



Nombre: SOLUCIONES

1. Resolver:

(2 puntos)

a)  $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3} \xrightarrow{\textcircled{15}} 15 - 3(3x-7) > 5x+4 - 5(x-1)$

$15 - 9x + 21 > 5x + 4 - 5x + 5$

$27 > 9x \quad 0.25$

$3 > x$

$x < 3 \quad 0.75$

b)  $\frac{x^2+2}{3} - \frac{x^2+1}{4} \leq 1 - \frac{x+7}{12} \xrightarrow{\textcircled{12}} 4(x^2+2) - 3(x^2+1) \leq 12 - (x+7)$

$4x^2 + 8 - 3x^2 - 3 \leq 12 - x - 7$

$x^2 + x \leq 0 \quad 0.25$

raíces 0 y -1

$\boxed{2}$   
 $(1+1)$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$	
signo( $x^2+x$ )	+	-	+	$\Rightarrow$ Soluc: $x \in [-1, 0]$

$0.75$

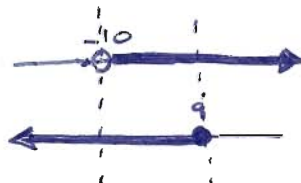
2. Resolver:

(2 puntos)

a)  $\left. \begin{array}{l} \frac{x-6-x}{2} < x+1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\textcircled{4}} 2x - (6-x) < 4(x+1) \\ \xrightarrow{\textcircled{10}} 30 - (5x-1) \geq 2(x-1) - 5(x-3) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 6 + x < 4x + 4 \\ 30 - 5x + 1 \geq 2x - 2 - 5x + 15 \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} -10 < x \\ 18 \geq 2x \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} -10 < x \\ 9 \geq x \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x > -10 \\ x \leq 9 \end{array} \right\}$

$0.25$



Soluc:  $x \in (-10, 9]$

$0.75$

$$b) \frac{2x+3}{x-1} \geq 1 ; \frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0 ; \frac{2x+3}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \geq 0 ; \frac{x+4}{x-1} \geq 0$$

se anula en -4  
 se anula en 1

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, \infty)$
signo $(x+4)$	-	+	+
signo $(x-1)$	-	-	+
signo $\frac{x+4}{x-1}$		-	

$$\Rightarrow \text{Soluc: } x \in (-\infty, -4] \cup (1, \infty)$$

2  
(1+1)

3. Dada  $\text{ctg } \alpha = 2$ , se pide:

(2 puntos)

a) Hallar  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  y  $\text{tg } \alpha$  mediante identidades trigonométricas (resultados simplificados y racionalizados; no vale usar decimales).

$$\boxed{\text{tg } \alpha = \frac{1}{\text{ctg } \alpha} = \frac{1}{2}} ; 1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\text{cos}^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\text{cos}^2 \alpha} ; \frac{5}{4} = \frac{1}{\text{cos}^2 \alpha} ; \frac{4}{5} = \text{cos}^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{cos } \alpha = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

2

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\text{sen } \alpha}{\frac{2\sqrt{5}}{5}} \Rightarrow \boxed{\text{sen } \alpha = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

b) Hallar  $\alpha$  con la calculadora y comprobar los resultados anteriores.

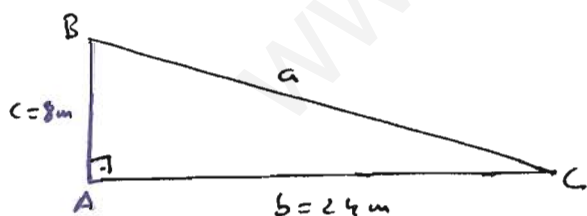
$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arctg \frac{1}{2} \approx 26^\circ 33' 58''}$$

$$\text{sen } 26^\circ 33' 58'' \approx 0,4472 \approx \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{cos } 26^\circ 33' 58'' \approx 0,8944 \approx \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{tg } 26^\circ 33' 58'' = 0,5 = 1/2$$

4. Dibujar y resolver el triángulo, rectángulo en A, de datos  $b=24$  m,  $c=8$  m, aplicando relaciones trigonométricas (No vale utilizar el teorema de Pitágoras). Hallar también su área. (1,75 puntos)



$$\text{tg } B = \frac{24}{8} = 3 \Rightarrow \boxed{B = \arctg 3 \approx 71^\circ 33' 54''}$$

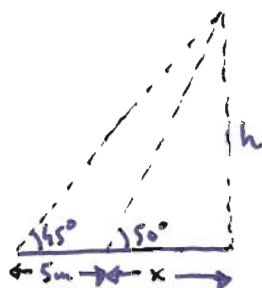
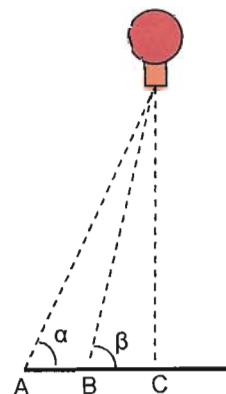
$$\Rightarrow \boxed{C = 90^\circ - B \approx 18^\circ 26' 6''}$$

$$\text{sen } B = \text{sen } 71^\circ 33' 54'' = \frac{24}{a} \Rightarrow \boxed{a = \frac{24}{\text{sen } 71^\circ 33' 54''} \approx 25,30 \text{ m}}$$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2} b c = \frac{1}{2} 24 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2}$$

1,75

5. Para hallar la altura a la que está situado un globo, Rosa se coloca en un punto B y Carlos en un punto A, a 5 m de ella, de tal forma que los puntos A, B y C están alineados. Si los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  miden  $45^\circ$  y  $50^\circ$  respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo? (2 puntos)



$\text{triángulo pequeño: } \tan 50^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \cdot \tan 50^\circ$   
 $\text{triángulo grande: } \tan 45^\circ = \frac{h}{x+5} \rightarrow h = (x+5) \cdot \tan 45^\circ$

$$x \cdot \tan 50^\circ = x + 5$$

$$x \tan 50^\circ - x = 5$$

$$x(\tan 50^\circ - 1) = 5$$

$$x = \frac{5}{\tan 50^\circ - 1} \approx 26,08 \text{ m} \xrightarrow{\text{substituir en (*)}} h \approx 31,08 \text{ m}$$

2

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05  
 ORDEN PLANTAMIENTO Y LIMPIEZA : 0,10  
 CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10

TOTAL: 0,25

Nombre: SOLUCIONES

1. Resolver:

(2 puntos)

a)  $\frac{(x-2)(x+4)}{2} - \frac{(x-2)^2}{6} \geq x-2$

$\frac{x^2+2x-8}{2} - \frac{x^2-4x+4}{6} \geq x-2 \xrightarrow{\otimes 6} 3(x^2+2x-8) - (x^2-4x+4) \geq 6(x-2)$

$3x^2+6x-24-x^2+4x-4 \geq 6x-12$   
 $2x^2+4x-16 \geq 0$   
 $x^2+2x-8 \geq 0$   
 raíces:  $2y-4$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 2)$	$(2, \infty)$
signo $x^2+2x-8$	+	-	+

0.5/  
Soluc:  $x \in (-\infty, -4] \cup [2, \infty)$

b)  $5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5$   $\xrightarrow{\otimes 3} 15x + 4x + 6 > 10x + 15$   $\left\{ \begin{array}{l} 15x + 4x - 10x > 15 - 6 \\ 8 - x + 3 \leq 4 - 2x \end{array} \right.$   
 $2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2}$   $\xrightarrow{\otimes 4} 8 - (x-3) \leq 4 - 2x$   $\left\{ \begin{array}{l} 8 - x + 3 \leq 4 - 2x \end{array} \right.$

$9x > 9$   $\left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ x \leq -7 \end{array} \right.$



Soluc:  $\emptyset$  soluc.

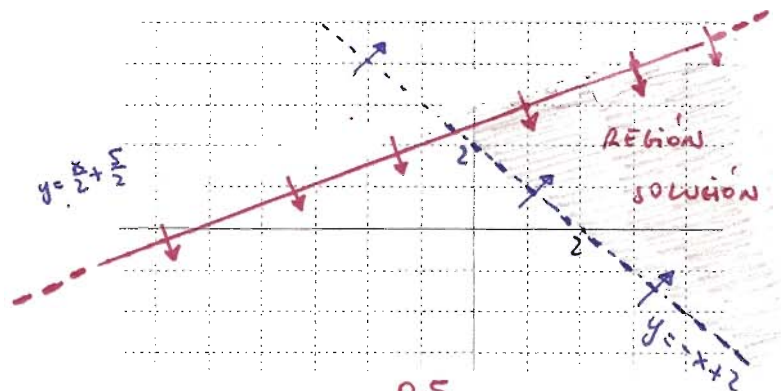
0.5/

**2**  
(0,75+0,75+0,5)

c)  $\left. \begin{array}{l} y > -x+2 \\ y \leq \frac{x}{2} + \frac{5}{2} \end{array} \right\}$

x	0	2
$y = -x+2$	2	0

x	1	3
$y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$	3	4



0.5/



4. Dada  $y = \frac{4x}{x^2+4}$  se pide:

(2 puntos)

a) Razonar cuál es su Dom(f)

$$x^2+4 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \boxed{\text{Dom}(f) = \mathbb{R}} \quad 0.1$$

b) Posibles cortes con los ejes.

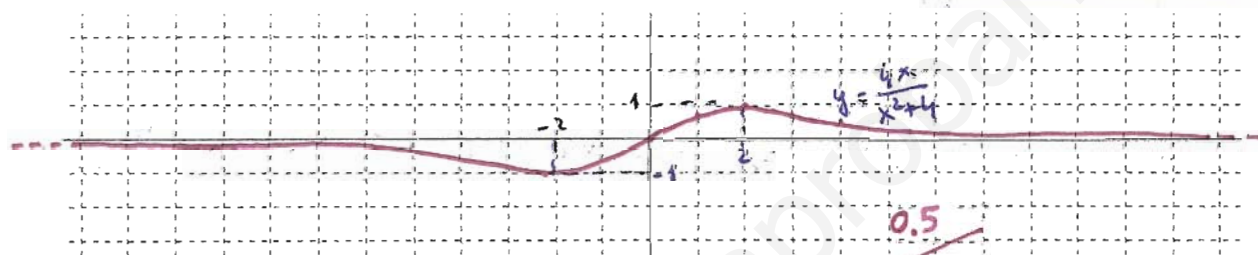
$\text{CORTE EN EL } x : y = 0 \Rightarrow \frac{4x}{x^2+4} = 0 ; 4x = 0 ; x = 0 \rightarrow \boxed{(0,0)}$ 
(con lo cual, no es necesario hacer el corte con el eje y)

0.2

c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

x	$-\infty \dots -100 \dots$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$\dots 100 \dots \infty$
$y = \frac{4x}{x^2+4}$	$0^- \dots -0,04 \dots$	-0,53	-0,6	-0,69	-0,8	-0,92	-1	-0,8	0	0,8	1	0,92	0,8	0,69	0,6	0,53	0,47	$\dots 0,04 \dots 0^+$

0.2



d) ¿Es continua?  $\boxed{f(x) \text{ continua } \forall x \in \mathbb{R}}$  0.1

e) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f)

$$\boxed{\text{Im}(f) = [-1, 1]}$$

0.2

f) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty) \\ f(x) \searrow \forall x \in (-2, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} M(2, 1) \\ m(-2, -1) \end{array} \quad 0.4$$

2

g) Indicar su posible simetría.

$$f(x) \text{ simétrica impar} \quad 0.1$$

h) Ecuación de las posibles asíntotas.

$$\boxed{y = 0 \text{ A.-H.}} \quad 0.1$$

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$

0.1

5. Dada la recta de la figura, se pide:

(1,75 puntos)

a) Hallar su expresión analítica.

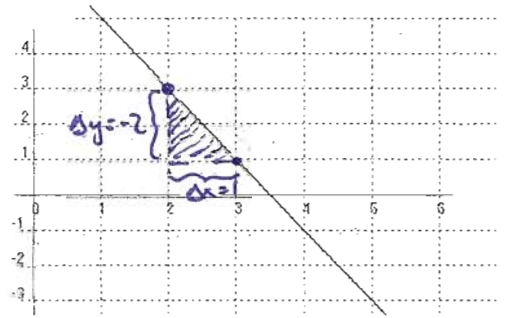
$$r: y = mx + n$$

$$A(2,3) \in r \Rightarrow 3 = 2m + n$$

$$B(3,1) \in r \Rightarrow 1 = 3m + n$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{-1} \rightarrow -3 = -2m - n \\ & 1 = 3m + n \quad \textcircled{+} \\ \hline & -2 = m \quad \text{Sustituyendo en (1)} \rightarrow 1 = -6 + n \\ & n = 7 \end{aligned}$$

$$\text{Soluc: } \boxed{y = -2x + 7} \quad \underline{1}$$



b) Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{1} = \boxed{-2} \quad \underline{0.25}$$

**1,75**

c) Deducir, analíticamente, dónde corta a los ejes.

$$\text{Corte eje } x: y = 0 \Rightarrow -2x + 7 = 0; 7 = 2x; \boxed{x = 7/2} \quad \underline{0.25}$$

$$\text{Corte eje } y: x = 0 \Rightarrow \boxed{y = 7} \quad \underline{0.25}$$

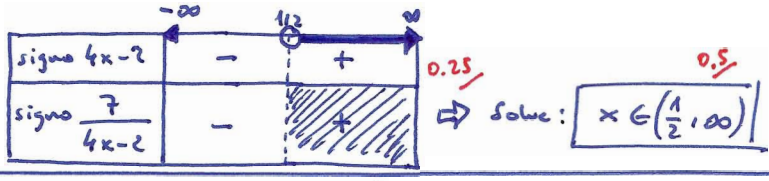
ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05  
 ORDEN PLANTAMIENTO Y LIMPIEZA : 0,10  
 CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10  
0,25





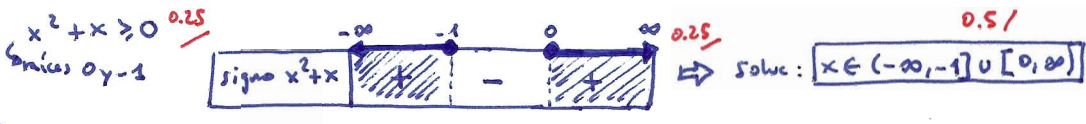
1 a)  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$   $\xrightarrow{\text{mcm}=(x+1)(x-1)}$   $x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x+1)(x-1)$   
 $x^2+x+2x^2-2x=3(x^2-1)$ ;  $3x^2-x=3x^2-3$ ;  $x=3$  0.75

b)  $\frac{x+3}{2x-1} > \frac{1}{2}$ ;  $\frac{x+3}{2x-1} - \frac{1}{2} > 0$ ;  $\frac{2(x+3)-(2x-1)}{2(2x-1)} > 0$ ;  $\frac{2x+6-2x+1}{4x-2} > 0$ ;  $\frac{7}{4x-2} > 0$   
 no se anula nunca  
 se anula en  $x=1/2$   
 0.25



TOTAL: [2] (1 cada apartado)

2 a)  $\frac{x^2+2}{3} + \frac{x+7}{12} \geq 1 + \frac{x^2+1}{4}$   $\xrightarrow{\text{mcm}=12}$   $4(x^2+2)+x+7 \geq 12+3(x^2+1)$ ;  $4x^2+8+x+7 \geq 12+3x^2+3$



TOTAL: [2] (1 cada apartado)

b)  $5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5$   $\xrightarrow{\text{mcm}=3}$   $15x+4x+6 > 10x+15$   $4x+6 > 10x+15$   $9x > 9$   $x > 1$   
 $2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2}$   $\xrightarrow{\text{mcm}=4}$   $8 - (x-3) \leq 4-2x$   $8-x+3 \leq 4-2x$   $x \leq -7$   $x \leq -7$   
 Soluc:  $x > 1$  and  $x \leq -7$

Soluc: [2] Soluc. 0.7

3 a)  $\sec d = \sqrt{5} \Rightarrow \cos d = \frac{1}{\sec d} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ;  $\sec^2 d + \cos^2 d = 1 \Rightarrow \sec^2 d + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = 1$ ;  $\sec^2 d + \frac{1}{5} = 1$ ;  $\sec^2 d = \frac{4}{5} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \tan d = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ;  $\tan d = \frac{\sec d}{\cos d} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = 2$  0.25 / 0.5

ORGANIZACIÓN, SIMPLIFICACIÓN, CALIFICACIÓN: 0.05  
 ORDEN Y LIMPIEZA: 0.05  
 LENGUAJE MATEMÁTICO: 0.10  
 TOTAL: 0.25

b)  $\cos d = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d = \arccos \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 63^\circ 26' 6''$  0.5 / TOTAL: [2]

4 a)  $\tan \hat{C} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \Rightarrow \hat{C} = \arctan 0.33 \approx 18^\circ 26' 6''$   $\Rightarrow \hat{B} = 90 - \hat{C} \approx 71^\circ 33' 54''$  0.1  
 $\sin \hat{C} = \frac{8}{a} \Rightarrow a = \frac{8}{\sin 18^\circ 26' 6''} \approx 25.30 \text{ m}$  0.2  $A = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2$  0.1

b)  $\hat{d} = 90 - 40 = 50^\circ$ ;  $\hat{B} = 90 - 65 = 25^\circ$ ;  $\tan 40^\circ = \frac{h}{5} \Rightarrow h = 5 \cdot \tan 40^\circ \approx 3.24 \text{ m}$  0.05 / 0.2  
 $\cos 40^\circ = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \cdot \cos 40^\circ \approx 3.83 \text{ cm}$  0.2

$\tan \hat{B} = \frac{h}{y} \Rightarrow \tan 25^\circ = \frac{3.24}{y} \Rightarrow y \approx \frac{3.24}{\tan 25^\circ} \approx 6.89 \text{ cm}$ ;  $\sin \hat{B} = \frac{h}{z} \Rightarrow \sin 25^\circ = \frac{3.24}{z} \Rightarrow z \approx \frac{3.24}{\sin 25^\circ} \approx 7.60 \text{ cm}$  0.2 / 0.2  
 $A = \frac{1}{2}(x+y) \cdot h \approx \frac{1}{2} \cdot 10.72 \cdot 3.24 \approx 17.23 \text{ cm}^2$  0.25 / TOTAL: [1.75]

5 a)  $\frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} \Rightarrow x^2+x+1$  no tiene raíces  $\Rightarrow x^2+x+1$  no se anula nunca  $\Rightarrow x^2+x+1$  tiene siempre el mismo signo (en este caso +)  
 basta probar  $x^2+x+1 < 0$  para que no tuviera solución 0.25 / Soluc:  $\forall x \in \mathbb{R}$  0.25

b)  $1^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ;  $1 = h^2 + \frac{1}{4}$ ;  $h^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}$  0.1  
 $\tan 60^\circ = \frac{h}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos 60^\circ = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$ ;  $\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1/2} = \sqrt{3}$  0.1 / 0.1

c)  $\sec d = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ , y como el cateto siempre es menor que la hipotenusa, obtendremos una relación que siempre vale 1; lo mismo puede decirse de  $\cos d$  0.25 / TOTAL: [2] (0.15 cada apdo.)

En cambio,  $\tan d = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}$ , y como un cateto puede ser mayor o igual a otro, y otro menor que el otro, no hay restricciones para la  $\tan d$  0.25

d)  $\sin B = \frac{b}{a} = \cos \hat{A}$   $\sin \hat{A} = \frac{a}{c} = \cos \hat{B}$  0.5





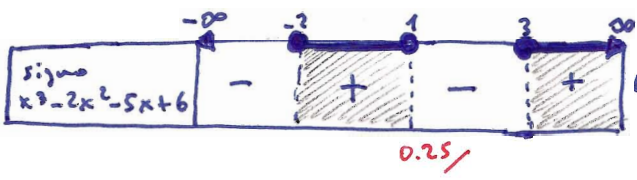
**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS opción B**

**4º E.S.O. C+D  
CURSO 2008-2009**



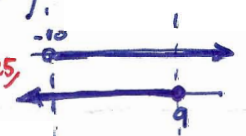
1. Resolver: **a)**  $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2$       **b)**  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$       (2 puntos)
2. **a)** Hallar, razonadamente, el Dom(f) de  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$       **b)** Ídem para  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$
- c)** Resolver: 
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{array} \right\}$$
      (2 puntos)
3. **a)** Dada  $\text{ctg } \alpha = 2\sqrt{3}/3$ , obtener  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  y  $\text{tg } \alpha$  mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas, dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).  
**b)** Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata.      (1,75 puntos)
4. **a)** Resolver el triángulo rectángulo en A de datos  $a=13$  m y  $c=5$  m; hallar su área.  
**b)** Calcular la altura de la luz de un faro sobre un acantilado cuya base es inaccesible, si desde un barco se toman las siguientes medidas: 1º) El ángulo que forma la visual hacia la luz con el horizonte es de  $25^\circ$  2º) Nos alejamos 200 m y el ángulo que forma ahora dicha visual es de  $10^\circ$       (2 puntos)
5. Dada  $f(x) = x^3 - 3x^2$  se pide: **a)** Razonar cuál es su Dom(f) **b)** Cortes con los ejes. **c)** Tabla de valores y representación gráfica. **d)** Estudiar su continuidad. **e)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **f)** Intervalos de crecimiento. M y m **g)** Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. **h)** Ecuación de las posibles asíntotas. **i)**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$       (2 puntos)

① a)  $\frac{3-x}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = -2 \xrightarrow{\text{mcm}=(x+2)(x-2)} (3-x)(x-2) - (x+2)(x-1) = -2(x+2)(x-2)$ ; 0.25/  
 $3x - 6 - x^2 + 2x - (x^2 - x + 2x - 2) = -2(x^2 - 4)$ ;  $5x - 6 - x^2 - x^2 - x + 2 = -2x^2 + 8$ ;  $4x = 12$ ;  $x = 3$  0.25/ 0.5/

b)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$   
 raíces: -2, 1, 3  
  
 solución:  $x \in [-2, 1] \cup [3, \infty)$  0.5/  
 $1 \pm \sqrt{1 - 4(-6)} = \frac{1 \pm 5}{2} = \frac{3}{2}, -2$  0.25/  
 TOTAL: 2 (1 pto. cada apartado)

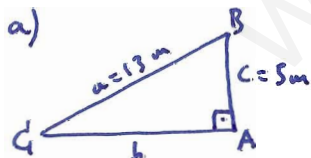
② a)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ ; el Dom(f) está constituido por todos los x que hacen positivo o nulo el radicando:  
 $x^2 - 5x + 4 \geq 0$ ?  
 raíces: 1 y 4  
  
 Dom(f) =  $(-\infty, 1] \cup [4, \infty)$  0.25/

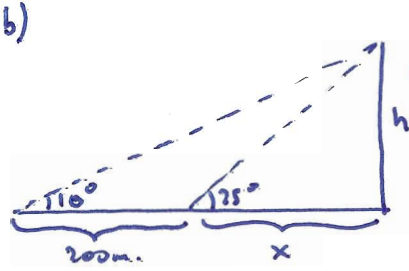
b)  $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 4}$ ; por la misma razón de antes, ha de ser  $x^2 + x + 4 \geq 0$   
 ahora bien,  $x^2 + x + 4$  carece de raíces  $\Rightarrow x^2 + x + 4$  no se anula nunca  $\Rightarrow x^2 + x + 4$  tiene siempre el mismo signo 0.5/  
 en este caso positivo  $\Rightarrow$  Dom(f) =  $\mathbb{R}$

c)  $\frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1$   $\xrightarrow{\cdot 4} 2x - (6-x) < 4(x+1)$   
 $3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2}$   $\xrightarrow{\cdot 10} 30 - (5x-1) \geq 2(x-1) - 5(x-3)$   
 $-10 < x$   
 $18 \geq 2x$   
  
 Sol:  $x \in (-10, 9]$  0.5/  
 TOTAL: 2 0.5/ 0.5/ 1

③ a)  $\text{ctgd} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{\text{tg} \alpha}{\text{ctg} \alpha} = \frac{1}{\frac{3}{2\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  0.25/  
 $1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha}$ ;  $1 + \frac{12}{9} = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha}$ ;  $\frac{21}{9} = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{1}{\text{sen}^2 \alpha} \Rightarrow \text{sen} \alpha = \frac{3}{\sqrt{21}} = \frac{3\sqrt{21}}{21} = \frac{\sqrt{21}}{7}$  0.5/  
 $\text{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\text{sen} \alpha} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\cos \alpha}{\frac{\sqrt{21}}{7}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{2\sqrt{63}}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{7}}{21} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$  0.5/

b)  $\text{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \text{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 40^\circ 53' 36''$  0.5/  
 TOTAL: 1,75

④ a)   
 $\text{sen} C_1 = \frac{c}{a} \Rightarrow \text{sen} C_1 = \frac{5}{13} \Rightarrow C_1 = \text{arcsen} \frac{5}{13} \approx 22^\circ 37' 12''$  0.25/  $\Rightarrow B = 90 - C_1 \approx 67^\circ 22' 48''$  0.25/  
 $\cos C_1 = \frac{b}{a} \Rightarrow \cos 22^\circ 37' 12'' = \frac{b}{13} \Rightarrow b = 13 \cdot \cos 22^\circ 37' 12'' \approx 12 \text{ m}$  0.25/  
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} b \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 30 \text{ m}^2$  0.25/

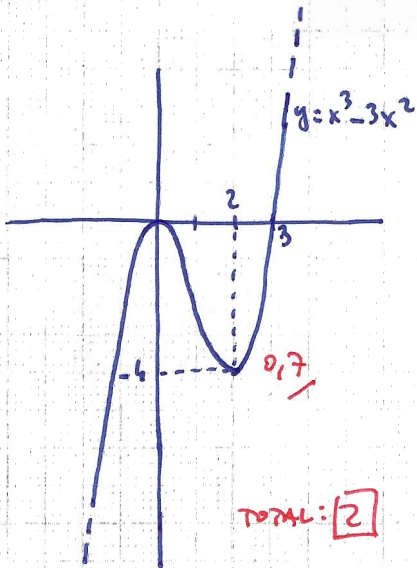
b)   
 $\text{tg} 25^\circ = \frac{h}{x}$   $\text{tg} 10^\circ = \frac{h}{x+200}$   
 $h = x \cdot \text{tg} 25^\circ \Rightarrow \text{tg} 10^\circ = \frac{x \cdot \text{tg} 25^\circ}{x+200}$   
 $(x+200) \text{tg} 10^\circ = x \text{tg} 25^\circ$ ;  $x \text{tg} 10^\circ + 200 \text{tg} 10^\circ = x \text{tg} 25^\circ$   
 $200 \text{tg} 10^\circ = x \text{tg} 25^\circ - x \text{tg} 10^\circ$ ;  $200 \text{tg} 10^\circ = x (\text{tg} 25^\circ - \text{tg} 10^\circ)$   
 $x = \frac{200 \text{tg} 10^\circ}{\text{tg} 25^\circ - \text{tg} 10^\circ} \approx 124,61 \text{ m}$  0.25/  
 substituimos en (\*)  $\rightarrow h \approx 56,77 \text{ m}$  0.5/  
 TOTAL: 2 (2 punto cada apartado)

5)  $f(x) = x^3 - 3x^2$

a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$  <sup>0.1/</sup> p. no existe ningún x que carezca de imagen

b) corte en x:  $y=0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 0; x^2(x-3) = 0$   
 $x=0 \rightarrow (0,0)$   
 $x=3 \rightarrow (3,0)$  <sup>0.3/</sup> nos ahorramos el corte con el eje y

x	$-\infty$	$\dots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\dots$	$\infty$
$y = x^3 - 3x^2$	$-\infty$	$\dots$	-54	-20	-4	0	-2	-4	0	16	50	$\dots$	$\infty$



d)  $\text{continua } \forall x \in \mathbb{R}$  <sup>0.1/</sup> por ser polinómica

e)  $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$  <sup>0.1/</sup>

f)  $f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$   
 $f(x) \searrow \forall x \in (0, 2)$   $\Rightarrow$   $M(0,0)$   
 $m(2,-4)$  <sup>0.3/</sup>

g)  $\text{no es simétrica}$  par ni impar, como puede verse en la tabla o en la gráfica <sup>0.1/</sup>

h)  $\text{no tiene asíntotas}$ , por ser polinómica <sup>0.1/</sup>

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  <sup>0.2/</sup>

ORTOGRAFÍA, CALIGRAFÍA, SINTAXIS : 0,05

ORDEN PUNTUACIÓN Y LIMPIEZA : 0,10

CORRECCIÓN LINGÜÍSTICA MATEMÁTICA : 0,10

TOTAL: 0,25





PARCIAL 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS opción B

4º E.S.O. C+D  
CURSO 2007-2008



1. a) Simplificar, si es posible:  $\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^3 - 3x^2 + 4x - 12}$     b) Operar y simplificar:  $\frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{6x-x^2}{x^2-4}$   
c) Resolver:  $\frac{4x}{x+1} + \frac{x}{2x-1} = 2$  (2,5 puntos)
2. Resolver, indicando la solución mediante intervalos y en la recta real:  
a)  $\frac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \frac{(x+2)(x-2)}{2} + \frac{11}{6}$     b)  $\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} + \frac{2(x+1)}{5} \geq -1 \\ \frac{3x+1}{4} - \frac{x}{6} < 2 \end{array} \right\}$  (2 puntos)
3. a) Dada  $\operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{10}/2$ , obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\operatorname{cos} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ , dando los **resultados simplificados y racionalizados** (no se puede utilizar decimales).  
b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata.  
c) Comprobar, mediante calculadora, los resultados del apartado a) (2 puntos)
4. Hacer un dibujo aproximado de los siguientes triángulos rectángulos en A, resolverlos (sin usar el Teorema de Pitágoras) y calcular su área: a)  $b=24$  m,  $c=8$  m    b)  $b=5$  cm,  $B=80^\circ$  (2 puntos)
5. Una estatua está situada sobre un pedestal de 2 m de altura. Desde un punto situado a 10 m de la base del pedestal se ve la parte más alta de la estatua bajo un ángulo de  $40^\circ$  con respecto a la horizontal. Hacer un dibujo de la situación y hallar la altura de la estatua. (1,5 puntos)



① a)  $\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^3 - 3x^2 + 4x - 12} = \frac{(x-1)(x-3)(x+1)}{(x-3)(x^2+4)} = \frac{x^2-1}{x^2+4}$   $\leftarrow$   $\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -1 & 3 \\ & 1 & -2 & -3 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \end{array}$   $\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 4 & -12 \\ & 3 & 0 & 12 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \end{array}$   
 $\begin{array}{l} \text{0.25/} \\ \text{0.25/} \end{array}$   $\begin{array}{l} \text{2} \pm 4 \rightarrow 3 \\ \text{2} \rightarrow -1 \end{array}$   $\begin{array}{l} \text{0.25/} \\ \text{0.5/} \end{array}$   $x^2+4=0; x^2=-4$  raíces

b)  $\frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{6x-x^2}{x^2-4} = \frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^2-4x+4-x-2+6x-x^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x-2}$   
 $\text{mcm}=(x+2)(x-2)$   $\text{0.5/}$   $\text{0.5/}$

c)  $\frac{4x}{x+1} + \frac{x}{2x-1} = 2; 4x(2x-1) + x(x+1) = 2(x+1)(2x-1); 8x^2 - 4x + x^2 + x = 2(2x^2 + x - 1);$   
 $9x^2 - 3x = 4x^2 + 2x - 2; 5x^2 - 5x + 2 = 0; x = \frac{5 \pm \sqrt{25-40}}{2} = \text{soluc}$   $\text{0.5/}$   $\text{2.5}$

② a)  $\frac{(3x+1)(3x-1)}{6} + 4x - 5 \geq \frac{(x+2)(x-2)}{2} + \frac{11}{6}; 9x^2 - 1 + 24x - 30 \geq 3(x^2 - 4) + 11; 9x^2 + 24x - 31 \geq 3x^2 - 1$   
 $6x^2 + 24x - 30 \geq 0; x^2 + 4x - 5 \geq 0$   
 $\text{0.25/}$  raíces:  $-5$  y  $1$   

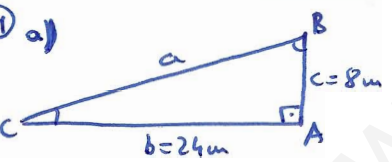
	$(-\infty, -5)$	$(-5, 1)$	$(1, \infty)$
signo $x^2+4x-5$	+	-	+

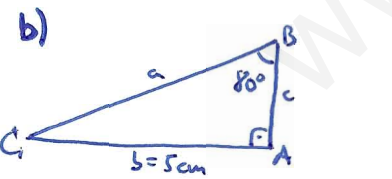
 $\Rightarrow$  soluc:  $x \in (-\infty, -5] \cup [1, \infty)$   $\text{0.25/}$

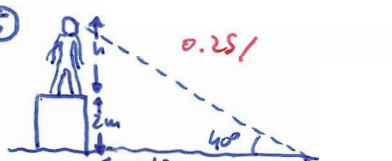
b)  $\frac{x-1}{2} + \frac{2(x+1)}{5} \geq -1$   $\left\{ \begin{array}{l} 5x-5+4x+4 \geq -10 \\ 9x \geq -9 \\ x \geq -1 \end{array} \right.$   $\left\{ \begin{array}{l} 4x+3-2x < 24 \\ 2x < 21 \\ x < 3 \end{array} \right.$   
 $\frac{3x+1}{4} - \frac{x}{6} < 2$   $\left\{ \begin{array}{l} 9x \geq -9 \\ x \geq -1 \end{array} \right.$   $\left\{ \begin{array}{l} 2x < 21 \\ x < 3 \end{array} \right.$   
 $\text{0.5/}$   $\text{2}$   $\text{0.5/}$   $\text{0.5/}$

③ a)  $\operatorname{cosec} d = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} d = \frac{1}{\operatorname{cosec} d} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$   $\text{0.25/}$   
 $\operatorname{sen}^2 d + \operatorname{cos}^2 d = 1; \frac{10}{25} + \operatorname{cos}^2 d = 1; \operatorname{cos}^2 d = 1 - \frac{10}{25} = \frac{15}{25} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \operatorname{cos} d = \frac{\sqrt{15}}{5}; \operatorname{tg} d = \frac{\operatorname{sen} d}{\operatorname{cos} d} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{15}}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{5^2 \cdot 2 \cdot 3}}{15} = \frac{5\sqrt{6}}{15} = \frac{\sqrt{6}}{3}$   $\text{0.5/}$

b)  $\operatorname{sen} d = \frac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{10}}{5} \approx 39^\circ 13' 53''$   $\text{0.25/}$   
c)  $\operatorname{cos} d = \operatorname{cos} 39^\circ 13' 53'' \approx 0.7746 \approx \frac{\sqrt{15}}{5}; \operatorname{tg} d = \operatorname{tg} 39^\circ 13' 53'' \approx 0.8165 \approx \frac{\sqrt{6}}{3}$   $\text{0.5/}$

④ a)   $\operatorname{tg} C = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \Rightarrow C = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{3} \approx 18^\circ 26' 6''$   $\text{0.375/}$   $\Rightarrow B \approx 71^\circ 33' 54''$   $\text{0.125/}$   
 $\operatorname{sen} C = \frac{8}{a} \Rightarrow a = \frac{8}{\operatorname{sen} 18^\circ 26' 6''} \approx 25.30 \text{ m}$   $\text{0.375/}$   $S_{ABC} = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2$   $\text{0.125/}$

b)   $C = 90^\circ - B = 10^\circ; \operatorname{tg} C = \frac{c}{5} \Rightarrow c = 5 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ \approx 0.88 \text{ cm}$   $\text{0.375/}$   $\text{2}$   
 $\operatorname{cos} C = \frac{5}{a} \Rightarrow a = \frac{5}{\operatorname{cos} 10^\circ} \approx 5.08 \text{ cm}$   $\text{0.375/}$   $S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \approx 2.20 \text{ cm}^2$   $\text{0.125/}$

⑤   $\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{h+2}{10} \Rightarrow h+2 = 10 \operatorname{tg} 40^\circ; h = 2 + 10 \operatorname{tg} 40^\circ \approx 6.39 \text{ m}$   $\text{0.25/}$   $\text{0.25/}$   $\text{1/}$   $\text{1.5}$

1. a) Operar y simplificar:  $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right)$       b) Resolver:  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$       (1,75 puntos)

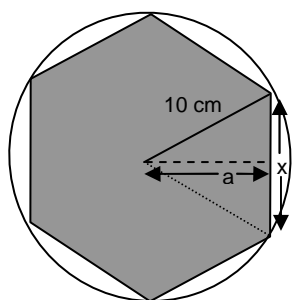
2. Resolver:

a)  $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{2x+1}{6} \geq 1 - \frac{(x+1)(x-1)}{2}$

b)  $\left. \begin{aligned} \frac{2(3x-5)}{3} - \frac{3(x-2)}{2} &> 1 \\ \frac{2x+3(x-1)}{2} &\geq x-1 \end{aligned} \right\}$       (1,75 puntos)

3. a) Dado un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{11}$ , obtener, mediante identidades trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\operatorname{cos} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ , dando los **resultados simplificados y racionalizados** (no se puede utilizar decimales).

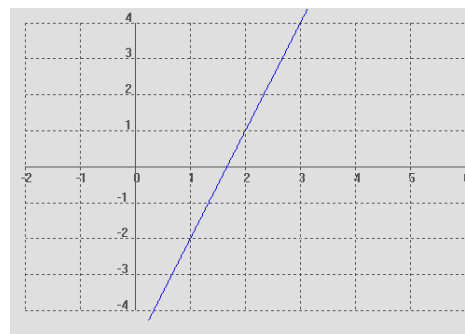
b) Averiguar, mediante calculadora, de qué  $\alpha$  se trata.      (1,75 puntos)



4. Considérese un hexágono regular inscrito en un círculo de 10 cm de radio. Hallar: a) El lado del hexágono b) La apotema c) El área del hexágono.      (1,5 puntos)

5. Dada  $f(x) = 2x^3 - 9x^2$  se pide: a) Razonar cuál es su  $\operatorname{Dom}(f)$  b) Cortes con los ejes. c) Tabla de valores y representación gráfica. d) ¿Es continua? e) A la vista de la gráfica, indicar su  $\operatorname{Im}(f)$  f) Intervalos de crecimiento. M y m g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$       (1,75 puntos)

6. Dada la recta de la figura, a) Hallar analíticamente su ecuación. b) Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido anteriormente. c) Deducir dónde corta a los ejes.      (1, 5 puntos)





1 a)  $(1 - \frac{1}{x}) (\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}) = \frac{x-1}{x} [\frac{2x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x-1}{(x+1)(x-1)}] = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x}$  0.475 (0.875 cada apartado) 1,75

b)  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3; x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x-1)(x+1); x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - 3; -x = -3; \boxed{x=3}$  0.25 0.875/

2 a)  $\frac{(x-1)^2}{3} - \frac{2x+1}{6} \geq 1 - \frac{(x+1)(x-1)}{2}; \frac{x^2-2x+1}{3} - \frac{2x+1}{6} \geq 1 - \frac{x^2-1}{2}; 2(x^2-2x+1) - (2x+1) \geq 6 - 3(x^2-1)$   
 $2x^2 - 4x + 2 - 2x - 1 \geq 6 - 3x^2 + 3; \boxed{5x^2 - 6x - 8 \geq 0}$  0.3/  $\frac{6 \pm \sqrt{36+160}}{10} = \frac{6 \pm 14}{10} \Rightarrow \frac{20}{10} = 2$   
 $\frac{-8}{10} = -\frac{4}{5}$  (0,875 cada apartado) 1,75

	$(-\infty, -\frac{4}{5})$	$(-\frac{4}{5}, 2)$	$(2, \infty)$
signo $5x^2 - 6x - 8$	+	-	+

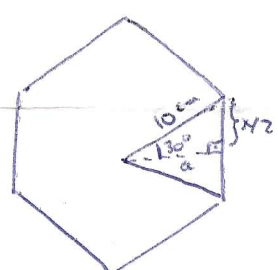
0.2/  $\Rightarrow$  Solu:  $x \in (-\infty, -\frac{4}{5}] \cup [2, \infty)$  0.375/

b)  $\left. \begin{aligned} \frac{2(x-5)}{3} - \frac{3(x-2)}{2} > 1 \\ \frac{2x+3(x-1)}{2} \geq x-1 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} \frac{6x-10}{3} - \frac{3x-6}{2} > 1 \\ \frac{2x+3x-3}{2} \geq x-1 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 2(6x-10) - 3(3x-6) > 6 \\ 5x-3 \geq 2(x-1) \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 12x-20-9x+18 > 6 \\ 5x-3 \geq 2x-2 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 3x > 8 \\ 3x \geq 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x > \frac{8}{3} \\ x \geq \frac{1}{3} \end{aligned} \Rightarrow \text{Soluci\u00f3n } x \in (\frac{8}{3}, \infty)$  0.4/ 0.475

3 a)  $\text{ctgd} = \sqrt{11} \Rightarrow \boxed{\text{tg} \alpha = \frac{1}{\text{ctgd}} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}}$  0.25/  
 $1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; 1 + \frac{11}{11} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; 1 + \frac{11}{11} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \frac{1}{11} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \frac{12}{11} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$   
 $\cos^2 \alpha = \frac{11}{12} \Rightarrow \boxed{\cos \alpha = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{33}}{6}}$  0.75/  
 $\text{ctgd} = \frac{\cos \alpha}{\text{sen} \alpha} \Rightarrow \sqrt{11} = \frac{\frac{\sqrt{33}}{6}}{\text{sen} \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{sen} \alpha = \frac{\sqrt{33}}{6\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{33}\sqrt{11}}{6\sqrt{11}\sqrt{11}} = \frac{11\sqrt{3}}{6 \cdot 11} = \frac{\sqrt{3}}{6}}$  0.5/

b)  $\text{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11} \Rightarrow \boxed{\alpha = \arctg \frac{\sqrt{11}}{11} \approx 16^\circ 46' 43''}$  0.25/ 1,75

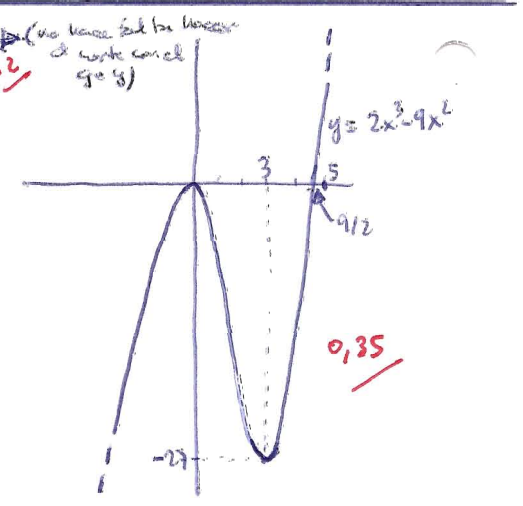
4 a) Como una vuelta completa son  $360^\circ$ , cada uno de los 6 tri\u00e1ngulos que forman el hex\u00e1gono se repartir\u00e1n  $60^\circ$ , y la mitad ser\u00e1  $30^\circ$ : 0.5/  
 $\text{sen } 30^\circ = \frac{x/2}{10} \Rightarrow \frac{x}{2} = 10 \text{ sen } 30^\circ \Rightarrow \boxed{x = 20 \text{ sen } 30^\circ = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ cm}}$   
 b)  $\cos 30^\circ = \frac{a}{10} \Rightarrow \boxed{a = 10 \cos 30^\circ \approx 8,66 \text{ cm}}$  0.5/  
 c) La superficie de cada uno de los 6 tri\u00e1ngulos ser\u00e1  $\frac{1}{2} a \cdot x$  y la del hex\u00e1gono completo ser\u00e1 el \u00e9xtiplo:  $6 \cdot \frac{1}{2} a \cdot x = 3a \cdot x \approx 259,81 \text{ cm}^2$  0.5/ 1,5



5  $f(x) = 2x^3 - 9x^2$  a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$  p\u00e9. es un polinomio 0.2/  
 b)  $\text{Corte en } x: y=0 \Rightarrow 2x^3 - 9x^2 = 0; x^2(2x-9) = 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow (0,0) \Rightarrow x=9/2 \Rightarrow (9/2, 0)$  0.2/  
 c) 

x	$-\infty \dots -3$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6 $\dots \infty$
$y = 2x^3 - 9x^2$	$-\infty \dots -135$	-52	-11	0	-7	-20	-27	-16	25	108 $\dots \infty$

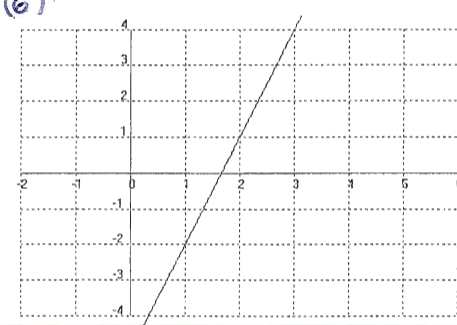
 $\Rightarrow$  0.2/  
 d)  $f(x)$  continua  $\forall \mathbb{R}$  por ser polin\u00f3mica 0.2/  
 e)  $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$  0.2/  
 f)  $f(x) \neq 0 \forall x \in (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$   
 $f(x) = 0 \forall x \in (0, 3)$   $\Rightarrow M(0,0) \quad m(3, -27)$  0.4/  
 g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  0.2/





6 a)  $(2,1) \in y = mx + n \Rightarrow 1 = 2m + n$   
 $(3,4) \in y = mx + n \Rightarrow 4 = 3m + n$   
 $3 = m \Rightarrow 1 = 6 + n; n = -5 \Rightarrow \boxed{y = 3x - 5}$  0.5/

b)  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$  0.5/

c)  $\text{Corte en } y: y=0 \Rightarrow 0 = 3x - 5; 5 = 3x; \boxed{x = 5/3}$   
 $\text{Corte en } x: x=0 \Rightarrow \boxed{y = -5}$  0.5/ 1,5



 <p>I.E.S. "Fernando de Mena"</p>	<b>PARCIAL 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B</b>	<b>4º E.S.O. C CURSO 2006-2007</b>	 <p>Junta de Comunidades de <b>Castilla-La Mancha</b></p>
--	--	--	--

1. a) Simplificar:  $\frac{2x^3 - x^2 - 2x + 1}{2x^3 - 5x^2 + 4x - 1}$       b) Resolver:  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$       (2 puntos)

2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):

a)  $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(5x+6)x}{6} < \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 6$       b)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$       (2 puntos)

3. Ídem:

a)  $\left. \begin{array}{l} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{array} \right\}$       b)  $\frac{5x-8}{x-3} \leq 4$       (2 puntos)

4. a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen  $\alpha$ , cos  $\alpha$  y tg  $\alpha$  de un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{3}$ . Hallar también de qué  $\alpha$  se trata.

b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos  $a=10$  m,  $c=6$  m. Hallar su área.      (2 puntos)

5. **TEORÍA:** a) Utilizando un triángulo equilátero de lado 1, hallar las razones trigonométricas principales de  $60^\circ$ .

b) Un alumno indica en un examen que un mismo ángulo cumple  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$  y  $\operatorname{cos} \alpha = \frac{1}{3}$ . ¿Puede ser eso cierto? Razonar la respuesta (sin calculadora)

c) Explicar razonadamente cuál es la solución de  $x^2 - x + 1 < 0$  ¿Y de  $x^2 - x + 1 > 0$ ?

d) Razonar por qué el seno o el coseno de un ángulo no puede superar la unidad. ¿Y la tangente?      (2 puntos)



① a)  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & -1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \frac{2x^3 - x^2 - 2x + 1}{2x^3 - 5x^2 + 4x - 1} = \frac{2(x-1/2)(x-1)(x+1)}{2(x-1/2)(x-1)^2} = \frac{x+1}{x-1}$

$\frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} \rightarrow -1$        $\frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \rightarrow 1/2$

b)  $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$ ;  $10(x+3) + 2x(x+2) = 3(x+2)(x+3)$ ;  $10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3(x^2 + 5x + 6)$

$2x^2 + 14x + 30 = 3x^2 + 15x + 18$ ;  $0 = x^2 + x - 12$   $\begin{cases} x=3 \\ x=-4 \end{cases}$

② a)  $\frac{(x-2)^2}{2} + \frac{5x+6}{6} < \frac{(x+3)(x-3)}{3} + 6$ ;  $\frac{x^2-4x+4}{2} + \frac{5x+6}{6} < \frac{x^2-9}{3} + 6$

$3(x^2-4x+4) + 5x+6 < 2(x^2-9) + 36$ ;  $3x^2-12x+12+5x+6 < 2x^2-18+36$ ;  $x^2-7x < 0$   $\frac{0.25}{\text{raíces } 0, 7}$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 7)$	$(7, \infty)$	
signo $x^2-7x$	+	-	+	$\Rightarrow$ soluc: $x \in (0, 7)$ $\frac{0.5}{}$

b)  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & -5 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & -6 \\ 1 & -1 & -6 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & -5 & 6 \\ 0 & 3 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & -5 & -6 \end{vmatrix}$   $\frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \rightarrow -2$

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \geq 0$  raíces  $-2, 1, 3$   $\frac{0.25}{}$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 1)$	$(1, 3)$	$(3, \infty)$	
signo $x^3-2x^2-5x+6$	-	+	-	+	$\Rightarrow$ soluc: $x \in [-2, 1] \cup [3, \infty)$ $\frac{0.5}{}$

③ a)  $\begin{cases} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 4x + 6 > 10x + 15 \\ 8 - x + 3 \leq 4 - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x > 9 \\ x \leq -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq -7 \end{cases}$   $\frac{0.5}{}$   $\Rightarrow$   $\boxed{\text{No soluc.}}$   $\frac{0.5}{}$

b)  $\frac{5x-8}{x-3} \leq 4$ ;  $\frac{5x-8}{x-3} - 4 \leq 0$ ;  $\frac{5x-8}{x-3} - \frac{4(x-3)}{x-3} \leq 0$ ;  $\frac{5x-8}{x-3} - \frac{4x-12}{x-3} \leq 0$ ;  $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$   $\frac{0.25}{\text{raíces } -4, 3}$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 3)$	$(3, \infty)$	
signo $(x+4)$	-	+	+	$\Rightarrow$ soluc: $x \in [-4, 3)$ $\frac{0.5}{}$
signo $(x-3)$	-	-	+	
signo $\frac{x+4}{x-3}$	+	-	+	

④ a)  $\operatorname{cosec} d = \sqrt{3} \Rightarrow \operatorname{pend} = \frac{1}{\operatorname{cosec} d} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$   $\frac{0.25}{}$

$\operatorname{sen}^2 d + \operatorname{cos}^2 d = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \operatorname{cos}^2 d = 1$ ;  $\operatorname{cos}^2 d = \frac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{cos} d = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$   $\frac{0.25}{}$

$\operatorname{tg} d = \frac{\sqrt{3}/3}{\sqrt{6}/3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{8}}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   $\frac{0.25}{}$

$d = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 35^\circ 15' 52''$   $\frac{0.25}{}$

b)  $\operatorname{sen} C = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow C = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{3}{5} \approx 36^\circ 52' 12''$   $\frac{0.25}{}$

$\operatorname{cos} C = \frac{b}{10} \Rightarrow b = 10 \cdot \operatorname{cos} 36^\circ 52' 12'' \approx 8 \text{ m}$   $\frac{0.25}{}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ m}^2$   $\frac{0.25}{}$

⑤ a)  $\operatorname{th. Pitagoras} \Rightarrow 1^2 = h^2 + (1/2)^2$ ;  $1 = h^2 + 1/4$ ;  $3/4 = h^2 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{h}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$   $\frac{0.5 \text{ cada uno}}{}$

b) NO PUEDE SER CUARTO POR NO VERIFICA que  $\operatorname{sen}^2 d + \operatorname{cos}^2 d = 1$ :  $(1/2)^2 + (1/3)^2 = 1/4 + 1/9 \neq 1$

c) El polinomio  $x^2 - x + 1$  carece de raíces  $\Rightarrow x^2 - x + 1$  nunca se anula  $\Rightarrow x^2 - x + 1$  tiene siempre el mismo signo (en concreto +)

d) porque ambos son el cociente de un cateto y la hipotenusa y el cateto siempre es menor que la hipotenusa. En cambio, la tangente puede tomar cualquier valor, por ser un cociente de catetos

$x^2 - x + 1 > 0$  se verifica  $\forall \mathbb{R}$

$x^2 - x + 1 < 0$  no tiene solución



**EXAMEN 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS B**

**4º E.S.O. C  
CURSO 2006-2007**



1. a) Operar y simplificar:  $\frac{3}{2x-4} - \frac{x+10}{2x^2-8} + \frac{1}{x+2}$       b) Resolver:  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$       (2 puntos)

2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):

a)  $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$       b)  $\left. \begin{array}{l} \frac{2(3x-5)}{3} - \frac{3(x-2)}{2} > 1 \\ \frac{2x+3(x-1)}{2} \geq x-1 \end{array} \right\}$       (2 puntos)

3. a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas, sen  $\alpha$ , cos  $\alpha$  y tg  $\alpha$  de un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  (resultados racionalizados; no vale utilizar decimales). Hallar también de qué  $\alpha$  se trata.

b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos  $b=12$  cm,  $c=4$  cm. Hallar su área.

c) Desde un barco situado a 100 m de la costa se ve la cima de una acantilado bajo un ángulo de  $30^\circ$  (con respecto a la horizontal). Hallar la altura del acantilado.      (2 puntos)

4. Se lanzan dos dados en forma de octaedro (8 caras iguales) y se suma la puntuación obtenida en cada uno. Se pide:

a) Indicar el espacio muestral. ¿Cuántos casos posibles hay?

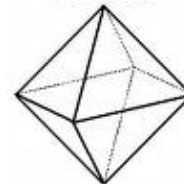
b) Hallar la probabilidad de obtener exactamente puntuación igual a 14

c) Hallar la probabilidad de obtener puntuación  $> 14$

d) Utilizando el suceso contrario, hallar la probabilidad de no sacar puntuación igual a 2

e) Utilizando la fórmula conveniente y los resultados de algunos apartados anteriores, hallar la probabilidad de sacar puntuación igual a 2 o 14

f) ¿Cuál es la puntuación más probable de obtener? ¿Y la menos?      (2 puntos)



5. Dada  $f(x)=x^3-3x^2$  se pide: i) Razonar cuál es su Dom(f) ii) Cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica. iv) Estudiar su continuidad v) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) vi) Intervalos de crecimiento. M y m vii) Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. viii) Ecuación de las posibles asíntotas. ix)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$       (2 puntos)

① a)  $\frac{3}{2x-4} - \frac{x+10}{2x^2-8} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{2(x-2)} - \frac{x+10}{2(x+2)(x-2)} + \frac{1}{x+2} = \frac{3(x+2)}{2(x+2)(x-2)} - \frac{x+10}{2(x+2)(x-2)} + \frac{2(x-2)}{2(x+2)(x-2)}$   
 $= \frac{3x+6-x-10+2x-4}{2(x+2)(x-2)} = \frac{4x-8}{2(x+2)(x-2)} = \frac{4(x-2)}{2(x+2)(x-2)} = \frac{2}{x+2}$  0.25/

b)  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$ ; mcm =  $(x-1)(x+1) \Rightarrow x(x+1) + 2x(x-1) = 3(x-1)(x+1)$   
 $x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3(x^2 - 1)$ ;  $3x^2 - x = 3x^2 - 3$ ;  $x = 3$  1/

② a)  $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$ ;  $\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6}$ ;  $3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2)$   
 $3x^2 - 12 - 4x^2 + 24x - 36 \geq 22x - 2x^2$ ;  $x^2 + 2x - 48 \geq 0$  0.25/  
 raíces  $6y-8$

signo $(x^2+2x-48)$	$(-\infty, -8)$	$(-8, 6)$	$(6, \infty)$
	+	-	+

soluc:  $x \in (-\infty, -8] \cup [6, \infty)$  0.5/

b)  $\frac{2(3x-5)}{3} - \frac{3(x-2)}{2} > 1$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{6x-10}{3} - \frac{3x-6}{2} > 1 \\ 2(6x-10) - 3(3x-6) > 6 \end{array} \right.$   
 $\frac{2x+3(x-1)}{2} \geq x-1$   $\left\{ \begin{array}{l} 2x+3(x-1) \geq 2(x-1) \\ 2x+3x-3 \geq 2x-2 \end{array} \right.$   
 $\left. \begin{array}{l} 12x-20-9x+18 > 6 \\ 2x+3x-3 \geq -2+3 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 12x-9x > 6-18+20 \\ 3x \geq 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 3x > 8 \\ 3x \geq 1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x > 8/3 \\ x \geq 1/3 \end{array} \right\} \text{soluc: } x \in \left(\frac{8}{3}, \infty\right)$  0.5/

③ a)  $\text{ctgd} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{tg} d = \frac{1}{\text{ctgd}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $1 + \text{tg}^2 d = \frac{1}{\text{sen}^2 d} \Rightarrow 1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{\text{sen}^2 d}$ ;  $1 + \frac{3}{4} = \frac{1}{\text{sen}^2 d}$   
 $\frac{7}{4} = \frac{1}{\text{sen}^2 d} \Rightarrow \frac{4}{7} = \text{sen}^2 d \Rightarrow \text{sen} d = \sqrt{\frac{4}{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$  ictgd =  $\frac{\cos d}{\text{sen} d} \Rightarrow \cos d = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{2\sqrt{3 \cdot 7}}{3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot \sqrt{21}}{6} = \frac{\sqrt{21}}{3}$   
 $d = \arctg \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 40^\circ 53' 36''$  0.25/

b)  $\text{tg} \hat{C} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \hat{C} = \arctg \frac{1}{3} \approx 18^\circ 26' 6''$   $\Rightarrow \hat{B} = 90 - \hat{C} \approx 71^\circ 33' 54''$  0.25/

$\text{sen} \hat{C} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = \frac{4}{\text{sen} 18^\circ 26' 6''} \approx 12,65 \text{ cm}$  0.25/ ;  $S_{ABC} = \frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} 12 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$  0.25/

c)  $\text{tg} 30^\circ = \frac{h}{100} \Rightarrow h = 100 \text{ tg} 30^\circ \approx 57,74 \text{ m}$  0.25/

④ a)  $E = \{(1,1), (1,2), \dots, (1,8), (2,1), \dots, (2,8), (3,1), \dots, (3,8), (4,1), \dots, (4,8), (5,1), \dots, (5,8), (6,1), \dots, (6,8), (7,1), \dots, (7,8), (8,1), \dots, (8,8)\}$   
 $\Rightarrow 64$  casos posibles 0.25/

b)  $A = \text{"puntuación } = 14" = \{(6,8), (7,7), (8,6)\} \rightarrow P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{64}$  0.25/

c)  $B = \text{"puntuación } > 14" = \{(7,8), (8,7), (8,8)\} \rightarrow P(B) = \frac{3}{64}$  0.25/

d)  $C = \text{"puntuación } = 2" = \{(1,1)\} \Rightarrow P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$  0.25/

e)  $P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{3}{64} + \frac{1}{64} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$  0.5/

$\# A$  y  $C$  incompatibles

f) sacar un 9 es la puntuación con más casos favorables:  $(1,8), (2,7), (3,6), (4,5), (5,4), (6,3), (7,2), (8,1)$   
 sacar un 2 o un 16 son las que tienen menos casos favorables:  $(1,1)$  o  $(8,8)$  0.5/



5)  $f(x) = x^3 - 3x^2$

i)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$  puesto que todo  $x$  tiene imagen **0.125/**

ii) **CORTE EJE X:**  $y=0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 0 ; x^2(x-3) = 0$   
 $\rightarrow x=0 \rightarrow (0,0)$   
 $\rightarrow x=3 \rightarrow (3,0)$  **0.25/**

iii)

$x$	$-\infty \dots -3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$4$	$5 \dots \infty$
$y = x^3 - 3x^2$	$-\infty \dots -54$	$-20$	$-4$	$0$	$-2$	$-4$	$0$	$16$	$50 \dots \infty$

iv)  $f(x)$  continua  $\forall \mathbb{R}$  **0.125/**

v)  $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$  **0.125/**

vi)  $f(x) \uparrow \forall x \in (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$   
 $f(x) \downarrow \forall x \in (0, 2)$   $\Rightarrow$   $M(0,0)$  **0.25/**  
 $m(2,-4)$

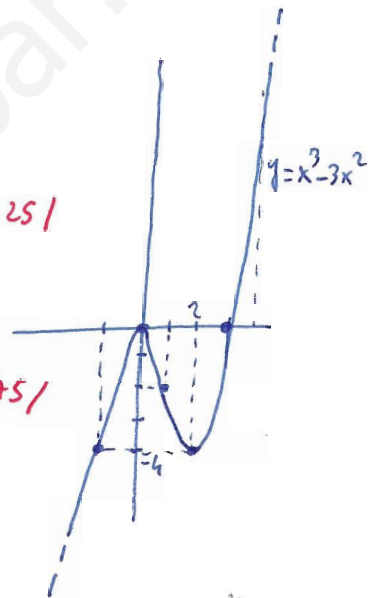
vii) no es simétrica **0.125/**

viii) no tiene asíntotas **0.125/**

ix)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  **0.125/**



**0.75/**









RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS B

4º E.S.O. C  
CURSO 2006-2007



1. a) Operar y simplificar:  $\frac{3x}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1}$       b) Resolver:  $\frac{4x}{x+1} + \frac{x}{2x-1} = 2$       (2 puntos)
2. Resolver (dar la solución por medio de intervalos, y representarla también en la recta real):
- a)  $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$       b)  $\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} + \frac{2(x+1)}{5} \geq -1 \\ \frac{3x+1}{4} - \frac{x}{6} < 2 \end{array} \right\}$       (2 puntos)
3. a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$  de un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2}$  (resultados racionalizados; no vale utilizar decimales). Hallar también de qué  $\alpha$  se trata.
- b) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos  $c=7$  m,  $B=43^\circ 52' 13''$ . Hallar su área.
- c) Una escalera está apoyada en una pared, formando un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal. Si la base de la escalera dista 4 m de la pared, hallar la longitud de la escalera.      (2 puntos)
4. Considerar el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja española.
- a) Describir su espacio muestral E. ¿Cuántos sucesos elementales lo componen?
- b) Sea el suceso  $A$ ="extraer un oro". Definirlo y hallar su probabilidad.
- c) Ídem para el suceso  $B$ ="extraer una figura".
- d) Utilizando el resultado anterior y la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de no extraer una figura.
- e) Definir el suceso "extraer una figura y que sea además oro"; hallar su probabilidad. ¿Cómo es este suceso respecto a A y B?
- f) Sea el suceso "extraer figura u oro". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcular la probabilidad de dicho suceso, razonando el procedimiento utilizado.      (2 puntos)
5. Dada  $f(x)=-x^3+12x$  se pide: i) Razonar cuál es su  $\operatorname{Dom}(f)$  ii) Cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica. iv) Estudiar su continuidad v) A la vista de la gráfica, indicar su  $\operatorname{Im}(f)$  vi) Intervalos de crecimiento. M y m vii) Caso de ser simétrica, indicar de qué tipo se trata. viii) Ecuación de las posibles asíntotas. ix)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$       (2 puntos)

 <p>I.E.S. "Fernando de Mena"</p>	<b>PARCIAL 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B</b>	<b>4º E.S.O. D CURSO 2005-2006</b>	 <p>Junta de Comunidades de <b>Castilla-La Mancha</b></p>
--	--	--	--

1. Resolver la inecuación  $\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$

2. Resolver el sistema de inecuaciones  $\left. \begin{array}{l} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{array} \right\}$

3. Resolver la inecuación  $\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$

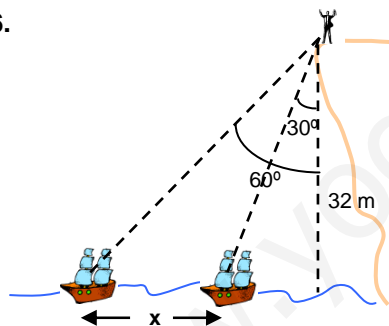
4. Dado un ángulo  $\alpha$  tal que  $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ , se pide:

- Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\operatorname{cos} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$
- ¿De qué  $\alpha$  se trata?

5. Dado el triángulo rectángulo en A de datos:  $a=15$  cm,  $b=12$  cm se pide:

- Resolverlo.
- Hallar su área.

6.



Sobre un acantilado de 32 m de altura un observador divisa dos embarcaciones, bajo ángulos de  $30^\circ$  y  $60^\circ$  respecto a la vertical. Hallar la distancia que las separa.

7. En el experimento aleatorio consistente en lanzar una moneda 4 veces, se pide:

- Formar el espacio muestral E (se recomienda utilizar un árbol)
- Hallar la probabilidad de obtener exactamente una cara. Hallar también la probabilidad de obtener justo dos caras. Con los dos resultados anteriores, y utilizando la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), hallar la probabilidad de obtener una o dos caras. Razonar qué fórmula se ha utilizado.
- Hallar la probabilidad de obtener siempre cruz.
- Hallar, utilizando la fórmula de la probabilidad del suceso contrario (¡no mediante la regla de Laplace!), la probabilidad de obtener al menos una cara.

**INSTRUCCIONES:** Se podrá bajar la nota por mala presentación (desorden en las respuestas, mala caligrafía, tachones, etc.) y faltas de ortografía y/o sintaxis. Todas las preguntas puntúan igual. ¡Buena suerte!

$$\textcircled{1} \frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$$

$$\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6}$$

	$(-\infty, -8)$	$(-8, 6)$	$(6, \infty)$
signo(x+8)	-	+	+
signo(x-6)	-	-	+
signo(x+8)(x-6)	+	-	+

0.3

$$3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2)$$

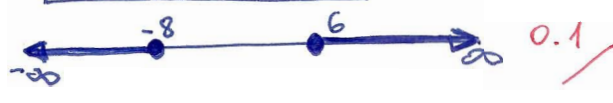
$$3x^2-12-4x^2+24x-36 \geq 22x-2x^2$$

$$x^2+2x-48 \geq 0$$

raices -8 y 6

$$(x+8)(x-6) \geq 0$$

soluc:  $x \in (-\infty, -8] \cup [6, \infty)$  0.2



0.1

$$\textcircled{2} \left. \begin{aligned} 5x + \frac{4x}{3} + 2 > \frac{10x}{3} + 5 \\ 2 - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x}{2} \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 15x + 4x + 6 > 10x + 15 \\ 8 - (x-3) \leq 4 - 2x \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 15x + 4x - 10x > 15 - 6 \\ 8 - x + 3 \leq 4 - 2x \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 9x > 9 \\ x \leq -7 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} x > 1 \\ x \leq -7 \end{aligned} \right\} \text{No soluc.}$$

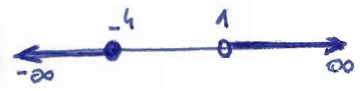
0.5

$$\textcircled{3} \frac{2x+3}{x-1} \geq 1; \frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0; \frac{2x+3}{x-1} - \frac{x-1}{x-1} \geq 0; \frac{2x+3-x+1}{x-1} \geq 0; \frac{x+4}{x-1} \geq 0$$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, \infty)$
signo(x+4)	-	+	+
signo(x-1)	-	-	+
signo $\frac{x+4}{x-1}$	+	-	+

0.3

soluc:  $x \in (-\infty, -4] \cup (1, \infty)$  0.2



0.1

$$\textcircled{4} \text{ a) } \operatorname{cosec} d = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \operatorname{sen} d = \frac{1}{\operatorname{cosec} d} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

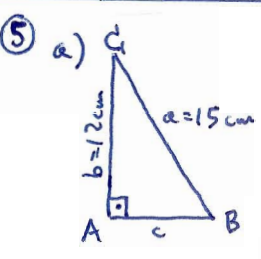
0.2

$$\operatorname{sen}^2 d + \operatorname{cos}^2 d = 1; \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \operatorname{cos}^2 d = 1; \frac{3}{4} + \operatorname{cos}^2 d = 1; \operatorname{cos}^2 d = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \operatorname{cos} d = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

0.3

$$\operatorname{tg} d = \frac{\operatorname{sen} d}{\operatorname{cos} d} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

b) con los valores de  $d = 60^\circ$  0.2



$$\text{sen } B = \frac{12}{15} = 0,8 \Rightarrow B = \operatorname{arc} \operatorname{sen} 0,8 \approx 53^\circ 7' 48'' \Rightarrow C = 90 - B \approx 36^\circ 52' 12''$$

0.3

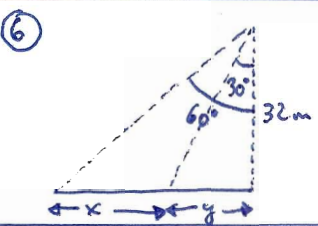
0.2

$$\operatorname{cos} B = \frac{c}{15} \Rightarrow c = 15 \operatorname{cos} B = 15 \operatorname{cos} 53^\circ 7' 48'' \approx 9 \text{ cm}$$

0.3

$$\text{b) } A = \frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} 12 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2$$

0.2



$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{y}{32} \Rightarrow y = 32 \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow 32 \operatorname{tg} 60^\circ = x + 32 \operatorname{tg} 30^\circ; x = 32(\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ) \approx 36,95 \text{ m}$$

1

$$\textcircled{7} \text{ a) } E = \{cccc, cccx, ccxc, ccxx, cxcc, cxcx, cxxx, xccc, xcxc, xcxc, cxxx, xxcc, xxcx, xxxc, xxxx\}$$

$$\text{b) } P(1 \text{ cara}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}; P(2 \text{ caras}) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \Rightarrow P(1 \text{ cara} \cup 2 \text{ caras}) = P(1 \text{ cara}) + P(2 \text{ caras}) = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\text{c) } P(xxxx) = \frac{1}{16} \Rightarrow \text{d) } P(\text{al menos una cara}) = P(\overline{xxxx}) = 1 - P(xxxx) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

0.15

0.15

0.15

0.2

0.2





EXAMEN 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS B

4º E.S.O. D  
CURSO 2005-2006

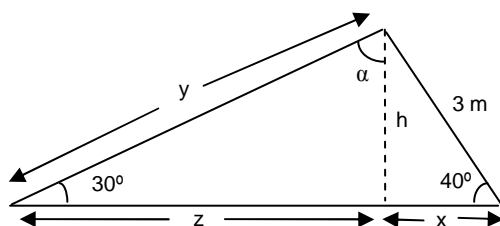


1. Resuelve la inecuación  $\frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}$ . Representa su solución en la recta  $\mathbb{R}$ .

2. Dado un ángulo  $\alpha$  tal que  $\text{ctg } \alpha = \sqrt{11}$ , se pide:

- Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  y  $\text{tg } \alpha$  (resultados racionalizados)
- Obtener razonadamente, mediante calculadora, de qué  $\alpha$  se trata.

3.



Dado el triángulo de la figura se pide:

- Hallar  $\alpha$ ,  $h$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$
- Calcular su área.

4. Considera el experimento aleatorio consistente en extraer una carta de una baraja española.

- Describe su espacio muestral  $E$ . ¿Cuántos sucesos elementales lo componen?
- Sea el suceso  $A$ ="extraer una copa". Defínelo y halla su probabilidad.
- Ídem para el suceso  $B$ ="extraer una figura".
- Utilizando el resultado anterior y la fórmula adecuada (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de no extraer una figura.
- Define el suceso "extraer una figura y que sea además copa"; halla su probabilidad. ¿Cómo es este suceso respecto a  $A$  y  $B$ ?
- Sea el suceso "extraer figura o copa". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de dicho suceso, razonando el procedimiento utilizado.

5. Dada  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$  se pide: i) Hallar razonadamente su  $\text{Dom}(f)$  ii) Cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica (en papel milimetrado). iv) ¿Es continua? v)  $\text{Im}(f)$  vi) Intervalos de crecimiento.  $M$  y  $m$  vii) Ecuación de las posibles asíntotas. viii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

6. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

- Halla la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg.
- Representala gráficamente (en el folio).
- Obtén, analíticamente, cuánto costaría enviar un paquete de 750 gr
- Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar?

**INSTRUCCIONES:** Se podrá bajar la nota por mala presentación (desorden en las respuestas, mala caligrafía, tachones, etc.) y faltas de ortografía y/o sintaxis. Todas las preguntas puntúan igual. ¡Buena suerte!

$$\textcircled{1} \frac{(2x+1)(2x-1)}{6} - \frac{(x+1)^2}{9} \leq \frac{x(7x-8)-1}{18}; \frac{4x^2-1}{6} - \frac{x^2+2x+1}{9} \leq \frac{7x^2-8x-1}{18}$$

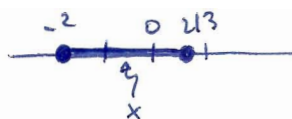
$$3(4x^2-1) - 2(x^2+2x+1) \leq 7x^2-8x-1; 12x^2-3-2x^2-4x-2 \leq 7x^2-8x-1; 3x^2+4x-4 \leq 0$$

raíces -2 y 2/3

$$3(x-\frac{2}{3})(x+2) \leq 0 \quad 0.3$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2/3)$	$(2/3, \infty)$
signo $(x-2/3)$	-	-	+
signo $(x+2)$	-	+	+
signo $(x-\frac{2}{3})(x+2)$	+	-	+

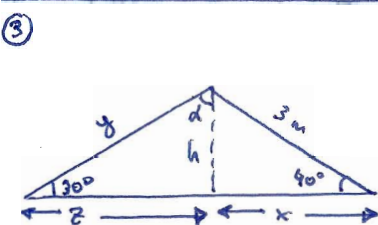
soluc:  $x \in [-2, \frac{2}{3}]$



$$\textcircled{2} \text{ a) } \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{11} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{1}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{11}}{11}; 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \Rightarrow 1 + (\frac{\sqrt{11}}{11})^2 = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}; 12 = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{1}{12} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}}{12} = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}; \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \Rightarrow \sqrt{11} = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\frac{\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow \operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{33}}{6}$$

$$\text{ b) } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{11} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{11}}{11} \approx 16^\circ 46' 43''$$



$$\text{ a) } \alpha = 90 - 30 = 60^\circ; \operatorname{sen} 40^\circ = \frac{h}{3} \Rightarrow h = 3 \operatorname{sen} 40^\circ \approx 1.93 \text{ m}$$

$$\operatorname{cos} 40^\circ = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \operatorname{cos} 40^\circ \approx 2.30 \text{ m}; \operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h}{y} = \frac{1.93}{y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{1.93}{\operatorname{sen} 30^\circ} \approx 3.86 \text{ m}; \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{z} = \frac{1.93}{z} \Rightarrow z = \frac{1.93}{\operatorname{tg} 30^\circ} \approx 3.34 \text{ m}$$

$$\text{ b) } A = \frac{1}{2} (x+z) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 5.64 \cdot 1.93 \approx 5.44 \text{ m}^2$$

$\textcircled{4}$  a) E está formado por cada una de las 10 cartas de cada uno de los 4 palos, es decir, 40 cartas en total

b) A = "extraer copa" = {1 copas, 2 copas, ..., 7 copas, sota copas, caballo copas, rey copas} → 10

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

c) B = "extraer figura" = {sota oros, caballo oros, rey oros, sota copas, caballo copas, rey copas, sota espadas, caballo espadas, rey espadas, sota bastos, caballo bastos, rey bastos} → 12

$$P(B) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

d)  $\bar{B}$  = "no extraer figura" ⇒  $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

e) "extraer figura y copa" =  $A \cap B$  = {sota copas, caballo copas, rey copas} ⇒  $P(A \cap B) = \frac{3}{40}$

f) "extraer figura o copa" =  $A \cup B$  ⇒  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{3}{40} = \frac{10+12-3}{40} = \frac{19}{40}$

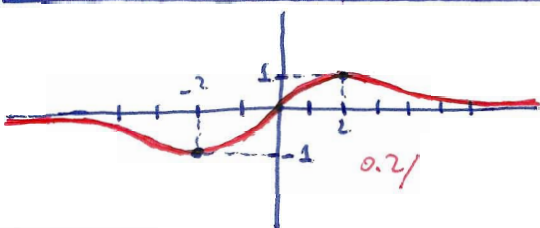
A y B son compatibles

$\textcircled{5}$   $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$  i)  $\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R}$  p.q.  $x^2+4 \neq 0 \forall \mathbb{R}$  ii) corte eje x:  $y=0 \Rightarrow 0 = \frac{4x}{x^2+4} \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0 \rightarrow (0,0)$

no alteramos el corte con el eje y

iii)

x	$-\infty$	$\dots$	-100	$\dots$	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	$\dots$	100	$\dots$	$\infty$
$f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$	0 <sup>-</sup>	$\dots$	-0.04	$\dots$	-0.47	-0.53	-0.6	-0.69	-0.8	-0.92	-1	-0.8	0	0.8	1	0.92	0.8	0.69	0.6	0.53	0.47	$\dots$	0.04	$\dots$	0 <sup>+</sup>



iv)  $f(x)$  continua  $\forall \mathbb{R}$  p.q. se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel

v)  $\operatorname{Im}(f) = [-1, 1]$

vi)  $f(x) \neq 0 \forall x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$  ⇒  $M(-2, -1)$   
 $f(x) \neq 0 \forall x \in (-2, 2)$  ⇒  $M(2, 1)$

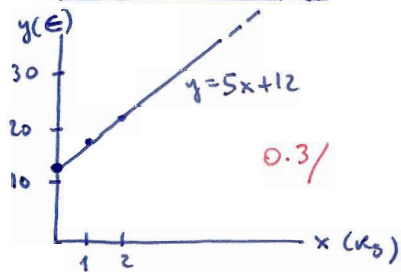
vii)  $y=0$  A.U. 0.1/ viii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$

0.1/

6) a)  $y = 12 + 5x$  siendo  $y$ : precio del envío 0.2/  
 $x$ : Kg " "

b)

$x$	0	2
$y = 12 + 5x$	12	22



c)  $x = 975 \text{ Kg} \Rightarrow y = 15,75 \text{ €}$  0.2/

d)  $y = 50 \text{ €} \Rightarrow 50 = 12 + 5x$ ;  $38 = 5x$ ;  $x = 7,6 \text{ Kg}$  0.3/





RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN  
MATEMÁTICAS B

4º E.S.O. D  
CURSO 2005-2006



1. a) Resuelve:  $(2x-3)^2 + x^2 > (3x+1)(3x-1) - 6$ . Representa su solución en la recta  $\mathbb{R}$ .

b) Resuelve, representando su solución en la recta  $\mathbb{R}$ :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{array} \right\}$$

2. Dado un ángulo agudo  $\alpha$  tal que  $\sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ , se pide:

a) Hallar, aplicando identidades trigonométricas,  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$  y  $\tan \alpha$  (resultados racionalizados)

b) Obtener razonadamente, mediante calculadora, de qué  $\alpha$  se trata.

3. a) Resolver el triángulo rectángulo ABC de catetos  $b=12$  cm y  $c=5$  cm

b) Hallar su área.

4. Dada  $f(x)=2x^3-9x^2$  se pide: a) Hallar razonadamente su  $\text{Dom}(f)$  b) Cortes con los ejes.

c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica (en papel milimetrado). d) ¿Es continua?

e)  $\text{Im}(f)$  f) Intervalos de crecimiento.  $M$  y  $m$  g) Ecuación de las posibles

asíntotas. h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

■ Elige una de las dos siguientes preguntas:

5. Considera el experimento aleatorio consistente en extraer una bola de una urna que contiene 20 bolas numeradas del 1 al 20.

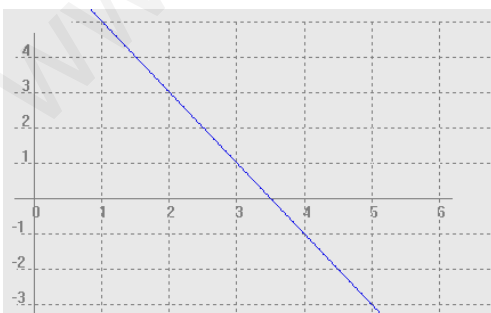
a) Indica los sucesos elementales que componen el suceso  $A$ ="extraer nº impar". Halla la probabilidad de dicho suceso.

b) Ídem para el suceso  $B$ ="extraer nº primo".

c) Ídem para el suceso "extraer nº impar y primo". ¿Cómo es este suceso respecto a  $A$  y  $B$ ?

d) Sea el suceso "extraer nº impar o primo". Utilizando la fórmula adecuada y lo obtenido en los apartados anteriores (¡no mediante la regla de Laplace!), calcula la probabilidad de dicho suceso, razonando el porqué de la fórmula utilizada.

6.



Dada la recta de la figura, se pide:

a) Obtener **gráficamente** su pendiente.

b) Deducir, analíticamente, su ordenada en el origen. Indicar su expresión analítica.

c) Calcular dónde corta al eje  $x$

① a)  $(2x-3)^2 + x^2 > (3x+1)(3x-1) - 6$

$4x^2 - 12x + 9 + x^2 > 9x^2 - 1 - 6$

$0 > 4x^2 + 12x - 16$ ;  $0 > x^2 + 3x - 4$

(raíces 1 y -4)

0.3/  $(x-1)(x+4) < 0$

	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, \infty)$
signo(x-1)	-	-	+
signo(x+4)	-	+	+
signo(x-1)(x+4)	+	-	+

0.3/

soluc:  $x \in (-4, 1)$  0.3/



0.1/

b)  $\frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1$

$2x - (6-x) < 4(x+1)$

$2x - 6 + x < 4x + 4$

$-10 < x$

$3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2}$

$30 - (5x-1) \geq 2(x-1) - 5(x-3)$

$30 - 5x + 1 \geq 2x - 2 - 5x + 15$

$18 \geq 2x$

0.4/

$x > -10$   
 $x \leq 9$

soluc:  $x \in (-10, 9]$  0.4/



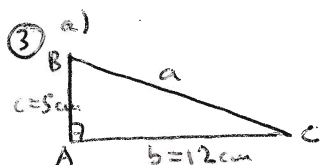
0.2/

② a)  $\sec \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} = \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$  0.5/

$\sec^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ;  $\sec^2 \alpha + \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 = 1$ ;  $\sec^2 \alpha + \frac{2}{9} = 1$ ;  $\sec^2 \alpha = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sec \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$  0.5/

$\tan \alpha = \frac{\sec \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{7}/3}{\sqrt{2}/3} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$  0.5/

b)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{\sqrt{2}}{3} \approx 61^\circ 52' 28''$  0.5/



$\tan C = \frac{5}{12} \Rightarrow C = \arctan \frac{5}{12} \approx 22^\circ 37' 12'' \Rightarrow B = 90 - C \approx 67^\circ 22' 48''$  0.25/

$\sec C = \frac{5}{a} \Rightarrow a = \frac{5}{\sec 22^\circ 37' 12''} = 13 \text{ cm}$  0.75/

b)  $A = \frac{1}{2} bc = \frac{1}{2} 12 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$  0.25/

④ a)  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$  p q. es polinómica 0.25/

b) cortes eje x:  $2x^3 - 9x^2 = 0$ ;  $x^2(2x-9) = 0$   
 $x=0 \rightarrow (0,0)$   
 $x=9/2 \rightarrow (4.5, 0)$  0.25/

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	$\infty$
$f(x) = 2x^3 - 9x^2$	$-\infty$	-135	-54	-11	0	-7	-20	-27	46	75	108	$\infty$

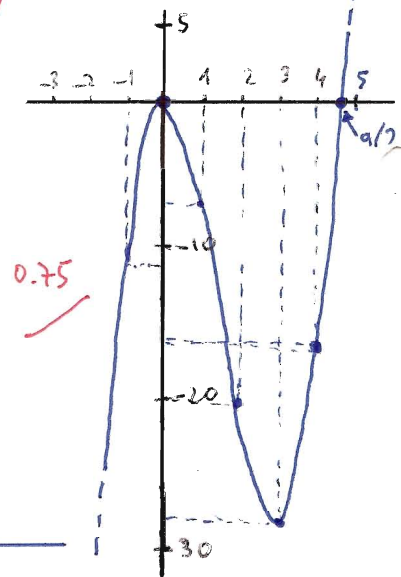
d)  $f(x)$  continua  $\forall x \in \mathbb{R}$  0.25/

e)  $\text{Im}(f) = \mathbb{R}$  0.25/

f)  $f(x) \neq 0 \forall x \in (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$   $\Rightarrow M(0,0)$  0.25/  
 $f(x) \neq 0 \forall x \in (0, 3)$   $\Rightarrow m(3, -27)$

g) no tiene asíntotas, por ser polinómica 0.25/

h)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  0.25/





0.75/

⑤ a)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \rightarrow P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$  0.5/

b)  $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \rightarrow P(B) = \frac{9}{20}$  0.5/

c)  $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$  0.5/

d)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{9}{20} - \frac{8}{20} = \frac{10+9-8}{20} = \frac{11}{20}$  0.5/

 <p>Junta de Comunidades de <b>Castilla-La Mancha</b></p>	<b>EXAMEN PARCIAL 3ª EVALUACIÓN</b> <b>MATEMÁTICAS B</b>	<b>4º ESO B</b> <b>CURSO 2004-05</b>	 <p>I.E.S. "Fernando de Mena"</p>
--	---	---	--

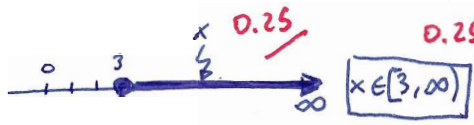
1. a) Resolver:  $\frac{x}{18} - \frac{2x+1}{12} \geq \frac{2-4x}{24}$ , representando la solución en las tres formas habituales (con desigualdades, con intervalos, y en la recta real)  
b) Razonar si  $x=2$  puede ser una posible solución.
  
2. a) Resolver:  $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1)$ , representando la solución en las tres formas habituales (con desigualdades, con intervalos, y en la recta real)  
b) Razonar si  $x=-2$  puede ser una posible solución.
  
3. a) Dado un ángulo  $\alpha$  tal que  $\text{ctg } \alpha = \sqrt{3}$ , obtener, mediante fórmulas trigonométricas,  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  y  $\text{tg } \alpha$   
b) Razonar, sin utilizar calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata.
  
4. Desde un barco se ve la cima de un acantilado bajo un ángulo de  $70^\circ$  respecto a la horizontal. Al alejarse 100 m de la costa, el ángulo disminuye a  $30^\circ$ . Hallar la altura del acantilado.
  
5. **TEORÍA:**
  - a) Razonar cuál es la solución de la inecuación  $x^2+4 \geq 0$
  - b) Razonar, sin resolverla, si  $x=1$  puede ser solución de la inecuación  $x^2+4x+3 < 0$
  - c) ¿Puede ser el seno o el coseno de un ángulo mayor que 1? ¿Y la tangente? Razonar la respuesta.
  - d) Utilizando un cuadrado de lado 1, demostrar que  $\text{sen}45^\circ = \text{cos}45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  y  $\text{tg } 45^\circ = 1$

---

**NOTA:** Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!




① a)  $\frac{x}{18} - \frac{2x+1}{12} \geq \frac{2-4x}{24}$ ;  $\text{mcm} = 72 \Rightarrow 4x - 6(2x+1) \geq 3(2-4x)$   
 $4x - 12x - 6 \geq 6 - 12x$   
 $4x - \cancel{12x} + \cancel{12x} \geq 6 + 6$   
 $4x \geq 12 \Rightarrow \boxed{x \geq 3}$  0.25



b)  $x=2$  no puede ser solución pq no pertenece al intervalo  $[3, \infty)$ , y además al sustituir  $x=2$  en la inecuación del enunciado se obtiene una desigualdad falsa:  
0.5  $\frac{2}{18} - \frac{5}{12} \geq \frac{-6}{24}$ ;  $\frac{1}{9} - \frac{5}{12} \geq -\frac{1}{4}$ ;  $\frac{4}{36} - \frac{15}{36} \geq -\frac{1}{4}$ ;  $-\frac{11}{36} \geq -\frac{1}{4}$ ;  $\frac{11}{36} \leq \frac{1}{4}$ ;  $44 \leq 36$ ; FALSO!

② a)  $(2x+2)(2x-2) \leq (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1)$   
 $4x^2 - 4 \leq x^2 + 2x + 1 + 2(x^2 - 1)$   
 $4x^2 - 4 \leq x^2 + 2x + 1 + 2x^2 - 2 \rightarrow 4x^2 - 4 - x^2 - 2x - 1 - 2x^2 + 2 \leq 0$ ;  $x^2 - 2x - 3 \leq 0$  0.5

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 3)$	$(3, \infty)$
signo $(x^2 - 2x - 3)$	+	-	+

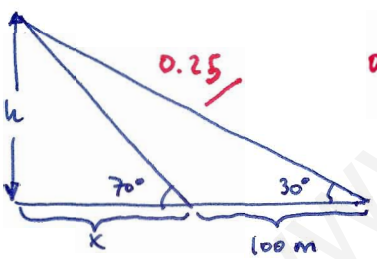
$\Rightarrow$  soluc:  $\boxed{x \in [-1, 3]}$ , es decir,  $[-1 \leq x \leq 3]$ , es decir:  0.25

b)  $x=-2$  no puede ser solución pq. no pertenece al intervalo solución, es decir,  $[-1, 3]$ . Además, si sustituimos  $x=-2$  en la inecuación del enunciado, vemos que no la verifica:  
0.5  $-2 \cdot (-6) \leq (-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot (-3)$ ;  $12 \leq 1 + 6$ ; FALSO!

③ a)  $\text{ctgd} = \sqrt{3} \Rightarrow \boxed{\text{tg} \alpha = \frac{1}{\text{ctgd}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$ ;  $1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $1 + \frac{3}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ;  $\frac{4}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{3}{4} = \cos^2 \alpha \Rightarrow \boxed{\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}}$  0.5

$\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \alpha}$ ;  $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\text{sen} \alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{\text{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}$  0.5

b) Vemos que esos valores del seno, coseno y tangente son los del conocido  $\boxed{\alpha = 30^\circ}$  0.5

④  0.25

$\text{tg} 70^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \text{tg} 70^\circ$  (\*) 0.25

$\text{tg} 30^\circ = \frac{h}{x+100} \rightarrow h = (x+100) \text{tg} 30^\circ$

$x \text{tg} 70^\circ = (x+100) \text{tg} 30^\circ$   
 $x \text{tg} 70^\circ - x \text{tg} 30^\circ = 100 \text{tg} 30^\circ$   
 $x(\text{tg} 70^\circ - \text{tg} 30^\circ) = 100 \text{tg} 30^\circ$

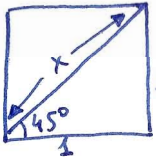
$x = \frac{100 \text{tg} 30^\circ}{\text{tg} 70^\circ - \text{tg} 30^\circ} \approx 26,60 \text{ m}$  0.25

$\xrightarrow{\text{sustituimos en (*)}}$   $h = x \text{tg} 70^\circ \approx \boxed{73,10 \text{ m}}$  1.5

⑤ a)  $x^2 + 4 \geq 0$  se verifica  $\forall \mathbb{R}$  por  $x^2 + 4$  será siempre positivo, por tratarse de la suma de dos cantidades siempre positivas 0.5

b) Si sustituimos  $x=1$  en la inecuación  $x^2 + 4x + 3 < 0$  se obtiene una desigualdad falsa:  
 $1 + 4 + 3 < 0$ ; FALSO!  $\Rightarrow \boxed{x=1 \text{ no es soluc.}}$  0.5

c) El seno y el coseno nunca pueden superar la unidad, debido a su definición  $\text{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$  y  $\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ , y a que en un triángulo rectángulo ambos catetos son siempre menores que la hipotenusa. En cambio, la tangente puede tomar cualquier valor, ya que  $\text{tg} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$  0.5

d)  1

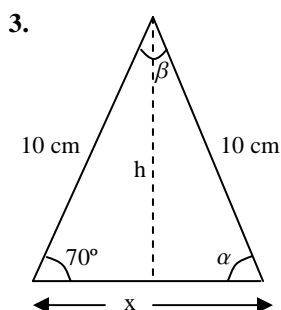
h. Pitágoras  $\Rightarrow x^2 = 1^2 + 1^2$ ;  $x^2 = 2$ ;  $x = \sqrt{2}$

$\text{sen} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$      $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$      $\text{tg} 45^\circ = \frac{\text{sen} 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$  (C.P.D.) 0.5

 <p>I.E.S. "Fernando de Mena"</p>	<b>EXAMEN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B</b>	<b>4º ESO B CURSO 2004-2005</b>	 <p>Junta de Comunidades de <b>Castilla-La Mancha</b></p>
--	---	-------------------------------------	--

- Dada la inecuación  $4x(x+3)+(x+2)(x-2)>(2x+3)^2+x-1$  se pide, por este orden:

  - Razonar si  $x=1$  puede ser una posible solución.
  - Resolverla, representando la solución mediante intervalos y en la recta real.
- Dada  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}/2$ , obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas,  $\operatorname{sen} \alpha$ ,  $\operatorname{cos} \alpha$  y  $\operatorname{ctg} \alpha$  (Dar los resultados simplificados y racionalizados; no se puede utilizar decimales)
  - Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata, explicando el resultado.



En el triángulo isósceles de la figura, hallar razonadamente:

- $\alpha$  y  $\beta$
  - altura  $h$
  - base  $x$
  - área
- Dada  $f(x) = \frac{8x}{x^2 + 1}$  se pide:

    - Razonar cuál es su  $\operatorname{Dom}(f)$
    - Cortes con los ejes.
    - Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
    - ¿Es continua? Razonar la respuesta
    - A la vista de la gráfica indicar su  $\operatorname{Im}(f)$
    - Ecuación de las posibles asíntotas.
    - $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
  - Una empresa de fotografía cobra un precio fijo de 1,5 € por el revelado de un carrete, más 50 céntimos por cada foto.

    - Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos.
    - ¿Qué tipo de función se obtiene? Razonar la respuesta.
    - Hallar su pendiente y su expresión algebraica.
    - ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?
    - Si tenemos un billete de 100 €, ¿cuántas fotos podremos revelar?

**NOTA:** Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!

①  $4x(x+3) + (x+2)(x-2) > (2x+3)^2 + x - 1$

a)  $x=1 \rightarrow 4 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) > 5^2 + 1 - 1$

$16 - 3 > 25$

$13 > 25 !! \Rightarrow x=1$  no puede ser solución **0.5/**

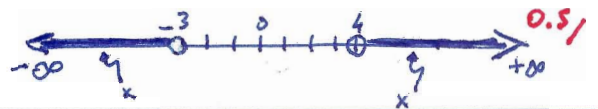
b)  $4x^2 + 12x + x^2 - 4 > 4x^2 + 12x + 9 + x - 1$

$x^2 - 4 - 9 - x + 1 > 0$  **0.25/**

$x^2 - x - 12 > 0$   
raíces: -3 y 4

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 4)$	$(4, \infty)$
signo $x^2 - x - 12$	+	-	+

soluc:  $x \in (-\infty, -3) \cup (4, \infty)$  **0.5/**



② a)  $\operatorname{tg} d = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 d = \frac{1}{\cos^2 d}$

$1 + \frac{3}{4} = \frac{1}{\cos^2 d}$

$\frac{7}{4} = \frac{1}{\cos^2 d} ; \frac{4}{7} = \cos^2 d \Rightarrow \cos d = \sqrt{\frac{4}{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$  **0.75/**

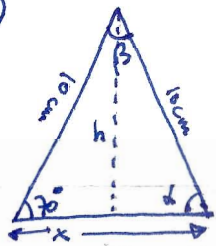
$\operatorname{tg} d = \frac{\operatorname{sen} d}{\operatorname{cosh} d} ; \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\operatorname{sen} d}{\frac{2\sqrt{7}}{7}} \Rightarrow$

$\operatorname{sen} d = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{7}}{7} = \frac{2\sqrt{21}}{14} = \frac{\sqrt{21}}{7}$  **0.5/**

$\operatorname{ctg} d = \frac{1}{\operatorname{tg} d} = \frac{1}{\sqrt{3}/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  **0.25/**

b)  $\operatorname{tg} d = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2} = \operatorname{arctg} 0,8660... \approx 40^\circ 53' 36''$  **0.5/**

③



a) por ser isósceles:  $d = 70^\circ ; \beta = 180^\circ - (70 + 70) = 40^\circ$  **0.5/**

b)  $\operatorname{sen} 70^\circ = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \operatorname{sen} 70^\circ \approx 9,4 \text{ cm}$  **0.5/**

c)  $\cos 70^\circ = \frac{x/2}{10} \Rightarrow \frac{x}{2} = 10 \cos 70^\circ ; x = 20 \cos 70^\circ \approx 6,84 \text{ cm}$  **0.5/**

d)  $S = \frac{1}{2} x \cdot h = \frac{1}{2} 6,8 \cdot 9,4 \approx 32,14 \text{ cm}^2$  **0.5/**

④  $f(x) = \frac{8x}{x^2+1}$

a)  $\operatorname{Dom}(f) = \mathbb{R}$  pues  $x^2+1 \neq 0 \forall \mathbb{R}$  **0.25/**

b)  $\operatorname{cortes} \text{ en } x: y=0 \Rightarrow 0 = \frac{8x}{x^2+1} ; 0 = 8x ; x=0$  **0.25/**

c)

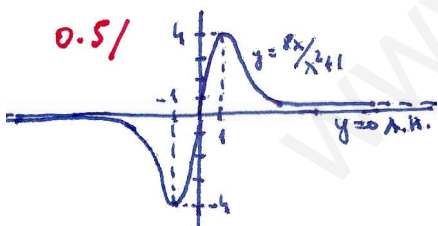
x	$-\infty \dots$	-1000	-100	$\dots$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	$\dots$	100	1000	$\dots$	$\infty$
$f(x) = \frac{8x}{x^2+1}$	$0^-$	-0,008	-0,08	$\dots$	-4,12	-4,80	-4,54	-4,88	-2,4	-3,2	-4	0	4	3,2	2,4	4,88	1,54	1,30	1,12	$\dots$	0,008	0,008	$\dots$	$0^+$

d) Es continua pq. se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel **0.25/**

e)  $\operatorname{Im}(f) = [-4, 4]$  **0.25/**

f)  $y=0$  A.H. **0.25/**

g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^- \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0^+$  **0.25/**

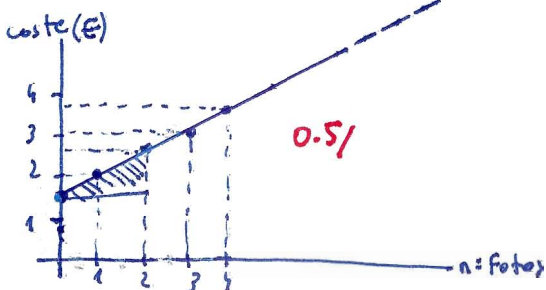


⑤ var. indep: n de fotos  $\rightarrow x$

var. DEPE: coste  $\rightarrow y$

a)

x	n: fotos	0	1	2	3	4	$\dots$
y	coste	1,5	2	2,5	3	3,5	$\dots$



b) Se trata de una función afín pq. el  $\Delta y$  es proporcional al  $\Delta x$  (además, vemos que  $x$  obtiene una recta) **0.25/**



c)  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = 0,5$   
 $n = 1,5$   
 $y = 0,5x + 1,5$  **0.5/**  
coste (€)      n: fotos

d)  $x = 36 \text{ fotos} \rightarrow y = 0,5 \cdot 36 + 1,5 = 19,5 \text{ €}$  **0.25/**

e)  $y = 100 \text{ €} \rightarrow 100 = 0,5x + 1,5$   
 $98,5 = 0,5x$

$x = \frac{98,5}{0,5} = 197 \text{ fotos}$  **0.5/**



	<b>RECUPERACIÓN 3ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS B</b>	<b>4º ESO B CURSO 2004-2005</b>	
---	---	-------------------------------------	---

1. Resolver  $\frac{(x+2)(x-2)}{12} + \frac{2x+1}{18} - \frac{6-5(x-2)}{6} \leq \frac{3(x-1)^2+11}{36}$ , representando la solución mediante intervalos y en la recta real.
  
2. a) Dado  $\cos \alpha = \sqrt{6}/3$ , obtener, mediante las correspondientes fórmulas trigonométricas,  $\sin \alpha$  y  $\tan \alpha$ , dando los resultados simplificados y racionalizados (no se puede utilizar decimales).  
b) Averiguar, mediante calculadora, de qué ángulo  $\alpha$  se trata, explicando el resultado.
  
3. a) Resolver un triángulo rectángulo en A de datos:  $a=13$  cm,  $b=5$  cm.  
b) Hallar su área.
  
4. Dada  $f(x)=x^3-6x^2+9x$  se pide:
  - a) Razonar cuál es su Dom (f)
  - b) Cortes con los ejes.
  - c) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
  - d) ¿Es continua? Razonar la respuesta
  - e) A la vista de la gráfica indicar su Im (f)
  - f) Ecuación de las posibles asíntotas.
  - g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

---

**NOTA:** Todas las preguntas puntúan igual. Se bajará la nota por mala presentación (tachones, desorden en el planteamiento, etc.), faltas de ortografía y/o sintaxis. ¡Buena suerte!