

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio A2
- Julio, Ejercicio A1

emestrada

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ 0 & 2 & -3 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, con m un parámetro real.

a) ¿Para qué valores del parámetro m existe la matriz inversa de A ?

b) Para $m = 2$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A - A^2 = I_3$.

SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & m \\ 0 & 2 & -3 \\ m & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 3m - 2m^2 + 3 = -2m^2 + 3m + 5 = 0 \Rightarrow m = -1 ; m = \frac{5}{2}$$

Luego, la matriz A tiene inversa para todos los valores de $m \neq -1$ y $m \neq \frac{5}{2}$.

$$b) X \cdot A - A^2 = I_3 \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} - A^2 \cdot A^{-1} = I_3 \cdot A^{-1} \Rightarrow X - A = A^{-1} \Rightarrow X = A^{-1} + A$$

Calculamos la inversa

$$A^{-1} = \frac{(A^{adj})^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 5 & -6 & -4 \\ 3 & -3 & -3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}^t}{3} = \frac{\begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ -6 & -3 & 3 \\ -4 & -3 & 2 \end{pmatrix}}{3} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & -1 & 1 \\ -\frac{4}{3} & -1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Luego:

$$X = A^{-1} + A = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & 1 & -\frac{1}{3} \\ -2 & -1 & 1 \\ -\frac{4}{3} & -1 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & 0 & \frac{5}{3} \\ -2 & 1 & -2 \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$

- a) Determine para qué valores del parámetro a , la matriz A tiene inversa.
b) Para $a = 1$, calcule la inversa de A
c) Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = B^t$, siendo $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2021 JULIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

- a) Calculamos el determinante de A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & a \end{vmatrix} = -a - 8 = 0 \Rightarrow a = -8$$

Tiene inversa para todos los valores de $a \neq -8$

- b) Calculamos la inversa para $a = 1$

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}^t}{-9} = \frac{\begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -4 \\ 2 & -4 & -1 \end{pmatrix}}{-9} = \begin{pmatrix} \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

- c) $A \cdot X = B^t \Rightarrow A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B^t \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B^t$

$$X = A^{-1} \cdot B^t = \begin{pmatrix} \frac{4}{9} & \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} \\ \frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{4}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$