Servicios $\rightarrow 0,21 \cdot 1\,500 = 315$

5 Observa estas pirámides de población:



Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando las respuestas:

a) La proporción de ancianas y ancianos en Francia es mucho mayor que en Marruecos.

b) Hay más ancianas que ancianos en ambos países.

c) La proporción de menores de 15 años es mayor en Marruecos que en Francia.

a) Verdadero. Se observa que el número de nacimientos es muy similar en ambos países y sin embargo el de personas mayores de 60 (barras verdes) es mucho mayor en Francia.

b) Verdadero. Las barras verdes de la derecha de cada pirámide, correspondientes a las mujeres, son más largas que las de la izquierda, hombres.

c) Falso. Las barras moradas de ambos países son aproximadamente iguales.