Ejercicio 1.(3 puntos). Dada la función real de variable real

$$f(x)=\begin{cases} x^2+3\mathrm{x}-5 & si \quad x\leq 1 \\ -x^2 & si \quad x>1 \end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad y derivabilidad de la función en su dominio.
b) Representar de forma esquemática la función.
c) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en x=1.

Ejercicio 2.(3 puntos).
Se considera la función real de variable real definida por:
$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2$
a) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Hállense sus extremos relativos y sus puntos de inflexión.
c) Estudiar su curvatura (concavidad-convexidad)

Ejercicio 3. (2 puntos).
Se considera la función:

$$\mathrm{f(x)} = \begin{cases} \dfrac{-4}{x+2}-1 & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{1}{x+1} & si \quad x>0 \end{cases}$$

a) Estudia si f(x) es continua y derivable en el punto x = 0.
b) Determinar las asíntotas de la función y los puntos de corte con los ejes.

Ejercicio 4. (2 puntos).
Supongamos que el consumo eléctrico de un país (expresado en gigavatios) entre las 0 y las 8 horas viene dado por la función $c(x) = 10x - x^2 + 16$, con $0 \leq x \leq 8$. Determínese cuáles son el consumo máximo y el mínimo en ese intervalo de tiempo, y los instantes en los que se alcanzan.

① $f(x) = \begin{cases} x^2+3x-5 & \text{si } x \le 1 \\ -x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} x^2+3x-5 = 1+3-5 = -1$

//

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1} -x^2 = -1^2 = -1$

$\exists \lim\limits_{x\to 1} f(x) = -1 = f(1)$ $\quad f(x)$ continua en todo $\mathbb{R}$

$f'(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \le 1 \\ -2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ $\quad f'(1^-) = 2+3 = 5$

$f'(1^+) = -2$ ✗

$f'(1^-) \neq f'(1^+)$ $f(x)$ no es derivable en $x=1$

b) $f'(x) = 0$ $\quad 2x+3=0$ $\quad x = -\frac{3}{2}$ $\quad f''(x) = 2 \to$ mínimo

$-2x = 0$ $\quad x = 0$ (No se alcanza)

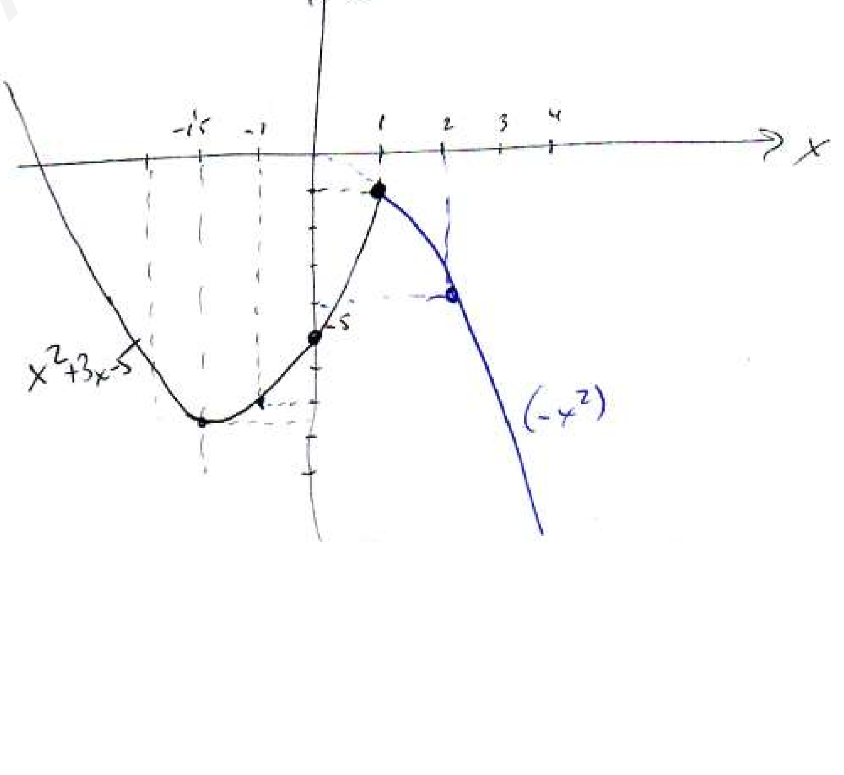
$f(-\frac{3}{2}) = -7'25$

$f(-1) = -7$

$f(0) = -5$

$f(1) = -1$

$f(2) = -4$



c) $x = 1$ $\quad f(x) = x^2 + 3x - 5$ $\quad f(1) = -1$

$y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1)$ $\quad f'(x) = 2x + 3$

$y + 1 = 5(x - 1)$ $\quad f'(1) = 2 + 3 = 5$

$y = 5x - 5 - 1$ $\quad \boxed{y = 5x - 6}$

Ejercicio 2

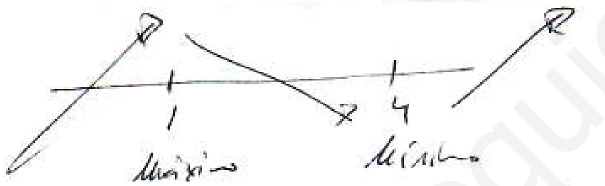
$f(x) = 24x - 15x^2 + 2x^3 + 2$

$f'(x) = 24 - 30x + 6x^2$ $\quad f'(x) = 0$

$24 - 30x + 6x^2 = 0$ $\quad \begin{cases} x = 1 \rightarrow (1, f(1)) \Rightarrow (1, 13) \text{ Máximo} \\ x = 4 \rightarrow (4, f(4)) \Rightarrow (4, -14) \text{ Mínimo} \end{cases}$

$f''(x) = -30 + 12x$ $\quad f''(1) = -30 + 12 = -18$ $\quad x = 1$ Máximo

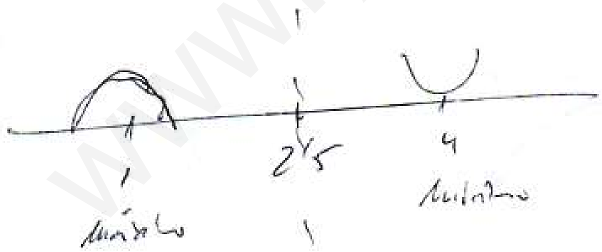
$f''(4) = -30 + 48 = +18$ $\quad x = 4$ Mínimo



$f(x) \begin{cases} \text{CRECE } (-\infty, 1) \cup (4, \infty) \\ \text{DECRECE } (1, 4) \end{cases}$

$f''(x) = 0$ $\quad -30 + 12x = 0$ $\quad x = \frac{30}{12} = 2'5$ pto inflexión

$(2'5, -0'5)$



CÓNCAVA $(-\infty, 2'5)$

CONVEXA $(2'5, \infty)$

③

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-4}{x+2}-1 & \text{si } x\leq 0\\[2ex] \dfrac{1}{x+1} & \text{si } x>0\end{cases}$$

a) Continuidad en $x=0$ Discontinua No evitable

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{-4}{x+2}-1 = -\frac{4}{2}-1=-2-1=-3$$

$\neq$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1}=1$$

$$\nexists \lim_{x\to 0} f(x)$$

Si no es continua en $x=0$

No puede ser derivable en dicho punto.

b) Ptos de corte

$x=0$ $\quad f(0)=\dfrac{-4}{0+2}-1=-\dfrac{4}{2}-1=-3$

$(0,-3)$

$$y=0 \quad \begin{cases} 0=\dfrac{-4}{x+2}-1 \Rightarrow 1=\dfrac{-4}{x+2} \\ 0=\dfrac{1}{x+1} \Rightarrow 0=1? \end{cases}$$

$x+2=-4$

$x=-6$

$(-6,0)$

③

b) Asíntotas:

Dominio $f(x) = \mathbb{R} - \{-2\}$

$x = -2$ A. Vertical

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \lim_{x \to -2^-} \frac{-4}{x+2} - 1 = +\infty$$

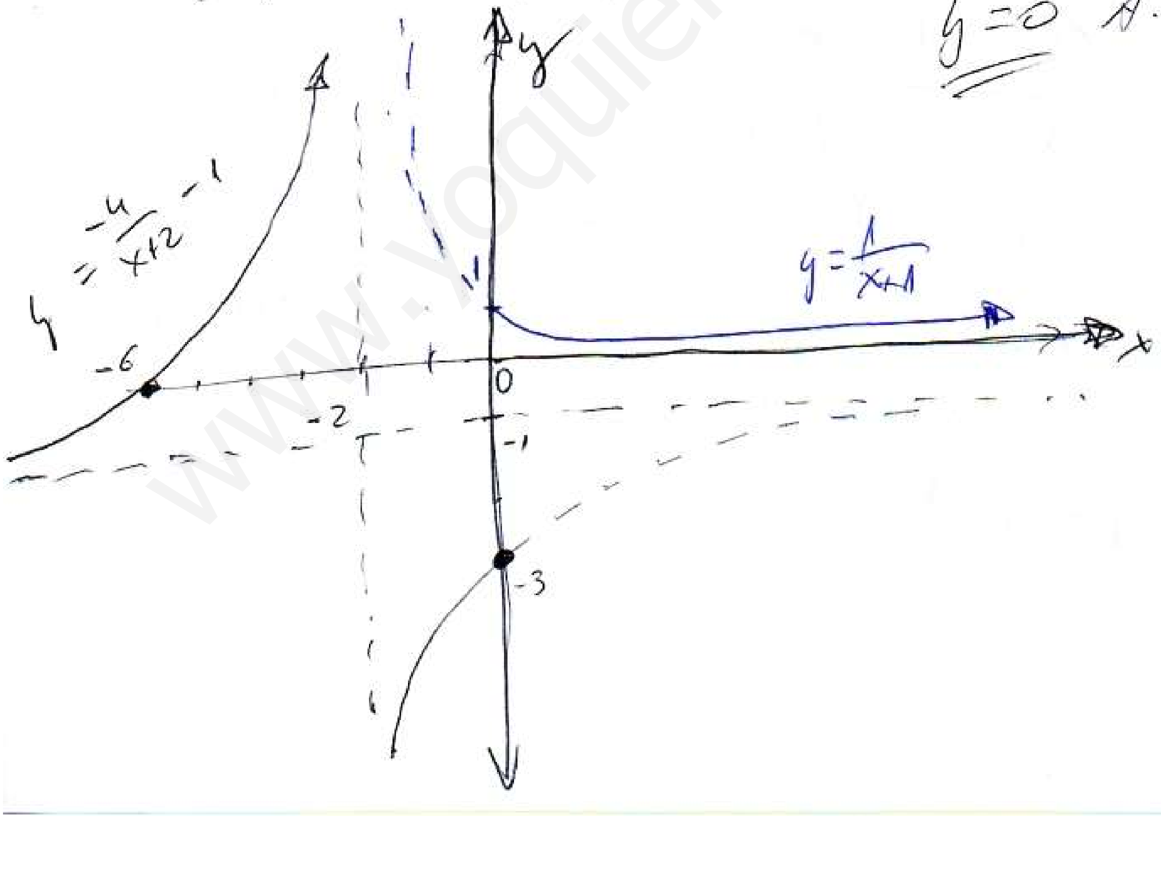
$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \lim_{x \to -2^+} \frac{-4}{x+2} - 1 = -\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{-4}{x+2} - 1 = -1$$

$y = -1$ A. Horizontal

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$$

$y = 0$ A. Horizontal



④ $0 \le x \le 8$

$C(x) = 10x - x^2 + 16$

$C'(x) = 10 - 2x$ $\qquad C'(x) = 0 \qquad 10 - 2x = 0$

$C''(x) = -2 \longrightarrow x = 5$ Máximo $\qquad x = 5$

$(5, 41) \qquad f(5) = 41$

Máximo 41 gigavatios a las 5h.

$C(0) = 16$

$C(8) = 32$

Mínimo valor $C(0) = 16$

Mínimo 16 gigavatios a las 0h