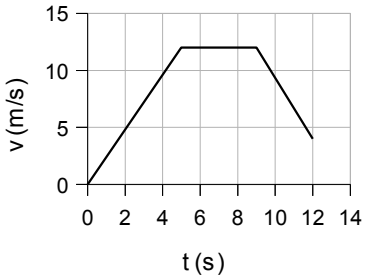
Problemas

1. Celavella y Celanova están separadas por 8,5 km. Xan, que vive en Celavella, llama a Brais, que vive en Celanova y deciden coger sus bicis para encontrarse en el camino entre las aldeas. Según lo acordado, Xan sale a las cuatro en punto y pedalea a la velocidad de 9,00 m/s. Brais tiene que hacer unos recados; por lo que no puede salir hasta las cuatro y cuarto y su bici no le permite ir más que a 6,00 m/s. Calcula donde se encuentran [1] y a qué hora. [1]

2. Para la gráfica de la figura,
   a) describe el movimiento en cada tramo [½]
   y calcula:
   b) La aceleración en cada tramo. [1]
   c) El desplazamiento total. [½]



3. Desde lo alto de un puente un chaval lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25,0 m/s. Sabiendo que la superficie del agua se encuentra a 6,00 m bajo el nivel superior del puente, calcula:
   a) La altura máxima conseguida por la piedra. [1]
   b) El tiempo que tardará en caer la piedra al agua. [½]
   c) La velocidad en ese momento. [½]

1. Celavella y Celanova están separadas por 8,5 km. Xan, que vive en Celavella, llama a Brais, que vive en Celanova y deciden coger sus bicis para encontrarse en el camino entre las aldeas. Según lo acordado, Xan sale a las cuatro en punto y pedalea a la velocidad de 9,00 m/s. Brais tiene que hacer unos recados; por lo que no puede salir hasta las cuatro y cuarto y su bici no le permite ir más que a 6,00 m/s. Calcula donde se encuentran y a qué hora.

Los dos se mueven con M.R.U.
Ecuación: $x = x_0 + v\,(t - t_0)$
Origen de posiciones (en metros) en Celavella. Origen de tiempo (en segundos) en las cuatro en punto.
Sentido de la velocidad: positivo de Celavella hacia Celanova.
Ecuaciones:
Xan: $x_X = 0 + 9{,}00 \cdot (t - 0) = 9{,}00 \cdot t$
La posición inicial de Brais es Celanova, 8,5 km = 8 500 m. Su tiempo inicial son 15 min = 900 s.
Su velocidad es negativa porque se mueve en sentido contrario al de Fiz.
Brais: $x_B = 8\,500 - 6{,}00\,(t - 900) = 8\,500 - 6{,}00\,t + 5\,400 = 13\,900 - 6{,}00 \cdot t$
Se encuentran cuando: $x_X = x_B$

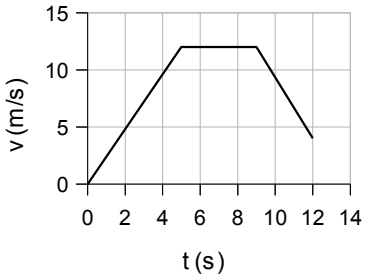
$$9{,}00 \cdot t = 13\,900 - 6{,}00 \cdot t$$
$$15{,}00 \cdot t = 12\,100$$
$$t = 13\,900 / 15{,}00 = 927 \text{ s} = 0{:}15{:}27 \text{ h}$$

La posición calculada de la ecuación de Xan, da:

$$x_X = 9{,}00 \cdot 927 = 8\,340 \text{ m} = 8{,}3 \text{ km}$$

Rta: Se encuentran a 8,3 km de Celavella (y a 8,5 – 8,3 = 0,2 km de Celanova) a las 16:15:27 h

2. Para la gráfica de la figura,
   a) describe el movimiento en cada tramo
   y calcula:
   b) La aceleración en cada tramo.
   c) El desplazamiento total.



a) En el primero tramo, el móvil parte del reposo y aumenta su velocidad hasta 12 m/s durante 5 s, luego en el segundo tramo, mantiene la velocidad de 12 m/s durante 4 s y por último en el tercero tramo frena durante 3 s hasta tener una velocidad de 4 m/s.

b) $$a_1 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(12 - 0)\,\text{m/s}}{(5 - 0)\,\text{s}} = \frac{12\,\text{m/s}}{5\,\text{s}} = 2{,}4\,\text{m/s}^2$$

$a_2 = 0$ (su velocidad se mantiene constante)

$$a_3 = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{(4 - 12)\,\text{m/s}}{(12 - 9)\,\text{s}} = \frac{-8\,\text{m/s}}{3\,\text{s}} = -2{,}7\,\text{m/s}^2$$

c) El desplazamiento total es igual al área bajo a gráfica:
Área del triángulo rojo que es el desplazamiento del primero tramo:

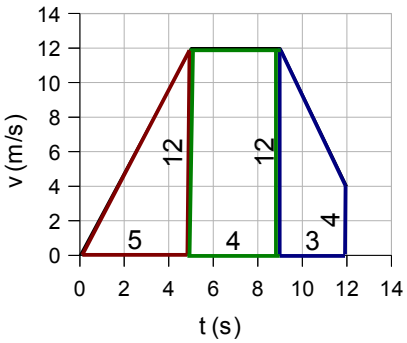
$$\Delta x_1 = \frac{B \times h}{2} = \frac{5 \times 12}{2} = 30\,\text{m}$$

Área del rectángulo verde que es el desplazamiento del segundo tramo es:

$$\Delta x_2 = B \times h = 4 \cdot 12 = 48\,\text{m}$$

Área del trapecio azul que es el desplazamiento del tercero tramo es:

$$\Delta x_1 = \frac{B + b}{2} \times h = \frac{12 + 4}{2} \times 3 = 24\,\text{m}$$



Por lo que el desplazamiento total es:

$$\Delta x = 30 + 48 + 24 = 102 \text{ m}$$

Rta.: b) $a_1 = 2{,}4 \text{ m/s}^2$ $a_2 = 0$ $a_3 = -2{,}7 \text{ m/s}^2$ c) $\Delta x = 102$ m

3. Desde lo alto de un puente un chaval lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25,0 m/s. Sabiendo que la superficie del agua se encuentra a 6,00 m bajo el nivel superior del puente, calcula:
   a) La altura máxima conseguida por la piedra.
   b) El tiempo que tardará en caer la piedra al agua.
   c) La velocidad en ese momento.

Ecuaciones:

MRUA: $x = x_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$

$v = v_0 + a (t - t_0)$

Cálculos:

Sistema de referencia con el origen en el puente ($x_0 = 0$), sentido positivo hacia arriba. (Por lo tanto, $a = -9{,}8 \text{ m/s}^2$)

Ecuación para la piedra: (tiempo en segundos, posición en metros)

$x = 0 + 25{,}0 (t - 0) + \frac{1}{2} (-9{,}8) (t - 0)^2$ $\quad x = 25{,}0\, t - 4{,}9\, t^2$

$v = 25{,}0 + (-9{,}8) (t - 0)$ $\quad v = 25{,}0 - 9{,}8\, t$

a) La altura es máxima cuando (t_h) la velocidad es 0 (cambia de sentido)

$0 = 25{,}0 - 9{,}8\, t_h$

$t_h = 25{,}0 / 9{,}8 = 2{,}6$ s

Para ese tiempo, la posición o altura respeto al puente es:

$x_h = 25{,}0 \cdot 2{,}6 - 4{,}9 \cdot 2{,}6^2 = 32$ m

b) Cuando la piedra cae en el agua (t_a), su posición es $x_a = -6{,}00$ m

$-6{,}00 = 25{,}0\, t_a - 4{,}9\, t_a^2$

Es una ecuación de segundo grado que se puede escribir así:

$4{,}9\, t_a^2 - 25{,}0\, t_a - 6{,}00 = 0$

La solución es:

$$t_a = \frac{25{,}0 \pm \sqrt{(-25{,}0)^2 - 4 \cdot 4{,}9 \cdot (-6{,}00)}}{2 \cdot 4{,}9} = 5{,}3 \text{ s}$$

c) La velocidad con que choca contra el agua es la velocidad en ese instante:

$v_a = 25{,}0 - 9{,}8 \cdot 5{,}3 = -27$ m/s

Rta.: a) $x_h = 23$ m b) $t_a = 5{,}3$ s c) $v_a = -27$ m/s