POLINOMIOS, ECUACIONES, SISTEMAS

Nombre: .....

1.– Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el método de Gauss:

$$\left.\begin{aligned} x+y-z&=8\\ 2x-z&=0\\ 3x-y+3z&=-8 \end{aligned}\right\}$$

(1,75 puntos)

2.– Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{x^2+3}=x^2+1$$

(1,5 puntos)

3.– Resuelve la inecuación:

$$\frac{3x-2}{4}-\frac{2x-3}{2}\leq 3\cdot\left(x-\frac{x}{6}\right)$$

(1,25 puntos)

4.– Descompón factorialmente y halla las raíces del polinomio

$2x^4-5x^2+5x-2$

(1,25 puntos)

5.– Halla el valor de "m" sabiendo que el polinomio $5x^2-mx^2-5x+10$ es divisible por $x-2$

(1 punto)

6.– ¿Cuántos litros de leche con un 10% de grasa hemos de mezclar con otra leche que tiene un 4% de grasa para obtener 18 litros con un 6% de grasa?.

(1,75 puntos)

7.– Los alumnos de un curso de 1º BAT desean regalarle un jamón a su profesor de matemáticas. El jamón cuesta 120 €. Hay cinco compañeros que no quieren participar en el regalo, y por tanto, tienen que aportar 1,2 € más cada uno. ¿Cuántos alumnos hay en ese curso?.

(1,75 puntos)

1 (1'25)

$$\begin{cases} x+y-z=8 \\ 2x-z=0 \\ 3x-y+3z=-8 \end{cases} \sim \begin{cases} x+y-z=8 \\ 2x-z=0 \\ 4x+2z=0 \end{cases} \sim \begin{cases} x+y-z=8 \\ 2x-z=0 \\ 8x=0 \end{cases}$$

E_3+E_1 $\qquad$ E_3+2E_2

$0+y-0=8 \Rightarrow y=8$

$2\cdot 0-z=0 \Rightarrow z=0$

$x=0$

Sol $\boxed{\begin{matrix} x=0 \\ y=8 \\ z=0 \end{matrix}}$ Compatible Determinado

---

2 (1'5)

$\sqrt{x^2+3}=x^2+1 \Rightarrow \left(\sqrt{x^2+3}\right)^2=(x^2+1)^2 \Rightarrow x^2+3=x^4+2x^2+1 \Rightarrow x^4+x^2-2=0$

$\Rightarrow t^2+t-2=0$

$(x^2=t)$ $\quad t=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-2)}}{2}=\dfrac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$ $\quad \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ $\quad \Rightarrow x^2=-2 \Rightarrow$ no existe

Comprobemos las soluciones

$x=1$ es solución pues $\sqrt{1^2+3}=1^2+1 \Rightarrow 2=2$

$x=-1$ es solución pues $\sqrt{(-1)^2+3}=(-1)^2+1 \Rightarrow 2=2$

SOLUCIONES $\boxed{x=1}$ $\boxed{x=-1}$

---

3 (1'25)

$\dfrac{3x-2}{4}-\dfrac{2x-3}{2}\le 3\cdot\left(x-\dfrac{x}{6}\right) \Rightarrow \dfrac{3x-2}{4}-\dfrac{2x-3}{2}\le 3\cdot\dfrac{5x}{6} \Rightarrow \dfrac{9x-6-12x+18}{12}\le\dfrac{30x}{12}$

$\Rightarrow 9x-6-12x+18\le 30x \Rightarrow 12\le 33x \Rightarrow \dfrac{12}{33}\le x \Rightarrow x\ge\dfrac{4}{11}$ $\Rightarrow$ Solución $\boxed{x\in\left[\dfrac{4}{11},+\infty\right[}$

---

4 (1'25)

$2x^4-5x^2+5x-2=\boxed{(x-1)(x+2)(2x^2-2x+1)}$ $\quad$ $\boxed{\text{RAICES: } 1 \text{ y } -2}$

	2	0	-5	5	-2
1		2	2	-3	2
	2	2	-3	2	0
-2		-4	4	-2	
	2	-2	1	0	

Intentamos descomponer el polinomio de 2º grado $\quad 2x^2-2x+1=0$

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 2}}{4}$ = no tiene raíces

---

5 (1)

Debe ser $5x^3-mx^2-5x+10$ divisible por $x-2$ y por tanto $5\cdot 2^3-m\cdot 2^2-5\cdot 2+10=0$

$\Rightarrow 40-4m-10+10=0 \Rightarrow 4m=40 \Rightarrow \boxed{m=10}$

---

6 (1'25)

x litros de leche al 10%

y litros de leche al 4%

$$\begin{cases} x+y=18 \\ \frac{10}{100}x+\frac{4}{100}y=\frac{6}{100}18 \end{cases} \sim \begin{cases} x+y=18 \\ 10x+4y=108 \end{cases} \sim \begin{cases} -4x-4y=-72 \\ 10x+4y=108 \end{cases}$$

$6x=36$

$x=6$

$6+y=18 \Rightarrow y=12$

Solución $\boxed{\begin{matrix} x=6\,\ell \text{ al } 10\% \\ y=12\,\ell \text{ al } 4\% \end{matrix}}$

---

7 (1'25)

x: nº de alumnos en clase" : $\boxed{25 \text{ alumnos}}$

y = dinero que le toca pagar a cada uno "si pagaran todo"

$x\cdot y=120 \rightarrow y=\dfrac{120}{x}$

$(x-5)(y+1'2)=120 \rightarrow (x-5)\cdot\left(\dfrac{120}{x}+1'2\right)=120$

$(x-5)\cdot\dfrac{120+1'2x}{x}=120$

$(x-5)(120+1'2x)=120x$

$120x+1'2x^2-600-6x=120x$

$1'2x^2-6x-600=0$

$x=\dfrac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 1'2\cdot(-600)}}{2\cdot 1'2}=\dfrac{6\pm 54}{2'4}=\begin{cases} \dfrac{60}{2'4}=25 \\ \dfrac{-48}{2'4}=-20 \rightarrow \text{No tiene sentido} \end{cases}$

$\boxed{\begin{matrix} x=25 \\ y=4'8 \end{matrix}}$