

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS			
MONOTONÍA. EXTREMOS		CURVATURA. PUNTOS DE INFLEXIÓN	
$f(x)$	Función	$f(x)$	Función
$f'(x)$	Primera derivada	$f''(x)$	Segunda derivada
$f'(x)=0$	Ecuación	$f''(x)=0$	Ecuación
$x=a$	Soluciones (Posibles extremos)	$x=a$	Soluciones (Posibles puntos de inflexión)
Signo $f'(x)$		Signo $f''(x)$	
Monotonía de $f$	$f'(x)>0 \Rightarrow f$ est. creciente $f'(x)<0 \Rightarrow f$ est. decreciente	Curvatura de $f$	$f''(x)>0 \Rightarrow f$ convexa $\cup$ $f''(x)<0 \Rightarrow f$ cóncava $\cap$
Extremos	Puntos del dominio en los que cambia la monotonía	Puntos de inflexión	Puntos del dominio en los que cambia la curvatura
Criterio del cambio de signo de la 1ª derivada		Criterio del cambio de signo de la 2ª derivada	
$f'$ +    - $f'$ -    + $f$ ↗    ↘ $f$ ↘    ↗ MAX                      MIN		$f''$ +    - $f''$ -    + $f$ ∪    ∩ $f$ ∩    ∪ P.I.                      P.I.	
Criterio de la 2ª derivada		Criterio de la 3ª derivada	
$f''(x)$	Segunda derivada	$f'''(x)$	Tercera derivada
$f''(a)<0 \Rightarrow f$ máximo en $a$ $f''(a)>0 \Rightarrow f$ mínimo en $a$		$f'''(a) \neq 0 \Rightarrow f$ punto de inflexión en $a$	

### Método general para el estudio de la monotonía y los extremos.

$f'(a)>0 \Rightarrow f$ es estrictamente creciente en $a$	$f'(a)=0$ y $f''(a)>0 \Rightarrow f$ tiene un mínimo local en $a$
$f'(a)<0 \Rightarrow f$ es estrictamente decreciente en $a$	$f'(a)=0$ y $f''(a)<0 \Rightarrow f$ tiene un máximo local en $a$
Si $f'(a)=0$ , no se puede afirmar nada	Si $f'(a)=0$ y $f''(a)=0$ , no se puede afirmar nada

Si en un punto  $a$  se anula la primera derivada y las sucesivas derivadas siendo la de orden  $k$  la primera derivada no nula en  $a$ , es decir:

$$f'(a)=f''(a)=f'''(a)=\dots=f^{(k-1)}(a)=0 \quad \text{y} \quad f^{(k)}(a) \neq 0$$

entonces:

Si $k$ es impar: $f^{(k)}(a)>0 \Rightarrow f$ es estrictamente creciente en $a$ $f^{(k)}(a)<0 \Rightarrow f$ es estrictamente decreciente en $a$	Si $k$ es par: $f^{(k)}(a)>0 \Rightarrow f$ tiene un mínimo local en $a$ $f^{(k)}(a)<0 \Rightarrow f$ tiene un máximo local en $a$
--	--

### Método general para el estudio de la curvatura y los puntos de inflexión.

$f''(a)>0 \Rightarrow f$ es convexa en $a$ $\cup$	$f''(a)=0$ y $f'''(a)>0 \Rightarrow f$ tiene un P.I. $\cap$ - $\cup$ en $a$
$f''(a)<0 \Rightarrow f$ es cóncava en $a$ $\cap$	$f''(a)=0$ y $f'''(a)<0 \Rightarrow f$ tiene un P.I. $\cup$ - $\cap$ en $a$
Si $f''(a)=0$ , no se puede afirmar nada	Si $f''(a)=0$ y $f'''(a)=0$ , no se puede afirmar nada

Si en un punto  $a$  se anula la segunda derivada y las sucesivas derivadas siendo la de orden  $k$  la primera derivada no nula en  $a$ , es decir:

$$f''(a)=f'''(a)=\dots=f^{(k-1)}(a)=0 \quad \text{y} \quad f^{(k)}(a) \neq 0$$

entonces:

Si $k$ es par: $f^{(k)}(a)>0 \Rightarrow f$ es convexa en $a$ $\cup$ $f^{(k)}(a)<0 \Rightarrow f$ es cóncava en $a$ $\cap$	Si $k$ es impar: $f^{(k)}(a)>0 \Rightarrow f$ tiene un P.I. cóncavo-convexo en $a$ $f^{(k)}(a)<0 \Rightarrow f$ tiene un P.I. convexo-cóncavo en $a$
--	--