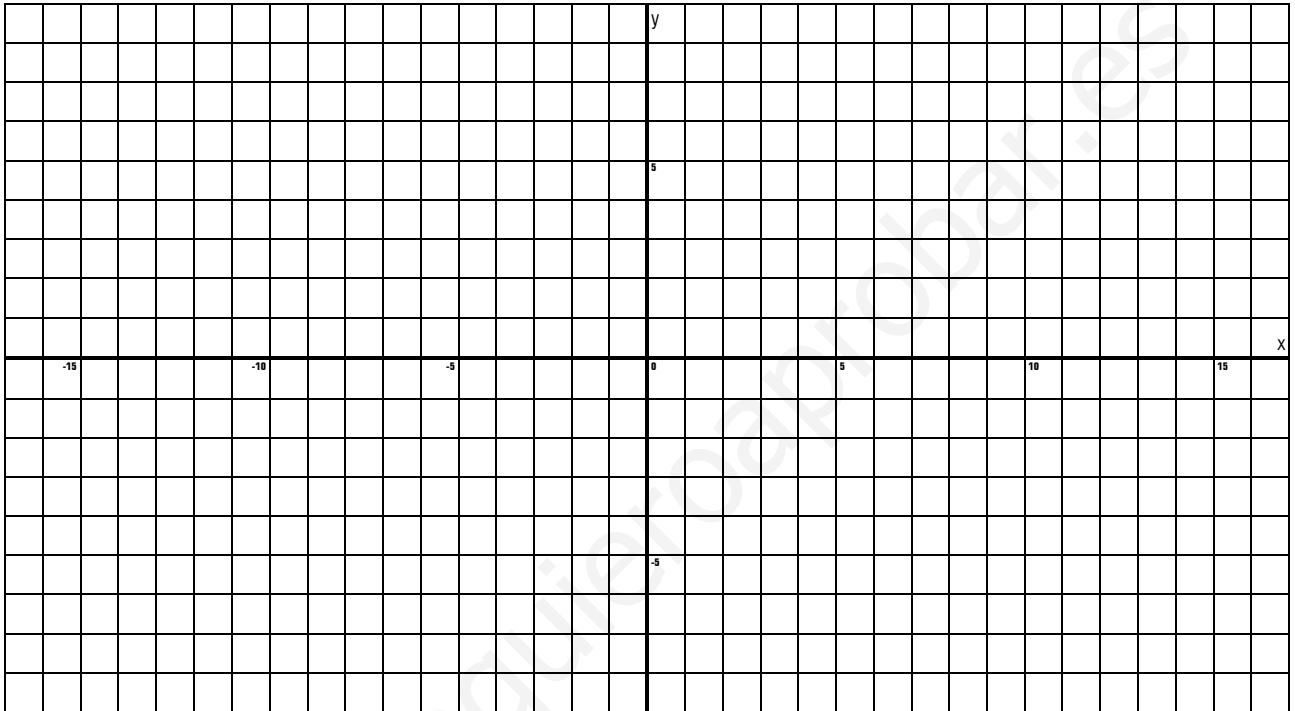
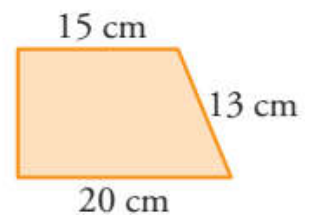


1.- Representa las funciones: $f(x) = 5 - 3x$ $g(x) = 2$ $h(x) = x + 1$ (1,5 puntos)

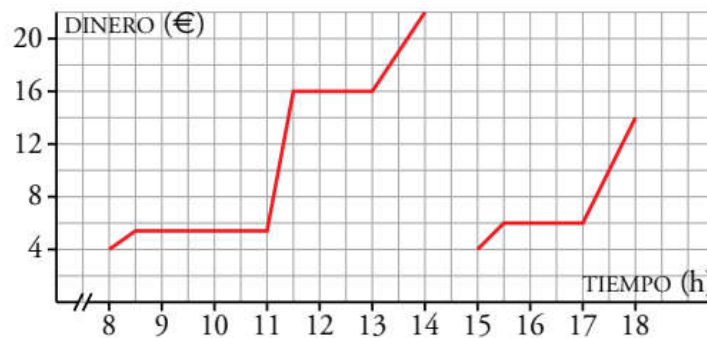


2.- Calcula el perímetro del triángulo cuya base coincide con la base menor de este trapecio y que se obtiene al prolongar los lados no paralelos hasta que se corten. (2 puntos)



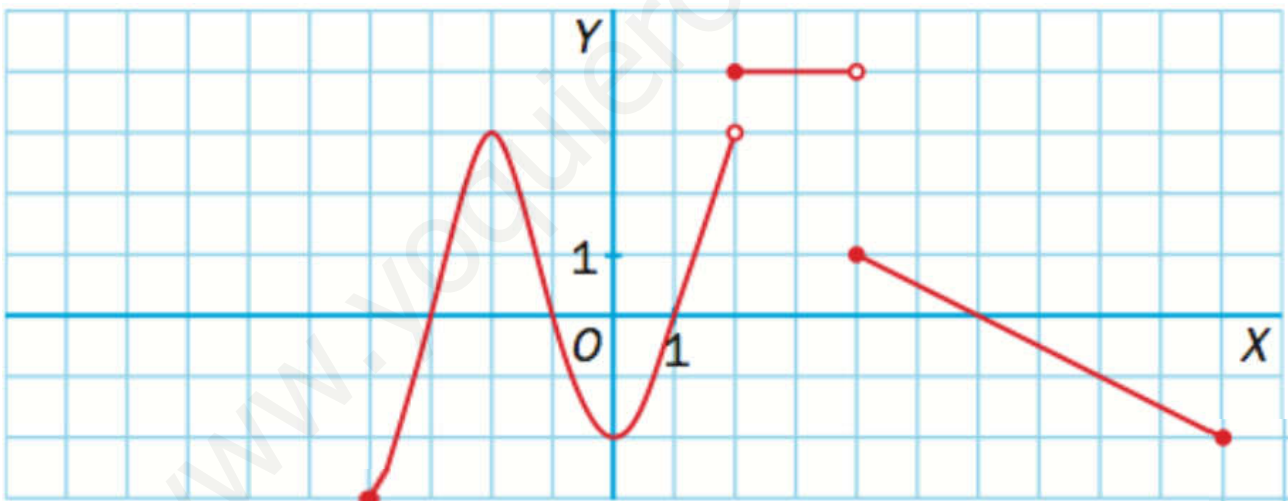
3.- Entre Fátima, de 152 cm de altura, y un árbol, hay un pequeño charco en el que Fátima ve reflejada su copa. Calcula la altura de dicho árbol sabiendo que las distancias que separan a Fátima del reflejo en el charco y del árbol son de 3,2 m y 10,7 m, respectivamente. (2 puntos)

4.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En la siguiente gráfica se refleja la cantidad de dinero que hay en la caja registradora a lo largo de un día: **(1,5 puntos)**



- ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?
- ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?
- El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?
- ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?
- ¿Es esta una función continua o discontinua?
- ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

5.- Estudia de la siguiente función: Dominio y recorrido, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. **(2 puntos)**

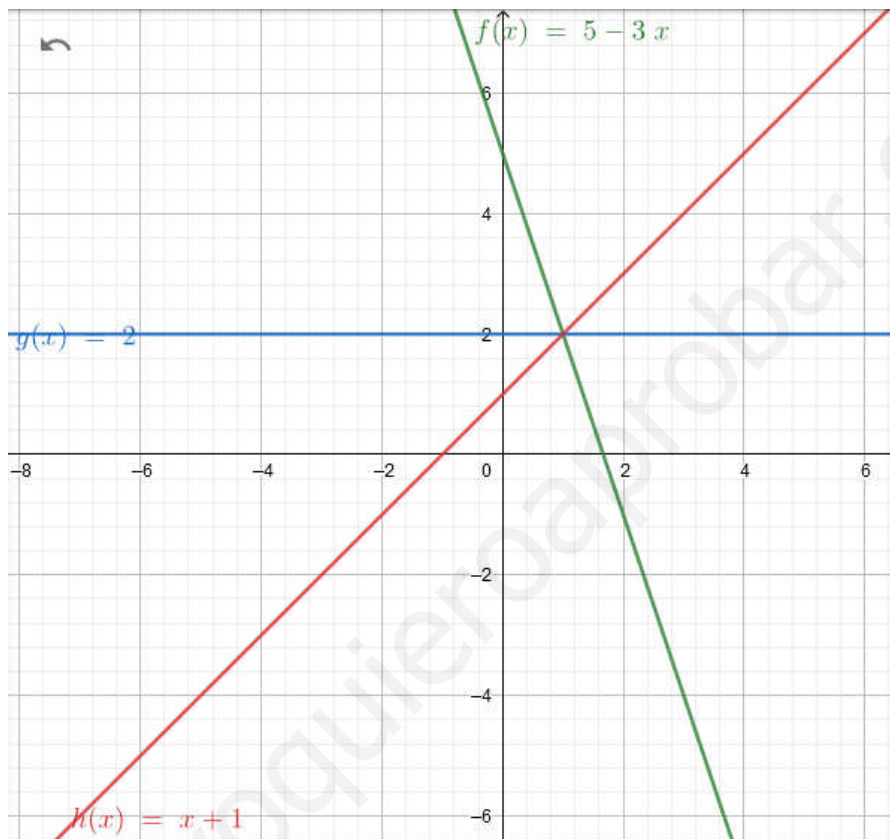


6.- Escribe el área de un rectángulo de perímetro 16 cm en función de su base x. ¿Cuál es el dominio de definición de esa función? **(1 punto)**

Soluciones

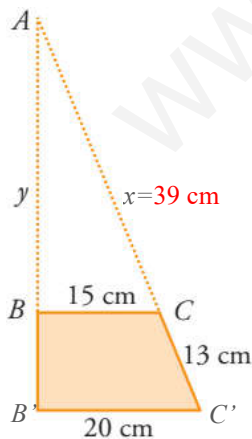
1.- Representa las funciones: $f(x) = 5 - 3x$ $g(x) = 2$ $h(x) = x + 1$ (1,5 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.4.1)



2.- Calcula el perímetro del triángulo cuya base coincide con la base menor de este trapecio y que se obtiene al prolongar los lados no paralelos hasta que se corten. (2 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.3.1.2) (B.3.2.1) (B.3.3.2) (B.3.4.1)

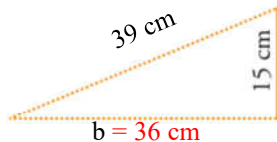


Si prolongamos los lados no paralelos del trapecio obtenemos un triángulo rectángulo dentro de otro. Los triángulos ABC y el AB'C' son triángulos semejantes por encontrarse en posición **Thales**, uno dentro de otro y sus bases son paralelas.

Por tanto, al ser **semejantes**, sus lados son proporcionales. Si llamamos x a la hipotenusa del triángulo ABC, utilizando la proporcionalidad, podremos calcular x :

$$\begin{aligned} \frac{20}{15} &= \frac{13+x}{x} \rightarrow 20x = 15(13+x) \rightarrow 20x = 195 + 15x \rightarrow \\ &\rightarrow 20x - 15x = 195 \rightarrow 5x = 195 \rightarrow x = \frac{195}{5} = 39 \text{ cm} \end{aligned}$$

Conocida la hipotenusa del triángulo pequeño y uno de sus catetos, podemos calcular el otro, y, mediante Pitágoras para poder calcular su perímetro (la suma de sus lados).



Para calcular el cateto que nos falta utilizamos el **Teorema de Pitágoras** que dice que, en un triángulo rectángulo, la hipotenusa (el lado mayor) al cuadrado es igual que la suma de los cuadrados de sus catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

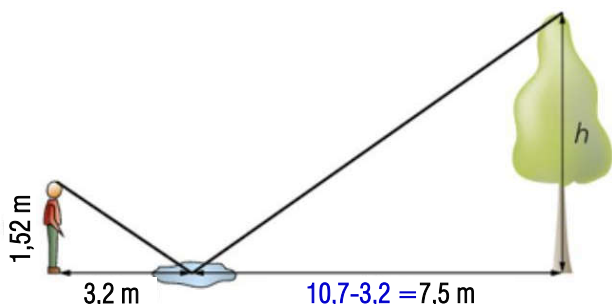
$$\rightarrow y = \sqrt{39^2 - 15^2} = \sqrt{1296} = 36 \text{ cm}$$

Por tanto, el perímetro pedido es: $P = 15 + 39 + 36 = 90 \text{ cm}$

3.- Entre Fátima, de 152 cm de altura, y un árbol, hay un pequeño charco en el que Fátima ve reflejada su copa. Calcula la altura de dicho árbol sabiendo que las distancias que separan a Fátima del reflejo en el charco y del árbol son de 3,2 m y 10,7 m, respectivamente. (2 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.4.1)

Si representamos en un dibujo lo expresado en el enunciado del problema llegamos a la figura siguiente,



donde tenemos dos triángulos opuestos por el vértice. Como ambos son triángulos rectángulos, y los ángulos opuestos por el vértice son iguales, entonces todos sus ángulos son iguales y por tanto los triángulos son semejantes.

Al ser **semejantes**, sus lados son proporcionales, así que, si escribimos las razones altura entre distancia al charco y las igualamos, llegamos a:

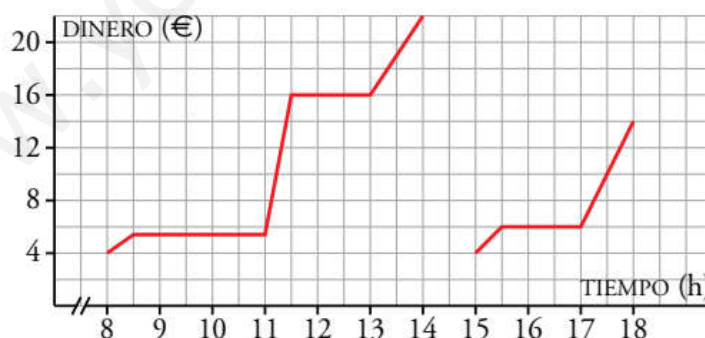
$$\frac{1,52}{3,2} = \frac{h}{7,5} \rightarrow 1,52 \cdot 7,5 = 3,2 \cdot h \rightarrow h = \frac{1,52 \cdot 7,5}{3,2} = 3,5625 \text{ m}$$

Multiplicando en cruz Despejando la altura

Por tanto, la altura del árbol pedida es de 3,56 metros.

4.- En la puerta de un colegio hay un puesto de golosinas. En la siguiente gráfica se refleja la cantidad de dinero que hay en la caja registradora a lo largo de un día: (1,5 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.4.1) (B.4.4.4)



a) ¿A qué hora empiezan las clases de la mañana?

Las clases comienzan a las 8:30 horas.

b) ¿A qué hora es el recreo? ¿Cuánto dura?

Entre las 11:00 y las 11:30 horas.

c) El puesto se cierra a mediodía, y el dueño se lleva el dinero a casa. ¿Cuáles fueron los ingresos de la mañana?

Si en la caja había 4 € y a las 14:00 h hay 22 €, los ingresos de la mañana ascienden a 18 €.

d) ¿Cuál es el horario de tarde en el colegio?

De 15:30 h a 17:00 horas

e) ¿Es esta una función continua o discontinua?

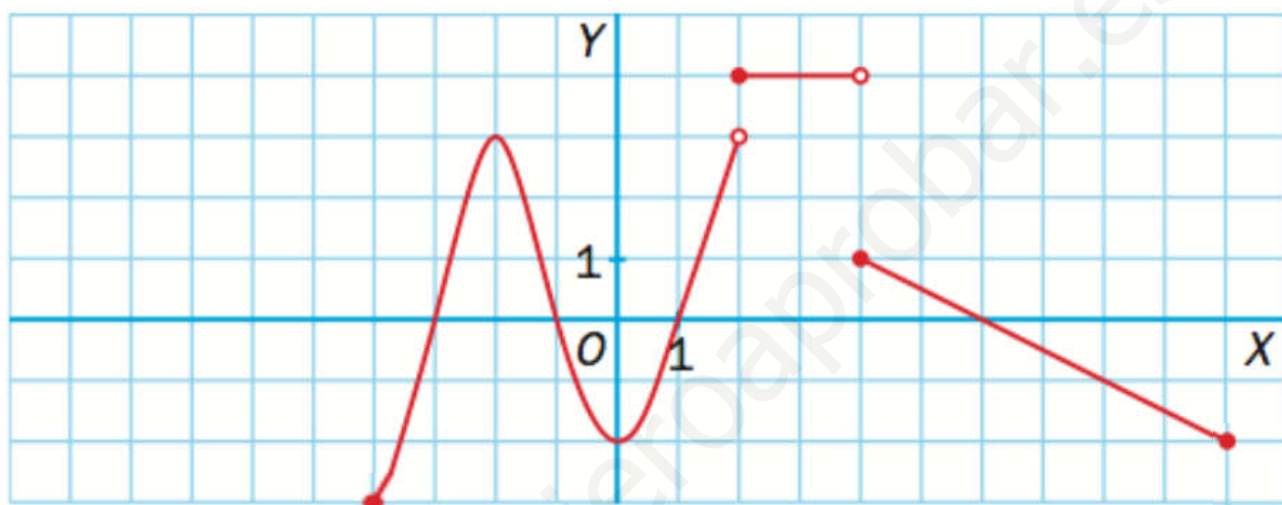
Es claramente discontinua puesto que entre las 14:00 h y las 15:00 horas no tenemos información ninguna.

f) ¿Cuánto dinero ha recaudado en todo el día?

Pues 18 de la mañana, y $14-4=10$ € de la tarde hacen: $18+10=28$ €

5.- Estudia de la siguiente función: Dominio y recorrido, continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos. (2 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.3.2)



- a) **Dominio:** El dominio son los valores de x para los que existe y , o para los que existe dibujo. Por tanto, tenemos dibujo desde $x=-4$ (incluido), hasta $x=10$ (también incluido), así que: $\text{dom}(f) = [-4, 10]$
- b) **Recorrido:** El recorrido son los valores de y para los que hay dibujo, (lo mismo que el dominio, pero fijándonos en el eje y). Por tanto, tenemos dibujo desde $y=-3$ hasta $y=3$ ambos incluidos y luego en $y=4$, así que: $\text{Im}(f) = [-3, 3] \cup [4, 4]$
- c) **Continuidad:** La función $f(x)$ es *continua* en todo su dominio *menos* en los puntos de abscisas $x=2$ y $x=4$ donde presenta *dos discontinuidades de salto*.
- d) **Puntos de corte con los ejes:** Son los puntos donde la función corta con los ejes cartesianos.
- 1) Con el eje x : En los puntos $x=-3$, $x=-1$, $x=1$ y $x=6$
 - 2) Con el eje y : En el punto $(0, -2)$
- e) **Monotonía:** Son los intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.
- 1) f es creciente en: $(-4, -2) \cup (0, 2)$
 - 2) f es decreciente en: $(-2, 0) \cup (4, 10)$
 - 3) f es constante en: $(2, 4)$

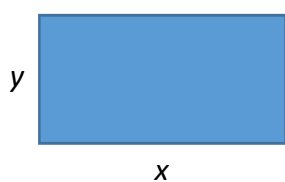
- f) **Máximos y Mínimos:** *Máximo relativo en el punto (-2,3) y mínimo relativo en (0,-2).*
No hay ni máximo ni mínimo absolutos.

6.- Escribe el área de un rectángulo de perímetro 16 cm en función de su base x . ¿Cuál es el dominio de definición de esa función? (1 punto)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.4.1.1) (B.4.4.1)

Sabemos que el área de un rectángulo se calcula multiplicando su base por su altura, por tanto, si llamamos x a la base, la altura será y .

Pero con el dato del perímetro podemos escribir esa altura en función de x . Veamos como se hace:



Si la base es x , y la altura es y , entonces el perímetro será:

$$P = 2x + 2y = 16$$

Por tanto, si despejamos y llegamos a:

$$2x + 2y = 16 \quad 2y = 16 - 2x \quad \rightarrow \quad y = \frac{16 - 2x}{2} = 8 - x$$

Así que la base del rectángulo es x , mientras que la altura es $8 - x$.

Si sumamos todos sus lados, $x + x + (8 - x) + (8 - x) = 2x + 16 - 2x = 16$ obtenemos 16 cm que es su perímetro, luego vamos por buen camino.

Una vez que tenemos los dos lados en función de la variable x , ya podemos calcular su área también en función de x .

$$A(x) = \text{base} \times \text{altura} = x \cdot (8 - x) = 8x - x^2 \quad \rightarrow \quad A(x) = 8x - x^2$$

Para calcular el dominio, no podemos olvidar que x es la longitud de la base, así que no puede ser negativa, pero tampoco puede ser infinita.

Para saber cuál es el mayor valor de x , basta con calcular los puntos de corte con los ejes, y para ello igualamos la función a cero:

$$A(x) = 8x - x^2 = 0 \quad \leftrightarrow \quad x(8 - x) = 0 \quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ 8 - x = 0 \end{cases} \rightarrow x_2 = 8$$

Obtenemos una ecuación de segundo grado incompleta que al resolver nos da como soluciones 0 y 8. Por tanto la variable independiente x , la base, estaría comprendida entre 0 y 8, por tanto:

$$\text{dom}(A) = (0, 8)$$

El intervalo es abierto porque la base ha de ser mayor que 0 y menor que 8 para que se verifique que el perímetro es 16. Si la base es 0 entonces el área es cero y si es 8 también sería cero.

Así que el dominio de definición de la función área $A(x)$ es: $\text{dom}(A) = (0, 8)$

Observación, como este ejercicio no lo ha resuelto nadie y su dificultad quizás era demasiado elevada, he decidido quitarlo del examen y añadir a todo el mundo un punto más en su nota.