Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2019-2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.
TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.
El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

1A. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} m-1 & 0 \\ -2 & m \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix} 1-2m \\ -2m \end{pmatrix}$

a) **[1 punto]** Si $(A+B)\cdot C = B\cdot D$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por *x* e *y*) en función del parámetro *m*.

b) **[1,5 puntos]** ¿Para qué valores de *m* el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para $m = 2$.

1B. Una empresa puede contratar trabajadores de tipo *A* y trabajadores de tipo *B* en una nueva factoría. Por convenio, es necesario que haya mayor o igual número de trabajadores de tipo *A* que de tipo *B* y que el número de trabajadores de tipo *A* no supere al doble del número de trabajadores de tipo *B*. En total la empresa puede contratar un máximo de 30 trabajadores de tipo *A* y de 40 de tipo *B*.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos trabajadores de cada tipo se pueden contratar en la empresa, de forma que se satisfagan todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría contratarse a 20 trabajadores de tipo *A* y 15 de tipo *B*?

b) **[0,75 puntos]** Si el beneficio diario esperado para la empresa por cada trabajador de tipo *A* es de 240 euros y por cada trabajador de tipo *B* es de 200 euros, ¿cuántos trabajadores de cada tipo se deben contratar para maximizar el beneficio diario? ¿a cuánto asciende dicho beneficio máximo?

2A. Según una compañía telefónica, el coste de la transferencia de datos se descompone en dos conceptos: un coste fijo de 25 céntimos de euro por transferencia realizada más un coste variable en función de los gigabytes transferidos. El coste variable asociado a los 2 primeros gigabytes en gratis, pero a partir de 2 gigabytes, pasa a tarifar los gigabytes restantes a 10 céntimos de euro por gigabyte.

a) **[0,75 puntos]** Si $f(x)$ representa el coste total en céntimos de euro de una transferencia en función de la cantidad de gigabytes transferidos en la misma (*x*), obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo *x*. ¿Es el coste una función continua de la cantidad transferida?

b) **[1,75 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0,\infty)$. Si el coste total de una transferencia ha sido de 2,25 euros, ¿cuántos gigabytes se han transferido? ¿Cuál es el coste mínimo de una transferencia cualquiera? ¿Y el coste máximo?

2B. Dada la función $f(x)=\dfrac{6}{x+1}-2$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0)=2$.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo $[0,\infty)$, Calcular el área limitada por la curva f y el eje X entre $x = 0$ y $x = 3$.

3A. Se sortea un viaje a Japón entre los 240 mejores clientes de una agencia de viajes. De ellos, 144 son mujeres, 168 son personas con hijos y 90 son hombres con hijos.

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre sin hijos?

b) **[1,25 puntos]** Si la persona a la que le toca el viaje tiene hijos, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

3B. En un proceso de fabricación se sabe que el 2 % de las piezas producidas son defectuosas. Se utiliza un dispositivo para detectarlas que califica como defectuosas al 90 % de las piezas defectuosas, pero también califica como defectuosas a un 5 % que no lo son.

a) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que el dispositivo califique una pieza cualquiera como defectuosa.

b) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que no sea defectuosa una pieza que el dispositivo ha calificado como defectuosa.

4A. Se supone que el precio de un determinado producto sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica 5 euros.[+]

a) **[1,5 puntos]** Para estimar el precio medio, se considera una muestra aleatoria de 100 de estos productos, los cuales han costado **en total** 10400 euros. Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para el precio medio de ese producto, al 95 % de confianza.

b) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero precio medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,5 euros y un nivel de confianza del 95 %?

4B. En una ciudad se ha encuestado a 1250 vecinos, de los cuales 525 han manifestado estar a favor de la gestión económica del ayuntamiento.[+]

a) **[1,5 puntos]** Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la proporción de vecinos de esa ciudad que están a favor de la gestión económica del ayuntamiento, al 99 % de confianza.

b) **[1 punto]** En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? ¿Qué le ocurriría al error de estimación si, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, hubiese aumentado el tamaño de la muestra?

[+] Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99 y F(2,58) = 0,995.

SOLUCIONES:

1A. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} m-1 & 0 \\ -2 & m \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $D=\begin{pmatrix} 1-2m \\ -2m \end{pmatrix}$

a) **[1 punto]** Si $(A+B)\cdot C = B\cdot D$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por *x* e *y*) en función del parámetro *m*.

b) **[1,5 puntos]** ¿Para qué valores de *m* el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para *m* = 2.

a) $(A+B)\cdot C = B\cdot D$. Sustituimos el valor de cada matriz y operamos con ellas.

$$\left[\begin{pmatrix} m-1 & 0 \\ -2 & m \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-2m \\ -2m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} m & -1 \\ -1 & m \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-2m+2m \\ 1-2m \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} mx-y \\ -x+my \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1-2m \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} mx-y=1 \\ -x+my=1-2m \end{array}\right\}$$

b) Discutimos el sistema.

La matriz de coeficientes es $A=\begin{pmatrix} m & -1 \\ -1 & m \end{pmatrix}$

Su determinante es $|A|=\begin{vmatrix} m & -1 \\ -1 & m \end{vmatrix}=m^2-1$

Igualamos a cero.

$$|A|=0 \Rightarrow m^2-1=0 \Rightarrow m=\pm 1$$

Distinguimos tres casos que analizamos por separado.

CASO 1. $m\neq 1$ y $m\neq -1$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 2, al igual que el rango de la matriz ampliada y el número de incógnitas.

El sistema es **compatible determinado**.

CASO 2. $m=-1$

En este caso el sistema queda

$$\left.\begin{array}{l} -x-y=1 \\ -x-y=3 \end{array}\right\}$$

Este sistema es **incompatible**, no puede dar dos resultados distintos la misma expresión.

CASO 3. $m=1$

El sistema queda

$$\left.\begin{array}{l} x-y=1 \\ -x+y=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=1 \\ x-y=1 \end{array}\right\} \Rightarrow x-y=1 \Rightarrow \boxed{x=1+y}$$

El sistema tiene infinitas soluciones. Es **compatible indeterminado**.

El sistema tiene solución para $m\neq -1$. La solución no siempre es única, para $m=1$ las soluciones son infinitas.

Lo resolvemos para $m=2$. En este caso tiene solución única. El sistema queda:

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x-1=y \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow -x+4x-2=-3 \Rightarrow 3x=-1 \Rightarrow \boxed{x=-\frac{1}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y=-\frac{2}{3}-1=-\frac{5}{3}}$$

La solución es $\boxed{x=-\frac{1}{3};\quad y=-\frac{5}{3}}$

1B. Una empresa puede contratar trabajadores de tipo *A* y trabajadores de tipo *B* en una nueva factoría. Por convenio, es necesario que haya mayor o igual número de trabajadores de tipo *A* que de tipo *B* y que el número de trabajadores de tipo *A* no supere al doble del número de trabajadores de tipo *B*. En total la empresa puede contratar un máximo de 30 trabajadores de tipo *A* y de 40 de tipo *B*.
a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos trabajadores de cada tipo se pueden contratar en la empresa, de forma que se satisfagan todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría contratarse a 20 trabajadores de tipo *A* y 15 de tipo *B*?
b) **[0,75 puntos]** Si el beneficio diario esperado para la empresa por cada trabajador de tipo *A* es de 240 euros y por cada trabajador de tipo *B* es de 200 euros, ¿cuántos trabajadores de cada tipo se deben contratar para maximizar el beneficio diario? ¿a cuánto asciende dicho beneficio máximo?

a) Si representamos por “*x*” e “*y*” el número de trabajadores de tipo A y de tipo B, respectivamente, que se contratan, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

“*Es necesario que haya mayor o igual número de trabajadores de tipo A que de tipo B*” → $x \geq y$
“*El número de trabajadores de tipo A no supere al doble del número de trabajadores de tipo B*” → $x \leq 2y$
“*La empresa puede contratar un máximo de 30 trabajadores de tipo A y de 40 de tipo B*” →
$x \leq 30 \quad y \leq 40$
Además estos valores son enteros y positivos → $x \geq 0 \quad y \geq 0$

Reunimos estas inecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq y \\ x \leq 2y \\ x \leq 30 \\ y \leq 40 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array}\right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación y localizamos la región factible o región del plano cuyos puntos cumplen todas estas inecuaciones.

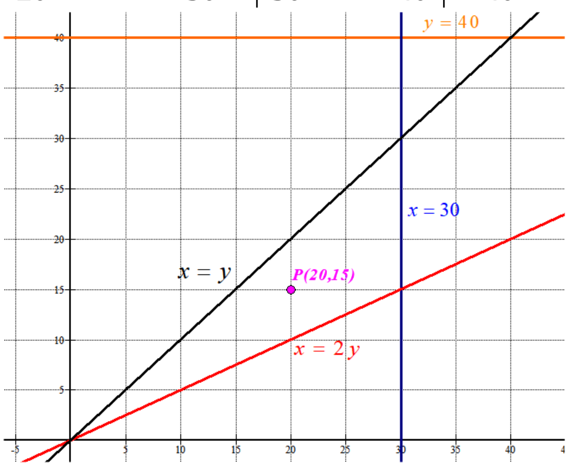
$x = y$ $\quad$ $x = 2y$ $\quad$ $x = 30$ Recta vertical $\quad$ $y = 40$ Recta horizontal $\quad$ $\boxed{x \geq 0 \quad y \geq 0}$ Primer cuadrante

x	$y = x$
0	0
30	30

x	$y = \frac{x}{2}$
0	0
40	20

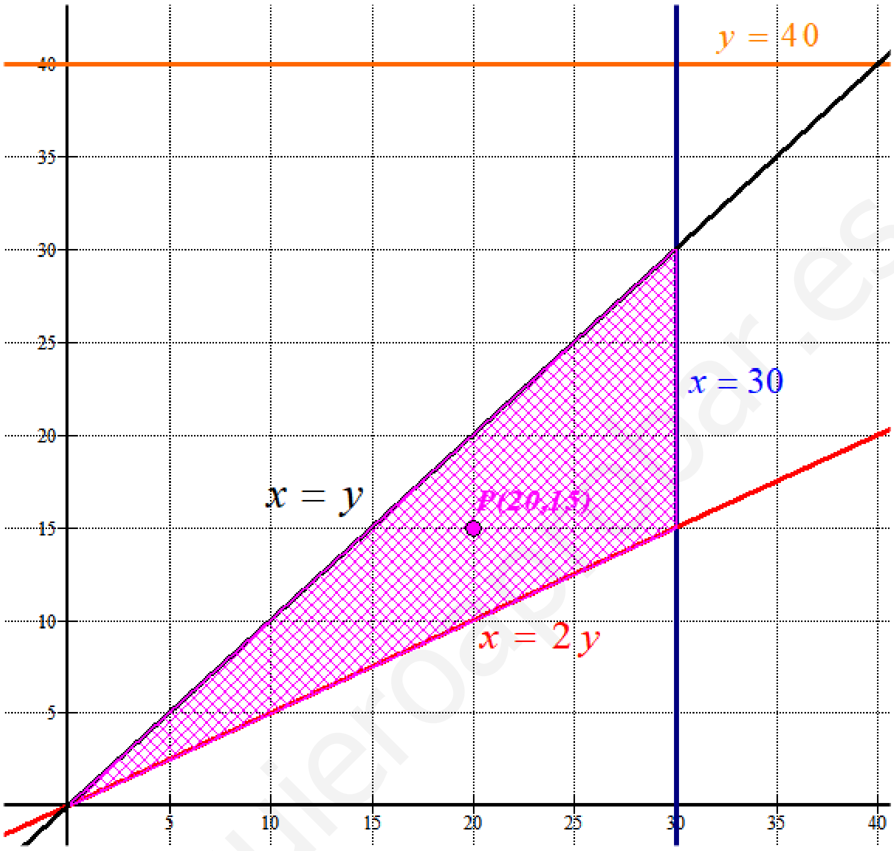
$x = 30$	y
30	0
30	30

x	$y = 40$
0	40
40	40



Probamos si el punto P(20, 15) cumple todos los condicionantes.

$$\left.\begin{array}{l} 20 \geq 15 \\ 20 \leq 2 \cdot 15 \\ 20 \leq 30 \\ 15 \leq 40 \\ 20 \geq 0 \quad 15 \geq 0 \end{array}\right\}$$ Se cumplen todas las inecuaciones, la región factible es la zona rayada.



Hemos comprobado que el punto P(20, 15) cumple las restricciones, lo cual significa que es posible contratar a 20 trabajadores tipo A y 15 tipo B.

b) La función beneficio es $B(x, y) = 240x + 200y$.

Localizamos los vértices de la región factible y valoramos el beneficio en cada uno de ellos en busca de ese máximo beneficio.

Los vértices son A(0, 0), B(30, 15) y C(30, 30).

Por lógica el máximo beneficio se obtiene en el vértice C, pero lo comprobamos.

A(0, 0) → $B(0,0) = 0$

B(30, 15) → $B(30,15) = 10200$

C(30, 30) → $B(30,30) = 13200$

El beneficio máximo que se puede obtener es de 13200 € con la contratación de 30 trabajadores de cada tipo.

2A. Según una compañía telefónica, el coste de la transferencia de datos se descompone en dos conceptos: un coste fijo de 25 céntimos de euro por transferencia realizada más un coste variable en función de los gigabytes transferidos. El coste variable asociado a los 2 primeros gigabytes en gratis, pero a partir de 2 gigabytes, pasa a tarifar los gigabytes restantes a 10 céntimos de euro por gigabyte.

a) **[0,75 puntos]** Si $f(x)$ representa el coste total en céntimos de euro de una transferencia en función de la cantidad de gigabytes transferidos en la misma (x), obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo x. ¿Es el coste una función continua de la cantidad transferida?

b) **[1,75 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0,\infty)$. Si el coste total de una transferencia ha sido de 2,25 euros, ¿cuántos gigabytes se han transferido? ¿Cuál es el coste mínimo de una transferencia cualquiera? ¿Y el coste máximo?

a) Es una función definida a trozos, pues cambia el coste antes de 2 y después de 2.

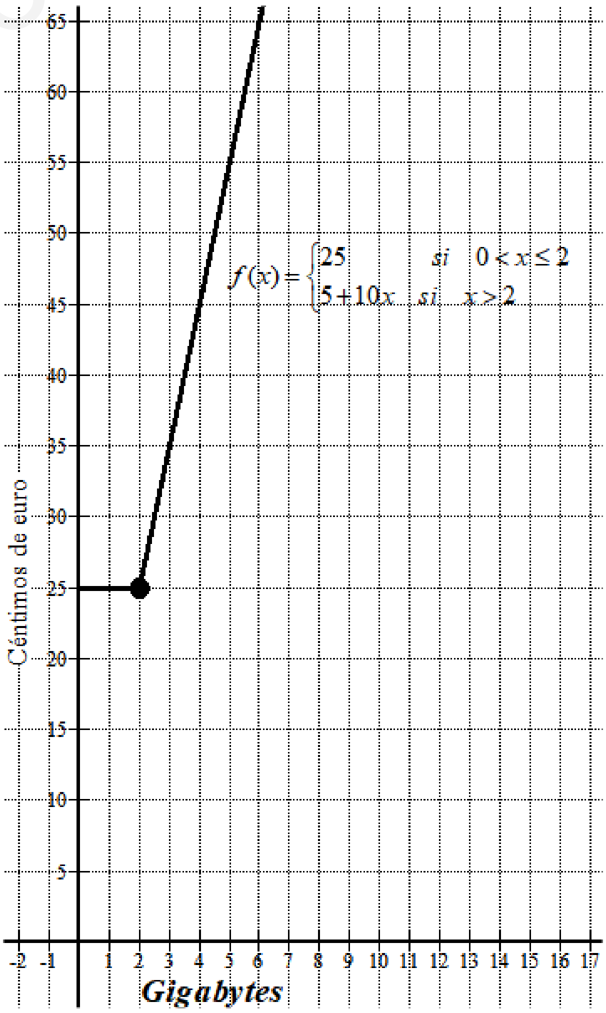
$$f(x)=\begin{cases}25 & si \quad 0<x\le 2\\ 25+10(x-2) & si \quad x>2\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}25 & si \quad 0<x\le 2\\ 5+10x & si \quad x>2\end{cases}$$

Comprobamos la continuidad en el cambio de definición de la función, en $x = 2$.

$$\left.\begin{array}{l} f(2)=25\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} 25=25\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} 5+10x=25\end{array}\right\}$$ Todos los valores existen y coinciden, por lo que la función es continua en $x = 2$ y por tanto es continua en todo su dominio.

b) La gráfica de la función es un trozo de línea recta horizontal y otro oblicuo, le damos valores y la representamos.

x	$y=25$	x	$y=5+10x$
0	25	3	35
2	25	4	45



Si $f(x)=225\,céntimos$ entonces:

$25+10(x-2)=225\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x+5=225\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x=220\Rightarrow$

$\Rightarrow x=22\ gigabytes$

El coste mínimo es 25 céntimos y el coste máximo no existe.

2B. Dada la función $f(x)=\frac{6}{x+1}-2$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F*(0)= 2.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo $[0,\infty)$, Calcular el área limitada por la curva f y el eje *X* entre $x = 0$ y $x = 3$.

a)

$$F(x)=\int f(x)dx=\int \frac{6}{x+1}-2dx=6\ln|x+1|-2x+C$$

Como además *F*(0)= 2 entonces $6\ln|0+1|-2\cdot 0+C=2 \Rightarrow C=2$.

La primitiva buscada es $\boxed{F(x)=6\ln|x+1|-2x+2}$

b) El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-1\}$.

Puntos de corte con los ejes.

x = 0 → $f(0)=\frac{6}{0+1}-2=4$. Un punto de corte es (0, 4)

y = 0 → $0=\frac{6}{x+1}-2 \Rightarrow \frac{6}{x+1}=2 \Rightarrow 6=2x+2 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$. Otro punto de corte es (2, 0)

Calculamos su derivada y vemos si presenta algún punto crítico.

$$f(x)=\frac{6}{x+1}-2 \Rightarrow f'(x)=-\frac{6}{(x+1)^2}$$

Esta expresión de la derivada siempre es negativa, por lo que la función decrece en todo su dominio, en particular en $[0,\infty)$.

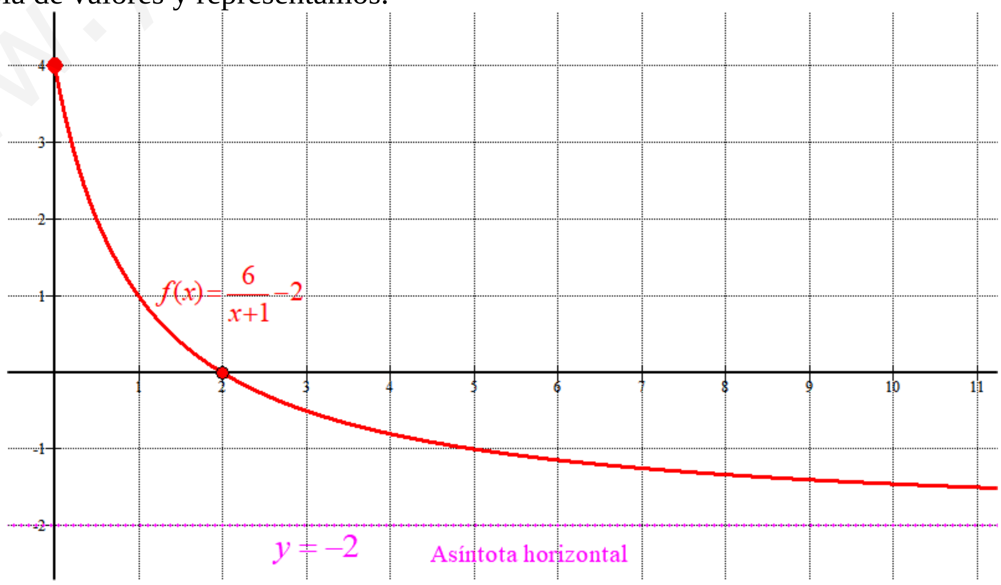
Vemos su comportamiento en el infinito.

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{6}{x+1}-2=\frac{6}{\infty}-2=0-2=-2$$

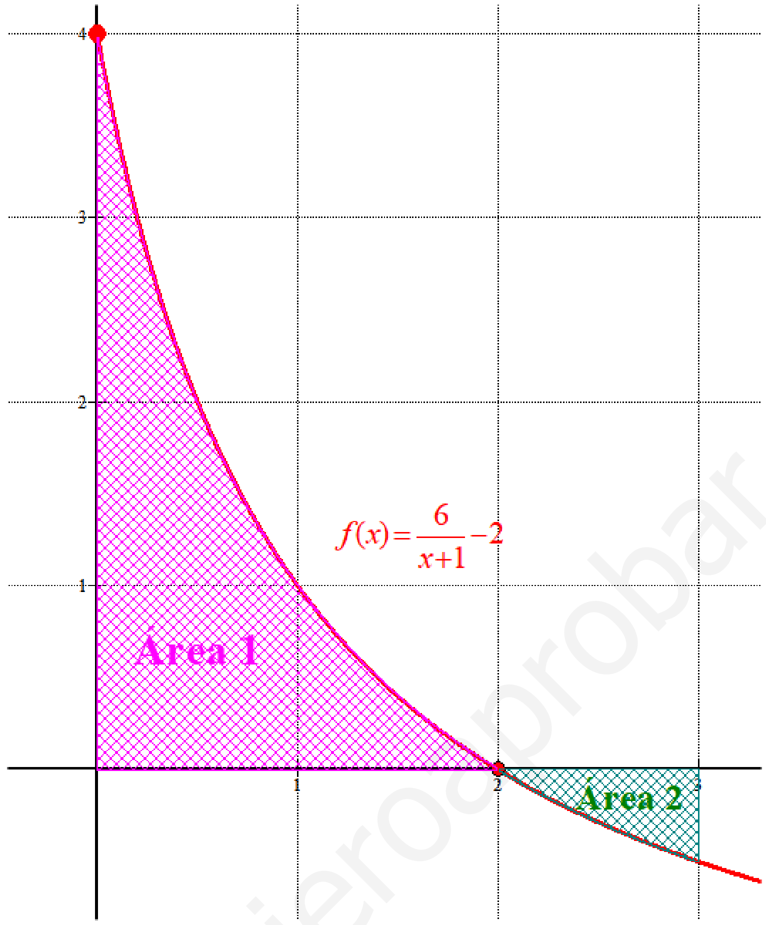
Tiene una asíntota horizontal → $y=-2$

Hacemos una tabla de valores y representamos.

x	$y=\frac{6}{x+1}-2$
0	4
1	1
2	0
4	−1.88



El área pedida se divide en dos partes que calculamos por separado y luego sumamos.



$$\text{Área}1=\int_0^2 \frac{6}{x+1}-2dx=\left[6\ln|x+1|-2x\right]_0^2=\left[6\ln|2+1|-4\right]-\left[6\ln|0+1|-0\right]=$$
$$=-4+6\ln 3=2.59\,u^2$$

$$\text{Área}2=\left|\int_2^3 \frac{6}{x+1}-2dx\right|=\left|\left[6\ln|x+1|-2x\right]_2^3\right|=\left|\left[6\ln|3+1|-6\right]-\left[6\ln|2+1|-4\right]\right|=$$
$$=|-6+6\ln 4-6\ln 3+4|=|-0.27|=0.27\,u^2$$

$\boxed{\textbf{Área total = 2.59 + 0.27 = 2.86 u}^2}$

3A. Se sortea un viaje a Japón entre los 240 mejores clientes de una agencia de viajes. De ellos, 144 son mujeres, 168 son personas con hijos y 90 son hombres con hijos.
a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre sin hijos?
b) **[1,25 puntos]** Si la persona a la que le toca el viaje tiene hijos, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

Construimos una tabla de contingencia.

	Mujeres	Hombres	
Con hijos		**90**	
Sin hijos			
	144		**240**

Si 168 son personas con hijos y 90 son hombres entonces 168 – 90 = 78 son mujeres con hijos. Añadimos este dato a la tabla y terminamos de completarla.

	Mujeres	Hombres	
Con hijos	**78**	**90**	**168**
Sin hijos	**66**	**6**	**72**
	144	**96**	**240**

Con la información que nos proporciona esta tabla podemos responder a las preguntas planteadas aplicando la regla de Laplace.

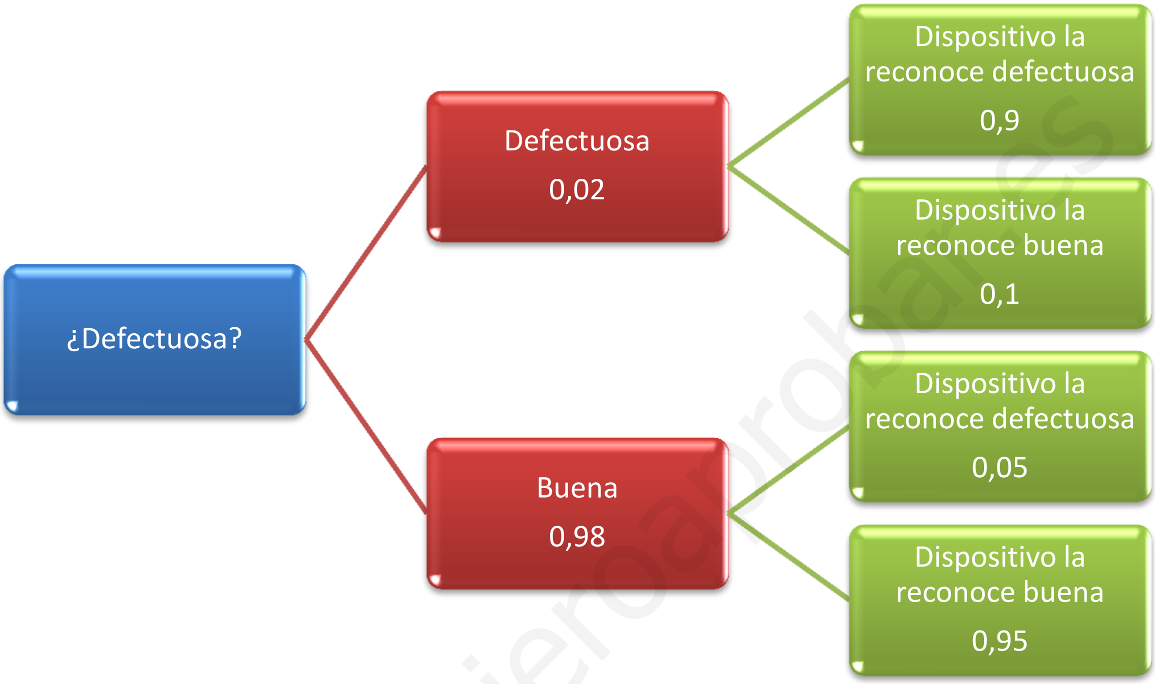
a) $P\left(\text{le toque el viaje a un hombre sin hijos}\right)=\frac{6}{240}=\boxed{\frac{1}{40}=0,025}$

b) Esta es una probabilidad a posteriori, aplicamos el teorema de Bayes.

$$P\left(\text{Sea mujer/Es persona con hijos}\right)=\frac{78}{168}=\boxed{\frac{13}{28}=0.464}$$

3B. En un proceso de fabricación se sabe que el 2 % de las piezas producidas son defectuosas. Se utiliza un dispositivo para detectarlas que califica como defectuosas al 90 % de las piezas defectuosas, pero también califica como defectuosas a un 5 % que no lo son.
a) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que el dispositivo califique una pieza cualquiera como defectuosa.
b) **[1,25 puntos]** Calcula la probabilidad de que no sea defectuosa una pieza que el dispositivo ha calificado como defectuosa.

Construimos un diagrama de árbol.



a) $P(\text{Dispositivo la reconoce como defectuosa}) = 0,02 \cdot 0,9 + 0,98 \cdot 0,05 = \boxed{0,067}$

b) Es una probabilidad a posteriori, aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(\text{Sea buena / Ha sido calificada como defecuosa por el dispositivo}) =$$

$$= \frac{P(\text{Sea buena} \cap \text{Ha sido calificada como defecuosa por el dispositivo})}{P(\text{Ha sido calificada como defecuosa por el dispositivo})} =$$

$$= \frac{0,98 \cdot 0,05}{0,067} = \boxed{\frac{49}{67} = 0,731}$$

4A. Se supone que el precio de un determinado producto sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica 5 euros.[+]
a) **[1,5 puntos]** Para estimar el precio medio, se considera una muestra aleatoria de 100 de estos productos, los cuales han costado **en total** 10400 euros. Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para el precio medio de ese producto, al 95 % de confianza.
b) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero precio medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,5 euros y un nivel de confianza del 95 %?

X = Precio de un determinado producto.

X = N(μ, 5)

a) $\bar{x} = \frac{10400}{100} = 104\ €; \quad n = 100$

El nivel de confianza del 95% significa que

1 – ∝ = 0,95 → ∝ = 0,05 →∝/2 = 0'025 →1 – ∝/2 = 0,975 → $z_{\alpha/2}$ = 1.96

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1{,}96 \cdot \frac{5}{\sqrt{100}} = 0{,}98\ €$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$\left(\bar{x} - Error,\ \bar{x} + Error\right) = \left(104 - 0.98,\ 104 + 0.98\right)$$

El intervalo de confianza es $(103.02, 104.98)$

b) Con el mismo nivel de confianza tenemos que $z_{\alpha/2}$ = 1.96.
El error del intervalo de confianza debe ser 0,5 euros por lo que:

$$Error = 0{,}5 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0{,}5 \Rightarrow 1{,}96 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} = 0{,}5 \Rightarrow 1{,}96 \cdot \frac{5}{0{,}5} = \sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \left(1{,}96 \cdot \frac{5}{0{,}5}\right)^2 = 384{,}16$$

A partir de una muestra de 385 de estos productos el error del intervalo de confianza es menor de 0,5 €.

4B. En una ciudad se ha encuestado a 1250 vecinos, de los cuales 525 han manifestado estar a favor de la gestión económica del ayuntamiento.+
a) **[1,5 puntos]** Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la proporción de vecinos de esa ciudad que están a favor de la gestión económica del ayuntamiento, al 99 % de confianza.
b) **[1 punto]** En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? ¿Qué le ocurriría al error de estimación si, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, hubiese aumentado el tamaño de la muestra?

Sea X = Número de personas a favor de la gestión económica del ayuntamiento.

En la muestra de 1250 vecinos la proporción de vecinos a favor de la gestión del ayuntamiento es $p = \frac{525}{1250} = \frac{21}{50} = 0,42$ y en contra $1 - p = 1 - 0,42 = 0,58$.

Y el tamaño de la muestra es $n = 1250$

a)

Para un nivel de confianza del 99% tenemos que

$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0'005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = \mathbf{2,58}$

El error viene dado por la fórmula:

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,42 \cdot 0,58}{1250}} = 0,036$$

, por lo que el intervalo de confianza es:

$$\left(p - Error,\ p + Error\right) = \left(0.42 - 0.036,\ 0.42 + 0.036\right) = \left(0.384,\ 0.456\right).$$

b) En el intervalo anterior el error es de 0,036.
Si mantenemos todo igual y aumentamos el tamaño de la muestra el error disminuye, pues el tamaño de la muestra (*n*) aparece dividiendo en la fórmula del error.

$$\boxed{Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}.$$