

1. Determina los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+3}{4x^2 - 20x + 25}$ b) $g(x) = \ln(x^2 - 1)$ c) $h(x) = \sqrt{\frac{4x+8}{3-x}}$

2. Dadas las funciones $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ y $g(x) = 2x - 3$, se pide:

a) $f - g$ b) $g \circ f$ c) f^{-1} d) $\left(\frac{g}{f}\right)(5)$ e) $(f \circ g)(-1)$

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{3x-8}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a) Estudia los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

b) ¿Tiene asíntotas? Justifica la respuesta.

c) Representa gráficamente la función $f(x)$.

4. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 10x + 3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^2 + 4}{x - 3} - \frac{4x + 5}{2} \right)$

5. Estudia la continuidad de la función $f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & \text{si } x \leq -2 \\ 8 - x^2 & \text{si } -2 < x \leq 3 \\ \frac{10 - 2x}{x - 7} & \text{si } x > 3 \end{cases}$

6. Calcula el valor de k para que la función f sea continua en $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} 6 - \frac{x}{2} & \text{si } x < 2 \\ x^2 + kx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

1. a) $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\}$ b) $\text{Dom } g = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ c) $\text{Dom } h = [-2, 3)$

2. a) $(f - g)(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 2}{x - 1}$ c) $f^{-1}(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ e) $(f \circ g)(-1) = \frac{2}{3}$

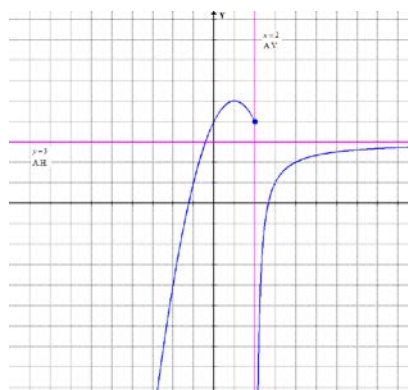
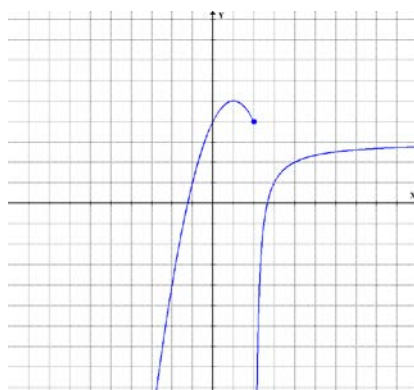
b) $(g \circ f)(x) = \frac{5 - x}{x - 1}$ d) $\left(\frac{g}{f} \right)(5) = \frac{14}{3}$

3. a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$

b) f tiene una A.H. por la derecha en $y = 3$ por ser $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$

f tiene una A.V. por la derecha en $x = 2$ por ser $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$

c)



4. a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{7}{2}$

5. f es continua en $\mathbb{R} - \{-2, 7\}$

f tiene una discontinuidad de salto finito en $x = -2$

f tiene una discontinuidad de salto infinito en $x = 7$

(f es continua en $x = 3$)

6. f es continua en los intervalos $(-\infty, 2)$ y $(2, +\infty)$ por estar definida por funciones polinómicas en esos intervalos

Para que f sea continua en $x = 2$ tiene que ser $k = \frac{1}{2}$

Por lo tanto, si $k = \frac{1}{2}$, f es continua en $\mathbb{R}$.