Problema nº1

Un vehículo emite ruido con una potencia sonora de 10 W. Hallar el nivel de intensidad sonora a una distancia de:

a) 3 m.

b) 20 m.

Solución

a) La intensidad de la onda sonora en un punto situado a 3 metros del vehículo es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10}{4\pi \cdot 3^2} = 0{,}089\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

El nivel correspondiente de intensidad sonora es:

$$\beta_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{0{,}089}{10^{-12}} = 109\ \mathrm{dB}$$

b) La intensidad de la onda sonora en un punto situado a 20 metros del vehículo es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10}{4\pi \cdot 20^2} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

El nivel correspondiente de intensidad sonora es:

$$\beta_{dB} = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{2{,}0 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} = 93\ \mathrm{dB}$$

Problema nº2

Una onda está descrita por la ecuación

$$y = 6\mathrm{sen}3\pi(2t - 4x)$$

Estando x e y expresadas en centímetros y t en segundos. Halla:

a) La amplitud de la vibración.

b) El período de vibración de las partículas alcanzadas por la onda.

c) La frecuencia.

d) La longitud de onda.

Solución

Se puede escribir la ecuación de la forma siguiente:

$$y = 6\,\mathrm{sen}3\pi(2t - 4x) = 6\,\mathrm{sen}\,(6\pi t - 12\pi x) = 6\,\mathrm{sen}\,2\pi(3t - 6x) = 6\,\mathrm{sen}\,2\pi(\frac{t}{1/3} - \frac{x}{1/6})$$

Comparando con la ecuación de ondas:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

Resulta:

a) $A = 6\mathrm{cm}$

b) $T = \frac{1}{3} = 0{,}33\,\mathrm{s}$

c) $\nu = \frac{1}{T} = 3\,\mathrm{Hz}$

d) $\lambda = \frac{1}{6} = 0{,}17\ \mathrm{cm}$

Problema nº3

Un punto dista un tercio de longitud de onda de un foco emisor de ondas. Calcula su elongación en el instante t = 0,75T, sabiendo que la amplitud de la vibración es 3 cm.

Solución

Se tiene t = 0,75T, x = 1/3λ = 0,33λ. Sustituyendo esto en la ecuación de ondas resulta:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = 3\mathrm{sen}\,2\pi(\frac{0{,}75T}{T} - \frac{0{,}33\lambda}{\lambda}) = 3\,\mathrm{sen}\,2\pi(0{,}75 - 0{,}33) = 3\,\mathrm{sen}\,0{,}84\pi = 1{,}45\,\mathrm{cm}$$

Problema nº4
Calcula la potencia con que emite ruido un martillo neumático sabiendo que genera un nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 5 m.
Solución
La intensidad de la onda sonora en un punto situado a 5 metros del martillo es:

$$\beta_{dB} = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\beta_{dB}/10}$$

$$I = 10^{-12}\cdot 10^{50/10} = 10^{-7}\ \mathrm{Wm^{-2}}$$

La potencia P del martillo en ese mismo punto es:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = 4\pi r^2 \cdot I$$

$$P = 4\pi\cdot 5^2\cdot 10^{-7} = 1{,}26\cdot 10^{-4}\ \mathrm{W}$$

Problema nº5
Escribe la función de onda correspondiente a una onda transversal de 0,4 centímetros de amplitud que se propaga por una cuerda con una velocidad de 10 m /s con una frecuencia de 50 Hz.
Solución
La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{10}{50} = 0{,}2\ \mathrm{m}$$

El valor del período es:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{50} = 0{,}02\ \mathrm{s}$$

La ecuación de ondas resulta:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) = 0{,}4\,\mathrm{sen}\,2\pi\left(\frac{t}{0{,}02} - \frac{x}{0{,}2}\right) = 0{,}4\,\mathrm{sen}\,2\pi(50t - 5x)$$

Donde y está expresada en centímetros.

Problema nº6
La ecuación de una onda armónica que se desplaza por una cuerda es
$y(x,t) = 0.003\mathrm{sen}(120t - 40x)$
Estando x e y expresadas en metros y t en segundos. Halla:
a)La amplitud, el período y la longitud de onda.
b)La frecuencia y la velocidad de propagación.
c)El valor del desplazamiento máximo de un punto de la cuerda.
Solución
La ecuación de onda es: y(x, t) = 0,003sen(120t – 40x) = Asen(ωt – kx). Por tanto:
a)De la ecuación sacamos la amplitud A = 0,003 m = 3 mm; la frecuencia angular ω = 120 y el número de ondas k = 40. Con esto podemos calcular el periodo T = 2π/ω = 0,052 s y la longitud de onda con la expresión k = π /λ; λ = 2π/40 = 0,157 m = 15,7 cm
b) La frecuencia es ν = 1/T = 1/0,052 = 19,1 Hz; la velocidad de propagación v = λ/T = 0,157/0,052 m/s v = 3,0 m /s
b) El desplazamiento máximo de un punto de la cuerda coincide con la elongación máxima o amplitud.
y(máx) = A = 3 mm

Problema nº7
Calcula hasta qué distancia será audible un altavoz que emite con una potencia de 2 μW.
Solución
La intensidad de una onda sonora audible debe ser, al menos de 10^{-12}.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4\pi r^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 400\,m$$

Problema nº8

La ecuación de una onda armónica es: y = 0,02sen(4πt – πx)

Estando x e y expresadas en metros y t en segundos:

a) Halla la amplitud, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Calcula la elongación del punto x = 2 m en el instante t = 3 s.

Solución

a) Comparando la ecuación dada con la ecuación de ondas y = Asen(ωt – kx) resulta:

La Amplitudes A = 0,02 m = 2 cm.; la Frecuencia angular ω = 4π; el Periodo T = 2π/(4π) = 0,5 s; La Frecuencia ν = 1/T = 1/0,5 = 2 Hz; la Longitud de onda λ = 2π/k = 2π/π = 2 m y la Velocidad de propagación v = λν = 2 · 2 = 4 m / s

b) Para x = 2 m y t = 3 s:

y = 0,02sen(4π·3 – π·2) = 0,02sen10π = 0

Problema nº9

La intensidad de una onda sonora es diez veces la intensidad de otra. Expresa en decibelios la diferencia de los niveles de intensidad sonora entre ambas ondas.

Solución

Para la primera onda tenemos:

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} = 10 \log I_1 - 10 \log I_0$$

Y para la segunda onda:

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{10 \cdot I_1}{I_0} = 10 \log 10 + 10 \log I_1 - 10 \log I_0$$

La diferencia de los niveles de intensidad sonora es:

$$\beta_2 - \beta_1 = (10 \log 10 + 10 \log I_1 - 10 \log I_0) - (10 \log I_1 - 10 \log I_0) = 10 \log 10 = 10\,dB$$

Problema nº10

Dos corchos que flotan en un estanque de agua, dan 15 oscilaciones cada 20 segundos cuando son alcanzados por una onda. Sabiendo que la distancia entre ellos es 85 cm y que oscilan en oposición de fase, calcula la velocidad de propagación de la onda sobre la superficie del agua.

Solución

Si los corchos oscilan en oposición de fase la distancia entre ellos equivale a media longitud de onda:

λ/2 = 85 cm; λ = 170 cm = 1,7 m

La frecuencia es: ν = 15 oscilaciones/20 s ; ν = 0,75 Hz

Por tanto, la velocidad de propagación es: v = λ · ν = 1,7 · 0,75 = 1,28 m/s

Problema nº11

Una onda armónica tiene una frecuencia de 10 kHz, una amplitud de 1 milímetro y una velocidad de propagación de 1600 m /s.

a) Calcula su longitud de onda.

b) Escribe la correspondiente ecuación de onda.

Solución
a) La longitud de onda es: $\lambda = v / \nu = 1600 / 10000 = 0{,}16$ m
b) La Pulsación es: $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2\pi \cdot 10000 = 20000\pi$;
El número de onda es: $k = 2\pi / \lambda = 2\pi / 0{,}16 = 12{,}5\pi$
La ecuación de ondas es:
$y = A\text{sen}(\omega t - kx) = 0{,}001\text{sen}(20000\pi t - 12{,}5\pi x)$

Problema nº12
La ecuación de onda de una cuerda es: y = 5sen(4t - 5x)
Estando y expresada en milímetros, x en metros y t en segundos. Calcula:
a) El desplazamiento de los puntos x = 1 cm, x = 10 cm en el instante t = 0.
b) El desplazamiento en el punto x = 8 cm en los instantes t = 0 s, t = 1 s, t = 10 s.
c) La velocidad de propagación de la onda.
d) La velocidad máxima de vibración de un punto de la cuerda.
e) La diferencia de fase para un punto de la cuerda en un intervalo de tiempo de 5 segundos.
f) La diferencia de fase entre dos puntos separados 3 metros para un instante dado.

Solución
a) Para t = 0 s, x = 1 cm: y = 5sen(4 × 0 - 5 × 0,01) = - 0,25 mm
Para t = 0 s, x = 10 cm: y = 5sen(4 × 0 - 5 × 0,1) = - 2,4 mm
b) Para t = 0 s, x = 8 cm: y = 5sen(4 × 0 - 5 × 0,08) = - 1,9 mm
Para t = 1 s, x = 8 cm: y = 5sen(4 × 1 - 5 × 0,08) = - 2,2 mm
Para t = 10 s, x = 8 cm: y = 5sen(4 × 10 - 5 × 0,08) = 4,7 mm
c) Velocidad de propagación:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{m/s}$$

d) La velocidad de vibración de un punto de la cuerda es la derivada de la elongación respecto al tiempo: Velocidad de vibración: v = 5× 4cos(4t - 5x) = 20 cos (4t - 5x)
Estando v expresada en cm /s, t en segundos y x en metros. El valor máximo de la velocidad de vibración de un punto es: v(máx) = 20 cm /s
e) diferencia de fase para un punto: $(wt_1-kx)-(wt_2-kx) = w(t_1-t_2)$ 4 rad/s × 5 s = 20 rad
f) diferencia de fase para un instante dado: $(wt- kx_1)-(wt-kx_2) = k(x_2-x_1)$ 5 rad/m × 3 m = 15 rad