

3 PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Página 45

Resuelve

1 Resuelve los dos problemas del papiro de Rhind que se han propuesto en la página anterior, y respecto al primero de ellos, contesta:

a) ¿Cuánto debe durar una tinaja?

b) ¿Cuánta grasa se puede consumir en un mes?

a) 1 año = 12 meses

Una tinaja debe durar $12 : 10 = 1,2$ meses.

b) En un mes se puede consumir $10 : 12 = \frac{5}{6}$ de tinaja.

2 Un banco presta a un interés del 6% anual.

a) ¿Qué intereses obtendrá al prestar 100 doblones durante un año? ¿Y si los presta durante un mes? ¿Y si lo hace durante siete meses?

b) ¿Qué interés obtendrá por prestar 500 doblones durante siete meses?

a) $100 \cdot 1,06 = 106$

Al cabo de un año obtendrá $106 - 100 = 6$ doblones.

$6 : 12 = 0,5\%$; $1,005 \cdot 100 = 100,5$

Si los presta durante un mes obtendrá un interés de $100,5 - 100 = 0,5\%$.

$100 \cdot 1,005^7 = 103,55$

Si lo hace durante siete meses obtendrá un interés de $103,55 - 100 = 3,55\%$.

b) $500 \cdot 1,005^7 = 517,76$

Por prestar 500 euros durante siete meses obtendrá un interés de $517,76 - 500 = 17,76\%$.

3 Resuelve el problema de la tablilla babilónica propuesto en la página anterior.

$$C_F = 2 \cdot C \rightarrow 2C = C \cdot 1,2^n \rightarrow \frac{2C}{C} = 1,2^n \rightarrow 2 = 1,2^n$$

$$\log 2 = \log (1,2^n) \rightarrow \log 2 = n \cdot \log 1,2 \rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1,2} = 3,08$$

1 ► APROXIMACIONES Y ERRORES

Página 48

1 Expresa con un número de cifras significativas que te parezca razonable las siguientes cantidades:

- a) Número de asistentes a todos los conciertos que hubo en 2019 en España: 20 927 049.
- b) Número de abejas que pertenecen a una cierta colmena: 78 421.
- c) Altura (en cm) que tiene la torre Burj Khalifa (Dubái): 82 816.
- d) Número de estrellas que componen la galaxia Andrómeda: 985 428 372 491.
- e) Población mundial: 7 683 589 082 habitantes.
- f) PIB (Producto Interior Bruto) del 2017 de España: 1 311 421 328 974 €.

- a) 21 000 000 personas
- b) 80 000 abejas
- c) 83 000 cm
- d) 985 000 000 000 estrellas
- e) 8 000 000 000 habitantes
- f) 1 300 000 000 000 €

2 ¿Qué podemos decir del error absoluto y del error relativo de estas mediciones?

- a) Volumen de una bañera, 326 litros.
 - b) Volumen de una piscina, 326 m^3 .
 - c) Volumen de un pantano, 326 hm^3 .
 - d) Volumen de un asteroide, $3,26 \cdot 10^6 \text{ km}^3$.
- a) Error absoluto $< 0,5 \text{ l}$
 - b) Error absoluto $< 0,5 \text{ m}^3 = 500 \text{ l}$
 - c) Error absoluto $< 0,5 \text{ hm}^3 = 5 \cdot 10^8 \text{ l} = 500 000 000 \text{ l}$
 - d) Error absoluto $< 0,005 \cdot 10^6 \text{ km}^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ km}^3 = 5 \cdot 10^{15} \text{ l}$

3 Compara el error relativo cometido al hacer las siguientes pesadas:

- a) Una ballena, 37 toneladas.
- b) Un pavo, 3 kg.
- c) Don Anselmo, 87,3 kg.
- d) La Tierra, $5,972 \cdot 10^{21}$ toneladas.

El menor error relativo se da al pesar la Tierra, porque se usan 4 cifras significativas.

Y el mayor error relativo se da al pesar al pavo, porque solo tiene una cifra significativa.

2 ▶ CÁLCULOS CON PORCENTAJES

Página 49

Cálculo mental

Expresa en forma decimal los siguientes porcentajes:

- | | | |
|----------|----------|---------|
| a) 10 % | b) 7 % | c) 1 % |
| d) 160 % | e) 127 % | f) 5 % |
| a) 0,1 | b) 0,07 | c) 0,01 |
| d) 1,6 | e) 1,27 | f) 0,05 |

Cálculo mental

¿Qué tanto por ciento representa cada cantidad respecto a su total?

- | | | |
|-------------------------|---------------------|---------------------|
| a) 15 respecto a 30. | b) 5 respecto a 20. | c) 2 respecto a 10. |
| d) 30 respecto a 3 000. | e) 3 respecto a 4. | |
| a) 50 % | b) 25 % | c) 20 % |
| d) 1 % | e) 75 % | |

1 Indica el tanto por ciento correspondiente a cada uno de estos decimales:

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| a) 0,1 | b) 0,5 | c) 0,9 | d) 0,25 |
| e) 1 | f) 1,5 | g) 1,1 | h) 2 |
| a) 10 % | b) 50 % | c) 90 % | d) 25 % |
| e) 100 % | f) 150 % | g) 110 % | h) 200 % |

2 Calcula.

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a) El 24 % de 300. | b) El 112 % de 560. |
| c) El 3 % de 83 200. | d) El 30 % de 83 200. |
| e) El 230 % de 5 200. | f) El 300 % de 40. |
| a) $300 \cdot 0,24 = 72$ | b) $560 \cdot 1,12 = 627,2$ |
| c) $83\,200 \cdot 0,03 = 2\,496$ | d) $83\,200 \cdot 0,3 = 24\,960$ |
| e) $5\,200 \cdot 2,30 = 11\,960$ | f) $40 \cdot 3 = 120$ |

3 Calcula el tanto por ciento que representa.

- | | |
|--|--|
| a) 45 respecto a 225. | b) 6 160 respecto a 56 000. |
| c) 4 230 respecto a 9 000. | d) 1 922 respecto a 1 240. |
| e) 6 000 respecto a 4 000. | f) 975 respecto a 32 500. |
| a) $\frac{45}{225} \cdot 100 = 20 \rightarrow 20\%$ | b) $\frac{6\,160}{56\,000} \cdot 100 = 11 \rightarrow 11\%$ |
| c) $\frac{4\,230}{9\,000} \cdot 100 = 47 \rightarrow 47\%$ | d) $\frac{1\,922}{1\,240} \cdot 100 = 155 \rightarrow 155\%$ |
| e) $\frac{6\,000}{4\,000} \cdot 100 = 150 \rightarrow 150\%$ | f) $\frac{975}{32\,500} \cdot 100 = 3 \rightarrow 3\%$ |

Cálculo mental

¿Qué índice de variación corresponde a estos aumentos porcentuales?

- | | | |
|---------|----------|----------|
| a) 25 % | b) 5 % | c) 40 % |
| d) 80 % | e) 110 % | f) 200 % |
| a) 1,25 | b) 1,05 | c) 1,4 |
| d) 1,8 | e) 2,1 | f) 3 |

Cálculo mental

¿Qué índice de variación corresponde a estas disminuciones porcentuales?

- | | | |
|---------|---------|---------|
| a) 25 % | b) 5 % | c) 40 % |
| d) 15 % | e) 88 % | f) 1 % |
| a) 0,75 | b) 0,95 | c) 0,6 |
| d) 0,85 | e) 0,12 | f) 0,99 |

- 4** Unas acciones que valían a principios de año 13,70 € han subido un 35%. ¿Cuánto valen ahora?

Ahora valen $13,70 \cdot 1,35 = 18,50$ €.

- 5** En una comunidad autónoma había 69 580 personas paradas. Han disminuido un 15%. ¿Cuántas hay ahora?

Ahora hay $69\,580 \cdot 0,85 = 59\,143$ parados.

Cálculo mental

Di la cantidad inicial si sabemos que:

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|----------|
| a) Aumenta 50 %; C. final = 1 500. | b) Aumenta 50 %; C. final = 3 000. | |
| c) Aumenta 25 %; C. final = 125. | d) Aumenta 25 %; C. final = 250. | |
| e) Disminuye 50 %; C. final = 400. | f) Disminuye 40 %; C. final = 600. | |
| a) 1 000 | b) 2 000 | c) 100 |
| d) 200 | e) 800 | f) 1 000 |

- 6** El precio de una batidora, después de cargarle un 21 % de IVA, es de 72,60 €. ¿Cuál es su precio antes de cargarle esos impuestos?

El precio sin IVA es $72,60 : 1,21 = 60$ €.

- 7** Al estirar una goma elástica, su longitud aumenta un 30 % y, en esa posición, mide 104 cm. ¿Cuánto mide sin estirar?

Sin estirar, la goma mide $104 : 1,30 = 80$ cm.

- 8** En unas rebajas en las que se hace el 30 % de descuento, Roberto ha comprado una cámara fotográfica por 50,40 €. ¿Cuál era su precio inicial?

Su precio era de $50,40 : 0,70 = 72$ €.

- 9** Una cartera ha repartido el 36 % de las cartas que tenía. Aún le quedan 1 184. ¿Cuántas tenía antes de empezar el reparto?

Si ha repartido el 36 %, le quedan el 64 %; es decir, $1184 : 0,64 = 1850$ cartas.

10 Un comercio aumenta el precio de sus productos un 30 % y, después, pretendiendo dejarlos al precio inicial, los rebaja un 30 %. ¿Es correcto? Veamos:

a) Un ordenador que inicialmente costaba 1 000 €, ¿cuánto costará en cada paso del proceso?

b) ¿Cuál es la variación porcentual que sufren los artículos respecto al precio inicial?

$$a) 1\,000 \text{ €} \xrightarrow{+30\%} 1\,300 \text{ €} \xrightarrow{-30\%} 910 \text{ €}$$

$$b) \text{ Índice de variación total: } 1,3 \cdot 0,7 = 0,91.$$

$$0,91 - 1 = -0,09$$

Variación porcentual: baja un 9 %.

11 Un capital de 42 000 € se deposita en un banco al 5 % anual. ¿En cuánto se habrá convertido en un año? ¿Y en dos? ¿Y en tres años?

$$42\,000 \text{ €} \xrightarrow{1.\text{er AÑO}} 42\,000 \cdot 1,05 = 44\,100 \text{ €}$$

$$\xrightarrow{2.\text{o AÑO}} 44\,100 \cdot 1,05 = 46\,305 \text{ €}$$

$$\xrightarrow{3.\text{er AÑO}} 46\,305 \cdot 1,05 = 48\,620,25 \text{ €}$$

También puede hacerse así:

$$1 \text{ año: } 42\,000 \cdot 1,05 = 44\,100 \text{ €}$$

$$2 \text{ años: } 42\,000 \cdot 1,05^2 = 46\,305 \text{ €}$$

$$3 \text{ años: } 42\,000 \cdot 1,05^3 = 48\,620,25 \text{ €}$$

3 ▶ INTERÉS COMPUESTO

Página 53

1 ¿En cuánto se transforma un capital de 20 000 € colocado al 3,6% anual durante 5 años?

Se transforma en $20\,000 \cdot (1,036)^5 = 23\,868,7$ €.

2 ¿En cuánto se transforman 20 000 € colocados 5 años al 3,6% anual, con pago de intereses mensual?

Un 3,6% anual significa un $3,6 : 12 = 0,3$ % mensual.

Así: $20\,000 \cdot (1,003)^{60} = 23\,937,9$ €.

4 ► PROBLEMAS CLÁSICOS

Página 54

- 1** Tres socios pusieron 2, 3 y 6 millones de euros, respectivamente, para crear una empresa.

Si las ganancias del primer año ascienden a 75 900 €, ¿cuánto corresponderá a cada uno?

Entre los tres aportaron $2 + 3 + 6 = 11$ millones de euros.

Por tanto, a cada uno le corresponderá:

$$\text{Primero} \rightarrow \frac{2}{11} \cdot 75\,900 = 13\,800 \text{ €}$$

$$\text{Segundo} \rightarrow \frac{3}{11} \cdot 75\,900 = 20\,700 \text{ €}$$

$$\text{Tercero} \rightarrow \frac{6}{11} \cdot 75\,900 = 41\,400 \text{ €}$$

- 2** ¿Cómo se podrían repartir 2 310 € entre tres hermanos de forma que a la mayor le corresponda la mitad que al menor, y a este, el triple que a la mediana?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mayor} \rightarrow \frac{3x}{2} \\ \text{Mediano} \rightarrow x \\ \text{Menor} \rightarrow 3x \end{array} \right\} \frac{3x}{2} + x + 3x = 2\,310 \rightarrow x = 420$$

Por tanto, a cada hermano le corresponde:

$$\text{Mayor} \rightarrow 630 \text{ €}$$

$$\text{Mediano} \rightarrow 420 \text{ €}$$

$$\text{Menor} \rightarrow 1\,260 \text{ €}$$

- 3** Tres personas poseían $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$ y $\frac{1}{6}$, respectivamente, de una urbanización, junto con un cuarto socio que se retira llevándose su parte. ¿Qué parte de lo que queda corresponde a cada uno?

Los tres propietarios restantes tienen en total $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{6} = \frac{6+4+3}{18} = \frac{13}{18}$ partes.

$$\text{Primero} \rightarrow \frac{1}{3} : \frac{13}{18} = \frac{6}{13}$$

$$\text{Segundo} \rightarrow \frac{2}{9} : \frac{13}{18} = \frac{4}{13}$$

$$\text{Tercero} \rightarrow \frac{1}{6} : \frac{13}{18} = \frac{3}{13}$$

- 4 Una balsa de 12 150 L se llena con tres grifos cuyos caudales son 14,6 L/s; 8,9 L/s y 4,2 L/s. ¿Cuánto ha aportado cada uno al total de la balsa? Da la solución aproximando hasta las decenas de litro.**

Entre los tres grifos tienen un caudal de $14,6 + 8,9 + 4,2 = 27,7$ L/s.

Por tanto, cada grifo aporta:

$$\text{Primero} \rightarrow \frac{14,6}{27,7} \cdot 12\,150 = 6\,403,97 \text{ L}$$

$$\text{Segundo} \rightarrow \frac{8,9}{27,7} \cdot 12\,150 = 3\,903,79 \text{ L}$$

$$\text{Tercero} \rightarrow \frac{4,2}{27,7} \cdot 12\,150 = 1\,842,24 \text{ L}$$

Página 55

- 5 Si mezclamos 12 kg de café de 12,40 €/kg con 8 kg de café de 7,40 €/kg, ¿cuál será el precio de la mezcla?

	CANTIDAD	PRECIO	COSTE
CAFÉ 1	12 kg	12,40 €/kg	$12 \cdot 12,40 = 148,80 \text{ €}$
CAFÉ 2	8 kg	7,40 €/kg	$8 \cdot 7,40 = 59,20 \text{ €}$
MEZCLA	20 kg		$148,80 + 59,20 = 208 \text{ €}$

Precio de la mezcla $\rightarrow \frac{208 \text{ €}}{20 \text{ kg}} = 10,4 \text{ €/kg}$

- 6 Si mezclamos un lingote de 3 500 g con un 80% de oro con otro lingote de 1 500 g con un 95% de oro, ¿qué proporción de oro habrá en el lingote resultante? ¿Y si añadimos 2 kg de oro puro?

	PESO TOTAL	% ORO	PESO DE ORO
1 ^{ER} LINGOTE	3 500 g	80	$3\,500 \cdot \frac{80}{100} = 2\,800 \text{ g}$
2 ^O LINGOTE	1 500 g	95	$1\,500 \cdot \frac{95}{100} = 1\,425 \text{ g}$
TOTAL	5 000 g		$2\,800 + 1\,425 = 4\,225 \text{ g}$

Proporción de oro $\rightarrow \frac{4\,225 \text{ g oro}}{5\,000 \text{ g totales}} \cdot 100 = 84,5 \%$

Y si añadimos 2 kg de oro puro:

	PESO TOTAL	% ORO	PESO DE ORO
1 ^{ER} LINGOTE	3 500 g	80	2 800 g
2 ^O LINGOTE	1 500 g	95	1 425 g
3 ^{ER} LINGOTE	2 000 g	100	2 000 g
TOTAL	7 000 g		6 225 g

Proporción de oro $\rightarrow \frac{6\,225 \text{ g oro}}{7\,000 \text{ g totales}} \cdot 100 = 88,9 \%$

- 7 Un litro de agua pesa 999,2 g, y un litro de alcohol, 794,7 g. ¿Cuál es el peso de un litro de la disolución obtenida al mezclar 3 L de agua con 7 L de alcohol?

	LITROS	PESO POR LITRO	PESO TOTAL
AGUA	3	999,2 g/L	2 997,6 g
ALCOHOL	7	794,7 g/L	5 562,9 g
MEZCLA	10		8 560,5 g

Gramos por litro de la mezcla $\rightarrow \frac{8\,560,5 \text{ g}}{10 \text{ L}} = 856,05 \text{ g/L}$

- 8 Una joyera quiere fundir un lingote de 2 kg de oro de ley 0,85 con otro lingote de 1,5 kg de oro cuya ley es 0,9. ¿Cuál es la ley del lingote resultante?

	PESO TOTAL	LEY	PESO DE ORO
1 ^{ER} LINGOTE	2 000 g	0,85	1 700 g
2 ^O LINGOTE	1 500 g	0,9	1 350 g
TOTAL	3 500 g		3 050 g

Lingote resultante \rightarrow Ley = $\frac{3\,050\text{ g}}{3\,500\text{ g}} \approx 0,87$

Página 56

9 Un coche va a 120 km/h y un camión a 90 km/h.

a) Si el coche sigue al camión a 75 km de distancia, ¿cuánto tardará en alcanzarlo?

b) Si están a 504 km y se dirigen el uno hacia el otro, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

a) El coche se aproxima al camión a una velocidad de $120 - 90 = 30$ km/h.

Tardará en alcanzarlo:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{75}{30} = 2,5 \text{ horas.}$$

b) Se aproximan a una velocidad de $120 + 90 = 210$ km/h.

Tardarán en cruzarse:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{504}{210} = 2,4 \text{ h}$$

10 La capacidad de un pantano es 981,1 hm³. La capacidad de un pantano es 980 hm³. Actualmente se encuentra al 43 % del total, está recibiendo una aportación de 45 m³/s y se desembalsan 3 200 L/s.

De mantenerse estos caudales, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse hasta un 95 % de su capacidad?

$$45 \text{ m}^3/\text{s} = 45\,000 \text{ dm}^3/\text{s} = 45\,000 \text{ L/s}$$

$$980 \text{ hm}^3 = 9,80 \cdot 10^{11} \text{ dm}^3 = 9,80 \cdot 10^{11} \text{ L}$$

$$\text{La velocidad de llenado es } 45\,000 - 3\,200 = 41\,800 \text{ L/s}$$

$$43\% \text{ de } 9,80 \cdot 10^{11} \text{ L} = 4,214 \cdot 10^{11} \text{ L}$$

$$95\% \text{ de } 9,80 \cdot 10^{11} \text{ L} = 9,31 \cdot 10^{11} \text{ L}$$

$$\text{Se quieren llenar } 9,31 \cdot 10^{11} - 4,214 \cdot 10^{11} = 5,096 \cdot 10^{11} \text{ L}$$

Tardará en llenarse al 95 %:

$$t = \frac{vol}{v} = \frac{5,096 \cdot 10^{11}}{41\,800} = 12\,191\,387,56 \text{ s}$$

$$12\,191\,387,56 \text{ segundos} = 3\,386 \text{ h, } 29 \text{ min y } 47,56 \text{ segundos.}$$

5 ► PROPORCIONALIDAD COMPUESTA EN PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Página 58

- 1 En el *Ejemplo 1*, ¿cuántas horas diarias deben trabajar 30 camiones para mover 5 000 m³ de arena?

<u>30 camiones</u>	x horas	<u>5 000 m³</u>
20 camiones	8 horas	4 000 m ³

$$x = 8 \cdot \frac{30 \cdot 5\,000}{20 \cdot 4\,000} = 8 \cdot \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} = 3 \cdot 5 = 15 \text{ horas}$$

- 2 En el *Ejemplo 2*, ¿cuántos kilos de pienso se necesitan para alimentar a 50 cerdos durante 80 días?

23 cerdos	50 días	2 990 kg	Proporcionalidad directa
<u>50 cerdos</u>	<u>80 días</u>	x kg	

$$x = 2\,990 \cdot \frac{50 \cdot 80}{23 \cdot 50} = 10\,400 \text{ kg}$$

- 3 En el *Ejemplo 3*, ¿cuántas personas con turnos de 10 h/día se necesitan para recoger las olivas en 20 días?

10 operarios	<u>8 h/día</u>	<u>40 días</u>
x operarios	10 h/día	20 días

$$x = 10 \cdot \frac{8 \cdot 40}{10 \cdot 20} = 8 \cdot 2 = 16 \text{ operarios}$$

- 4 En el *Ejemplo 4*, ¿cuántas calorías se necesitarán para calentar 1/2 L de aceite desde 15 °C hasta 75 °C?

100 g	50 °C	2 350 cal
<u>490 g</u>	<u>60 °C</u>	x cal

$$x = 2\,350 \cdot \frac{490 \cdot 60}{100 \cdot 50} = 2\,350 \cdot 5,88 = 13\,818 \text{ cal}$$

- 5** Para calentar una pieza de hierro de 1240 g de 10 °C a 150 °C se han necesitado 18228 cal.

¿Cuántas calorías se necesitarán para subir una pieza de hierro de 3480 g de 0 °C a 210 °C?

Son dos proporcionalidades directas, a más temperatura se necesitan más calorías y a mayor cantidad de hierro, mayor cantidad de calorías necesarias.

PESO DE LA PIEZA	VARIACIÓN DE TEMPERATURA	CALORÍAS
1 240 g	140 °C	18 228
1 g	140 °C	14,7
1 g	1 °C	0,105
3 480 g	210 °C	$0,105 \cdot 210 \cdot 3 480 = 76 734$

Se necesitarán 76734 calorías.

- 6** Para calentar una pieza de hierro de 1240 g de 10 °C a 150 °C se han necesitado 18228 cal.

¿A qué temperatura se pondrá una pieza de hierro de 5 kg que está a 20 °C, si se le suministran 20 000 cal?

Es una doble proporcionalidad directa, a más cantidad de hierro se han de suministrar más calorías para que aumente 1 °C y, dando una cantidad de calorías aumentará una cantidad directamente proporcional de grados.

PESO DE LA PIEZA	VARIACIÓN DE TEMPERATURA	CALORÍAS
1 240 g	140 °C	18 228
1 g	140 °C	14,7
1 g	1 °C	0,105
5 kg = 5 000 g	$\frac{20 000}{0,105 \cdot 5 000} \approx 38,1$ °C	20 000

Se pondrá a una temperatura de 38,1 °C.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Página 59

2. Índice de variación

Hazlo tú

- Halla el índice de variación de una cantidad que disminuye un 40 % y aumenta un 120 %.

¿Es un aumento o una disminución?

Disminuye un 40 % $\rightarrow 1 - 0,4 = 0,6$

Aumenta un 120 % $\rightarrow 1 + 1,2 = 2,2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Disminuye un 40 \%} \rightarrow 1 - 0,4 = 0,6 \\ \text{Aumenta un 120 \%} \rightarrow 1 + 1,2 = 2,2 \end{array} \right\} 0,6 \cdot 2,2 \cdot C_I = 1,32 \cdot C_I$$

Luego es un aumento del 32 %.

3. Repartos inversamente proporcionales

Hazlo tú

- Reparte 10 000 € de forma inversamente proporcional a 8, 10 y 12.

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{37}{120}$$

$$\frac{1}{8} : \frac{37}{120} = \frac{15}{37} \text{ del total}$$

$$\frac{1}{10} : \frac{37}{120} = \frac{12}{37} \text{ del total}$$

$$\frac{1}{12} : \frac{37}{120} = \frac{10}{37} \text{ del total}$$

$$\frac{15}{37} \cdot 10\,000 = 4\,054,05 \text{ €}$$

$$\frac{12}{37} \cdot 10\,000 = 3\,243,24 \text{ €}$$

$$\frac{10}{37} \cdot 10\,000 = 2\,702,7 \text{ €}$$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 60

Practica

Aproximaciones y errores

1 Escribe con dos cifras significativas estas cantidades y valora el error cometido en cada aproximación:

- a) Números de votos emitidos en una comunidad autónoma: 4 392 891.
- b) Número de votos obtenidos por un partido político: 193 246.
- c) Sueldo anual de una persona: 42 121 €.
- d) Precio de un equipo de música: 3 246 €.
- e) Tamaño de un microprocesador: 43,257 nanómetros.
- f) Superficie de una tarjeta SIM: 4 620,68 mm².

- a) 4 400 000 votos
- b) 190 000 votos
- c) 42 000 €
- d) 32 €
- e) 43 nanómetros
- f) 4 600 mm²

2 Compara el error absoluto en las siguientes aproximaciones:

- a) Altura de un árbol: 3,58 m.
- b) Distancia de mi casa al gimnasio: 1,5 km.
- c) Longitud de una etapa ciclista: 98 km.
- d) Precio de un piso: 240 000 €.
- e) Presupuesto de una casa real: 790 000 €.
- f) Audiencia de un programa de televisión: 2 400 000 personas.

¿En cuál de estas aproximaciones se comete menos error relativo?

- a) El error absoluto será menor de 0,005 m.
- b) El error absoluto será menor de 0,05 km.
- c) El error absoluto será menor de 0,5 km.
- d) El error absoluto será menor de 5 000 €.
- e) El error absoluto será menor de 5 000 €.
- f) El error absoluto será menor de 50 000 personas.

El menor error relativo se da con la medición de la altura de un árbol: 3,58 m ya que se usan tres cifras significativas.

Porcentajes

3 Calcula mentalmente.

- a) 20 % de 340
- b) 2,5 % de 400
- c) 75 % de 4 000
- d) 150 % de 200
- e) 60 % de 250
- f) 12 % de 12
- a) 68
- b) 10
- c) 3 000
- d) 300
- e) 150
- f) 1,44

4 ¿Qué porcentaje representa?

- | | |
|----------------|---------------|
| a) 78 de 300 | b) 420 de 500 |
| c) 25 de 5 000 | d) 340 de 200 |
| a) 26 % | b) 84 % |
| c) 0,5 % | d) 170 % |

5 Halla, en cada caso, la cantidad inicial x , como en el ejemplo:

- $120\% \text{ de } x = 450 \rightarrow 1,2x = 450 \rightarrow x = 450 : 1,2 = 375$
- | | |
|---------------------|-----------------------|
| a) 28 % de $x = 98$ | b) 15 % de $x = 28,5$ |
| c) 2 % de $x = 325$ | d) 150 % de $x = 57$ |
- a) $0,28x = 98 \rightarrow x = 98 : 0,28 = 350$
b) $0,15x = 28,5 \rightarrow x = 28,5 : 0,15 = 190$
c) $0,02x = 325 \rightarrow x = 325 : 0,02 = 16250$
d) $1,5x = 57 \rightarrow x = 57 : 1,5 = 38$

6 Calcula el valor de x , como se hace en el ejemplo.

- $x\% \text{ de } 320 = 48 \rightarrow 48 : 320 = 0,15 \rightarrow x = 15\%$
- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $x\% \text{ de } 300 = 60$ | b) $x\% \text{ de } 60 = 59,4$ |
| c) $x\% \text{ de } 1600 = 720$ | d) $x\% \text{ de } 98 = 107,8$ |
- a) $60 : 300 = 0,2 \rightarrow x = 20\%$
b) $59,4 : 60 = 0,99 \rightarrow x = 99\%$
c) $720 : 1600 = 0,45 \rightarrow x = 45\%$
d) $107,8 : 98 = 1,1 \rightarrow x = 110\%$

7 ¿Por qué número hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la final en cada caso?

- | | |
|---------------------------------------|----------------------|
| a) Aumenta un 12%. | b) Disminuye el 37%. |
| c) Aumenta un 150%. | d) Disminuye un 2%. |
| e) Aumenta un 10% y, después, el 30%. | |
| f) Disminuye un 25% y aumenta un 42%. | |
- a) $1 + 0,12 = 1,12$
b) $1 - 0,37 = 0,63$
c) $1 + 1,5 = 2,5$
d) $1 - 0,02 = 0,98$
e) $(1 + 0,1)(1 + 0,3) = 1,43$
f) $(1 - 0,25)(1 + 0,42) = 1,065$

8 Calcula el índice de variación y la cantidad final:

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| a) 325 aumenta el 28 %. | b) 87 disminuye el 80 %. |
| c) 425 aumenta el 120 %. | d) 125 disminuye el 2 %. |
| e) 45 aumenta el 40 % y el 30 %. | f) 350 disminuye el 20 % y el 12 %. |
| a) $I_V = 1,28$ | $C_F = 416$ |
| b) $I_V = 0,2$ | $C_F = 17,4$ |
| c) $I_V = 2,2$ | $C_F = 935$ |
| d) $I_V = 0,98$ | $C_F = 122,5$ |
| e) $I_V = 1,4 \cdot 1,3 = 1,82$ | $C_F = 81,9$ |
| f) $I_V = 0,8 \cdot 0,88 = 0,704$ | $C_F = 246,4$ |

9 ¿Qué porcentaje de aumento o de disminución corresponde a estos índices de variación?

- | | | |
|-------------------|----------------------|----------------------|
| a) 1,54 | b) 0,18 | c) 0,05 |
| d) 2,2 | e) 1,09 | f) 3,5 |
| a) Aumento 54 %. | b) Disminución 82 %. | c) Disminución 95 %. |
| d) Aumento 120 %. | e) Aumento 9 %. | f) Aumento 250 %. |

10 ¿Qué porcentaje es?

- | | |
|---|---|
| a) El 40 % del 40 %. | b) El 25 % del 20 %. |
| c) El 30 % del 120 %. | d) El 150 % del 20 %. |
| a) $0,4 \cdot 0,4 = 0,16 \rightarrow 16\%$ | b) $0,25 \cdot 0,20 = 0,05 \rightarrow 5\%$ |
| c) $0,30 \cdot 1,2 = 0,36 \rightarrow 36\%$ | d) $1,5 \cdot 0,2 = 0,3 \rightarrow 30\%$ |

11 Calcula, en cada caso, la cantidad que falta:

CANTIDAD INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	CANTIDAD FINAL
850	↑18%	
4500	↓48%	
75	↑110%	
5600		4592
326		603,1
	↑32%	165
	↓0,8%	4140

CANTIDAD INICIAL	VARIACIÓN PORCENTUAL	CANTIDAD FINAL
850	↑18%	1003
4500	↓48%	2340
75	↑110%	157,5
5600	↓18%	4592
326	↑85%	603,1
125	↑32%	165
4173,4	↓0,8%	4140

12 Relaciona fracciones, decimales (índices de variación) y porcentajes.

FRACCIÓN	13/20				
DECIMAL		0,38		1,15	
PORCENTAJE			24,8̄		13,6̄

FRACCIÓN	13/20	38/100	31/125	115/100	41/300 ^(*)
DECIMAL	0,65	0,38	0,248	1,15	0,136̄
PORCENTAJE	65	38	24,8̄	115	13,6̄

$$(*) 13,6̄ = \frac{123}{9} \rightarrow \frac{123}{9} : 100 = \frac{123}{900} = \frac{41}{300}$$

Resuelve problemas básicos

Porcentajes

13 El año pasado, un litro de aceite costaba 3,95 €, y este año, 4,90 €. ¿Qué tanto por ciento ha subido?

$$3,95 \cdot I_V = 4,90 \rightarrow I_V = \frac{4,90}{3,95} = 1,24$$

Ha habido un aumento de precio, luego buscamos la variación porcentual tal que $1 + V_p = 1,24 \rightarrow V_p = 0,24\%$ ha subido.

14 En una clase, han aprobado todas las asignaturas 24 estudiantes, que son el 75% del total.

a) ¿Cuántos estudiantes hay en la clase?

b) A final de curso, aprobaron todo el 87,5%. ¿Cuántos estudiantes suspendieron alguna?

24 estudiantes son el $\frac{75}{100}$ del total $\frac{3}{4}$ equivalen a 24 estudiantes, luego $\frac{1}{4}$ equivaldrá a $\frac{24}{3} = 8$ estudiantes.

a) Hay $24 + 8 = 32$ estudiantes en clase.

b) Suspendieron $100 - 87,5 = 12,5\%$.

$$\text{Calculamos el } 12,5\% \text{ de } 32 \rightarrow \frac{12,5 \cdot 32}{100} = 4$$

Conclusión: 4 estudiantes suspendieron alguna.

15 En un partido de balonmano, una jugadora A ha marcado $\frac{2}{5}$ de 30 intentos; otra, B, 6 de 16, y una tercera, C, el 36% de 25 intentos. ¿Cuántos goles ha marcado cada una? ¿Qué porcentaje de goles con respecto al total ha anotado cada una?

$$\text{Calculamos } \frac{2}{5} \text{ de } 30 \rightarrow \frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \text{ goles A.}$$

6 goles B.

$$\text{Calculamos el } 36\% \text{ de } 25 \rightarrow \frac{36 \cdot 25}{100} = 9 \text{ goles C.}$$

El total de goles es $12 + 6 + 9 = 27$.

$$\frac{12}{27} \cdot 100 = 44,4\% \text{ es el porcentaje de goles de A.}$$

$$\frac{6}{27} \cdot 100 = 22,2\% \text{ es el porcentaje de goles de B.}$$

$$\frac{9}{27} \cdot 100 = 33,3\% \text{ es el porcentaje de goles de C.}$$

- 16** Un edificio, presupuestado inicialmente en un millón y medio de euros, costó finalmente dos millones cien mil euros. ¿En qué tanto por ciento el coste real superó al presupuestado?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cantidad inicial} \rightarrow 1,5 \text{ millones} \\ \text{Índice de variación} \rightarrow x \\ \text{Cantidad final} \rightarrow 2,1 \text{ millones} \end{array} \right\} 1500\,000 \cdot x = 2100\,000 \rightarrow x = 1,4$$

El coste real superó en un $140\% - 100\% = 40\%$ el coste real.

- 17** El precio de un videojuego subió un 28% y después lo rebajaron un 30%. Si el precio inicial era 58 €, calcula el índice de variación y el precio final.

$$58 \cdot \frac{+28\%}{\cdot 1,28} \rightarrow 58 \cdot 1,28 = 74,24 \cdot \frac{+30\%}{\cdot 0,70} \rightarrow 74,24 \cdot 0,70 = 51,968 \text{ €}$$

Para calcular el I_V hacemos $1,28 \cdot 0,70 = 0,896$ como es menor que 1 ha habido una disminución.

Repartos proporcionales

- 18** Entre Ana, Berta y Carla han cobrado 900 € por repartir publicidad. Si Ana repartió 150 folletos; Berta, 250, y Carla, 200, ¿cuánto le toca a cada una?

En total han repartido $150 + 250 + 200 = 600$ folletos. Luego a cada una le corresponde:

$$\text{Ana} \rightarrow \frac{150}{600} \cdot 900 = 225 \text{ €}$$

$$\text{Berta} \rightarrow \frac{250}{600} \cdot 900 = 375 \text{ €}$$

$$\text{Carla} \rightarrow \frac{200}{600} \cdot 900 = 300 \text{ €}$$

- 19** Tres empresas ponen 15 000 €, 12 000 € y 18 000 €, respectivamente, para montar un negocio. Si este año su negocio ha obtenido un beneficio de 18 000 €, ¿cuánto le corresponde a cada una?

El capital total inicial de la empresa fue:

$$15\,000 + 12\,000 + 18\,000 = 45\,000 \text{ €}$$

$$\text{Socio 1} \rightarrow \frac{15\,000}{45\,000} \cdot 18\,000 = 6\,000 \text{ €}$$

$$\text{Socio 2} \rightarrow \frac{12\,000}{45\,000} \cdot 18\,000 = 4\,800 \text{ €}$$

$$\text{Socio 3} \rightarrow \frac{18\,000}{45\,000} \cdot 18\,000 = 7\,200 \text{ €}$$

20 Para llenar una piscina de 42000 L, se utilizan tres mangueras cuyos caudales son 240 L/min, 360 L/min y 480 L/min. ¿Qué cantidad de agua aportó cada grifo?

El caudal total de las tres mangueras es:

$$240 + 360 + 480 = 1\,080 \text{ L/min}$$

$$\text{Manguera 1} \rightarrow \frac{240}{1\,080} \cdot 42\,000 = 9\,333,3 \text{ L/min}$$

$$\text{Manguera 2} \rightarrow \frac{360}{1\,080} \cdot 42\,000 = 14\,000 \text{ L/min}$$

$$\text{Manguera 3} \rightarrow \frac{480}{1\,080} \cdot 42\,000 = 18\,666,6 \text{ L/min}$$

Mezclas

21 En una bodega se mezclan 7 hL de vino de alta calidad que cuesta a 450 € el hectólitro, con 11 hL de vino de calidad inferior a 280 €/hL. ¿A cómo sale el litro del vino resultante? (Aproxima hasta las décimas y di el orden del error cometido).

	LITROS	€/HL	PRECIO TOTAL
VINO ALTA CALIDAD	7	450	3 150 €
VINO BAJA CALIDAD	11	280	3 080 €
MEZCLA	18	$\frac{6\,230}{18} = 346,1$	6 230 €

22 Se mezclan 8 litros de aceite con otro más barato de 2,80 €/L para obtener 20 litros a 4 € el litro. ¿Cuál es el precio del aceite más caro?

Mezclamos 8 litros de un aceite que cuesta x €/L con 12 litros de otro aceite que cuesta 2,80 €/L. Obtenemos 20 litros a 4 € el litro.

$$8x + 12 \cdot 2,80 = 20 \cdot 4 \rightarrow 8x = 80 - 33,6 \rightarrow x = \frac{46,4}{8} = 5,8 \text{ euros el litro.}$$

23 Hemos mezclado 30 kg de café de 9 €/kg con 50 kg de otro café de calidad inferior. La mezcla resultante se vende a 7,50 €/kg. ¿Cuál es el precio por kilogramo del café de calidad inferior?

	CANTIDAD	PRECIO (€/KG)
CAFÉ SUPERIOR	30	9
CAFÉ INFERIOR	50	$\frac{80 \cdot 7,50 - 30 \cdot 9}{50} = 6,60$
MEZCLA	80	7,50

Móviles

- 24** Un autobús sale de A a 105 km/h. Media hora después sale de B un coche a 120 km/h. La distancia entre A y B es de 300 km. Calcula la distancia que recorre cada uno hasta que se cruzan.

Antes de salir el coche, el autobús recorre una distancia de $105 \cdot 0,5 = 52,5$ km.

Por tanto, para que se encuentren hay una distancia de $300 - 52,5 = 247,5$ km.

La velocidad con la que se aproximan es de $105 + 120 = 225$ km/h.

El tiempo que tardan en cruzarse es $t = \frac{d}{v} = \frac{247,5}{225} = 1,1$ h = 1 h 6 min.

La distancia que recorre cada uno hasta que se cruzan:

Autobús $\rightarrow 52,5 + 105 \cdot 1,1 = 168$ km

Coche $\rightarrow 120 \cdot 1,1 = 132$ km

- 25** Un camión sale de cierta población a una velocidad de 90 km/h. Cinco minutos más tarde sale en su persecución una moto a 120 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda la moto en alcanzar al camión?

$$5 \text{ min} = \frac{1}{12} \text{ h}$$

El camión recorre $90 \cdot \frac{1}{12} = 7,5$ km antes de que salga la moto.

Se aproximan a una velocidad de $120 - 90 = 30$ km/h.

Por tanto, la moto tardará en alcanzar al camión $t = \frac{d}{v} = \frac{7,5}{30} = 0,25$ h = 15 min

- 26** Antón y Berta conducen por una autovía en sentidos opuestos. A las 11:00 h, Antón pasa por la salida 17 y va hacia el norte a una velocidad de 90 km/h. A la misma hora, Berta pasa por la salida 29 y va hacia el sur a 120 km/h. Si entre las dos salidas hay 42 km de distancia, ¿a qué hora se cruzarán?

La velocidad total de los dos es: $90 + 120 = 210$ km/h.

Calculamos el tiempo que tardan en cruzarse $t = \frac{d}{v} = \frac{42}{210} = 0,2$ h = 12 min.

Se cruzarán a las 11 h y 12 min.

- 27** Tres grifos, cuyos caudales son 300 L/min, 120 L/min y 180 L/min, vierten en un depósito de 2 100 litros. El depósito tiene un desagüe que vacía 4 L/s. Calcula el tiempo que tardará en llenarse el depósito si abrimos los tres grifos y el desagüe.

El desagüe vacía 4 L al segundo luego, en 1 minuto vacía $4 \cdot 60 = 240$ L.

Entonces en 1 minuto se llena $300 + 120 + 180 - 240 = 360$ L.

Los 2 100 L se llenarán en:

$$\frac{2\,100}{360} = 5,8\overline{3} \text{ min} \rightarrow 5 \text{ min y } 50 \text{ seg.}$$

Proporcionalidad compuesta

28 Hemos empleado 5 días y 2 horas en hacer una ruta en bicicleta de 384 km, pedaleando 6 h al día.

a) ¿Cuánto recorrimos cada día?

b) Si pedaleamos 5 h al día, ¿cuántos días necesitaremos para hacer 600 km?

a) Recorrimos 72 km cada día, menos el último, que recorrimos 24 km (pedaleando a 12 km/h).

$$b) \left. \begin{array}{l} 1 \text{ h} \rightarrow 12 \text{ km} \\ x \text{ h} \rightarrow 600 \text{ km} \end{array} \right\} x = \frac{600}{12} = 50 \text{ h}$$

Necesitamos 50 h para hacer 600 km. Si cada día hacemos 5 h, necesitaremos 10 días.

29 Si 4 mineros perforan 15 m en 9 días, ¿cuántos metros perforarán 6 mineros en 15 días?

4 mineros que trabajan 9 días, abren una galería de 15 metros.

1 minero, trabajando 1 día, abre $\frac{15}{4 \cdot 9} = 0,41\overline{6}$ metros.

Por tanto, 6 mineros, trabajando 15 días, abrirán una galería de $6 \cdot 15 \cdot 0,41\overline{6} = 37,5$ metros.

30 En una cadena de montaje, 17 personas, trabajando 8 horas al día, ensamblan 850 aparatos de radio a la semana. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar la próxima semana, para atender un pedido de 1 000 aparatos, teniendo en cuenta que se añadirá un refuerzo de tres personas?

N.º PERSONAS	HORAS DIARIAS TRABAJADAS	N.º APARATOS ENSAMBLADOS
17	8	850
1	8	50
1	1	6,25
20	$\frac{1000}{6,25 \cdot 20} = 8$	1 000

31 En un comedor de empresa, con 113 comensales, se han consumido 840 yogures en 20 días laborables. ¿Será suficiente una reserva de 200 yogures para los próximos cinco días en los que se prevé una afluencia media de 120 comensales/día?

N.º COMENSALES	N.º YOGURES	N.º DÍAS LABORABLES
113	840	20
1	$\frac{840}{113 \cdot 20} = 0,37$	1
120	$0,37 \cdot 120 \cdot 5 = 222$	5

Para los próximos cinco días, con una afluencia de 120 comensales, se necesitarán 222 yogures, por tanto, la reserva de 200 yogures no será suficiente.

Resuelve problemas

- 32** El precio de un billete de avión bajó un 24 %, pero en marzo subió un 28 % y pagué 327 €. ¿Cuál era el precio inicial? ¿Qué porcentaje de descuento o de aumento me hicieron?

Sea x el precio inicial del billete.

$$x \xrightarrow{\substack{-24\% \\ \cdot 0,76}} \boxed{x = 0,76} \xrightarrow{\substack{+28\% \\ \cdot 1,28}} \boxed{x \cdot 0,76 \cdot 1,28}$$

La cantidad final es 327 € $\rightarrow x \cdot 0,76 \cdot 1,28 = 327 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{327}{0,76 \cdot 1,28} \rightarrow x = \frac{327}{0,9728} \rightarrow 336,14 \text{ €}$$

Índice de variación total = Índice 1.ª variación \cdot Índice 2.ª variación

$0,76 \cdot 1,28 = 0,9728 = 1 - 0,0272$. Corresponde a un descuento del 2,7%.

- 33** Al repartir un premio entre tres personas de forma directamente proporcional a 8, 10 y 12, respectivamente, a la tercera le han correspondido 1 344 €. Calcula lo que le corresponde a la primera y a la segunda.

$$8 + 10 + 12 = 30$$

Sabemos que al tercero le han correspondido 1 344 € del total $\rightarrow \frac{12}{30} \cdot x = 1 344 \rightarrow$

$$\rightarrow x = \frac{30 \cdot 1 344}{12} = 3 360 \text{ €}$$

Luego el total del premio es 3 360 €.

Al primero le corresponde $\frac{8}{30} \cdot 3 360 = 896 \text{ €}$.

Al segundo le corresponde $\frac{10}{30} \cdot 3 360 = 1 120 \text{ €}$.

- 34** Se han vertido 3 litros de agua, a 20 °C, en una olla que contenía 5 litros de agua a 60 °C. ¿A qué temperatura está ahora el agua de la olla? ¿Cuál sería la temperatura si añadimos además 2 litros a 50 °C?

	LITROS	TEMPERATURA
OLLA 1	3	20 °C
OLLA 2	5	60 °C
MEZCLA (OLLA 3)	8	$\frac{3 \cdot 20 + 5 \cdot 60}{8} = 45 \text{ °C}$

35 Tres hermanos se reparten una herencia de 2820 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibirá cuatro, y el pequeño, tres. ¿Qué cantidad se lleva cada uno?

Los hermanos se repartirán 2820 € en partes de $5 + 4 + 3 = 12$ €.

A cada hermano le corresponde:

$$\text{Mayor} \rightarrow \frac{5}{12} \cdot 2820 = 1175 \text{ €}$$

$$\text{Mediano} \rightarrow \frac{4}{12} \cdot 2820 = 940 \text{ €}$$

$$\text{Pequeño} \rightarrow \frac{3}{12} \cdot 2820 = 705 \text{ €}$$

36 Añadimos 0,5 L de alcohol de 50° a 0,75 L de alcohol de 80°. ¿Qué concentración tendrá la mezcla?

	LITROS	CONCENTRACIÓN
RECIPIENTE 1	0,5	50°
RECIPIENTE 2	0,75	80°
MEZCLA	1,25	$\frac{0,5 \cdot 50 + 0,75 \cdot 80}{1,25} = 68^\circ$

37 Se han abonado 15000 € por la limpieza de un bosque realizada por dos cuadrillas. La primera cuadrilla está formada por 12 personas y han trabajado durante 7 días. La segunda cuadrilla tiene 15 personas y ha trabajado 5 días. ¿Cuánto corresponde a cada cuadrilla? ¿Y a cada persona? (Da la solución aproximando a las unidades y di de qué orden es el error absoluto cometido).



Se ha trabajado un total de $7 + 5 = 12$ días.

A cada cuadrilla le corresponde:

$$\text{Primera cuadrilla} \rightarrow \frac{7}{12} \cdot 15000 = 8750 \text{ € (con un error absoluto de } 0, \hat{3})$$

$$\text{Segunda cuadrilla} \rightarrow \frac{5}{12} \cdot 15000 = 6250 \text{ € (con un error absoluto de } 0, \hat{3})$$

A cada hombre de la primera cuadrilla le corresponde $\frac{8750}{12} = 730 \text{ € (con un error absoluto de } 0, 8 \hat{3})$

A cada hombre de la segunda cuadrilla le corresponde $\frac{6250}{15} = 417 \text{ € (con un error absoluto de } 0, \hat{3})$

38 El coste de fabricación de un ordenador se reparte entre el 60 % en la mano de obra y el 40 % en los materiales. En un año, el coste de la mano de obra aumentó un 8 %, y el de los materiales, un 15 %. Expresa en porcentaje el aumento total del coste.

El coste de fabricación es $\left\{ \begin{array}{l} 60 \% \rightarrow 0,60 \text{ mano de obra.} \\ 40 \% \rightarrow 0,40 \text{ materiales.} \end{array} \right.$

El coste de la mano de obra aumentó un 8 % $\rightarrow 1,08$.

El coste de los materiales aumentó un 15 % $\rightarrow 1,15$.

El aumento total del coste fue:

$$0,60 \cdot 1,08 + 0,40 \cdot 1,15 = 0,648 + 0,46 = 1,108$$

Luego el porcentaje de aumento es: 10,8 %.

39 Para hacer una prueba radiológica con contraste, al paciente se le inyectan 1,8 mg de un medicamento. Se sabe que el cuerpo elimina cada hora un 30 % del medicamento que hay en la sangre. Al paciente se le informa que 4 h después de la inyección tendrá menos de 0,5 mg de medicamento en su sangre. ¿Es correcta esa afirmación? Justifícalo.

La cantidad inicial de medicamento es de 1,8 mg.

Esta cantidad se reduce en una hora un 30 % $\rightarrow 1 - 0,3 = 0,7$.

Luego en 4 horas ha disminuido $(0,7)^4$ mg.

Calculamos la cantidad de medicamento que queda después de 4 horas:

$$1,8 \cdot (0,7)^4 = 0,43218 < 0,5 \text{ mg} \rightarrow \text{Es verdadera.}$$

40 Reparte 1 200 € entre los tres primeros clasificados en una carrera de forma inversamente proporcional al orden de llegada.

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$$

$$\text{Al primero le corresponde} \rightarrow \frac{1}{11/6} \cdot 1\,200 = \frac{6}{11} \cdot 1\,200 = 654,5 \text{ €}.$$

$$\text{Al segundo le corresponde} \rightarrow \frac{1/2}{11/6} \cdot 1\,200 = \frac{6}{22} \cdot 1\,200 = 327,3 \text{ €}.$$

$$\text{Al tercero le corresponde} \rightarrow \frac{1/3}{11/6} \cdot 1\,200 = \frac{6}{33} \cdot 1\,200 = 218,2 \text{ €}.$$

41 Al repartir una cantidad de forma inversamente proporcional a 2, 4 y 8, al segundo le corresponden 4000 €. Calcula qué cantidad se repartió y lo que les corresponde a los otros dos.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\text{Al primero le corresponde} \rightarrow \frac{1/2}{7/8} \cdot x = \frac{8}{14} \cdot x$$

$$\text{Al segundo le corresponde} \rightarrow \frac{1/4}{7/8} \cdot x = \frac{2}{7} \cdot x = 4000 \rightarrow x = 14000 \text{ €}.$$

$$\text{Al tercero le corresponde} \rightarrow \frac{1/8}{7/8} \cdot x = \frac{1}{7} \cdot x$$

$$\text{Luego al primero le corresponden} \frac{8}{14} \cdot 14000 = 8000 \text{ €}.$$

$$\text{Al tercero le corresponden} \frac{1}{7} \cdot 14000 = 2000 \text{ €}.$$

42 Ana y Eva van en bicicleta a la playa. Ana dice «si aumentamos nuestra velocidad en un 20 %, el tiempo que emplearemos disminuye un 20 %». Eva cree que Ana se equivoca. ¿Quién tiene razón?

$$\text{Si aumentan la velocidad en un 20 \%} \rightarrow \text{La velocidad será } v \cdot 1,2.$$

Veamos como varía el tiempo con este aumento:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{e}{1,2 \cdot v} = \frac{1}{1,2} \cdot \frac{e}{v} = 0,8\overline{3} \cdot \frac{e}{v}$$

$$\text{Luego el tiempo disminuye } 1 - 0,8\overline{3} = 0,1\overline{6} = 16,7\%.$$

43 El 56 % de mi clase son chicas. Si tres de ellas se cambian por tres chicos de otra clase, entonces el 56 % de la clase serían chicos. ¿Cuántos estudiantes hay en mi clase?

$$\text{El 56 \% del total son chicas} \rightarrow 0,56 \cdot x \text{ chicas.}$$

$$\text{El 44 \% del total son chicos} \rightarrow 0,44 \cdot x \text{ chicos.}$$

Al cambiar 3 chicas por 3 chicos el número de chicos es 56 % $\rightarrow 0,56 \cdot x$ chicos y el de las chicas es 44 % $\rightarrow 0,44 \cdot x$ chicas.

$$\text{Luego } 0,56 \cdot x - 0,44 \cdot x = 3 \rightarrow 0,12 \cdot x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{0,12} \rightarrow x = 25 \text{ estudiantes}$$

44 Meta 14.2. En 2006 saltaron las alarmas sobre la disminución de la población de atunes tras décadas de sobrepesca. Se estimó que desde 1950 había descendido un 68 %. ¿En qué porcentaje debería aumentar la población que había en ese momento para volver a los niveles de 1950?

$$\text{El descenso de la población de atunes desde 1950 ha sido un 68 \%} \rightarrow 1 - 0,68 = 0,32.$$

$$\text{Buscamos el porcentaje que tiene que aumentar} \rightarrow I_V = x$$

$$\text{Luego } 0,32 \cdot x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{0,32} = 3,125 \rightarrow 312,5\%.$$

46 El precio de una caja de 40 pastillas para lavavajillas es 4,75 €. Para aumentar las ventas, la fabrica se plantea hacer tres tipos de oferta:

A - La caja con 50 pastillas al mismo precio.

B - Lleve 3 cajas y pague 2.

C - La segunda unidad al 50 %.

¿Qué descuento nos hacen en cada caso?

El precio de la caja de 40 pastillas es de 4,75 € → El precio por pastilla es de $4,75 : 40 = 0,11875$.

En la oferta A la pastilla sale a $4,75 : 50 = 0,095$

$$\begin{array}{l} 100\% \rightarrow 0,11875 \\ x\% \rightarrow 0,095 \end{array} \rightarrow \frac{0,095}{0,11875} \cdot 100 = 80\% \text{ se paga.}$$

Luego el descuento que hacen es del 20 %.

En la oferta B:

Son 120 pastillas a 9,5 € → La pastilla sale a $9,5 : 120 = 0,079$

$$\begin{array}{l} 100\% \rightarrow 0,11875 \\ x\% \rightarrow 0,079 \end{array} \rightarrow \frac{0,079}{0,11875} \cdot 100 = 66,53\% \text{ se paga.}$$

Luego el descuento que hacen es del 33,47 %.

En la oferta C:

Son 80 pastillas a 7,125 € → La pastilla sale a $7,125 : 80 = 0,089$

$$\begin{array}{l} 100\% \rightarrow 0,11875 \\ x\% \rightarrow 0,089 \end{array} \rightarrow \frac{0,089}{0,11875} \cdot 100 = 74,95\% \text{ se paga.}$$

Luego el descuento que hacen es del 25,05 %.

Página 63

47 Si un comercio aumenta el precio de sus productos un 30 % y después los rebaja un 30 %, ¿ha hecho un aumento o un descuento? Calcula el índice de variación y explica su significado.

Aumenta el precio un 30 % $\rightarrow 1 + 0,3 = 1,3$

Rebaja un 30 % $\rightarrow 1 - 0,3 = 0,7$

Luego el índice de variación total es:

$$1,3 \cdot 0,7 = 0,91$$

0,91 \rightarrow Descuento del 91 %.

48 Por el *Black Friday*, un comercio ofrece un 20 % de descuento en todos sus productos y además la segunda unidad al 60 %. ¿Qué porcentaje de rebaja hacen?

El 20 % de descuento $\rightarrow 1 - 0,2 = 0,8$

Segunda unidad al 60 % $\rightarrow 1 - 0,6 = 0,4$

2.^a unidad

↓

$$0,8 + 0,4 = 1,2$$

↓

1.^a unidad

Luego al comprar 2 unidades obtenemos un descuento de:

$$\frac{1,2}{2} = 0,6 \rightarrow 1 - 0,6 = 0,4 \rightarrow \text{Descuento del 40 \%}$$

49 ¿En cuánto se convertirá un capital de 80 000 €, colocado al 3,6 % anual, durante dos años y medio con periodo de capitalización mensual?

En dos años y medio hay 30 meses.

Un 3,6 % anual significa un $3,6/12 = 0,3$ % mensual.

$$C_F = 80\,000 \cdot 1,003^{30} = 87\,522,15 \text{ €}$$

50 Calcula en cuánto se transformarán 60 000 € colocados a interés compuesto en los siguientes casos si el periodo de capitalización es mensual:

a) Al 3 % anual durante 2 años.

b) Al 5,4 % anual durante 9 meses.

c) Al 0,36 % mensual durante un año y medio.

d) Al 4,8 % anual durante 18 meses.

a) $C_F = 6000 \cdot 1,03^2 = 63\,654 \text{ €}$

b) $5,4/12 = 0,45$ % mensual

$$C_F = 6000 \cdot 1,0045^9 = 62\,474,20 \text{ €}$$

c) $C_F = 6000 \cdot 1,0036^{18} = 64\,009,29 \text{ €}$

d) $4,8/12 = 0,4$ % mensual

$$C_F = 6000 \cdot 1,004^{18} = 64\,470,66 \text{ €}$$

51 Se depositan en un banco 28 000 € al 6% anual y el banco nos descuenta un 20% de los beneficios como retención fiscal.

a) ¿Cuál será el porcentaje neto de rendimiento?

b) Si los intereses se acumulan trimestralmente al capital, ¿cuál será el beneficio al cabo de 2 años?

a) También podrían habernos preguntado «¿Cuál es el 80% del 6%?».

Es decir, $0,8 \cdot 0,06 = 0,048$.

El rendimiento neto es del 4,8%.

b) $28\,000 \left(1 + \frac{4,8}{400}\right)^8 = 30\,803,6$

Por tanto, el beneficio obtenido es $30\,803,6 - 28\,000 = 2\,803,6$ €

52 Un comerciante pone el precio de venta de sus artículos aumentando un 30% el precio de coste. Durante el periodo de rebajas aplica un descuento del 15%, pero a sus familiares quiere cobrárselos a precio de coste, por lo que aplica un descuento del 20% sobre el precio de venta. ¿Consigue, de esta forma, vendérselos sin ganar ni perder?

Precio inicial aumentado un 30% $\rightarrow 1 + 0,30 = 1,3$

En rebajas aplica un descuento de 15% $\rightarrow 1 - 0,15 = 0,85$

A sus familiares les aplica un descuento del 20% $\rightarrow 1 - 0,20 = 0,80$

• Si aplica un 15% y un 20% de descuento a sus familiares entonces $\rightarrow 1,3 \cdot 0,85 \cdot 0,80 = 0,884 \rightarrow 1 - 0,884 = 0,116 \rightarrow$ Aplica un aumento del 11,6% luego pierde.

• Si aplica solo el 20% $\rightarrow 1,3 \cdot 0,80 = 1,04 \rightarrow 1 + 0,4 \rightarrow$ Aplica un aumento del 4% luego gana.

Resuelve: un poco más difícil

53 Deposito en un banco 150 000 € a plazo fijo de dos años. Cuando lo retiro, son 162 240 €. ¿Qué tanto por ciento anual me dio el banco?

$$\begin{array}{l} \text{Cantidad inicial } 150\,000 \text{ €} \\ \text{Cantidad final } 162\,240 \text{ €} \end{array} > \frac{162\,240}{150\,000} = 1,0816$$

$$C_F = C_I \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \rightarrow \frac{C_F}{C_I} = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \rightarrow 1,0816 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{1,0816} = 1 + \frac{r}{100} \rightarrow 1,04 - 1 = \frac{r}{100} \rightarrow 0,04 \cdot 100 = r = 4$$

El banco me da un 4% anual.

54 Si deposito en un banco 6 000 € al 4,2% anual, ¿cuántos años tardará en duplicarse?

 Utiliza el factor constante de la calculadora para resolverlo por tanteo.

Cantidad inicial 6 000 €

$$r = 4,2$$

$$C_F = 2 \cdot C_I = 12\,000$$

$$C_F = C_I \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \rightarrow 12\,000 = 6\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,2}{100}\right)^n \rightarrow 2 = (1,042)^n \rightarrow \log_{1,042} 2 = n \rightarrow n = 16,85$$

Luego en 17 años el capital inicial se ha duplicado.

55 a) Si el área de un cuadrado ha disminuido un 25%, ¿en qué porcentaje ha disminuido su lado?

b) El volumen de un cubo aumenta un 20%. ¿En qué porcentaje aumentará su arista?

a) Ha disminuido un 25% $\rightarrow 1 - 0,25 = 0,75$

El área del cuadrado es l^2 .

$$\text{Luego el área nuevo es } 0,75 \cdot l^2 = (xl)^2 \rightarrow$$

↓
Disminución del lado.

$$\rightarrow x^2 = 0,75 \rightarrow x = 0,87 \rightarrow 1 - 0,87 = 0,13$$

Luego el lado disminuye un 13%.

b) Ha aumentado un 20% $\rightarrow 1 + 0,20 = 1,20$

El volumen del cubo es a^3 .

$$\text{Luego el volumen nuevo es } 1,20a^3 = (xa)^3 \rightarrow$$

↓
Aumento de la arista.

$$\rightarrow x^3 = 1,20 \rightarrow x = \sqrt[3]{1,20} = 1,063 \rightarrow 1 + 0,063$$

Luego la arista aumenta un 6,3%.

56 Miguel quiere aplicar un herbicida a su finca. Sabe que debe añadir agua al producto, de forma que tenga una concentración del 5% como mínimo para que sea eficaz. Mezcla 1/2 litro de herbicida con 5 litros de agua y comienza a aplicarlo.

Cuando ha gastado 3 litros de la mezcla, se da cuenta de que no va a tener bastante para toda la finca y le añade 2 litros de agua. ¿Tendrá la concentración adecuada en todo momento?

Al principio, la concentración es $\frac{0,5}{5,5} = 0,09 \rightarrow 9\%$.

Cuando quedan 2,5 l de mezcla, le añade 2 l de agua más. Ahora hay 4,5 l de mezcla para $2,5 \cdot 0,09 = 0,227$ l de herbicida.

Por tanto, la nueva concentración es $\frac{0,227}{4,5} = 0,05 \rightarrow 5\%$.

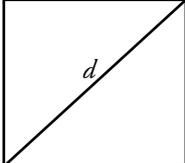
Sí, en todo momento la concentración es mayor o igual que el 5% requerido.

Reflexiona

57 ¿Verdadero o falso? Justifica tus respuestas.

- a) Si el precio de un artículo aumenta un 40% y después un 60%, se duplica.
- b) La longitud de la diagonal de un cuadrado es proporcional al lado del mismo.
- c) Si una cantidad aumenta un 200%, se triplica.
- d) Si a 35 le añades el 25%, obtienes 47,5.
- e) El 150% del 50% es el 200%.
- f) Si compro un coche por 12000 € y me rebajan un 15%, pagaré 10200 €.
- g) Si la cuota anual de un club deportivo era 360 € y ha pasado a 414 €, la han subido un 115%.
- h) Al aumentar primero un 20% y después disminuir un 40% se obtiene una cantidad mayor que si se aplica primero la disminución y luego el aumento.
- i) Si una cantidad se duplica, ha aumentado un 100%.

a) Aumenta un 40% $\rightarrow 1 + 0,4$
 Aumenta un 60% $\rightarrow 1 + 0,6$ $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$ Índice de variación total es:
 $1,4 \cdot 1,6 = 2,24 \rightarrow 1 + 1,24 \rightarrow 124\%$
 Aumenta un 124% $\neq 200\%$
 Falso.

b)  La diagonal d , de un cuadrado de lado l vale:
 $d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = l\sqrt{2} \rightarrow l$ y d son proporcionales.
 Verdadero.

c) Aumenta un 200% $\rightarrow 1 + 2 = 3$
 Si la cantidad inicial es $x \rightarrow$ Cantidad final es $3x$ luego se triplica.
 Verdadero.

d) Aumenta un 25% $\rightarrow 1 + 0,25 = 1,25$
 $35 \cdot 1,25 = 43,75 \neq 47,5$
 Falso.

e) El 150% es 1,5 $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$ si 150% de 50% $\rightarrow 1,5 \cdot 0,5 = 0,75 \rightarrow 75\%$
 El 50% es 0,5
 Falso.

f) Cantidad inicial 12000 €
 Disminución del 15% $\rightarrow 1 - 0,15 = 0,85$
 $12000 \cdot 0,85 = 10200$ €
 Verdadero.

g) Cantidad inicial 360 € $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$ $360 \cdot x = 414 \rightarrow x = \frac{414}{360} = 1,15 = 1 + 0,15 \rightarrow$
 Cantidad final 414 €
 \rightarrow Ha subido un 15% $\neq 115\%$
 Falso.

$$\left. \begin{array}{l} \text{h) Aumentar un } 20\% \rightarrow 1 + 0,2 = 1,2 \\ \text{Disminuir un } 40\% \rightarrow 1 - 0,4 = 0,6 \\ C_I \rightarrow \text{Cantidad inicial} \end{array} \right\} \rightarrow 1,2 \cdot 0,6 \cdot C_I = 0,72 \cdot C_I$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Disminuir un } 40\% \rightarrow 1 - 0,4 = 0,6 \\ \text{Aumentar un } 20\% \rightarrow 1 + 0,2 = 1,2 \\ C_I \rightarrow \text{Cantidad inicial} \end{array} \right\} \rightarrow 0,6 \cdot 1,2 \cdot C_I = 0,72 \cdot C_I$$

Falso.

$$\begin{array}{l} \text{i) } C_I = \text{Cantidad inicial} \\ \text{Aumenta } 100\% \rightarrow 1 + 1 = 2 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 2 \cdot C_I \rightarrow \text{Duplica la } C_I$$

Verdadero.

58 Si la base de un rectángulo disminuye un 10% y su altura aumenta un 10%, ¿su área aumenta, disminuye o se queda igual? Justifica tu respuesta.

b → Base del rectángulo.

a → Altura del rectángulo.

$A = b \cdot a =$ Área del rectángulo.

La base disminuye un 10% → $1 - 0,1 = 0,9 \rightarrow 0,9 \cdot b$

La altura aumenta un 10% → $1 + 0,1 = 1,1 \rightarrow 1,1 \cdot a$

$A' = 0,9 \cdot b \cdot 1,1 \cdot a = 0,9 \cdot 1,1 \cdot b \cdot a = 0,99 \cdot A \rightarrow$ Disminuye un $1 - 0,99 = 0,01 \rightarrow 1\%$

59 ¿Qué es mejor, colocar 5 000 € al 4,2% durante 2 años o colocar la misma cantidad al 0,4% mensual durante 20 meses?

$C_I = 5\,000 \text{ €}$

$$4,2\% \text{ durante } 2 \text{ años} \rightarrow C_F = C_I \cdot \left(1 + \frac{4,2}{100}\right)^2 \rightarrow 5\,000 \cdot (1,042)^2 = 5\,428,82 \text{ €}$$

$$0,4\% \text{ durante } 20 \text{ meses} \rightarrow C_F = C_I \cdot \left(1 + \frac{0,4}{1\,200}\right)^{20} \rightarrow C_F = 5\,000 \cdot (1,0003)^{20} \rightarrow$$

$$\rightarrow C_F = 5\,033,44 \text{ €}$$

Es mejor la 1.ª opción.

60 Tenemos 5 000 € en una cuenta. A final de cada mes, ingresamos un 5% del dinero que hay en la cuenta en ese momento. ¿Al cabo de cuántos meses tendremos el doble?

 Utiliza el factor constante de la calculadora para resolverlo por tanteo.

Buscamos que la cantidad final sea el doble que la inicial →

$$\rightarrow C_F = C_I \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n = 2 \cdot C_I \rightarrow C_F = C_I \cdot (1 + 0,05)^n = 2 \cdot C_I \rightarrow$$

$$\rightarrow C_I \cdot (1,05)^n = 2 \cdot C_I \rightarrow (1,05)^n = 2 \rightarrow n = \log_{1,05} 2 \rightarrow n = 14,21$$

En 15 años la cantidad final será más del doble que la cantidad inicial.

Busca regularidades y generaliza

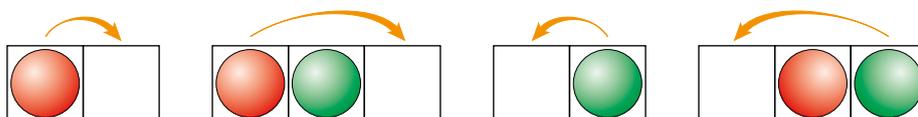
Un juego de fichas y un reto

OBJETIVO: Poner las rojas en el lugar de las verdes y las verdes en el de las rojas.



NORMAS:

- Las rojas se desplazan únicamente hacia la derecha, y las verdes, hacia la izquierda.
- Los movimientos se realizan avanzando a la siguiente casilla o saltando sobre una ficha contraria.



CUENTA Y COMPLETA LA TABLA:

N.º DE FICHAS DE CADA COLOR	1	2	3	4	...
N.º DE MOVIMIENTOS	?	8	?	?	...

N.º DE FICHAS DE CADA COLOR	1	2	3	4	n
N.º DE MOVIMIENTOS	4	8	12	16	$4 \cdot n$

Lee y comprende

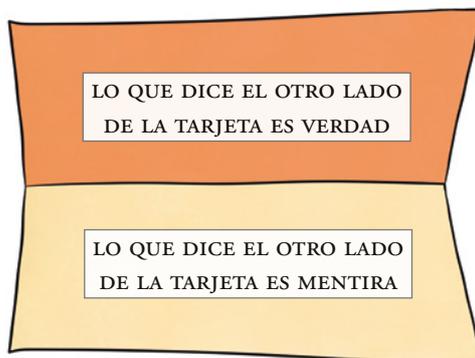
Incógnita difícil de despejar

¿Sabes qué es una *paradoja*? Ahora puedes observar una.

Escribe en uno y otro lado de una tarjeta los mensajes de la derecha.

Y ahora pregúntate:

¿Hay alguna verdad o alguna mentira en alguno de los lados de la tarjeta?



Si hubiera alguna verdad o alguna mentira, en cualquiera de las dos se entraría en contradicción, puesto que es una reducción a lo absurdo.

Reflexiona y saca conclusiones

En un supermercado comparan las ventas de cada trimestre con las del trimestre anterior:

— EL CONTABLE: El primer trimestre del año ha sido malo, hemos bajado las ventas un 10%.
Pero en el segundo trimestre hemos vuelto a subir un 10%.

— EL GERENTE: Entonces, durante el semestre, ni hemos bajado ni hemos subido.

— EL CONTABLE: No, hemos perdido un 1%.

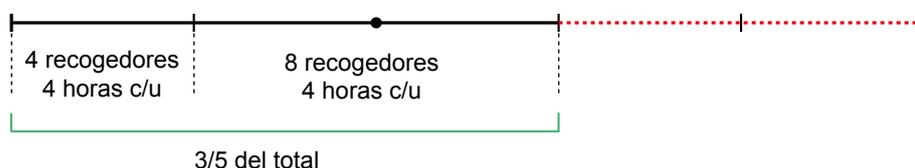
¿Cuál de los dos tiene razón?



Tiene razón el contable, puesto que, si bajamos un 10% de una cantidad tenemos un 90%. Y si a ese 90% le subimos un 10% ($90 \cdot 1,1 = 99$) no obtendremos la cantidad inicial, sino que habremos perdido un 1%.

Entrénate resolviendo problemas

- Una cuadrilla de 4 recogedores de aceitunas trabaja 4 horas por la mañana en un campo de olivos. Por la tarde, se les unen otros 4 recogedores y trabajan todos juntos otras cuatro horas. Al final del día, se han recogido las tres quintas partes del campo.
¿Cuánto tardarán 4 de estos recogedores en rematar la faena?



$\frac{1}{5}$ de la tarea lo hacen 4 recogedores en 4 horas.

Los $\frac{2}{5}$ que faltan lo harán 4 recogedores en 8 horas.

- La media de las edades de Rosa, Carol y Pilar es de 12 años. ¿Cuál es la edad de Sara, si al incorporarse al grupo la media sube a 15 años?

Si la media sube a 15 años es porque Sara ha subido a todas 3 años más y ella ha puesto sus 15. Por tanto, Sara tiene $15 + 3 + 3 + 3 = 15 + 9 = 24$ años.

Si lo resolvemos algebraicamente, sería así:

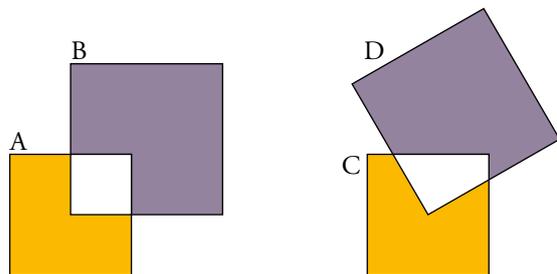
$$\frac{\text{Rosa} + \text{Carol} + \text{Pilar}}{3} = 12 \rightarrow \text{Rosa} + \text{Carol} + \text{Pilar} = 12 \cdot 3 = 36$$

$$\frac{\text{Rosa} + \text{Carol} + \text{Pilar} + \text{Sara}}{4} = 15 \rightarrow \text{Rosa} + \text{Carol} + \text{Pilar} + \text{Sara} = 15 \cdot 4 = 60$$

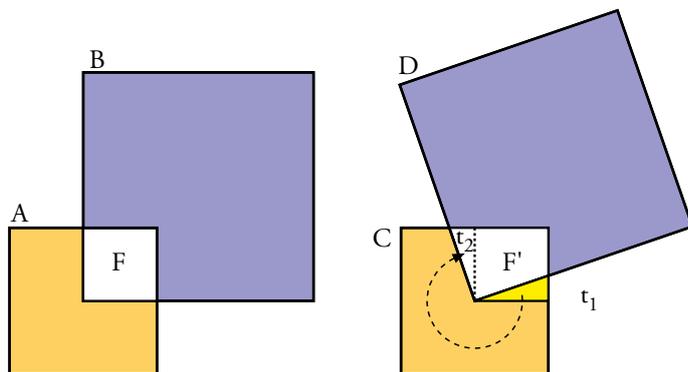
Como $\text{Rosa} + \text{Carol} + \text{Pilar} = 36$, entonces $36 + \text{Sara} = 60 \rightarrow \text{Sara} = 60 - 36 = 24$ años.

- El cuadrado A contiene un 16% del cuadrado B.

¿Qué porcentaje del cuadrado D contiene el cuadrado C, si el C es igual al A, y el D, al B?



La figura F tiene la misma área que la figura F' , ya que $t_1 = t_2$. Por tanto, el cuadrado D tiene un 16% del cuadrado C .



AUTOEVALUACIÓN

1 Indica el índice de variación y la cantidad final en cada caso:

a) 300 disminuye un 12 % y después un 35 %.

b) 1 520 disminuye un 90 % y después aumenta un 150 %.

a) $1 - 0,12 = 0,82$

$1 - 0,35 = 0,65$

$C_F = 300 \cdot 0,82 \cdot 0,65 = 159,9$

Índice de variación total = $0,82 \cdot 0,65 = 0,533 \rightarrow 1 - 0,533 = 0,467 = 46,7\%$ de bajada.

b) $C_F = 1520 \cdot 0,1 \cdot 2,5 = 380$

Índice de variación total = $0,1 \cdot 2,5 = 0,25 \rightarrow 1 - 0,25 = 0,75 = 75\%$ de bajada.

2 Indica el porcentaje de aumento o de disminución que corresponde a cada uno de los siguientes índices de variación:

a) 1,07

b) 0,78

c) 2,2

a) 7 % de subida.

b) 22 % de bajada.

c) 120 % de subida.

3 Después de una subida de un 3,5 %, un piso cuesta 258 600 €.

a) ¿Cuál era el precio antes de la subida?

b) Si expresas el resultado con dos cifras significativas, ¿qué puedes decir del error absoluto cometido?

a) El precio antes de la subida era de $258\,600 : 1,035 = 249\,855$ €.

b) El resultado aproximado es 250 000 €. El error absolutado es $< 5\,000$ €.

4 El precio de un teléfono móvil ha subido un 20 % y después ha bajado un 25 %. Si pagué por él 135 €, ¿cuál era su precio inicial?

Aumento del 20 % $\rightarrow 1 + 0,2 = 1,2$

Dismunición del 25 % $\rightarrow 1 - 0,25 = 0,75$

$C_I \rightarrow$ Cantidad inicial

$C_F \rightarrow 135$ € \rightarrow Cantidad final

$\rightarrow 135 = 0,9 \cdot C_I \rightarrow C_I = 150$ €

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow C_F \rightarrow 1,2 \cdot 0,75 \cdot C_I \rightarrow \end{array} \right\}$$

5 Dos palas excavadoras, trabajando 10 horas diarias, hacen un desmonte en 9 días. ¿Cuánto tardarían en hacer ese trabajo tres palas a un ritmo de 12 horas al día?

2 palas, 10 h/día, 9 días $\rightarrow 2 \cdot 10 \cdot 9 = 180$ h

3 palas, 12 h/día, x días $\rightarrow 3 \cdot 12 \cdot x = 36 \cdot x$ h

$$x = \frac{180}{36} = 5 \text{ días}$$

- 6 Mezclamos 20 kg de harina de 1,25 €/kg con 35 kg de otra harina de 0,75 €/kg. ¿Cuál será el precio de la mezcla?**

	CANTIDAD (KG)	PRECIO (€/KG)	COSTE
HARINA 1	20	1,25	$20 \cdot 1,25 = 25$
HARINA 2	35	0,75	$35 \cdot 0,75 = 26,25$
MEZCLA	55	$\frac{51,25}{55} = 0,93$	51,25

- 7 Dos trenes salen a las 8:00 h de la mañana de dos ciudades, A y B, que distan 780 km entre sí. Si el que sale de A hacia B lleva una velocidad de 110 km/h, y el que sale de B hacia A va a 90 km/h, ¿a qué hora se encontrarán?**

La velocidad de aproximación es $110 + 90 = 200$ km/h

Calculamos el tiempo que tardan en encontrarse:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{780}{200} = 3,9 \text{ h} = 3 \text{ h } 54 \text{ min}$$

Por tanto, a las $8:00 + 3 \text{ h } 54 \text{ min} = 11:54$.

- 8 Depositamos en un banco 4000 € al 3,5% de interés anual durante 3 años. ¿En cuánto se convertirán si los periodos de capitalización son trimestrales?**

Los periodos de capitalización son trimestrales, por tanto, $3,5/4 = 0,875\%$

$$C_F = 4000 \cdot 1,00875^{12} = 4440,8 \text{ €}$$

- 9 Se ha repartido un premio entre tres concursantes de forma proporcional a los puntos conseguidos, 12, 13 y 15, respectivamente. El concursante que obtuvo menos puntos se llevó 420 €.**

a) ¿Cuánto dinero se repartió?

b) ¿Qué cantidad se llevó cada concursante?

$$12 + 13 + 15 = 40$$

El de 12 puntos se llevo 420 €

$$a) \frac{12}{40} \cdot x = 420 \rightarrow 12x = 16800 \rightarrow x = \frac{16800}{12} = 1400 \text{ €}$$

$$b) \frac{13}{40} \cdot 1400 = 455 \text{ €}$$

$$\frac{15}{40} \cdot 1400 = 525 \text{ €}$$

- 10 Dos grifos vierten 15 L/min y 20 L/min, respectivamente, en un depósito de 1800 litros que además tiene un desagüe que vacía 10 L/min. Si se abren a la vez los dos grifos y el desagüe, ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito?**

1800 L

En 1 minuto se llena: $15 + 20 - 10 = 25$ L

Luego 1800 L se llenarán en $\frac{1800}{25} = 72 \text{ min} \rightarrow$ se llena en 1 h y 12 min.