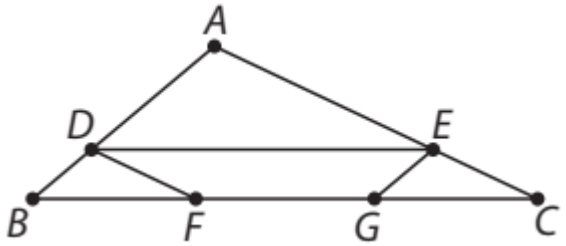
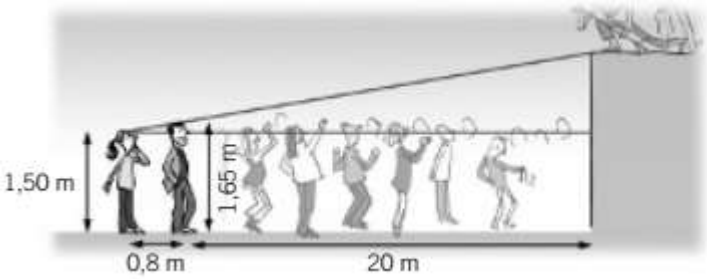
1.- En la figura de la derecha: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE y DBF.

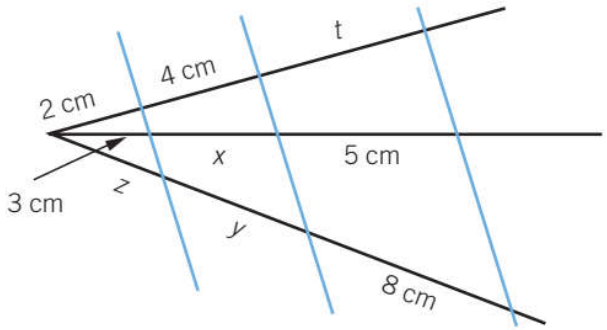


2.- En un mapa del País Vasco, *Bilbao* y *San Sebastián* aparecen separadas 8 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre las dos ciudades es de 100 km?
b) ¿Cuál será la distancia real entre *Basauri* y *Eibar* si en el mismo mapa distan 2,8 cm?

3.- María, que mide 1,50 m, acude a un concierto de rock, y 80 cm por delante de ella, se sitúa Luis, que mide 1,65 m. Calcula la altura del escenario si María ve el borde del mismo justo por encima de Luis y Luis está a 20 m del escenario.





4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto mide el segmento y?

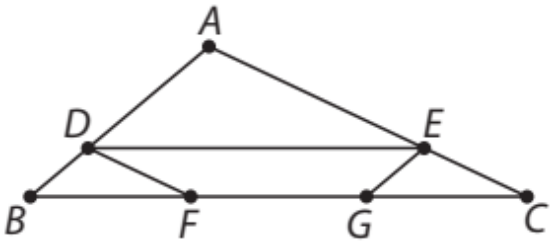
5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta.

1.- En la figura siguiente: AB=6 cm, AC=9 cm, BC=12 cm y AD=4 cm. Halla la medida de los lados de los triángulos ADE, DBF y ECG.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura aparecen varios triángulos encajados unos dentro de otros en lo que en matemáticas llamamos en posición Thales. Decimos que dos triángulos están en posición Tales cuando dos de sus lados están sobre las mismas rectas y los otros dos lados son paralelos.



Según el Teorema de Thales, toda paralela a un lado de un triángulo, que corta a los otros dos lados, determina un triángulo pequeño ADE semejante al grande ABC.

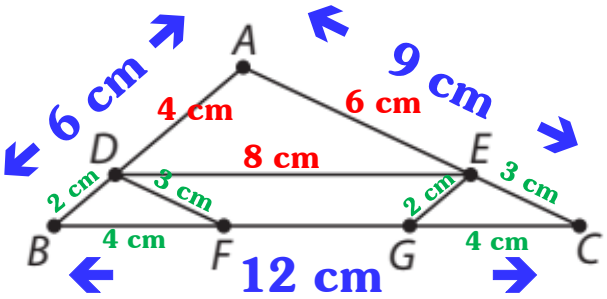
Luego aplicando semejanza de triángulos en los triángulos ABC y ADE tenemos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \quad \rightarrow \quad \frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AE}}=\frac{12}{\overline{DE}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \frac{6}{4}=\frac{9}{\overline{AE}} & \rightarrow \quad \overline{AE}=\frac{9\cdot 4}{6}=\frac{36}{6}=6\ cm \\ \frac{6}{4}=\frac{12}{\overline{DE}} & \rightarrow \quad \overline{DE}=\frac{12\cdot 4}{6}=\frac{48}{6}=8\ cm \end{cases}$$

Si nos fijamos los triángulos ABC y DBF también son semejantes por estar otra vez en posición Thales. Además, si el segmento AB mide 6 cm y el AD mide 4, entonces DB mide 2 cm.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} \quad \rightarrow \quad \frac{6}{2}=\frac{9}{\overline{DF}}=\frac{12}{\overline{BF}} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \frac{6}{2}=\frac{9}{\overline{DF}} & \rightarrow \quad \overline{DF}=\frac{9\cdot 2}{6}=\frac{18}{6}=3\ cm \\ \frac{6}{2}=\frac{12}{\overline{BF}} & \rightarrow \quad \overline{BF}=\frac{12\cdot 2}{6}=\frac{24}{6}=4\ cm \end{cases}$$

Para calcular los lados del triángulo EGC, si el segmento AC mide 9 cm y el segmento AE mide 6, entonces el EC mide 3 cm. lo mismo que el DF. Lo que implica que los triángulos EGC y DBF sean iguales ya que sus ángulos son iguales.



2.- En un mapa del País Vasco, *Bilbao* y *San Sebastián* aparecen separadas 8 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre las dos ciudades es de 100 km?

b) ¿Cuál será la distancia real entre *Basauri* y *Eibar* si en el mismo mapa distan 2,8 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

La escala es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E = \frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}} = \frac{100\ km}{8\ cm} = \frac{10.000.000\ cm}{8\ cm} = 1.250.000 \quad \rightarrow \quad E = 1:1250000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre Basauri y Eibar separadas 2,8 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E = \frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}} = \frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad \rightarrow \quad d_{real} = E \cdot d_{mapa} = 1250000 \cdot 2,8\ cm = 3.500.000\ cm$$

Que expresada en kilómetros sería:

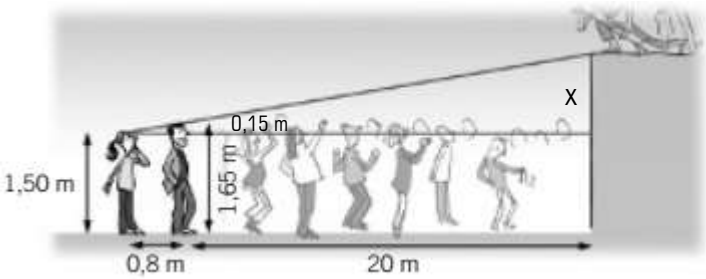
$$d_{real} = E \cdot d_{mapa} = 3.500.000\ cm = 35\ km$$

Por tanto, la escala es E=1:1250000 y la distancia real es de 35 km.

3.- María, que mide 1,50 m, acude a un concierto de rock, y 80 cm por delante de ella, se sitúa Luis, que mide 1,65 m. Calcula la altura del escenario si María ve el borde del mismo justo por encima de Luis y Luis está a 20 m del escenario.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

En la figura que nos dan no podemos aplicar semejanza de triángulos, porque en realidad no tenemos no tenemos dos triángulos, así que tenemos que buscarlos. Si trazamos una línea desde la altura de María, ahora sí tenemos dos triángulos en posición tales, porque uno está dentro del otro y sus alturas son líneas verticales y por tanto paralelas.



Para calcular la altura del triángulo pequeño, restamos a la altura de Luis, la altura de María, y eso nos da 0,15 metros. Si llamamos x a la altura del triángulo grande, dicha altura la vamos a calcular escribiendo una proporcionalidad, ya que, si los triángulos son semejantes, sus lados son proporcionales:

$$\frac{x}{0,8+20} = \frac{0,15}{0,8} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{20,8} = \frac{0,15}{0,8} \quad \rightarrow \quad x = \frac{20,8 \cdot 0,15}{0,8} = 3,9\ m$$

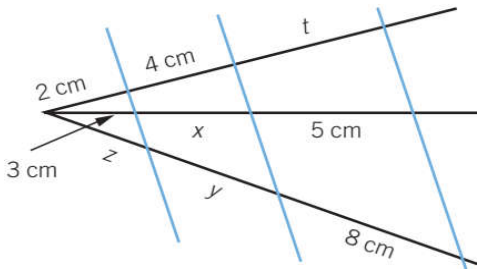
X no es la altura del escenario, sino que es la distancia entre la cabeza de María y el escenario. Para calcular la altura del escenario sumaremos a x la altura de María.

$$h = 3,9 + 1,5 = 5,4\ m$$

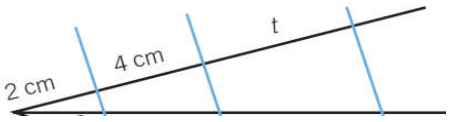
Por tanto, el grupo toca 5,4 metros del suelo.

4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto mide el segmento y?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

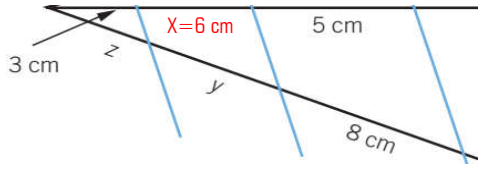


Como podemos observar en la figura, tenemos tres secantes (negras), *1, 2 y 3*, cortadas por otras tres paralelas (azules), *a, b, c*. Según el ***Teorema de Thales***, los segmentos que determinan las rectas azules en las negras son proporcionales y por tanto, para calcular el segmento y, primero necesitamos calcular el segmento x.



Para ello, nos fijamos en la parte de arriba de la figura en la que aplicamos la proporcionalidad descrita por Thales:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{x} \quad \rightarrow \quad x=\frac{3\cdot 4}{2}=6\ cm$$



Una vez calculado x, ahora utilizando la parte de debajo de la figura y utilizando de nuevo la proporcionalidad de los segmentos, obtendremos el valor de y:

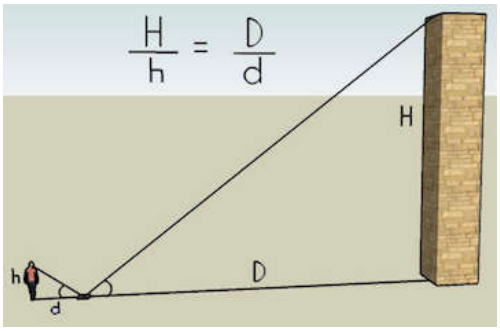
$$\frac{5}{8}=\frac{6}{y} \quad \rightarrow \quad y=\frac{8\cdot 6}{5}=9{,}6\ cm$$

Por tanto, el segmento y mide 9,6 cm.

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si representamos la situación con la ayuda de un dibujo, obtenemos:



En el dibujo vemos que hay dos triángulos semejantes puesto que sus ángulos son iguales al tener dos ángulos opuestos por el vértice.
Las medidas de cada segmento según el enunciado son:

$$h=1{,}75m \qquad d=4m \qquad D=844-4=840m$$

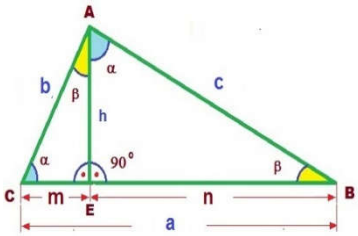
Si los dos triángulos son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Así que basta con aplicar la proporcionalidad de las dos figuras para calcular la altura H del Bank of China.

$$\frac{H}{h}=\frac{D}{d} \quad \rightarrow \quad \frac{H}{1{,}75}=\frac{840}{4} \quad \rightarrow \quad H=\frac{840\cdot 1{,}75}{4}=367{,}5\ m$$

Así que la altura de la Torre del banco es de 367,5 metros.

Bonus.- Dibuja un triángulo rectángulo y traza la altura correspondiente a la hipotenusa. ¿Son semejantes los dos triángulos en que queda dividido el anterior? Justifica tu respuesta

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.2.1) (B.3.3.2)



Sea un triángulo rectángulo de ángulos α y β, si trazamos la altura sobre la hipotenusa se crean otros dos triángulos rectángulos. Como uno de los ángulos es o α ó β, entonces el otro será o β ó α. Así que como podemos observar en la figura de la izquierda, los ángulos son iguales en los tres triángulos: α, β y 90°.
Y si los tres ángulos son iguales, los tres triángulos son semejantes.