

TABLAS DE FRECUENCIAS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN VARIABLES DISCRETAS

EJERCICIO 1 : En un grupo de personas hemos preguntado por el número medio de días que practican deporte a la semana. Las respuestas han sido las siguientes:

4 2 3 1 3 7 1 0 3 2
6 2 3 3 4 6 3 4 3 6

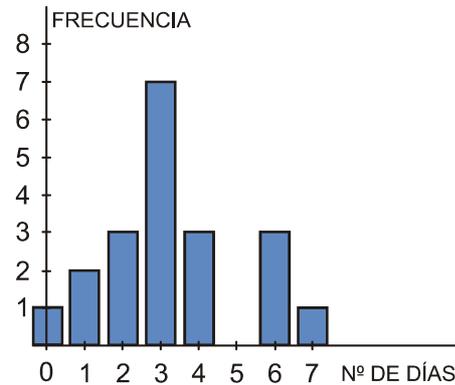
- a) Haz una tabla de frecuencias.
b) Representa gráficamente la distribución.

Solución:

a)

x_i	f_i
0	1
1	2
2	3
3	7
4	3
6	3
7	1
20	

b)



EJERCICIO 2 : Las notas obtenidas en un examen de matemáticas realizado en una clase de 4º ESO han sido las siguientes:

4 5 7 5 8 3 9 6 4 5
7 5 8 4 3 10 6 6 3 3

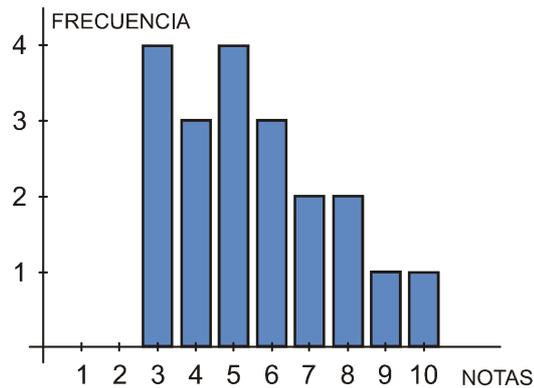
- a) Ordena los datos en una tabla de frecuencias.
b) Representa gráficamente la distribución.

Solución:

a)

x_i	f_i
3	4
4	3
5	4
6	3
7	2
8	2
9	1
10	1
20	

b)



TABLAS DE FRECUENCIAS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS EN VARIABLES DISCRETAS, TRATADAS COMO CONTINUAS

EJERCICIO 3 : En una clase de 4º ESO hemos preguntado a las alumnas y a los alumnos por las horas de estudio que dedican a la semana. Estas han sido las respuestas:

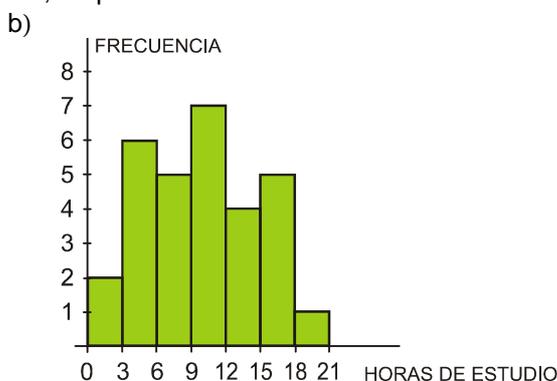
16 11 17 12 10 5 1 8 10 14
 15 20 3 2 5 12 7 6 3 9
 10 8 10 6 16 16 10 3 4 12

- Ordena los datos en una tabla de frecuencias, agrupándolos en intervalos de la forma que creas más conveniente.
- Representa gráficamente la distribución.

Solución:

- Por una parte, la variable que estamos estudiando (horas de estudio) es continua. Además, entre los datos que tenemos hay una gran variedad. Por tanto, debemos agrupar los datos en intervalos. El menor valor es 1 y el mayor es 20; su diferencia es $20 - 1 = 19$. Por tanto, podemos tomar 7 intervalos de longitud 3, empezando en 0:

INTERVALO	FRECUENCIA
[0, 3)	2
[3, 6)	6
[6, 9)	5
[9, 12)	7
[12, 15)	4
[15, 18)	5
[18, 21)	1
	30



EJERCICIO 4 : Hemos ido apuntando la edad de cada uno de los componentes de un grupo de 30 personas, obteniendo estos datos:

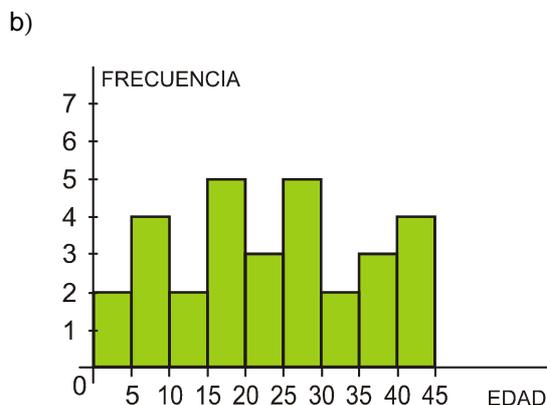
24 3 29 6 5 17 25 24 36 42
 30 16 14 12 8 4 8 37 32 40
 37 26 28 15 17 41 20 18 27 42

- Haz una tabla de frecuencias, agrupando los datos en intervalos de la forma que creas más conveniente.
- Representa gráficamente la distribución.

Solución:

- Por una parte, la variable que estamos estudiando (la edad) es continua. Además, entre los datos que tenemos hay una gran variedad. Por tanto, debemos agrupar los datos en intervalos. El menor valor es 3 y el mayor es 42; su diferencia es $42 - 3 = 39$. Así, podemos tomar 9 intervalos de longitud 5, empezando en 0:

INTERVALO	FRECUENCIA
[0, 5)	2
[5, 10)	4
[10, 15)	2
[15, 20)	5
[20, 25)	3
[25, 30)	5
[30, 35)	2
[35, 40)	3
[40, 45)	4
	30



RECOPIACIÓN: TABLAS DE FRECUENCIAS Y REPRESENTACIONES GRÁFICAS

EJERCICIO 5 : Al preguntar a 20 familias sobre el número de días a la semana que van a hacer la compra, las respuestas han sido las siguientes:

1 2 2 4 6 1 6 1 2 3
5 2 6 3 1 4 1 6 1 2

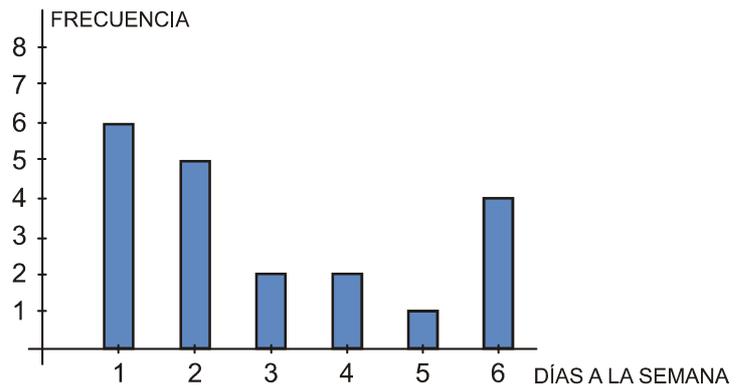
- a) Elabora una tabla de frecuencias.
b) Representa la distribución con el gráfico adecuado.

Solución:

a)

x_i	f_i
1	6
2	5
3	2
4	2
5	1
6	4
	20

b)



EJERCICIO 6 : En una maternidad se han tomado los pesos, en kilogramos, de 20 recién nacidos:

2,8 3,2 3,8 2,5 2,7 2,9 3,5 3,0 3,1 2,2
3,0 2,6 1,8 3,3 2,9 3,7 1,9 2,6 3,5 2,3

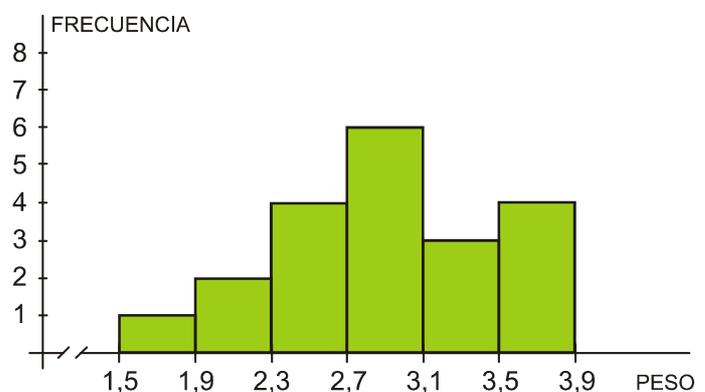
- a) Construye una tabla de frecuencias.
b) Representa gráficamente la distribución.

Solución:

- a) Por una parte, la variable que estamos estudiando (el peso) es continua. Además, entre los datos que tenemos hay una gran variedad. Por tanto, debemos agrupar los datos en intervalos. El menor valor es 1,8 y el mayor es 3,8; su diferencia es $3,8 - 1,8 = 2$. Por tanto, podemos tomar 6 intervalos de longitud 0,4; empezando por 1,5:

INTERVALO	FRECUENCIA
[1,5; 1,9)	1
[1,9; 2,3)	2
[2,3; 2,7)	4
[2,7; 3,1)	6
[3,1; 3,5)	3
[3,5; 3,9)	4
	20

b)



MEDIA, DESVIACIÓN TÍPICA Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN EN VARIABLES DISCRETAS

EJERCICIO 7 : El número de ordenadores que hay en los hogares de un grupo de personas, A, viene dado en la siguiente tabla:

Nº DE ORDENADORES	0	1	2	3	4
Nº DE PERSONAS	15	22	10	2	1

- a) Halla la media y la desviación típica de esta distribución.
 b) Haciendo el mismo estudio en otro grupo, B, de personas, la media ha sido de 2,1 y la desviación típica de 0,92. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y di en cuál de ellos la variación relativa es mayor.

Solución:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	15	0	0
1	22	22	22
2	10	20	40
3	2	6	18
4	1	4	16
	50	52	96

a)

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{52}{50} \approx 1,04$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{96}{50} - 1,04^2} \approx \sqrt{0,8384} \approx 0,92$$

$$\text{b) } C.V._A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{0,92}{1,04} \approx 0,8846$$

$$C.V._B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{0,92}{2,1} \approx 0,438$$

La variación relativa es mayor en A.

MEDIA, DESVIACIÓN TÍPICA Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN EN VARIABLES CONTINUAS

EJERCICIO 8 : Midiendo el peso, en kilogramos, de los niños y las niñas de un determinado grupo, todos ellos de la misma edad, hemos obtenido los siguientes resultados:

PESO (kg)	[10, 13)	[13, 16)	[16, 19)	[19, 22)	[22, 25)
Nº DE NIÑOS/AS	6	50	32	9	3

- a) Calcula la media y la desviación típica.
 b) En cuanto al peso, ¿es un grupo homogéneo o es disperso?

Solución:

a) Hallamos la marca de clase, x_i , de cada intervalo y hacemos la tabla:

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[10, 13)	11,5	6	69	793,5
[13, 16)	14,5	50	725	10512,5
[16, 19)	17,5	32	560	9800
[19, 22)	20,5	9	184,5	3782,25
[22, 25)	23,5	3	70,5	1656,75
		100	1609	26545

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{1609}{100} = 16,09$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{26545}{100} - 16,09^2} = \sqrt{6,5619} \approx 2,56$$

El peso medio de los niños es 16,09 kg, con una desviación típica de 2,56 kg.

b) Es un grupo bastante homogéneo ($\sigma = 2,56$ kg).

COEFICIENTE DE VARIACIÓN. ESTUDIO DE LA DISPERSIÓN

EJERCICIO 9 : En un grupo, *A*, de personas, la estatura media es 165 cm, con una desviación típica de 10,5 cm. En otro grupo, *B*, la estatura media es 140 cm y su desviación típica, 8,4 cm. Calcula el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión de ambos grupos.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} \text{C.V.}_A &= \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{10,5}{165} = 0,0636 \rightarrow 6,36\% \\ \text{C.V.}_B &= \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{8,4}{140} = 0,06 \rightarrow 6\% \end{aligned} \right\} \text{La dispersión es algo mayor en el grupo } A.$$

MEDIA, DESVIACIÓN TÍPICA Y PORCENTAJE

EJERCICIO 10 : Las notas obtenidas en un examen de matemáticas por las alumnas y los alumnos de una clase de 4º ESO vienen reflejadas en esta tabla:

NOTA	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº ALUMNOS/AS	1	2	3	5	4	6	4	3	2

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) ¿Qué porcentaje de alumnos/as hay en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$?

Solución:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
2	1	2	4
3	2	6	18
4	3	12	48
5	5	25	125
6	4	24	144
7	6	42	294
8	4	32	256
9	3	27	243
10	2	20	200
	30	190	1332

a)

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{190}{30} \approx 6,33$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1332}{30} - 6,33^2} = \sqrt{4,33} \approx 2,08$$

La nota media de la clase es 6,33, con una desviación típica de 2,08.

b) $\left. \begin{aligned} \bar{x} - \sigma &= 4,25 \\ \bar{x} + \sigma &= 8,41 \end{aligned} \right\}$ En el intervalo (4,25; 8,41) hay 19 alumnos, que representan un 63,33% del total.

EJERCICIO 11 : Se ha preguntado a las alumnas y a los alumnos de una clase de 4º ESO por el tiempo que tardan en llegar desde su casa hasta el instituto. Las respuestas se recogen en esta tabla:

TIEMPO (MINUTOS)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)
Nº ALUMNOS/AS	10	6	9	3	2

Calcula la media y la desviación típica de esta distribución.

Solución:

Hallamos la marca de clase, x_i , de cada intervalo y hacemos la tabla de frecuencias:

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[0, 5)	2,5	10	25	62,5
[5, 10)	7,5	6	45	337,5
[10, 15)	12,5	9	112,5	1406,25
[15, 20)	17,5	3	52,5	918,75
[20, 25)	22,5	2	45	1012,5
		30	280	3737,5

Media: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{280}{30} \approx 9,33$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{3737,5}{30} - 9,33^2} = \sqrt{37,53} \approx 6,13$$

Los alumnos y las alumnas tardan, por término medio, 9,33 minutos, con una desviación típica de 6,13 minutos.

RECOPIACIÓN: MEDIA, DESVIACIÓN TÍPICA Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN

EJERCICIO 12 : El tiempo medio empleado por el tren en recorrer un cierto trayecto es de 25 minutos, con una desviación típica de 5 minutos. Haciendo el mismo trayecto en coche, el tiempo medio ha sido de 35 minutos, con una desviación típica de 15 minutos. Calcula el coeficiente de variación y di en cuál de los dos casos hay mayor variación relativa.

Solución:

$$C.V._1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{5}{25} = 0,2 \text{ en el caso del tren}$$

$$C.V._2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{15}{35} \approx 0,43 \text{ en el caso del coche}$$

La variación relativa es mayor en el segundo caso.

EJERCICIO 13 : Al finalizar el curso, el número de asignaturas suspensas en un grupo, A, de 35 alumnos/as se reflejaba en la siguiente tabla:

Nº DE SUSPENSOS	0	1	2	3	4	5	6
Nº ALUMNOS/AS	10	8	6	5	3	2	1

- a) Calcula el número medio de suspensos y la desviación típica.
- b) En otro grupo, B, el número medio de suspensos fue de 3, con una desviación típica de 2,4. Halla el coeficiente de variación en los dos casos y compara la dispersión en ambos grupos.

Solución:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	10	0	0
1	8	8	8
2	6	12	24
3	5	15	45
4	3	12	48
5	2	10	50
6	1	6	36
	35	63	211

Media: $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{63}{35} = 1,8$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{211}{35} - 1,8^2} \approx \sqrt{2,7886} \approx 1,67$

El número medio de asignaturas suspensas fue de 1,8; con una desviación típica de 1,67.

b) $C.V._A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{1,67}{1,8} \approx 0,9278 \rightarrow 92,78\%$ } La dispersión es mayor en el grupo A.
 $C.V._B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{2,4}{3} = 0,8 \rightarrow 80\%$

EJERCICIO 14 : Midiendo el tiempo (en minutos) que han tardado los participantes de una carrera en llegar a la meta, hemos obtenido los siguientes resultados.

TIEMPO (min)	[20, 23)	[23, 26)	[26, 29)	[29, 32)	[32, 35)
Nº DE CORREDORES	1	5	29	9	6

- a) Calcula el tiempo medio empleado por los corredores y la desviación típica.
 b) En cuanto al tiempo empleado en la carrera, ¿es un grupo homogéneo o es disperso?

Solución:

a) Hallamos la marca de clase, x_i , de cada intervalo y hacemos la tabla:

INTERVALO	x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[20, 23)	21,5	1	21,5	462,25
[23, 26)	24,5	5	122,5	3001,25
[26, 29)	27,5	29	797,5	21931,25
[29, 32)	30,5	9	274,5	8372,25
[32, 35)	33,5	6	201	6733,5
		50	1417	40500,5

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{1417}{50} = 28,34$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{40500,5}{50} - 28,34^2} = \sqrt{6,8544} \approx 2,62$$

El tiempo medio es de 28,34 minutos, con una desviación típica de 2,62 minutos.

- b) Es un grupo bastante homogéneo ($\sigma = 2,62$ minutos).

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS EN VARIABLES DISCRETAS: MEDIANA, CUARTILES Y PERCENTILES

EJERCICIO 15 : El dinero, en euros, del que suelen disponer semanalmente un grupo de alumnos y alumnas de una misma clase es:

10 - 15 - 12 - 20 - 25 - 18 - 12 - 30 - 22 - 19 - 18 - 15 - 13 - 20 - 24

Calcula razonadamente la mediana, los cuartiles y el percentil 40.

Solución:

Colocamos ordenadamente los datos:

10 - 12 - 12 - 13 - 15 - 15 - 18 - 18 - 19 - 20 - 20 - 22 - 24 - 25 - 30

Hay 15 individuos:

$$\frac{15}{2} = 7,5 \rightarrow \text{Me estará entre el 7º y el 8º; como ambos son 18,}$$

entonces $Me = 18$.

$$\frac{15}{4} = 3,75 \rightarrow Q_1 \text{ estará entre el 3º y el 4º} \rightarrow Q_1 = 12,5$$

$$15 \cdot \frac{3}{4} = 11,25 \rightarrow Q_3 \text{ estará entre el 11º y el 12º} \rightarrow Q_3 = 21$$

$$15 \cdot \frac{40}{100} = 6 \rightarrow p_{40} = 15$$

EJERCICIO 16 : Tiramos sucesivamente una moneda y anotamos el número de lanzamientos que necesitamos hasta obtener por primera vez cara. Realizamos el experimento 100 veces, con los siguientes resultados:

LANZAMIENTO EN EL QUE SALE CARA	1	2	3	4	5	6
Nº DE VECES QUE HA OCURRIDO	48	25	16	4	5	2

Calcula Me , Q_1 , Q_3 y p_{30} .

Solución: Hacemos la tabla de frecuencias acumuladas:

x_i	f_i	F_i	en %
1	48	48	48
2	25	73	73
3	16	89	89
4	4	93	93
5	5	98	98
6	2	100	100

$Me = p_{50} = 2$
 porque para $x_i = 2$, la F_i supera el 50%.
 $Q_1 = p_{25} = 1$
 porque para $x_i = 1$, la F_i supera el 25%.
 $Q_3 = p_{75} = 3$
 porque para $x_i = 3$, la F_i supera el 75%.
 $p_{30} = 1$
 porque para $x_i = 1$, la F_i supera el 30%.

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS EN VARIABLES CONTINUAS: MEDIANA, CUARTILES Y PERCENTILES

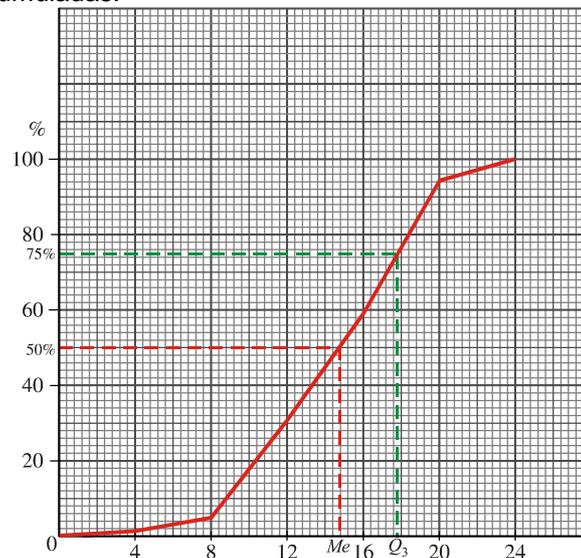
EJERCICIO 17 : En una gasolinera estudian el número de vehículos que repostan a lo largo de un día, obteniendo:

HORAS	[0, 4)	[4, 8)	[8, 12)	[12, 16)	[16, 20)	[20, 24)
Nº DE VEHÍCULOS	6	14	110	120	150	25

Calcula gráfica y numéricamente Me y Q_3 .

Solución: Construimos el polígono de frecuencias acumuladas:

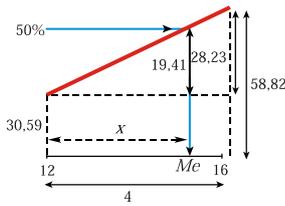
EXTREMOS	F_i	en %
0	0	0
4	6	1,41
8	20	4,71
12	130	30,59
16	250	58,82
20	400	94,12
24	425	100



Gráficamente, observamos que: $Me \approx 14,8$; $Q_3 \approx 17,8$

Obtenemos los valores exactos, razonando sobre el polígono de frecuencias:

Me:

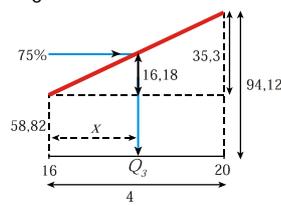


$$\frac{28,23}{4} = \frac{19,41}{x}$$

$$x = 2,75$$

$$Me = 12 + 2,75 = 14,75$$

Q₃:



$$\frac{35,3}{4} = \frac{16,18}{x}$$

$$x = 1,83$$

$$Q_3 = 16 + 1,83 = 17,83$$

Los valores exactos son: $Me = 14,75$; $Q_3 = 17,83$

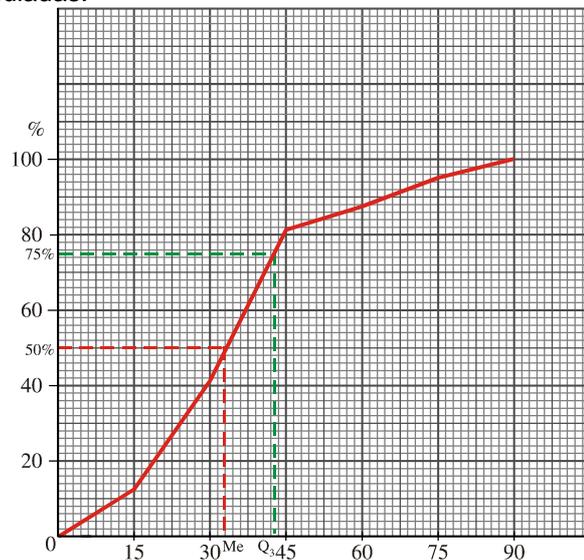
EJERCICIO 18 : El tiempo empleado, en minutos, por los trabajadores de cierta empresa en ir de su casa al trabajo viene reflejado en la siguiente tabla:

TIEMPO	[0, 15)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 75)	[75, 90)
Nº DE TRABAJADORES	10	23	32	5	6	4

Calcula gráfica y numéricamente Me y Q_3 .

Solución: Construimos el polígono de frecuencias acumuladas:

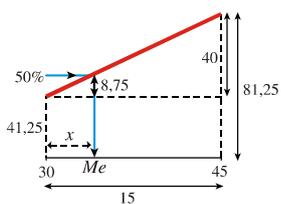
EXTREMOS	F_i	en %
0	0	0
15	10	12,50
30	33	41,25
45	65	81,25
60	70	87,50
75	76	95
90	80	100



Gráficamente, observamos que: $Me \approx 33$; $Q_3 \approx 43$

Obtenemos los valores exactos, razonando sobre el polígono de frecuencias:

Me:

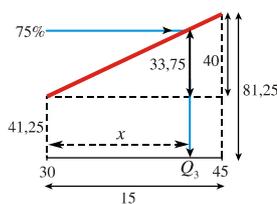


$$\frac{40}{15} = \frac{8,75}{x}$$

$$x = 3,28$$

$$Me = 30 + 3,28 = 33,28$$

Q₃:



$$\frac{40}{15} = \frac{33,75}{x}$$

$$x = 12,66$$

$$Q_3 = 30 + 12,66 = 42,66$$

Los valores exactos son: $Me = 33,28$; $Q_3 = 42,66$

RECOPIACIÓN: PARÁMETROS ESTADÍSTICOS: MEDIANA, CUARTILES Y PERCENTILES

EJERCICIO 19 : Las puntuaciones de 50 alumnos en un examen han sido las siguientes:

PUNTUACIÓN	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº DE ALUMNOS	1	1	4	6	10	12	8	6	1	1

Calcula Me , Q_1 , Q_3 y p_{80} .

Solución: Hacemos la tabla de frecuencias acumuladas:

x_i	f_i	F_i	en %
1	1	1	2
2	1	2	4
3	4	6	12
4	6	12	24
5	10	22	44
6	12	34	68
7	8	42	84
8	6	48	96
9	1	49	98
10	1	50	100

$Me = p_{50} = 6$ porque para $x_i = 6$, la F_i supera el 50%.

$Q_1 = p_{25} = 5$ porque para $x_i = 5$, la F_i supera el 25%.

$Q_3 \hat{=} p_{75} = 7$ porque para $x_i = 7$, la F_i supera el 75%.

$p_{80} = 7$ porque para $x_i = 7$, la F_i supera el 80%.

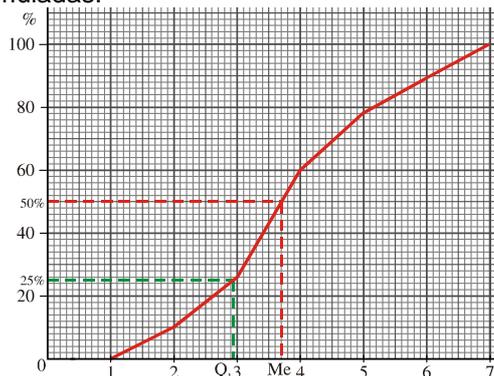
EJERCICIO 20 : Los ingresos por ventas en millones de euros en 500 empresas vienen reflejados en la siguiente tabla:

INGRESOS	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	[4, 5)	[5, 6)	[6, 7)
Nº DE EMPRESAS	50	80	170	90	56	54

Halla gráfica y numéricamente Me y Q_1 .

Solución: Construimos el polígono de frecuencias acumuladas:

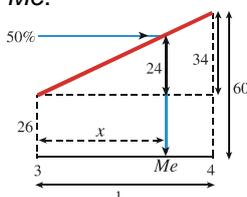
EXTREMOS	F_i	en %
1	0	0
2	50	10
3	130	26
4	300	60
5	390	78
6	446	89,2
7	500	100



Gráficamente, observamos que: $Me \approx 3,7$; $Q_1 \approx 2,95$

Obtenemos los valores exactos, razonando sobre el polígono de frecuencias:

Me :

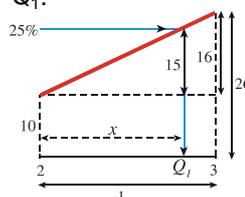


$$\frac{34}{1} = \frac{24}{x}$$

$$x = 0,71$$

$$Me = 3 + 0,71 = 3,71$$

Q_1 :



$$\frac{16}{1} = \frac{15}{x}$$

$$x = 0,94$$

$$Q_1 = 2 + 0,94 = 2,94$$

Los valores exactos son $Me = 3,71$; $Q_1 = 2,94$