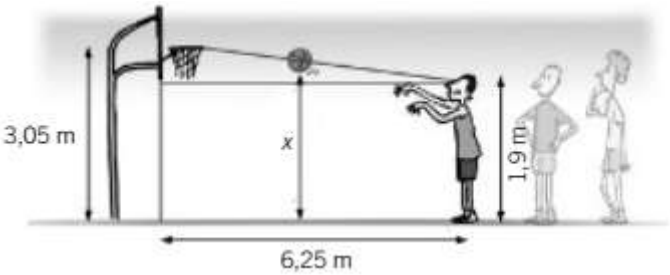
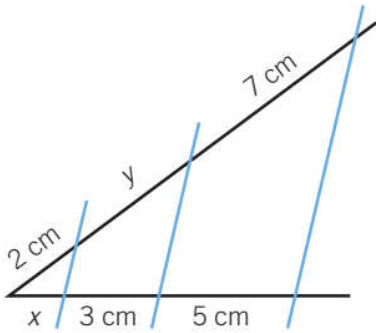
1.- Las sombras de tres árboles medían, a las siete de la tarde, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol más pequeño mide 2,5 m de altura, ¿cuánto miden los otros dos?

2.- En un plano, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm.

a) ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 225 km?
b) ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 9,25 cm?

3.- Un jugador de baloncesto de 1,9 m, que está situado a 6,25 m de la canasta, lanza el balón hacia la misma. Calcula la altura a la que está el balón cuando va por la mitad del recorrido.





4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto miden los segmentos x e y?

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

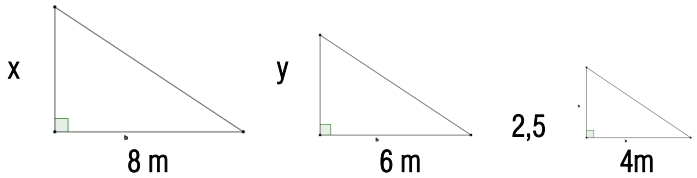
Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

SoLuCiOnEs

1.- Las sombras de tres árboles medían, a las siete de la tarde, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. Si el árbol pequeño mide 2,5 m, ¿cuánto miden los demás?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Mirando a la figura podemos observar que la altura y la sombra, forman triángulos rectángulos. Como es a la misma hora, esos 3 triángulos son semejantes porque tienen los mismos ángulos y por ello, sus lados son proporcionales.



Si llamamos x a la altura del grande e y a la del segundo, hacemos proporcionalidad entre la altura de los triángulos y las sombras.

$$\frac{x}{8}=\frac{y}{6}=\frac{2,5}{4} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{y}{6}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad y=\dfrac{6\cdot 2,5}{4}=3,75\ m \\ \dfrac{x}{8}=\dfrac{2,5}{4} & \rightarrow \quad x=\dfrac{8\cdot 2,5}{4}=5\ m \end{cases}$$

Por tanto, las alturas de los árboles en orden decreciente son: 5 m; 3,75 m y 2,5 m.

2.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. **a)** ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre los dos pueblos es de 225 km? **b)** ¿Cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 9,25 cm?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.4.2) (B.3.2.1)

Como ya deberíamos saber, ***la escala*** es la razón de proporcionalidad entre dos figuras, una la realidad y otra, la representación en un mapa o plano, por tanto, para calcularla basta con dividir la distancia real entre la distancia en el plano, eso sí, siempre en las mismas unidades:

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{153\ km}{7,5\ cm}=\frac{15.300.000\ cm}{7,5\ cm}=2.040.000 \quad \rightarrow \quad E=1:2040000$$

Conocida la escala, para calcular la distancia real entre dos ciudades separadas 12,25 cm basta con multiplicar esta distancia por la escala.

$$E=\frac{\text{distancia real}}{\text{distancia en el mapa}}=\frac{d_{real}}{d_{mapa}} \quad \rightarrow \quad \mathrm{d}_{real}=E\cdot d_{mapa}=2040000\cdot 12,25\ cm=24.990.000\ cm$$

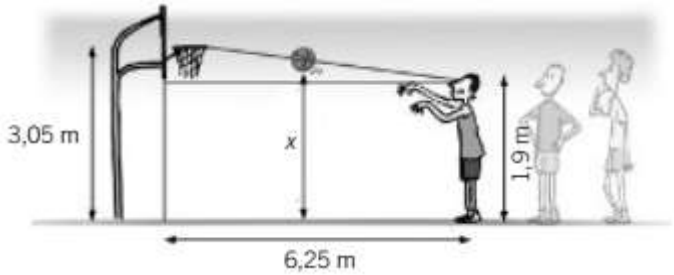
Que expresada en kilómetros sería:

$$\mathrm{d}_{real}=E\cdot d_{mapa}=24.990.000\ cm=248,9\ km$$

Por tanto, la escala es E=1:2040000 y la distancia real es de 249,0 km.

3.- Un jugador de baloncesto de 1,9 m, que está situado a 6,25 m de la canasta, lanza el balón hacia la misma. Calcula la altura a la que está el balón cuando va por la mitad del recorrido.

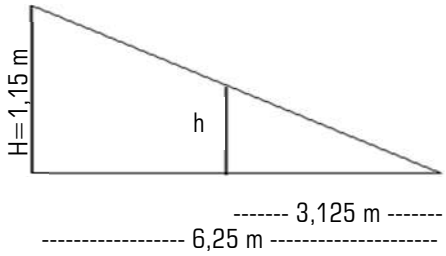
ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



A la mitad del recorrido la pelota habrá recorrido:

$$\frac{6,25}{2} = 3,125\ m$$

Si hacemos un dibujo de la situación observamos dos triángulos en posición Thales porque uno está dentro del otro y sus alturas son segmentos paralelos.



La altura del triángulo grande será la altura de la canasta menos la altura del jugador.

$$H = 3,05 - 1,9 = 1,15\ m$$

Aplicando el ***Teorema de Thales*** en ambos y dividiendo la altura del grande entre la base del grande obtendremos el mismo resultado que dividiendo la altura del pequeño entre la base del pequeño:

$$\frac{H}{B} = \frac{h}{b} \quad \rightarrow \quad \frac{1,15}{6,25} = \frac{h}{3,125} \quad \rightarrow \quad h = \frac{1,15 \cdot 3,125}{6,25} = 0,575\ m$$

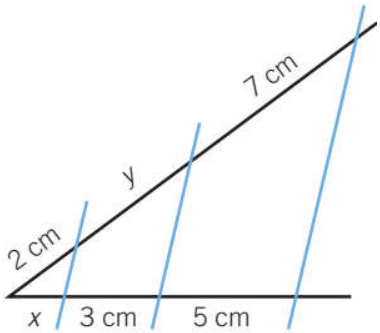
Si a esta altura, le sumamos la altura del jugador, obtendremos la altura a la que se encuentra el balón a mitad del recorrido, x, en el dibujo:

$$x = 0,575 + 1,9 = 2,475\ m$$

Por tanto la pelota se encuentra a 2,475 metros de altura

4.- Observa la figura de la izquierda. ¿Cuánto miden los segmentos x e y?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)



Como podemos observar en la figura, tenemos dos rectas secantes (negras) cortadas por otras tres paralelas (azules). Según el ***Teorema de Thales***, los segmentos que determinan las rectas azules en las negras son proporcionales y por tanto:

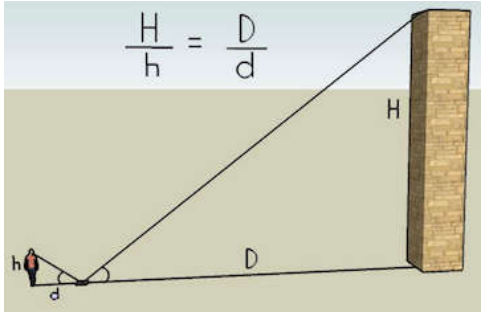
$$\frac{2}{x} = \frac{y}{3} = \frac{7}{5} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \frac{2}{x} = \frac{7}{5} & \rightarrow \quad x = \frac{2 \cdot 5}{7} = 1,43\ cm \\ \frac{y}{3} = \frac{7}{5} & \rightarrow \quad y = \frac{7 \cdot 3}{5} = 4,2\ cm \end{cases}$$

Por tanto los segmentos x e y miden respectivamente 1,43 cm y 4,2 cm.

5.- Imane va a Hong Kong de vacaciones, y para tomar una foto, se sitúa a 4 m de la orilla del río *Shan Pui* desde donde ve reflejada la torre del *Bank of China* en el agua. Si Imane mide 1,75 m y la distancia entre ella y el banco es de 844 m ¿qué altura tiene la torre?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.1) (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si representamos la situación con la ayuda de un dibujo, obtenemos:



En el dibujo vemos que hay dos triángulos semejantes puesto que sus ángulos son iguales al tener dos ángulos opuestos por el vértice.
Las medidas de cada segmento según el enunciado son:

$$h = 1{,}75m \qquad d = 4m \qquad D = 844 - 4 = 840m$$

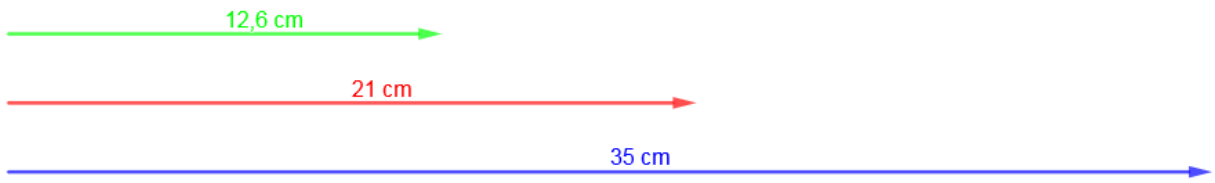
Si los dos triángulos son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Así que basta con aplicar la proporcionalidad de las dos figuras para calcular la altura H del Bank of China.

$$\frac{H}{h} = \frac{D}{d} \quad \rightarrow \quad \frac{H}{1{,}75} = \frac{840}{4} \quad \rightarrow \quad H = \frac{840 \cdot 1{,}75}{4} = 367{,}5\ m$$

Así que la altura de la Torre del banco es de 367,5 metros.

Bonus.- De dos segmentos proporcionales cuya razón es 3/5, uno de ellos mide 21 cm. Calcula cuáles pueden ser las medidas del otro.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.2.1) (B.3.4.1)

Si tenemos dos segmentos proporcionales y la razón de semejanza entre ellos es de 3/5, quiere esto decir que uno es más grande que el otro. El problema que tenemos es que nos sabemos si el que mide 21 centímetros es el grande o el pequeño:

- Si el de 21 cm es el grande: $L = 21 \quad \rightarrow \quad l = 21 \cdot \frac{3}{5} = 12{,}6\ cm$ el otro mide 12,6 cm
- Si el de 21 cm es el pequeño: $l = 21 \quad \rightarrow \quad L = 21 : \frac{3}{5} = 35\ cm$ el otro mide 35 cm