PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2021

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4

Se considera la función $f(x)=x^3-4x^2+4x$
a) Estudie su monotonía y calcule sus extremos.
b) Represente gráficamente la función.
c) Calcule $\int f(x)\,dx$
d) Calcule el área del recinto acotado limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.
SOCIALES II. 2021. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada y la igualamos a cero.

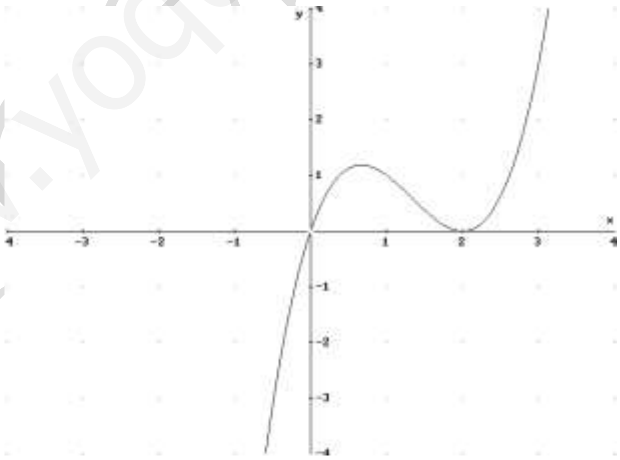
$$f'(x)=3x^2-8x+4=0 \Rightarrow x=2\ ;\ x=\frac{2}{3}$$

	$\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$	$\left(\frac{2}{3},2\right)$	$(2,+\infty)$
Signo $f'(x)$	$+$	$-+$	$+$
Función	C	D	C

La función es creciente en $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$ y decreciente en $\left(\frac{2}{3},2\right)$.

Tiene un máximo relativo en $\left(\frac{2}{3},\frac{32}{27}\right)$ y un mínimo relativo en $(2,0)$

b) Dibujamos la función



c) Calculamos la integral

$$\int (x^3-4x^2+4x)\,dx=\frac{x^4}{4}-4\frac{x^3}{3}+4\frac{x^2}{2}+C=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+2x^2+C$$

d) Calculamos el área

$$\int_0^2 \left(x^3-4x^2+4x\right)dx=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4x^3}{3}+2x^2\right]_0^2=\left(\frac{16}{4}-\frac{32}{3}+8\right)-(0)=\frac{4}{3}\,u^2$$

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \qquad g(x)=x^3\cdot e^{2x^2}$$

b) Represente gráficamente la parábola $h(x)=x^2+x+1$, indicando el vértice y los puntos de corte con los ejes coordenados.

c) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de $h(x)=x^2+x+1$, el eje de abscisas y las recta $x=-\frac{1}{2}$ y $x=0$

SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

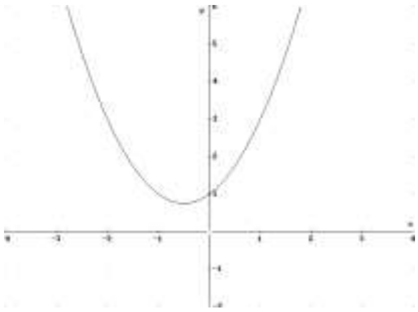
a) $$f'(x)=\frac{\frac{1\cdot(x+1)-1(x-1)}{(x+1)^2}}{\frac{x-1}{x+1}}=\frac{2}{(x+1)(x-1)}=\frac{2}{x^2-1}$$

$$g'(x)=3x^2\cdot e^{2x^2}+4x\cdot e^{2x^2}\cdot x^3=e^{2x^2}\cdot\left[3x^2+4x^4\right]$$

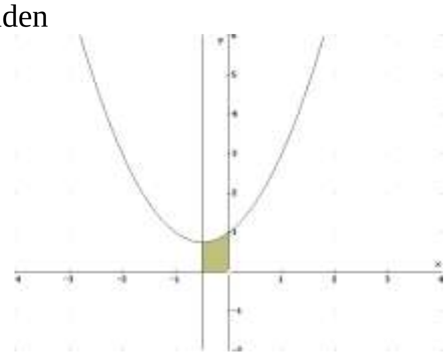
b) Corte eje X $\Rightarrow y=0\Rightarrow x^2+x+1=0\Rightarrow$ No tiene solución

Corte eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow (0,1)$

x	$y=x^2+x+1$
$x_{\text{vértice}}=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
-1	1
0	1
-2	3
1	3



c) Calculamos el área que nos piden



$$\int_{-\frac{1}{2}}^{0}\left(x^2+x+1\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}=0-\left(\frac{-\frac{1}{8}}{3}+\frac{\frac{1}{4}}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{12}\ u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 2^{x+1} & si \quad x<0 \\ x^2-2x & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio.
b) Estudie la monotonía de la función *f* y calcule el mínimo.
c) Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$

SOCIALES II. 2021 JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función 2^{x+1} es continua y derivable en su dominio. La función x^2-2x al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$.

Estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=0$

1. $f(0)=0$

2. $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} 2^{x+1}=2 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} \left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow No\,\exists \lim\limits_{x\to 0} f(x)$

Por lo tanto, la función no es continua en $x=0$. Al no ser continua en $x=0$, tampoco es derivable. Luego, la función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases} 2^{x+1}\cdot\ln 2 & si \quad x<0 \\ 2x-2 & si \quad x>0 \end{cases}$

$2x-2=0 \Rightarrow x=1.$

	$(-\infty,0)$	$(0,1)$	$(1,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ y decreciente en $(0,1)$.
Tiene un mínimo en $(1,-1)$.

c) Calculamos la integral que nos piden

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx=\int_{-2}^{0} 2^{x+1}\,dx+\int_{0}^{2}(x^2-2x)\,dx=\left[\frac{2^{x+1}}{\ln 2}\right]_{-2}^{0}+\left[\frac{x^3}{3}-x^2\right]_{0}^{2}=\left(\frac{2}{\ln 2}\right)-\left(\frac{2^{-1}}{\ln 2}\right)+\left(\frac{8}{3}-4\right)=$$

$$=\frac{2}{\ln 2}-\frac{1}{2\ln 2}-\frac{4}{3}=\frac{3}{2\ln 2}-\frac{4}{3}$$

El número de diagnosticados de COVID-19 por PCR en Andalucía, medido en miles de personas, se aproxima por la siguiente función:

$$f(t)=\begin{cases} -t^2+2t-0'3 & si \quad 0'2\le t\le 1'8 \\ 0'1t-0'12 & si \quad 1'8<t\le 5 \\ -0'5t^2+8'3t-28'62 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$$

En donde *t* es el tiempo, medido en meses, a partir del inicio de conteo en el mes de marzo de 2020

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio

b) ¿En qué instante o instantes es máximo el número de diagnosticados? ¿Cuál es su número?.

SOCIALES II. 2021. JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=1'8$ y en $x=5$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 1'8^-}\left(-t^2+2t-0'3\right)=0'06 \\ \lim_{x\to 1'8^+}(0'1t-0'12)=0'06 \end{array}\right\}\Rightarrow f(1'8)=\lim_{x\to 1'8} f(x)=0'06\Rightarrow \text{Continua en } x=1'8$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to 5^-}\left(0'1t-0'12\right)=0'38 \\ \lim_{x\to 5^+}(-0'5t^2+8'3t-28'62)=0'38 \end{array}\right\}\Rightarrow f(5)=\lim_{x\to 5} f(x)=0'38\Rightarrow \text{Continua en } x=5$$

Calculamos la función derivada: $f'(t)=\begin{cases} 2t+2 & si \quad 0'2\le t<1'8 \\ 0'1 & si \quad 1'8<t<5 \\ -t+8'3 & si \quad 5<t\le 10 \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad en $x=1'8$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1'8^-)=-1'6 \\ f'(1'8^+)=\ \ 0'1 \end{array}\right\}\Rightarrow f'(1'8^-)\neq f'(1'8^+)\Rightarrow \text{No es derivable en } x=1'8$$

Estudiamos la derivabilidad en $x=5$:

$$\left.\begin{array}{l} f'(5^-)=0'1 \\ f'(5^+)=3'3 \end{array}\right\}\Rightarrow f'(5^-)\neq f'(5^+)\Rightarrow \text{No es derivable en } x=5$$

Luego, la función es continua en su dominio y derivable en $(0'2,1'8)\cup(1'8,5)\cup(5,10)$

b) Igualamos la derivada a cero $\begin{cases} -2t+2=0\Rightarrow t=1 \\ -t+8'3=0\Rightarrow t=8'3 \end{cases}$

	$(0'2,1)$	$(1,1'8)$	$(1'8,5)$	$(5,8'3)$	$(8'3,10)$
Signo $f'(t)$	+	–	+	+	–
Función $f(t)$	C	D	C	C	D

Tenemos dos máximos relativos en $(1,0'7)$ y $(8'3,5'825)$. El máximo absoluto es para $t=8'3$ y corresponde a 5825 personas.