OPCIÓN DE EXAMEN 1

Problema 1.1:

Ejercicio 1 [3,5 puntos]

A. [3 puntos] Una empresa que fabrica grapadoras debe satisfacer un pedido de 325 unidades que empaqueta en cajas de diferentes tamaños. Hay tres modelos de cajas, A, B y C, en los que caben, respectivamente, 5, 10 y 15 unidades. Se dispone de un total de 35 cajas. Además, el total de cajas de los modelos A y B es seis veces el número de cajas del modelo C.

A1. [1 punto] Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular el número de cajas de cada modelo que se pueden utilizar para enviar el pedido.

A2. [1 punto] Analizar la compatibilidad de dicho sistema.

A3. [0,5 puntos] Resolverlo.

A4. [0,5 puntos] ¿A cuánto ha ascendido la factura de compra de las cajas, sabiendo que una unidad del modelo A cuesta 4,5 euros; una del modelo B, 8 euros; y una del C, 12 euros?

B. [0,5 puntos] Despejar la incógnita X de la siguiente ecuación matricial: B X B = B (X+A)

Solución:

A) Llamamos A al número de cajas del tipo A, B al número de cajas del tipo B y C al número de cajas del tipo C. Entonces:

A1) $$\left.\begin{array}{r} A+B+C=35 \\ 5A+10B+15C=325 \\ A+B=6C \end{array}\right\}$$

A2) $$\left.\begin{array}{r} A+B+C=35 \\ A+2B+3C=65 \\ A+B-6C=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 35 \\ 1 & 2 & 3 & 65 \\ 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}\right) \underset{3^aF\leftrightarrow 1^aF-3^aF}{\overset{2^aF\leftrightarrow 2^aF-1^aF}{\Rightarrow}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 35 \\ 0 & 1 & 2 & 30 \\ 0 & 0 & 7 & 35 \end{array}\right) \overset{3^aF\leftrightarrow 3^aF/7}{\Rightarrow}$$

$$\overset{3^aF\leftrightarrow 3^aF/7}{\Rightarrow} \left.\begin{array}{r} A+B+C=35 \\ B+2C=30 \\ C=5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \boxed{C=5} \\ B+10=30 \Rightarrow \boxed{B=20} \\ A+20+5=35 \Rightarrow \boxed{A=10} \end{array}\right\}$$

Luego el sistema es compatible determinado, de solución $A=10$, $B=20$ y $C=50$.

A3) La solución del sistema es $\{(10,20,5)\}$, es decir, necesita 10 cajas de tipo A, 20 de tipo B y 5 de tipo C para enviar el pedido.

A4) El precio total del pedido se calcula multiplicando el precio de cada caja por la cantidad de cajas que se necesitan de dicho tipo y sumando dichas cantidades: $10\cdot 4,5+20\cdot 8+5\cdot 12=45+160+60=265$.

Precio total: **265 €**.

B) $$B\cdot X\cdot B=B\cdot(X+A) \Rightarrow B^{-1}\cdot B\cdot X\cdot B=B^{-1}\cdot B\cdot(X+A) \Rightarrow X\cdot B=X+A \Rightarrow$$
$$\Rightarrow X\cdot B-X=A \Rightarrow X\cdot(B-I)=A \Rightarrow X=A\cdot(B-I)^{-1}$$

suponiendo que tanto B como $(B-I)$ son matrices invertibles.

Problema 1.2:

Ejercicio 2 [3,5 puntos] Dada la función : $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-4}$

A. [0,2 puntos] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [0,6 puntos] Las asíntotas.
C. [1,1 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
D. [1,1 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
E. [0,5 puntos] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

Solución:

A) El dominio vendrá dado por los puntos que tienen imagen, es decir, todos aquellos valores de x que no anulen al denominador:

$$Dom\ f = \{x \in \mathbb{R}/x^2-4 \neq 0\} = \boxed{\mathbb{R}-\{-2;2\}} \text{ ya que } x^2-4=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=\pm 2$$

El punto de corte con el eje de ordenadas vendrá dado por el valor $x = 0$ (que está en el dominio y, por tanto, proporciona un punto de corte) y su imagen: $f(0) = \dfrac{1}{-4} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left(0, \dfrac{-1}{4}\right)}$

Los puntos de corte con el eje de abscisas se obtienen al resolver la ecuación $f(x)=0$:

$\dfrac{x^2+1}{x^2-4}=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+1=0$ que no tiene soluciones en el conjunto de los números reales. Por tanto, <u>no hay puntos de corte con el eje de abscisas</u>.

Dominio = $\mathbb{R}-\{-2;2\}$. El único punto de corte con los ejes es (0, –1/4)

B1) Las posibles asíntotas verticales se encontrarán en los puntos que no pertenecen al dominio:

$$\lim_{x\to -2} \frac{x^2+1}{x^2-4} = \left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \left(\dfrac{3}{0^+}\right) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \left(\dfrac{3}{0^-}\right) = -\infty \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=-2} \text{ A.V.}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+1}{x^2-4} = \left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \left(\dfrac{3}{0^-}\right) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2+1}{x^2-4} = \left(\dfrac{3}{0^+}\right) = +\infty \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=2} \text{ A.V.}$$

B2) Como $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x^2+1}{x^2-4} = 1 \quad \text{(grado numerador = grado denominador)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y=1} \text{ A.H.}$

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-4} = 1 \quad \text{(función par)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y=1} \text{ A.H.}$$

B3) Como consecuencia de que hay una asíntota horizontal, no existen asíntotas oblicuas.

Las asíntotas verticales son $\boldsymbol{x=-2}$ y $\boldsymbol{x=2}$. Hay asíntota horizontal: $\boldsymbol{y=1}$.

C1) $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{x^2-4} \quad\Rightarrow\quad f'\left(x\right)=\dfrac{2x\cdot\left(x^2-4\right)-\left(x^2+1\right)\cdot 2x}{\left(x^2-4\right)^2}=\dfrac{-10x}{\left(x^2-4\right)^2}$

Por tanto:

> *f* es creciente cuando *f'* sea positiva, es decir, si $x<0$.
>
> *f* es decreciente cuando *f'* sea negativa, es decir, si $x>0$.

C2) Así pues, el único punto donde cambia la monotonía es en $x = 0$, que está en el dominio tanto de *f* como de *f '*, y donde la función es continua y derivable. Por tanto, es un extremo relativo. Al cambiar la monotonía de creciente a decreciente, es un máximo relativo.

f creciente	$]-\infty,0[$	$\left(0,\dfrac{-1}{4}\right)$ máximo relativo
f decreciente	$]0,\infty[$	

D1) $f'\left(x\right)=\dfrac{-10x}{\left(x^2-4\right)^2} \quad\Rightarrow\quad f''\left(x\right)=\dfrac{-10\cdot\left(x^2-4\right)^{\cancel{2}}+10x\cdot 2\cdot\cancel{\left(x^2-4\right)}\cdot 2x}{\left(x^2-4\right)^{\cancel{4}\,3}}=\dfrac{30x^2+40}{\left(x^2-4\right)^3}$

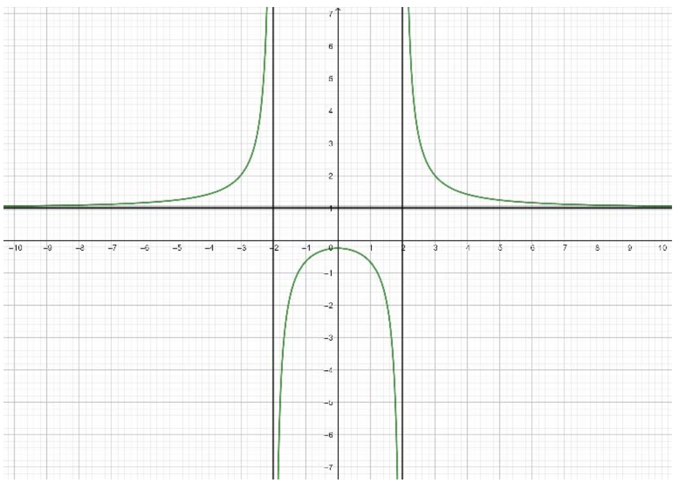
Por tanto, ya que el numerador no se anula nunca y es siempre positivo, el signo de la segunda derivada es el mismo que el del denominador:

> *f* es cóncava cuando *f''* es negativa, es decir, si $-2<x<2$ (entre las raíces el signo es el contrario al coeficiente líder 1).
>
> *f* es convexa cuando *f''* es positiva, es decir, si $x<-2$ o $x>2$ (en los otros intervalos los signos se alternan con el anterior).

D.2.) Así pues, los únicos puntos donde cambia la curvatura no están en el dominio de definición de la función y, por tanto, no pueden ser puntos de inflexión. Dicho de otra forma: como la segunda derivada no se anula, no hay puntos de inflexión.

f cóncava $(\cap)$	$]-2,2[$	No hay puntos de inflexión
f convexa $(\cup)$	$]-\infty,-2[\,\cup\,]2,\infty[$	

E.)



Problema 1.3:

Ejercicio 3 [3 puntos]

De los 360 alumnos de nuevo ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, conocemos el número de matriculados en el Centro de Idiomas de la Universidad. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	Matriculados en C. de Idiomas	No matriculados en C. de Idiomas	Total
G. Económicas	57	63	120
G. Adm. y D. Empresas	106	134	240
Total	163	197	360

Elegido un alumno al azar,

A. [1 punto] ¿Calcular la probabilidad de que no esté matriculado en el Centro de Idiomas?

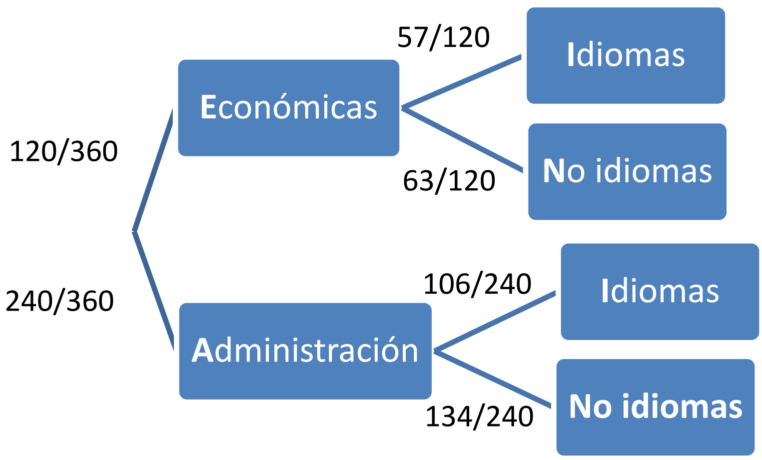
B. [1 punto] Si sabemos que el alumno pertenece al Grado en Económicas, ¿cuál es la probabilidad de que esté inscrito en el Centro de Idiomas?

C. [1 punto] Calcular la probabilidad de que sea del Grado en Administración y D. de Empresas y no esté inscrito en el Centro de Idiomas.

Solución:

Consideremos los siguientes sucesos:

E = "estudiar Económicas", A = "estudiar Administración", I = "estar matriculado en el Centro de Idiomas" y N = "no estar matriculado en el Centro de Idiomas"



A) $P(N) \overset{T^{\text{ma}}\text{ Prob. total}}{=} P(A)\cdot P(N/A)+P(E)\cdot P(N/E)=\frac{\boxed{240}}{360}\cdot\frac{134}{\boxed{240}}+\frac{\boxed{120}}{360}\cdot\frac{63}{\boxed{120}}=\frac{197}{360}=0.5472$

B) $P(I/E)=\frac{57}{120}=0.475$

C) $P(A\cap N)=P(N/A)\cdot P(A)=\frac{134}{\boxed{240}}\cdot\frac{\boxed{240}}{360}=\frac{134}{360}=0.372$

A) $P(N)\ = \mathbf{0.5472}$; B) $P(I/E)=\mathbf{0.475}$; C) $P(A\cap N)=\mathbf{0.372}$

OPCIÓN DE EXAMEN 2

Problema 2.1:

Ejercicio 1 [3,5 puntos]

A. [3 puntos] Dado el siguiente sistema:
$$\begin{cases} -x & +4y & = 6 \\ 2x & +3y & = \dfrac{5a}{2} \\ 5x & +2y & = a^2 \end{cases}$$

A1. [2,5 puntos] Determinar, según los valores del parámetro a, los casos en los que tiene o no tiene solución y si esta es única o no.

A2. [0,5 puntos] Resolver los casos compatibles.

B. [0,5 puntos] A, B y C son tres matrices cuadradas de dimensión 3. Sus determinantes son: $|A|=3$, $|B|=-2$ y $|C|=6$. Calcular:

B1. [0,2 puntos] $|A^t B^{-1}|$

B2. [0,1 puntos] $|D|$ siendo D la matriz resultante de multiplicar por 2 los elementos de la segunda columna de C.

B3. [0,2 puntos] $|B^2 E|$ siendo E la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de A.

Solución:

A) Las matrices asociadas al sistema son $A=\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ y $(A|b)=\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 5a/2 \\ 5 & 2 & a^2 \end{array}\right)$.

Estudiemos sus rangos:

A1) $\text{rango}(A)=2$ ya que hay un menor de orden 2 no nulo: $\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -3-8=-11 \neq 0$.

$$|A|b| = \begin{vmatrix} -1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 5a/2 \\ 5 & 2 & a^2 \end{vmatrix} = -3a^2+50a+24-90-8a^2+5a = -11a^2+55a-66=0$$

$$\Leftrightarrow \quad a^2-5a+6=0 \quad \Rightarrow \quad a=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm 1}{2}=\begin{cases} a_1=2 \\ a_2=3 \end{cases}$$

Por tanto:

Si $a \neq 2$ y $a \neq 3$, $\text{rango}(A|b)=3 \neq \text{rango}(A)=2$ y, como consecuencia, el sistema es incompatible (sin solución).

Si $a=2$ o $a=3$, $\text{rango}(A|b)=2=\text{rango}(A)=\text{nº incógnitas}$ y, como consecuencia, el sistema es compatible determinado (solución única).

A2) Si $a = \mathbf{2}$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 4 \end{array}\right) \underset{\substack{3^{a}F\leftrightarrow 5\cdot 1^{a}F+3^{a}F \\ 2^{a}F\leftrightarrow 2\cdot 1^{a}F+2^{a}F}}{\Rightarrow} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 4 & 6 \\ 0 & 11 & 17 \\ 0 & 22 & 34 \end{array}\right) \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -x+4y=6 \\ 11y=17 \end{array}\right\} \Rightarrow Sol = \left\{\left(\frac{2}{11}, \frac{17}{11}\right)\right\}$$

Si $a = \mathbf{3}$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 4 & 6 \\ 2 & 3 & \frac{15}{2} \\ 5 & 2 & 9 \end{array}\right) \underset{\substack{3^{a}F\leftrightarrow 5\cdot 1^{a}F+3^{a}F \\ 2^{a}F\leftrightarrow 2\cdot 1^{a}F+2^{a}F}}{\Rightarrow} \left(\begin{array}{cc|c} -1 & 4 & 6 \\ 0 & 11 & \frac{39}{2} \\ 0 & 22 & 39 \end{array}\right) \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -x+4y=6 \\ 22y=39 \end{array}\right\} \Rightarrow Sol = \left\{\left(\frac{12}{11}, \frac{39}{22}\right)\right\}$$

Si $a \neq \mathbf{2}$ y $a \neq \mathbf{3}$	$\text{rango}(A\mid b) = \mathbf{3} \neq \text{rango}(A) = \mathbf{2}$		Compatible incompatible
Si $a = \mathbf{2}$ o $a = \mathbf{3}$	$\text{rango}(A\mid b) = \mathbf{2} = \text{rango}(A) = \text{n}^{\text{o}}$ incógnitas		Compatible determinado
Si $a = \mathbf{2}$	$Sol = \left\{\left(\mathbf{\frac{2}{11}}, \mathbf{\frac{17}{11}}\right)\right\}$	Si $a = \mathbf{3}$	$Sol = \left\{\left(\mathbf{\frac{12}{11}}, \mathbf{\frac{39}{22}}\right)\right\}$

B1) $\left|A^t \cdot B^{-1}\right| = \left|A^t\right| \cdot \left|B^{-1}\right| = \frac{|A|}{|B|} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{-2}} = \boxed{\frac{\mathbf{-3}}{\mathbf{2}}}$

Ya que el determinante de una matriz y la de su traspuesta son iguales y el determinante de una matriz y la de su inversa, caso de existir, también son inversos.

B2) $|D| = \mathbf{2} \cdot |C| = \mathbf{2} \cdot \mathbf{6} = \boxed{\mathbf{12}}$

Ya que, al multiplicar toda una columna por un número, el determinante queda multiplicado por dicho número.

B3) $\left|B^2 \cdot E\right| = |B \cdot B \cdot E| = |B| \cdot |B| \cdot |A| \cdot (-\mathbf{1}) = |B|^2 \cdot |A| \cdot (-\mathbf{1}) = (-\mathbf{2})^2 \cdot \mathbf{3} \cdot (-\mathbf{1}) = \mathbf{4} \cdot \mathbf{3} \cdot (-\mathbf{1}) = \boxed{-\mathbf{12}}$

Ya que, al intercambiar dos filas de orden, el determinante cambia de signo.

B1) $|A^t \cdot B^{-1}| = \frac{-\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$; B2) $|D| = \mathbf{12}$; B3.) $|B^2 \cdot E| = -\mathbf{12}$.

Problema 2.2:

Ejercicio 2 [3,5 puntos]

A. [1,75 puntos]

Una empresa juguetera puede vender x unidades al mes de un determinado modelo de tren eléctrico, al precio de $518-x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.

Hallar el número de unidades que maximizan el beneficio mensual. ¿A cuánto ascienden los ingresos?

B. [1,75 puntos] Dada la función $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 6x$

B1. [0,1 puntos] Los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B2. [0,4 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

B3. [0,4 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

B4. [0,25 puntos] Con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

B5. [0,6 puntos] Calcular el área de la región delimitada por la curva y el eje OX.

Solución:

A) El beneficio mensual se obtendrá al restarle a los ingresos por las ventas, $f(x)=\left(518-x^2\right)\cdot x=-x^3+518x$, los gastos totales, $g(x)=275x+225$.

Por tanto, la función que queremos maximizar es $B(x)=-x^3+243x-225$, donde x es el número de unidades que se han vendido en un mes.

Así pues: $B'(x)=-3x^2+243=0 \overset{:3}{\Leftrightarrow} -x^2+81=0 \Leftrightarrow x^2=81 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-9 \\ x_2=9 \end{cases}$

$$B''(x)=-6x \Rightarrow \begin{cases} B''(-9)=54>0 \Rightarrow \text{mínimo en } x=-9 \\ B''(9)=-54<0 \Rightarrow \text{máximo en } x=9 \quad \left[B(9)=-729+2187-225=1233\right] \end{cases}$$

Como conclusión, se tienen que fabricar 9 unidades al mes y el beneficio será de 1233 €.

B) $f(x)=-2x^3-4x^2+6x$

B1) $f(0)=0 \Rightarrow \boxed{(0,0)}$ es el punto de corte con el eje de ordenadas

$$f(x)=-2x^3-4x^2+6x=0 \Rightarrow x\cdot\left(x^2+2x-3\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=1 \end{cases} \end{cases}$$

Luego $\boxed{(-3,0);(0,0);(1,0)}$ son los puntos de corte con el eje de abscisas.

B2) $f'(x) = -6x^2 - 8x + 6 = 0 \overset{:(-2)}{\Leftrightarrow} 3x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{52}}{6} = \dfrac{-4 \pm 2\sqrt{13}}{6} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{13}}{3}$

Luego, como el signo entre las raíces es el contrario al coeficiente líder (-6) y se alternan:

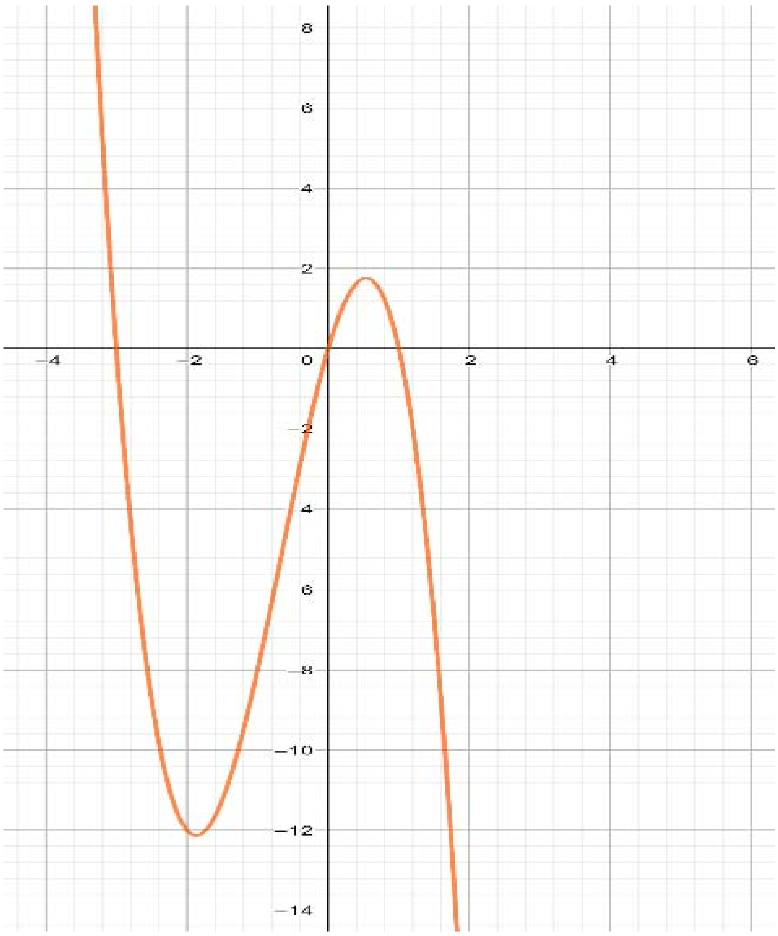
f decreciente	$\left]-\infty, \dfrac{-2-\sqrt{13}}{3}\right[\cup \left]\dfrac{-2+\sqrt{13}}{3}, \infty\right[$	$(-1.86852, -12.129)$ mínimo relativo
f creciente	$\left]\dfrac{-2-\sqrt{13}}{3}, \dfrac{-2+\sqrt{13}}{3}\right[$	$(0.535184, 1.7588)$ máximo relativo

B3) $f''(x) = -12x - 8 = 0 \overset{:(-4)}{\Leftrightarrow} 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-2}{3}$

Luego:

f cóncava $(\cap \text{ o } f''<0)$	$\left]\dfrac{-2}{3}, \infty\right[$	$\left(\dfrac{-2}{3}, \dfrac{-140}{27}\right)$ punto de inflexión
f convexa $(\cup \text{ o } f''>0)$	$\left]-\infty, \dfrac{-2}{3}\right[$	

B4)



B5) El área limitada por la curva y el eje OX se calcula mediante:

$$\left|\int_{-3}^{0} f(x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{1} f(x)\,dx\right| = \left|\frac{-45}{2}\right| + \left|\frac{7}{6}\right| = \frac{135+7}{6} = \frac{142}{6} = \boxed{\frac{71}{3}\ u^2}$$

$$\int \left(-2x^3 - 4x^2 + 6x\right) dx = \frac{-x^4}{2} - \frac{4x^3}{3} + 3x^2$$

$$\left[\frac{-x^4}{2} - \frac{4x^3}{3} + 3x^2\right]_{x=-3}^{x=0} = 0 - \left[\frac{-81}{2} + 36 + 27\right] = \frac{81}{2} - 63 = \frac{81-126}{2} = \frac{-45}{2}$$

$$\left[\frac{-x^4}{2} - \frac{4x^3}{3} + 3x^2\right]_{x=0}^{x=1} = \left[\frac{-1}{2} - \frac{4}{3} + 3\right] - 0 = \frac{-3-8+18}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\left|\int_{-3}^{0} \boldsymbol{f(x)dx}\right| + \left|\int_{0}^{1} \boldsymbol{f(x)dx}\right| = \left|\frac{\mathbf{-135}}{\mathbf{6}}\right| + \left|\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{6}}\right| = \frac{\mathbf{135+7}}{\mathbf{6}} = \frac{\mathbf{142}}{\mathbf{6}} = \boxed{\frac{\mathbf{71}}{\mathbf{3}}}$$

Problema 2.3:

Ejercicio 3 [3 puntos]

El gasto mensual en alquiler de los inquilinos de la zona centro de determinada ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica 73 euros. Una muestra aleatoria de 350 inquilinos da como resultado una renta media de 689,3 euros.

A. [1,5 puntos] Obtener el intervalo de confianza del 93% para la renta media.

B. [1,5 puntos] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 91% sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

Solución:

A) X = gasto mensual en alquiler $\sim N(\mu, 73)$

M = muestra de **350** > 30 inquilinos $\sim N\left(689.3; \frac{73}{\sqrt{350}}\right) = N(689.3; 3.9)$

Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.93 \Rightarrow \alpha = 0.07 \Rightarrow \quad 1 - \dfrac{\alpha}{2} = 0.965 = P\left[Z \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right] \quad \Rightarrow \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.815$

Error de estimación: $E_\alpha = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.815 \cdot 3.9 = 7.0785$

Intervalo de confianza al 93 % para la media poblacional: $I_\alpha =]689.3 - 7.0785; 689.3 + 7.0785[$

Intervalo de confianza al 93 % para la media poblacional: $\boxed{I_\alpha =]682.2215; 696.3785[}$

B) Nivel de confianza: $1 - \alpha = 0.91 \Rightarrow \alpha = 0.09 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.955 = P\left[Z \le z_{\frac{\alpha}{2}}\right] \quad \Rightarrow \quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.695$

Error de estimación: $E_\alpha = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.695 \cdot \dfrac{73}{\sqrt{n}} = 2.3595 \Rightarrow 52.44 \simeq \dfrac{123.735}{2.3595} = \sqrt{n} \Rightarrow n \simeq 2749.95$

El tamaño mínimo de la muestra para que se cumplan las condiciones del enunciado debe ser: $\boxed{\mathbf{2750} \text{ personas}}$