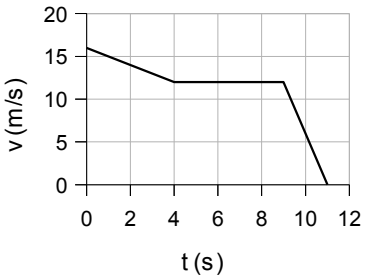
Problemas

1. Dos aldeas A y B están separadas por 30,0 km. Un móvil sale de A a las 13:45 y se mueve a la velocidad de 21,0 km/h. Otro móvil sale de B hacia A a las 13:50 y viaja a 27,0 km/h. Calcula a qué distancia de A se encuentran [1] y a qué hora. [1]

2. Para la gráfica de la figura,
   a) describe el movimiento en cada tramo [½]
   y calcula:
   b) La aceleración en cada tramo. [1]
   c) El desplazamiento total. [½]



3. Desde lo alto de un edificio de 25,0 m de altura un chaval lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10,0 m/s. Calcula:
   a) La altura máxima conseguida por la pelota. [1]
   b) El tiempo que tardará en caer la pelota al suelo. [½]
   c) La velocidad en ese momento. [½]

1. Dos aldeas A y B están separadas por 30,0 km. Un móvil sale de A a las 13:45 y se mueve a la velocidad de 21,0 km/h. Otro móvil sale de B hacia A a las 13:50 y viaja a 27,0 km/h. Calcula a qué distancia de A se encuentran y a qué hora.

Datos:
Origen de posiciones en A. $x_{0A} = 0$ $x_{0B} = 30{,}0$ km = 30 000 m
Origen de tiempo: a las 13:45 h $t_{0A} = 0$ $t_{0B} = 5$ min = 0,0833 h = 300 s
Sentido de la velocidad: positivo de A hacia B.
Se puede trabajar en kilómetros y horas o en metros y segundos. En este último caso las velocidades son:

$$v_A = \frac{21{,}0\,\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\,\text{h}}{3\,600\,\text{s}} \cdot \frac{10^3\,\text{m}}{1\,\text{km}} = 5{,}83\,\text{m/s}$$

$$v_B = -\frac{27{,}0\,\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1\,\text{h}}{3\,600\,\text{s}} \cdot \frac{10^3\,\text{m}}{1\,\text{km}} = -7{,}50\,\text{m/s}$$

Ecuación: $x = x_0 + v\,(t - t_0)$ Los dos se mueven con M.R.U.

Cálculos:

(en kilómetros y horas)	(en metros y segundos)
A: $x_A = 0 + 21{,}0 \cdot (t - 0) = 21{,}0 \cdot t$	A: $x_A = 0 + 5{,}83 \cdot (t - 0) = 5{,}83 \cdot t$
B: $x_B = 30{,}0 - 27{,}0 \cdot (t - 0{,}0833) = 32{,}25 - 27{,}0 \cdot t$	B: $x_B = 30\,000 - 7{,}50\,(t - 300) = 32\,250 - 7{,}50 \cdot t$

Se encuentran cuando: $x_A = x_B$

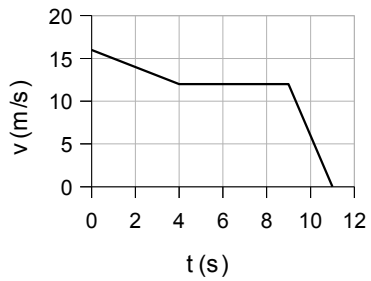
$21{,}0 \cdot t = 32{,}25 - 27{,}0 \cdot t$	$5{,}83 \cdot t = 32\,250 - 7{,}50 \cdot t$
$48{,}0 \cdot t = 32{,}25$	$13{,}3 \cdot t = 32\,250$
$t = 32{,}25 / 48{,}0 = 0{,}672$ h = 0:40:19 h	$t = 32\,250 / 13{,}3 = 2\,419$ s = 0:40:19 h

La posición calculada de la ecuación de A, da:

$$x_A = 21{,}0 \cdot 0{,}672 = 14{,}1 \text{ km}$$

Se encuentran a las: 13:45:00 + 0:40:19 = 14:25:19 h
Rta: Se encuentran a 14,1 km de A (y a 30,0 – 14,1 = 15,9 km de B) a las 14:25:19

2. Para la gráfica de la figura,
a) describe el movimiento en cada tramo
y calcula:
b) La aceleración en cada tramo.
c) El desplazamiento total.

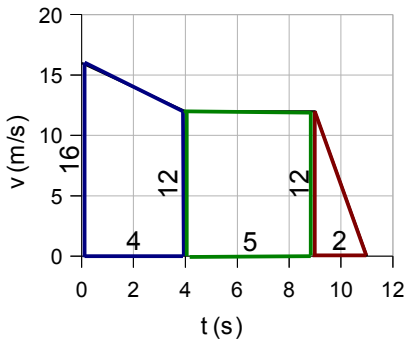


a) En el primero tramo, el móvil rebaja su velocidad desde los 16 m/s que tenía inicialmente hasta los 12 m/s durante 4 s, luego en el segundo tramo, mantiene la velocidad de 12 m/s durante 4 s y por último en el tercero tramo se detiene en 2 s.

b) $$a_1 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(12 - 16)\,\text{m/s}}{(4 - 0)\,\text{s}} = \frac{-4\,\text{m/s}}{4\,\text{s}} = -1\,\text{m/s}^2$$

$a_2 = 0$ (su velocidad se mantiene constante)

$$a_3 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(0-12)\,m/s}{(11-9)\,s} = \frac{-12\,m/s}{2\,s} = -6\,m/s^2$$



c) El desplazamiento total es igual al área bajo a gráfica:
Área del trapecio azul que es el desplazamiento del primero tramo:

$$\Delta x_1 = \frac{B+b}{2} \times h = \frac{16+12}{2} \times 4 = 56\,m$$

Área del rectángulo verde que es el desplazamiento del segundo tramo es:

$\Delta x_2 = B \times h = 5 \cdot 12 = 60$ m

Área del triángulo rojo que es el desplazamiento del tercero tramo es:

$$\Delta x_1 = \frac{B \times h}{2} = \frac{2 \times 12}{2} = 12\,m$$

Por lo que el desplazamiento total es:

$$\Delta x = 56 + 60 + 12 = 128 \text{ m}$$

Rta.: b) $a_1 = -1$ m/s^2 $a_2 = 0$ $a_3 = -6$ m/s^2 c) $\Delta x = 128$ m

3. Desde lo alto de un edificio de 25,0 m de altura un chaval lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10,0 m/s. Calcula:
   a) La altura máxima conseguida por la pelota.
   b) El tiempo que tardará en caer la pelota al suelo.
   c) La velocidad en ese momento.

Ecuaciones:

MRUA: $x = x_0 + v_0\,(t - t_0) + ½\,a\,(t - t_0)^2$

$v = v_0 + a\,(t - t_0)$

Cálculos:

Sistema de referencia con el origen en el suelo ($x_0 = 0$), sentido positivo hacia arriba. (Por lo tanto, $a = -9{,}8$ m/s^2)

Ecuación para la pelota: (tiempo en segundos, posición en metros)

$x = 25{,}0 + 10{,}0\,(t - 0) + ½\,(-9{,}8)\,(t - 0)^2$ $\qquad$ $x = 25{,}0 + 10{,}0\,t - 4{,}9\,t^2$

$v = 10{,}0 + (-9{,}8)\,(t - 0)$ $\qquad$ $v = 10{,}0 - 9{,}8\,t$

a) La altura es máxima cuando (t_h) la velocidad es 0 (cambia de sentido)

$0 = 10{,}0 - 9{,}8\,t_h$

$t_h = 10{,}0 / 9{,}8 = 1{,}0$ s

Para ese tiempo, la posición o altura respeto al suelo es:

$x_h = 25{,}0 + 10{,}0 \cdot 1{,}0 - 4{,}9 \cdot 1{,}0^2 = 30$ m

b) Cuando la pelota cae en el suelo (t_c), su posición vale $x_c = 0$ m

$0 = 25{,}0 + 10{,}0 \cdot t_c - 4{,}9\,t_c^2$

Es una ecuación de segundo grado que se puede escribir así:

$4{,}9\,t_c^2 - 10{,}0\,t_c - 25{,}0 = 0$

La solución es:

$$t_c = \frac{10{,}0 \pm \sqrt{(-10{,}0)^2 - 4 \cdot 4{,}9 \cdot (-25{,}00)}}{2 \cdot 4{,}9} = 3{,}5\,s$$

c) La velocidad con que choca contra el suelo es la velocidad en ese instante:

$v_c = 10{,}0 - 9{,}8 \cdot 3{,}5 = -24$ m/s

Rta.: a) $x_h = 30$ m b) $t_c = 3{,}5$ s c) $v_c = -24$ m/s