

## LOGARITMOS Y ECUACIONES LOGARÍTMICAS.

1. Calcula los logaritmos que se indican:

a)  $\log_2 32$

b)  $\log_5 625$

c)  $\log 1000$

d)  $\log_3 81$

e)  $\ln e^3$

f)  $\log 10^5$

g)  $\ln e^x$

h)  $\log_2 64$

i)  $\log_3 729$

j)  $\log_2 128$

Sol: a) 5; b) 4; c) 3; d) 4; e) 3; f) 5; g)  $x$ ; h) 6; i) 6; j) 7

2. Halla los logaritmos siguientes:

a)  $\log_2(1/8)$

b)  $\log_2(1/2)$

c)  $\log_2(1/32)$

d)  $\log_3(1/3)$

e)  $\log_3(1/9)$

f)  $\log_3(1/81)$

g)  $\log_5(1/5)$

h)  $\log_5 125$

i)  $\log_5 25$

Sol: a) -3; b) -1; c) -5; d) -1; e) -2; f) -4; g) -1; h) 3; i) 2

3. Empleando la calculadora halla:

a)  $\log 8$

b)  $\log 3$

c)  $\log 121$

d)  $\log(5,74)$

e)  $\log(3,15)$

f)  $\log(102,31)$

g)  $\ln(4,15)$

h)  $\ln(3,19)$

i)  $\ln 103$

4. Halla el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a)  $\log_x 32 = 5$

b)  $\log_x 36 = 2$

c)  $\log_x 81 = 2$

d)  $\log_x 49 = 2$

e)  $\log_x 5 = \frac{I}{2}$

f)  $\log_x \frac{I}{16} = -4$

g)  $\log_x 5 = -\frac{I}{2}$

h)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

i)  $\log_x 0,01 = -2$

j)  $\log_x 4 = -\frac{I}{2}$

k)  $\log_x 216 = 3$

l)  $\log_x 64 = 3$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=6$ ; c)  $x=9$ ; d)  $x=7$ ; e)  $x=25$ ; f)  $x=2$ ; g)  $x=1/25$ ; h)  $x=4$ ; i)  $x=10$ ; j)  $x=1/16$ ; k)  $x=6$ ; l)  $x=4$

5. Calcula x en las siguientes ecuaciones:

a)  $\log x = \log 5 - \log 2$

b)  $\ln x = 2 \ln 3$

c)  $1 + 2 \log x = 3$

d)  $3 \log_3 x = -9$

Sol: a)  $x=5/2$ ; b)  $x=9$ ; c)  $x=10$ ; d)  $x=1/27$

6. Resuelve:

a)  $\log_2 16 = x$

b)  $\log(10000) = x$

c)  $\log_3 27 = x$

d)  $\log_a x = 0$

e)  $\log_9 x = 2$

f)  $\log_{16} 4 = x$

g)  $\log_9 \sqrt[3]{3} = x$

Sol: a)  $x=4$ ; b)  $x=4$ ; c)  $x=3$ ; d)  $x=1$ ; e)  $x=81$ ; f)  $x=1/4$ ; g)  $x=1/6$

7. Resuelve:

$$a) \log_x 0,0001 = -4$$

$$b) \log_2 \frac{1}{32} = x$$

$$c) \log_x 10 = \frac{1}{3}$$

$$d) \log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$$

$$e) \log 1 = x$$

$$f) \log_3 \sqrt{81} = x$$

$$g) \log_2 (\log_2 2^8) = x$$

$$h) \log_5 \sqrt{5} = x$$

$$i) \log_5 625 = x$$

Sol: a)  $x=10$ ; b)  $x=-5$ ; c)  $x=10^3$ ; d)  $x=5/2$ ; e)  $x=0$ ; f)  $x=2$ ; g)  $x=3$ ; h)  $x=1/2$ ; i)  $x=4$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \log x + \log 30 = 1$$

$$b) \log (2x) = \log 32 - \log x$$

Sol: a)  $x=1/3$ ; b)  $x=4$

9. Resuelve:

$$a) \log x = \log 2$$

$$b) \log x = 3$$

$$c) \log x = 5$$

$$d) \log_2 (32^2) = x$$

$$e) \log x = 2 \log 3$$

$$f) \log x - \log 10 = 2$$

$$g) 4 \log_3 (2x - 5) = \log_3 81$$

$$h) \log_2 (x^2 + x + 2) = 2$$

$$i) \log_2 \left( \frac{3x^2 + 5}{2x - 1} \right) = 3$$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=1000$ ; c)  $x=100000$ ; d)  $x=10$ ; e)  $x=9$ ; f)  $x=1000$ ; g)  $x=4$ ; h)  $x=1, x=-2$ ; i)  $x=1, x=13/3$

10. Resuelve:

$$a) \log (3x + 25) = 2$$

$$b) \frac{5 - 3x}{x - 2} = \log 0,1$$

$$c) \log_3 (3x - 1) - \log_3 (x + 1) = 2$$

$$d) 3 \log_2 (x - 1) = \log_2 8$$

$$e) \log 3 + \log (x - 1) = \log (2x)$$

$$f) \log \frac{x}{100} = \log 10^4 - \log x$$

$$g) \begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ x - 3y = 70 \end{cases}$$

Sol: a)  $x=25$ ; b)  $x=3/2$ ; c)  $x=-5/3$ ; d)  $x=3$ ; e)  $x=3$ ; f)  $x=1000$ ; g)  $x=100, y=10$

11. Expresa los siguientes logaritmos en función de  $\log 2$ :

$$a) \log 64$$

$$b) \log \frac{1}{16}$$

$$c) \log 5$$

$$d) \log 0,32$$

$$e) \log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$$

Sol: a)  $6 \log 2$ ; b)  $-4 \log 2$ ; c)  $1 - \log 2$ ; d)  $5 \log 2 - 2$ ; e)  $2 \log 2 - 1/3$

12. Sabiendo que  $\log 2 = 0,30103$  y  $\log 3 = 0,47712$ , calcula:

$$a) \log 4$$

$$b) \log 5$$

$$c) \log 6$$

$$d) \log 9$$

$$e) \log 18$$

$$f) \log 30$$

$$g) \log 48$$

$$h) \log 72$$

$$i) \log 16$$

$$j) \log 40$$

$$k) \log 20$$

$$l) \log 32$$

13. Sabiendo que  $\log 2=0,30103$  y  $\log 3=0,47712$ , calcula:

- a)  $\log 0,3$     b)  $\log 0,48$     c)  $\log \sqrt[3]{40}$     d)  $\log \frac{48}{9}$     e)  $\log \frac{18}{5}$   
 f)  $\log 0,072$     g)  $\log \frac{30}{4,8}$     h)  $\log (1,8)^3$     i)  $\log \sqrt[4]{\frac{9}{32}}$   
 j)  $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$     k)  $\log \left( \frac{8}{3} \right)^2$     l)  $\log \left( \frac{5}{4} \right)^3$

14. Halla:

- a)  $\log_2 \left( \frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right)$     b)  $\log_3 \left( \frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^{-1}}{8I^2 \cdot 3^{-2}} \right)$   
 c)  $\log \left( \frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$     d)  $\log_5 \left( \frac{5^{-2} \sqrt{625}}{25 \sqrt{125}} \right)$

Sol: a) -5/2; b) -9/2; c) 2/3; d) -7/2

15. Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

- a)  $\log 3$     b)  $\log_2 e$     c)  $\log_3 5$     d)  $\log 5$     e)  $\log_5 25$

Sol: a)  $\ln 3 / \ln 10$ ; b)  $1 / \ln 2$ ; c)  $\ln 5 / \ln 3$ ; d)  $\ln 5 / \ln 10$ ; e)  $\ln 25 / \ln 5 = 2$

17. ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?. Sol:  $x < 1$

18. Prueba que  $\ln 10 \cdot \log_e = 1$

19. Si la base de un sistema de logaritmos es 1/3. ¿Cómo son los logaritmos de los números mayores que 1? Sol: negativos

20. Si se multiplica un número por 8 ¿Qué variación experimenta su logaritmo en base 2?. Sol: se le suma 3

21. Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{cases} \quad c) \begin{cases} -3x + y = 70 \\ \log y - \log x^2 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 12 \\ \log_2 x - \log_2 y^3 = -3 \end{cases} \quad e) \begin{cases} \log_2(x - y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases} \quad f) \begin{cases} \log x + \log y = 4 \\ y - 4x = 0 \end{cases}$$

Sol: a)  $x=100, y=10$ ; b)  $x=27, y=9$ ; c)  $x=10, y=100$ ; d)  $x=8, y=4$ ; e)  $x=8, y=4$ ; f)  $x=50, y=200$

22. Resuelve:

$$a) \begin{cases} \log(x/y) = 1 \\ 3\log x + \log y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log x - \log y = -1 \\ \log x + \log y = 1 - \log 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 16 \\ 2^x \cdot 2^y = 2^8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \log x + \log y = -1 \\ \log x - \log y = 3 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - 5y = 50 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

Sol: a)  $x=10, y=1$ ; b)  $x=1/2, y=5$ ; c)  $x=5, y=3$ ; d)  $x=10, y=10$ ; e)  $x=10, y=1/100$ ; f)  $x=100, y=10$

23. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x - \log y = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 30 \\ \log_3 x - \log_3 y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \ln x + \ln y = \ln 8 \\ e^{x-y} = e^2 \end{cases}$$

Sol: a)  $x=10, y=10$ ; b)  $x=27, y=3$ ; c)  $x=1000, y=100$ ; d)  $x=4, y=2$

24. Resuelve:

a)  $\log_3 9 = x$

b)  $\log_x(1/8) = -3$

c)  $\log_2 x = 5$

d)  $\log_3(3/9) = x$

e)  $\log_x 5 = -2$

f)  $\ln(1/e^2) = x$

g)  $\log_9(3/3) = x$

h)  $\log_{(1/2)} 8 = x$

i)  $\log_3 x^4 = 8$

j)  $\log x + \log 2 = \log 5$

k)  $\log_{1/2} 2^3 = x$

l)  $\log x - 1 = 2$

Sol: a)  $x=2$ ; b)  $x=2$ ; c)  $x=32$ ; d)  $x=-3/2$ ; e)  $x=1/5$ ; f)  $x=-2$ ; g)  $x=-1/4$ ; h)  $x=-3$ ; i)  $x=9$ ; j)  $x=5/2$ ; k)  $x=-3$ ; l)  $x=1000$

25. Resuelve las ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log(x+4) - \log(3x) = -2 \log 3$

b)  $\ln x - \ln(x-2) = \ln(4x-3) - \ln 3$

c)  $\log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x)$

d)  $2 \log x - \log(2x) = \log(x-1)$

e)  $\ln(x^2+2) - \ln(x+1) = \ln(2-x)$

f)  $3 \log x - 2 \log 2 = \log(x^2) - \log 2$

Sol: a)  $x=12$ ; b)  $x=3$ ; c)  $x=3$ ; d)  $x=2$ ; e)  $x=0$ ; f)  $x=2$

27. Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

$$a) 2 \log_2 \left( \frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right)$$

$$b) \log \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}}$$

$$c) \ln \left( \frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right)$$

$$d) \log_3 \left( \frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right) \quad e) \log_5 \left( \frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right) \quad f) \log_4 \left( \frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right)$$

Sol a) -1; b) -1; c) 13/2; d) 0; e) -1; f) 3/4

28. Resuelve los sistemas:

$$a) \begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 5y = 5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2 \log_2 x - \log_3 y = 2 \\ \log_2 x + \log_3 y = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = \log \sqrt{10} \\ \log_2 x^2 + \log_2 y = 1 \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \log_2 x^3 - \log_2 y = 3 \\ \log_2 2x + \log_2 y^2 = 2 \end{cases} \quad f) \begin{cases} \log x^2 + \log y = 4 \\ \frac{\log x}{\log y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Sol: a) x=25, y=4; b) x=4, y=9; c) x=2, y=1; d) x=3, y=9; e) x=2, y=1; f) x=10, y=100

29. Resuelve:

$$a) \log_{27} 3 = x \quad b) \log_2 \sqrt[3]{32} = x \quad c) \log_x 7 = \frac{1}{2}$$

$$d) \log_3 \frac{81}{x} = 3 \quad e) \log_x 32 = \frac{5}{2} \quad f) \log_{\sqrt{1000}} x = 0$$

$$g) \log_{49} \sqrt{7} = x \quad h) \log_2 \frac{x}{4} = -2 \quad i) \log_x \sqrt{81} = 2$$

$$j) \log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1 \quad k) \log_5 \frac{100}{x} = 2 \quad l) \log_{\sqrt{x}} 9 = 2$$

Sol: a) x=1/3; b) x=5/3; c) x=49; d) x=3; e) x=4; f) x=1; g) x=1/4; h) x=1; i) x=3; j) x=9; k) x=4; l) x=9

30. Resuelve las ecuaciones:

$$a) \ln(x-1) - \ln(x^2-1) = \ln\left(\frac{1}{3}\right) \quad b) \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) + \ln 2 = \ln(x+3)$$

$$c) \log(x+1) + \log(x-2) = \log(2-x) \quad d) 2 \log(x-1) = 2 \log 2$$

$$e) \log(x+1) - \log \sqrt{x-1} = \log(x-2) \quad f) \log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$$

Sol: a) x=2; b) x=1; c) x=-1, x=2; d) x=-1, x=3; e) x=5; f) x=1