

**EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
DE CASTILLA LA MANCHA. CURSO 2020/2021 (EBAU)
JULIO 2021. Materia: MATEMATICAS II.**

1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Calcula razonadamente la matriz inversa de A.

b) [1'5 puntos] Calcula razonadamente la matriz X de la ecuación matricial $AX + 3I = A$.

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot 2 = -2 \neq 0 \Rightarrow \text{Existe } A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A^t \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\text{adj } A^t = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(-2)} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

b)

$$AX = A - 3I \Rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}(A - 3I) \Rightarrow IX = A^{-1}A - 3IA^{-1} \Rightarrow X = I - 3A^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{9}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{3}{2} & \frac{9}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{11}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{9}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

2.- a) [1'75 puntos] Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ x + z = a \\ ax + 2y + z = 3 \end{cases}$$

b) [0'75 puntos] Resuelve razonadamente el sistema anterior para $a = 2$, si es posible.

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ a & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & -a & 0 \\ a-1 & 2-a & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -a \\ a-1 & 2-a \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-a)(a-1) \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow a(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\forall a \in \mathbb{R} - \{0, 1\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3 = \text{Número de incógnitas} \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinado}$

Si $a = 0$

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 2 \\ 1 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 2 & 1 & | & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & -2 \\ 0 & 2 & 1 & | & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{rang}(A) = 2 = \text{rang}(A/B) = 3 \Rightarrow \text{Sistema Incompatible}$$

Continuación Problema 2

a)

$$A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(A/B) = 2 < \text{Número incógnitas}$$

\Rightarrow Sistema Compatible Indeterminado

b)

Si $a = 2 \Rightarrow$ Sistema Compatible Determinado

$$A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow x = 1 \Leftrightarrow -2y = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 1 + 2 \cdot 0 + z = 2 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow$$

Solución $\Rightarrow (x, y, z) = (1, 0, 1)$

3.- a) [1'25 puntos] Calcula razonadamente la siguiente integral: $\int x \cdot \cos(3x) dx$.

b) [1'25 puntos] Calcula razonadamente la siguiente integral: $\int \frac{dx}{2x^2 + 1}$.

a)

$$I = \int x \cdot \cos(3x) dx = \frac{x}{3} \text{sen}(3x) - \frac{1}{3} \int \text{sen}(3x) dx = \frac{x}{3} \text{sen}(3x) - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \int \text{sen } t dt = \frac{x}{3} \text{sen}(3x) + \frac{1}{9} \cos t$$

$$3x = t \Rightarrow 3 dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{3} \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = u \Rightarrow dx = du \\ \cos(3x) dx = dv \Rightarrow v = \int \cos(3x) dx = \int \cos t \cdot \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int \cos t dt = \frac{1}{3} \text{sen } t = \frac{1}{3} \text{sen}(3x) \end{array} \right.$$

$$3x = t \Rightarrow 3 dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$$

$$I = \frac{x}{3} \text{sen}(3x) + \frac{1}{9} \cos(3x) + K$$

b)

$$J = \int \frac{dx}{2x^2 + 1} = \int \frac{dx}{(\sqrt{2}x)^2 + 1} = \int \frac{\frac{dt}{\sqrt{2}}}{t^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dt}{t^2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \text{arc } \text{tg } t = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \text{arc } \text{tg}(\sqrt{2}x) + K$$

$$\sqrt{2}x = t \Rightarrow \sqrt{2} dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{\sqrt{2}}$$

4.- Sean los planos $\pi_1 \equiv a \cdot x + y + 2 \cdot z = 3$ y $\pi_2 \equiv 2 \cdot x - y + a \cdot z = 0$.

a) [1 punto] Determina razonadamente el valor de a para que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares.

b) [1,5 puntos] Para $a = 1$ calcula la distancia del punto $P(2, 0, 1)$ al plano π_1 .

a) Los vectores directores de los dos planos son perpendiculares y su producto escalar nulo

$$\begin{cases} \vec{v}_{\pi_1} = (a, 1, 2) \\ \vec{v}_{\pi_2} = (2, -1, a) \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{\pi_1} \perp \vec{v}_{\pi_2} \Rightarrow \vec{v}_{\pi_1} \cdot \vec{v}_{\pi_2} = 0 \Rightarrow (a, 1, 2) \cdot (2, -1, a) = 0 \Rightarrow 2a - 1 + 2a = 0 \Rightarrow -1 + 4a = 0 \Rightarrow$$

$$4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

b) Hallaremos una recta r perpendicular al plano π_1 , cuyo vector director es el de este plano, y que pase por el punto P ; calcularemos el punto Q intersección de la recta r y el plano π_1 , el módulo del vector PQ es la distancia pedida

$$\vec{r} = \vec{v}_{\pi_1} = (1, 1, 2) \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 + 2\lambda \end{cases} \Rightarrow (2 + \lambda) + \lambda + 2 \cdot (1 + 2\lambda) = 3 \Rightarrow 6\lambda + 4 = 3 \Rightarrow 6\lambda = 1 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{6} \Rightarrow$$

$$Q \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{6} \\ y = \frac{1}{6} \\ z = 1 + 2 \cdot \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow Q \left(\frac{13}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{3} \right) \Rightarrow \overline{PQ} = \left(\frac{13}{6}, \frac{1}{6}, \frac{4}{3} \right) - (2, 0, 1) = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3} \right) \Rightarrow$$

$$d(P, \pi_1) = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{36}} = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6} u$$

5.- a) [1 punto] Calcula razonadamente el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^{x-1} - 1}$.

b) [1'5 puntos] Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases}$, estudia su continuidad en $x = 0$ y en $x = 2$ e indica el tipo de discontinuidad, si la hubiera.

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^{x-1} - 1} = \frac{1-1}{e^{1-1} - 1} = \frac{0}{e^0 - 1} = \frac{0}{1-1} = \frac{0}{0} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Utilizando L'Hopital}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{e^{x-1}} = \frac{1}{e^{1-1}} = \frac{1}{e^0} = \frac{1}{1} = 1$$

b)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = e^0 = 1 \\ f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{0-1} = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 \neq f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1 \Rightarrow \text{Discontinua en } x = 0 \\ f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{2-1} = 1 \Rightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \Rightarrow \text{Discontinua en } x = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \end{cases}$$

Son discontinuidades no evitables para $x = 0$ y $x = 2$

6.- Sea la función $f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{3x^2 + 3}$.

a) [1,5 puntos] Halla razonadamente las coordenadas de los extremos relativos de la función $f(x)$ y clasifícalos.

b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{3x^2 + 3} = \frac{2(x^2 + x - 1)}{3(x^2 + 1)} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5 > 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{Sin solución} \end{cases}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{(2x+1)(x^2+1) - 2x(x^2+x-1)}{(x^2+1)^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(2x^3+2x+x^2+1) - (2x^3+2x^2-2x)}{(x^2+1)^2} =$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x^3+2x+x^2+1-2x^3-2x^2+2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{-x^2+4x+1}{(x^2+1)^2} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{(x^2-4x-1)}{(x^2+1)^2} \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 20 > 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{[x - (2 - \sqrt{5})] \cdot [x - (2 + \sqrt{5})]}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow \text{Creciente} \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow -\frac{2}{3} \cdot \frac{[x - (2 - \sqrt{5})] \cdot [x - (2 + \sqrt{5})]}{(x^2 + 1)^2} > 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -\frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ x - (2 - \sqrt{5}) > 0 \Rightarrow x > 2 - \sqrt{5} \\ x - (2 + \sqrt{5}) > 0 \Rightarrow x > 2 + \sqrt{5} \\ (x^2 + 1)^2 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

	$-\infty$	$2 - \sqrt{5}$	$2 + \sqrt{5}$	∞
$-\frac{2}{3} < 0$		(-)	(-)	(-)
$x > 2 - \sqrt{5}$		(-)	(+)	(+)
$x > 2 + \sqrt{5}$		(-)	(-)	(+)
$(x^2 + 1)^2 > 0$		(+)	(+)	(+)
Solución		(-)	(+)	(-)

Crecimiento $\forall x \in \mathbb{R} / 2 - \sqrt{5} < x < 2 + \sqrt{5}$

Decrecimiento $\forall x \in \mathbb{R} / (x < 2 - \sqrt{5}) \cup (x > 2 + \sqrt{5})$

$$\text{Mínimo en } x = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow f(2 - \sqrt{5}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{[(2 - \sqrt{5})^2 + (2 - \sqrt{5}) - 1]}{(2 - \sqrt{5})^2 + 1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{[4 - 4\sqrt{5} + 5 + 2 - \sqrt{5} - 1]}{4 - 4\sqrt{5} + 5 + 1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(2 - \sqrt{5})}{(5 - 2\sqrt{5})}$$

Continuación del Problema 6

$$\text{Máximo en } x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow f(2 + \sqrt{5}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{[(2 + \sqrt{5})^2 + (2 + \sqrt{5}) - 1]}{(2 + \sqrt{5})^2 + 1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{[4 + 4\sqrt{5} + 5 + 2 + \sqrt{5} - 1]}{4 + 4\sqrt{5} + 5 + 1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(2 + \sqrt{5})}{(5 + 2\sqrt{5})}$$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = \frac{2(1^2 + 1 - 1)}{3(1^2 + 1)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ m_{\text{tangente}} = f'(1) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{(1^2 - 4 \cdot 1 - 1)}{(1^2 + 1)^2} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{(-4)}{2^2} = -\frac{2}{3} \cdot (-1) = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ y - \frac{1}{3} = -\frac{3}{2}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{6} \end{cases} \\ m_{\text{normal}} = -\frac{1}{m_{\text{tangente}}} = -\frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2} \end{array} \right.$$

7.- a) [1 punto] Sea la función $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + x - 1$, con $a, b \in \mathbb{R}$. Determina los valores de a y b para que la gráfica de $f(x)$ pase por el punto $(1, 1)$ y tenga aquí un punto de inflexión.

b) [1,5 puntos] Sea la función $f(x) = x \cdot \text{sen}(x) - \cos(x)$. Enuncia el teorema de Rolle y úsalo para razonar si la función $f(x)$ tiene al menos un extremo relativo en el intervalo $[-1, 1]$.

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 1 \\ f''(x) = 6ax + 2b \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(1) = 1 \Rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + 1 - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 1 \\ f''(1) = 0 \Rightarrow 6a \cdot 1 + 2b = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} + b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

b) Teorema de Rolle

Sea $f(x)$ una función continua en $[a, b]$, derivable en (a, b) y que verifica que $f(a) = f(b)$; entonces existe, al menos, un punto $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$

$f(x)$ es una función continua en $[-1, 1]$, derivable en $(-1, 1)$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(-1) = (-1) \cdot \text{sen}(-1) - \cos(-1) = -\text{sen}(-1) - \cos(-1) = -[\text{sen}(-1) + \cos(-1)] \\ f(1) = 1 \cdot \text{sen}(1) - \cos(1) = \text{sen}(1) - \cos(1) = \text{sen}(1) - \cos(1) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\text{Como } \left\{ \begin{array}{l} \text{sen}(1) = -\text{sen}(-1) \\ \cos(1) = \cos(-1) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(-1) = -[-\text{sen}(1) + \cos(1)] = \text{sen}(1) - \cos(1) \\ f(1) = \text{sen}(1) - \cos(1) \end{array} \right.$$

y que verifica que $f(-1) = f(1)$; entonces existe, al menos, un punto $c \in (-1, 1)$ tal que $f'(c) = 0$

8.- a) En el servicio de urgencias clasifican a los pacientes en leves y graves según llegan al hospital. El 20% de los pacientes leves debe ingresar en el hospital, mientras que el 60% de los pacientes graves debe hacerlo. En un día cualquiera llegan al servicio de urgencias un 90% de pacientes leves y un 10% de pacientes graves. Si se selecciona un paciente al azar:

a.1) [0,5 puntos] ¿Qué probabilidad hay de que deba ingresar en el hospital?

a.2) [0,75 puntos] Si se sabe que el paciente tuvo que ingresar, ¿cuál es la probabilidad de que llegara al hospital con una dolencia leve?

b) En un momento dado llegan 8 pacientes a urgencias.

b.1) [0,5 puntos] ¿Qué probabilidad hay de que exactamente 4 pacientes se clasifiquen como leves?

b.2) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 7 pacientes sean clasificados como leves?

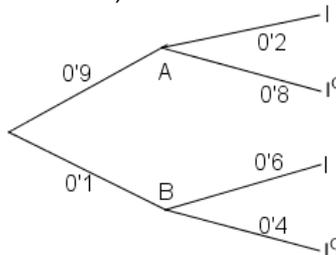
(a) En el servicio de urgencias clasifican a los pacientes en leves y graves según llegan al hospital. El 20% de los pacientes leves debe ingresar en el hospital, mientras que el 60% de los pacientes graves debe hacerlo. En un día cualquiera llegan al servicio de urgencias un 90% de pacientes leves y un 10% de pacientes graves. Si se selecciona un paciente al azar:

(a.1) ¿Qué probabilidad hay de que deba ingresar en el hospital?

Llamemos A, B, I, y I^C, a los sucesos siguientes, "pacientes leves", "pacientes graves", "ingresar en el hospital" y "no ingresar en el hospital", respectivamente.

Datos del problema: $p(A) = 90\% = 0'9$; $p(B) = 10\% = 0'1$; $p(I|A) = 20\% = 0'2$; $p(I|B) = 60\% = 0'6$, ...

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Me piden **$p(\text{ingresar en el hospital}) = p(I)$** .

Por el teorema de la Probabilidad Total:

Me piden **$p(I) = p(A) \cdot p(I|A) + p(B) \cdot p(I|B) = (0'9) \cdot (0'2) + (0'1) \cdot (0'6) = 6/25 = 0'24$** .

(a.2)

Si se sabe que el paciente tuvo que ingresar, ¿cuál es la probabilidad de que llegara al hospital con una dolencia leve?

Me piden **$p(\text{dolencia leve, sabiendo que lo han ingresado}) = p(A|I)$** .

Por el teorema de la Probabilidad Total:

Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$p(A|I) = \frac{p(A \cap I)}{p(I)} = \frac{p(A) \cdot p(I|A)}{p(I)} = \frac{(0'9) \cdot (0'2)}{0'24} = 3/4 = 0'75.$$

(b)

b) En un momento dado llegan 8 pacientes a urgencias.

(b.1) ¿Qué probabilidad hay de que exactamente 4 pacientes se clasifiquen como leves?

Recordamos que si realizamos n veces (8) un experimento en el que podemos obtener éxito, $F = \text{ser identificado como paciente leve} = A$, con probabilidad p ($p(F) = 90\% = 0'9$) y fracaso, F^C , con probabilidad q ($q = 1 - p = 1 - 0'9 = 0'1$), diremos que estamos ante una distribución binomial de parámetros n y p , y lo representaremos por **$B(8; 0'9)$** .

Es decir nuestra variable X , ser identificado como paciente leve, **sigue una binomial $B(n; p) = B(8; 0'9)$** .

En este caso la **probabilidad de obtener k éxitos**, que **es su función de probabilidad**, viene dada por:

$$p(X = k) = (8 \text{ sobre } k) \cdot 0'9^k \cdot 0'1^{(8-k)} = \binom{8}{k} \cdot 0'9^k \cdot 0'1^{(8-k)}.$$

** (n sobre k) = $\binom{n}{k} = (n!)/(k! \cdot (n - k)!)$ con n! el factorial de "n". En la calculadora " n tecla nCr k "

Me piden $p(X = 4) = \binom{8}{4} \cdot 0'9^4 \cdot 0'1^{(8-4)} = 0'0045927$.

Utilizando la tabla de la binomial sale casi lo mismo **$p(X = 4) = 0'0046$.**

(b.2)

¿Cuál es la probabilidad de que como mucho 7 pacientes sean clasificados como leves?

Me piden $p(X \leq 7) = \{\text{suceso contrario}\} = 1 - p(X > 7) = 1 - p(X = 8) = 1 - \binom{8}{8} \cdot 0'9^8 \cdot 0'1^{(0)} =$
 $= 1 - 0'43046721 = 0'56953279$. (casi coincide con la probabilidad de la tabla 0'4305)