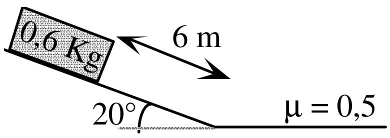
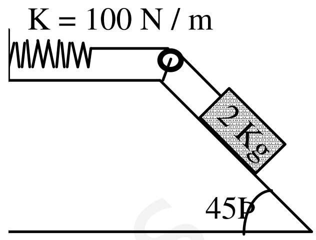
7) Un bloque de 0.6 kg se desliza 6 m por un plano inclinado liso que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Después sigue por un plano horizontal rugoso, siendo el coeficiente de rozamiento de 0,5.
a) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo al final del plano inclinado.
b) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo después de recorrer 1m sobre el plano horizontal?
c) ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse?
Sol.: a) 6,34 m / s b) 5,52 m / s c) 4,104 m.



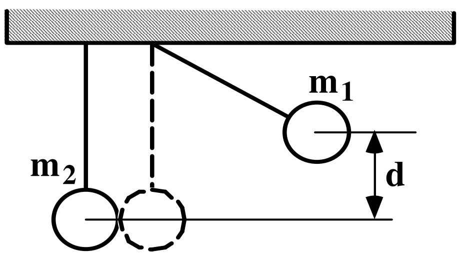
8) Un bloque de 2 kg situado sobre un plano inclinado áspero se conecta a un resorte ligero que tiene una constante K = 100 N / m. El bloque se libera a partir del reposo cuando el resorte no está estirado y la polea carece de fricción. El bloque se mueve 20 cm hacia abajo antes de quedar en reposo. Hallar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano.
Sol.: $\mu = 0,277$.



9) La energía potencial de una partícula en cierto campo de fuerzas centrales se expresa: $U = a/r^2 - b/r$, donde a y b son constantes positivas y r es la distancia hasta el centro de fuerzas. Hallar: a) El valor r_0 correspondiente a la posición de equilibrio de la partícula y razonar si corresponde a un equilibrio estable o inestable. b) El valor máximo de la fuerza de atracción. c) Representar gráficamente U(r) y F(r) y discutir los posibles movimientos de una partícula en este campo.
Sol: a) 2a/b, estable, b) $b^3/(27a^2)$

10) Tres esferas idénticas A, B y C están en línea recta sobre un plano horizontal; se lanza A contra B con velocidad V_A = 40 m/s. Determinar la velocidad de las tres esferas después de chocar A con B, luego B con C y después A con B, por segunda vez. El coeficiente de restitución es 0,5 ¿Habrá más choques?
Sol.: V_A = 8,125 m / s, V_B = 9,375 m / s, V_C = 22,5 m / s

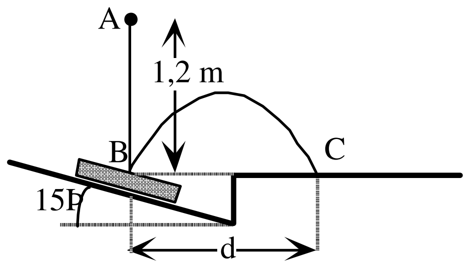
11).En el esquema adjunto, si se suelta m_1 desde la distancia d y choca con m_2 con coeficiente de restitución e calcular:
a) Las alturas alcanzadas por cada una de las masas después del choque en función de m_1, m_2, e y d.
b) Si m_1 = 0.1 kg, m_2 = 0.2 kg y d = 0.2 m calcular las alturas de las dos masas después del choque si éste es: 1) perfectamente elástico, 2) perfectamente inelástico, 3) parcialmente elástico con e = 0.9.
c) Resolver el apartado anterior también para el caso en que la masa m_2 es elevada y soltada contra la masa m_1.



Sol.: a) $v'_2 = -\sqrt{2\,g\,d}\;\dfrac{m_1\,(1+e)}{m_1+m_2}$ $v'_1 = -\sqrt{2\,g\,d}\;\dfrac{m_1 - m_2 e}{m_1+m_2}$ b) (e = 1) 2,22 cm 8,88 cn
(e = 0) 2,22 cm 2,22 cn
(e = 0,9) 1,43 cm 7,96 ci

c) (e = 1) 55,50 cm 2,22 cm
(e = 0) 2,22 cm 2,22 cm
(e = 0,9) 46,79 cm 1,43 cm

12) Una bola de acero A cae sobre una placa rígida B, también de acero, y rebota al punto C. Sabiendo que el coeficiente de restitución es 0.80, calcular d.
Sol.: 1,47 m

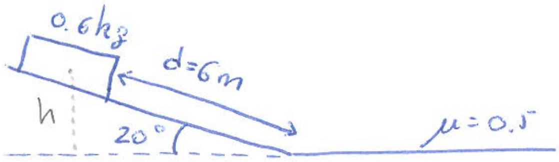


Problema 7.-1 Un bloque de 0.6 kg se desliza 6 m por un plano inclinado liso que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Después sigue por un plano horizontal rugoso, siendo el coeficiente de rozamiento de 0,5.

a) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo al final del plano inclinado?

b) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo después de recorrer 1 m sobre el plano horizontal?

c) ¿Qué distancia recorrerá antes de detenerse?



a) Para calcular la velocidad del cuerpo al final del plano inclinado podemos aplicar la ley de conservación de la energía mecánica (en este tramo no hay rozamiento).

La energía inicial es enteramente potencial. Tomando el cero de energías en la base:

$$E_{mec}^{ini} = U^{ini} = mgh = mg \cdot d \cdot \operatorname{sen} 20°$$

Al pie del plano inclinado, toda la energía es cinética:

$$E_{mec}^{base} = K^{base} = \frac{1}{2} m \cdot v_{base}^2$$

Como la energía mecánica se conserva en esta parte del recorrido (sin rozamiento):

$$\cancel{m} g d \operatorname{sen} 20° = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v_{base}^2$$

$$v_{base} = \sqrt{2 g d \operatorname{sen} 20°} = 6,34 \text{ m/s}$$

b) Cuando se llega a la base y comienza el rozamiento, parte de la energía se disipa. La fuerza de rozamiento realiza un trabajo

$$W_{roz} = -f_r \cdot \Delta x = -\mu \cdot N \cdot \Delta x = -\mu m g \Delta x$$

$$\Delta K = W_{roz}$$

Si $\Delta x = 1\ m$, entonces

$$\boxed{W_{roz} = -0.5 \cdot 0.6 \cdot 9.80 \cdot 1\ J = -2.94\ J}$$

En ese momento, tras recorrer 1 m, la energía cinética del bloque vale.

$$K_{(1m)} = K^{inicial} + W_{roz}$$

$$\frac{1}{2} m v_{(1m)}^2 = \frac{1}{2} m v_{inicial}^2 + W_{roz}$$

$$\boxed{v_{(1m)} = \sqrt{v_{inicial}^2 + \frac{2 W_{roz}}{m}} = 5,51\ m/s}$$

c) Para que el objeto se detenga, toda la energía cinética tiene que haberse disipado:

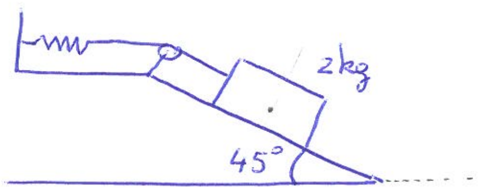
$$\Delta K = \underset{\uparrow}{0} - K_{inicial} = -\mu m g \cdot \Delta x$$

En el instante final no hay energía cinética

$$\Delta x = \frac{K_{inicial}}{\mu m g} = \frac{\frac{1}{2} \cancel{m} v_{inicial}^2}{\mu \cancel{m} g} = \frac{v_{inicial}^2}{2 g \mu}$$

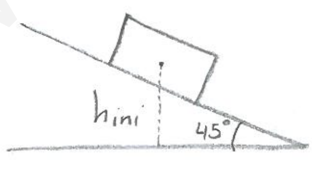
$$\boxed{\Delta x = 4,102\ m}$$

Problema 8.- Un bloque de 2 kg situado sobre un plano inclinado áspero se conecta a un resorte ligero que tiene una constante $k = 100\ N/m$.
El bloque se libera a partir del reposo cuando el resorte no está estirado y la polea carece de fricción. El bloque se mueve 20 cm hacia abajo antes de quedar en reposo. Hallar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano.



- Calculamos la energía mecánica del sistema en la situación inicial.

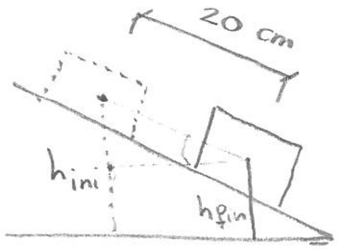
  - Como el muelle no está inicialmente estirado, la energía elástica es nula
  - El muelle carece de masa, luego su energía cinética es nula
  - El bloque parte del reposo, luego su energía cinética también se anula
  - Tomando como origen de energía potencial el suelo, la energía potencial gravitatoria será mgh_{ini}



luego:
$$E_{mec}^{ini} = mgh_{ini}$$

- En la situación final tampoco hay energía cinética, pero el muelle se estira 20 cm, por lo que hay una energía potencial elástica:
$$E_{pot\ elástica} = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

· Al bajar 20 cm, la altura del objeto también disminuye.



$$\Delta h = h_{ini} - h_{fin}$$

$$\text{sen } 45 = \frac{\Delta h}{0.2}$$

$$\Downarrow$$

$$\Delta h = 0.2 \cdot \text{sen } 45^\circ$$

La energía potencial gravitatoria en la situación final vale

$$E_{pot\ gra} = mgh_{fin}$$

Luego la energía mecánica del sistema en la situación final vale:

$$E_{mec}^{final} = \frac{1}{2} k \Delta x^2 + mgh_{fin}$$

La variación en la energía mecánica es el trabajo disipado por la fuerza de rozamiento:

$$\Delta E_{mec} = E_{mec}^{final} - E_{mec}^{inicial} = \frac{1}{2} k \Delta x^2 + mgh_{fin} - mgh_{ini}$$

$$= \frac{1}{2} k \Delta x^2 + mg(h_{fin} - h_{ini})$$

$$= \frac{1}{2} k \Delta x^2 - mg \Delta h$$

$$= \frac{1}{2} k \Delta x^2 - mg (0.2 \text{ sen } 45^\circ)$$

$$= (2 - 2.772) \text{ J} = \underline{-0.772 \text{ J} = W_{roz}}$$

Por definición de trabajo.

$$W_{roz} = \vec{f}_{roz} \cdot \Delta \vec{r} = f_{roz} \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -f_r \cdot \Delta r$$

En este caso Δr es 20 cm a lo largo de la rampa.

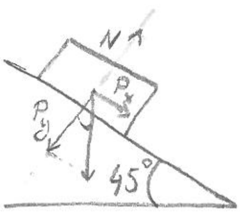
$$-f_r \cdot (0.2) = -0.772 \text{ J}$$

$$\Downarrow$$

$$f_r = \frac{0.772 \text{ J}}{0.2 \text{ m}} = 3.859 \text{ N}$$

Pero el módulo de la fuerza de rozamiento se puede calcular como:

$$f_r = \mu \cdot N$$



Como la aceleración en la dirección perpendicular al plano es nula,

$$N = P_y = mg \cdot \text{sen } 45 = 1.386 \text{ N}$$

Luego $\boxed{\mu = \frac{f_r}{N} = \frac{3.859 \text{ N}}{1.386 \text{ N}} = 0.278}$

9.- La energía potencial de una partícula en cierto campo de fuerzas centrales se expresa $U = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$, donde a y b son constants positivas y r es la distancia al centro de fuerzas.

a) El valor de r_0 correspondiente a la posición de equilibrio de la partícula, y razonar si corresponde a un equilibrio estable o inestable.

$$U = \frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}$$

En la posición de equilibrio la energía potencial será mínima.

$$\frac{dU}{dr} = 0$$

$$\frac{dU}{dr} = \frac{d}{dr}\left(\frac{a}{r^2} - \frac{b}{r}\right) = \frac{d}{dr}\left(ar^{-2} - b \cdot r^{-1}\right)$$

$$= (-2)\, ar^{-3} - (-1) \cdot b\, r^{-2}$$

$$= -\frac{2a}{r^3} + \frac{b}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{2a}{r_0} + b = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2a}{r_0} = b \Rightarrow \quad \underline{\underline{r_0 = \frac{2a}{b}}}$$

Para saber si es un punto de equilibrio estable ó inestable tenemos que saber si éste punto corresponde con un máximo ó un mínimo local del potencial.

$$\frac{d^2U}{dr^2} = \frac{d}{dr}\left(-\frac{2a}{r^3} + \frac{b}{r^2}\right) = \frac{d}{dr}\left(-2ar^{-3} + br^{-2}\right)$$

$$= 6ar^{-4} - 2br^{-3} = \frac{6a}{r^4} - \frac{2b}{r^3}$$

a y b son positivas

Evaluando la derivada segunda en r_0:

$$\frac{6a}{r_0^4} - \frac{2b}{r_0^3} = \frac{6a}{\frac{16a^4}{b^4}} - \frac{2b}{\frac{8a^3}{b^3}} = \frac{3b^4}{8a^3} - \frac{2b^4}{8a^3} = \frac{b^4}{8a^3} > 0$$

$\Downarrow$

r_0 es un mínimo local $\Rightarrow$ ESTABLE

b) El valor máximo de la fuerza de atracción:

La fuerza de atracción vale:

$$F = -\frac{du}{dr} = -\left(-\frac{2a}{r^3} + \frac{b}{r^2}\right) = \frac{2a}{r^3} - \frac{b}{r^2}$$

Para calcular el punto en el cual la fuerza de atracción es máxima:

$$\frac{dF}{dr} = 0$$

$$\frac{dF}{dr} = \frac{d}{dr}\left(2a\,r^{-3} - b\,r^{-2}\right) = -6a\,r^{-4} + 2b\,r^{-3} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{6a}{r_0^4} + \frac{2b}{r_0^3} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{6a}{r_0} + 2b = 0 \quad ;; \quad -\frac{3a}{r_0} + b = 0$$

$$\frac{3a}{r_0} = b \quad ;; \quad r_0 = \frac{3a}{b}$$

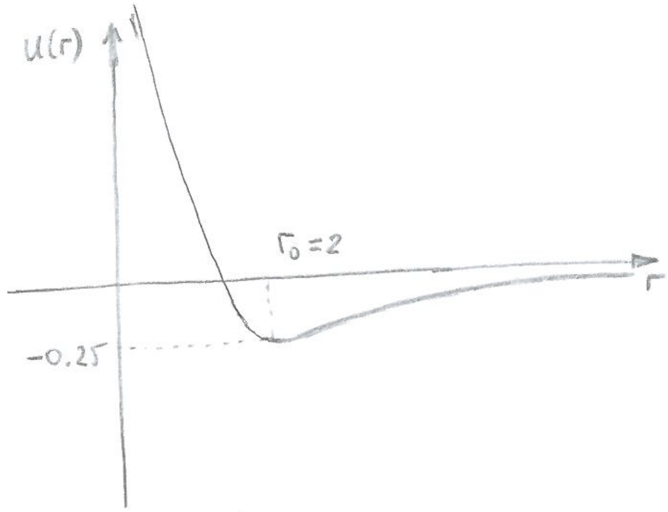
En este punto, la fuerza vale:

$$F = \frac{2a}{\left(\frac{3a}{b}\right)^3} - \frac{b}{\left(\frac{3a}{b}\right)^2} = \frac{2a}{\frac{27a^3}{b^3}} - \frac{b}{\frac{9a^2}{b^2}}$$

$$= \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{1b^3}{9a^2} = \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{3b^3}{27a^2} = \underline{\underline{-\frac{b^3}{27a^2}}}$$

c) Representar gráficamente $U(r)$ y $F(r)$ y discutir los posibles movimientos de la partícula en ese campo

Tomemos $a=1$ y $b=1$ para la representación gráfica:

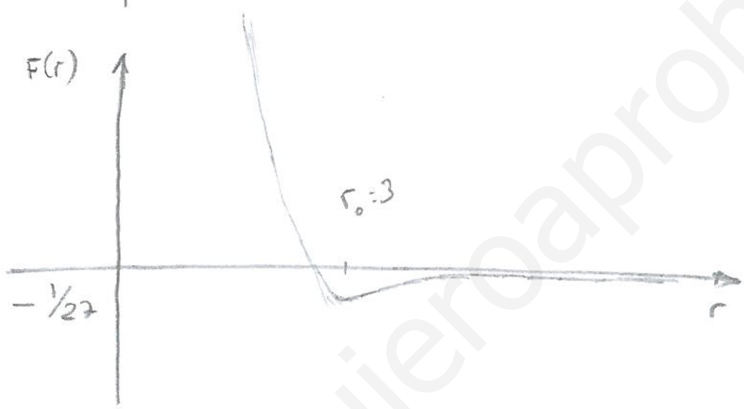


$$U(r) = \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r}$$

$r_0 = 2$ $\quad U(r_0) = -0.25$

$$F(r) = \frac{2}{r^3} - \frac{1}{r^2}$$

$r_0 = 3$ $\quad F(r_0) = -\frac{1}{27}$



Problema 10.- Tres esferas idénticas A, B y C están en línea recta sobre un plano horizontal: se lanza A contra B con una velocidad de 40 m/s. Determinar la velocidad de las tres esferas después de chocar A con B, luego B con C y después A con B por segunda vez. El coeficiente de restitución es de 0.5. ¿Habrá más choques?

Choque 1: A choca con B

Velocidades iniciales

$v_A = 40$ m/s

$v_B = 0$

$m_A = m_B$

Velocidades finales

v'_A ?

v'_B ?

Tenemos dos incógnitas, que pueden conocerse a partir de las dos condiciones:

① Conservación del momento lineal:

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

② Coeficiente de restitución:

$$e = -\frac{v'_B - v'_A}{v_B - v_A}$$

En nuestro problema particular:

$$v_A = v'_A + v'_B$$

$$e = -\frac{v'_B - v'_A}{-v_A} = \frac{v'_B - v'_A}{v_A} \Longrightarrow v_A \cdot e = v'_B - v'_A$$

$$v_A = v'_B + v'_A$$

$$v_A \cdot e = v'_B - v'_A$$

$$(1+e)\, v_A = 2 v'_B$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{v'_B} = \frac{(1+e)v_A}{2} = \frac{1.5 \cdot 40}{2} = \underline{30 \text{ m/s}}$$

$$\Longleftarrow$$

$$\underline{v'_A} = v_A - v'_B = \underline{10 \text{ m/s}}$$

Choque 2: B choca contra C

Veloc. Iniciales	Veloc. Finales
$v'_B = 30\ m/s$	v''_B
$v'_C = 0\ m/s$	v''_C

$m_B = m_C$

$$m_B v'_B + m_C v'_C = m_B v''_B + m_C v''_C \Rightarrow v'_B + v'_C = v''_B + v''_C$$

$$e = -\frac{v''_C - v''_B}{v'_C - v'_B}$$

En nuestro problema particular:

$$v'_B = v''_B + v''_C \qquad v'_B = v''_C + v''_B$$

$$e = \frac{v''_C - v''_B}{v'_B} \Rightarrow \qquad v'_B\, e = v''_C - v''_B$$

$$(1+e)\, v'_B = 2 v''_C$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{v''_C}} = \frac{(1+e)\, v'_B}{2} = \frac{1.5 \cdot 30}{2} = \underline{\underline{22.5\ m/s}}$$

$$v''_B = v'_B - v''_C = 30 - 22.5 = 7.5\ m/s$$

Choque 3: A choca contra B por segunda vez

Velocidades iniciales	Velocidades finales.
$v''_A = 10\ m/s$	$v'''_A = ?$
$v''_B = 7.5\ m/s$	$v'''_B = ?$

$$m_A v''_A + m_B v''_B = m_A v'''_A + m_B v'''_B \Longrightarrow v''_A + v''_B = v'''_A + v'''_B$$

$$e = -\frac{v'''_B - v'''_A}{v''_B - v''_A}$$

En nuestro problema particular:

$$v''_A + v''_B = v'''_B + v'''_A$$
$$(v''_A - v''_B)\cdot e = v'''_B - v'''_A$$

$$(v''_A + v''_B) + (v''_A - v''_B)\cdot e = 2v'''_B$$

$$v'''_B = \frac{1}{2}\left[(v''_A + v''_B) + (v''_A - v''_B)\cdot e\right]$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[17.5 + 2.5\cdot 0.5\right] m/s$$

$$= 9.375\ m/s$$

$$\Rightarrow v'''_A = v''_A + v''_B - v'''_B = (17.5 - 9.375)\ m/s = 8.125\ m/s$$

No habrá más choques.

Y por lo tanto v_1^f toma el valor:

$$v_1^f = v_1^i - \frac{m_2}{\cancel{m_1}} \frac{\cancel{m_1}(1+e)}{m_1+m_2} v_1^i$$

$$= \left(1 - \frac{m_2(1+e)}{m_1+m_2}\right) v_1^i$$

$$= \frac{m_1 + \cancel{m_2} - \cancel{m_2} - m_2 e}{m_1+m_2} v_1^i$$

$$= \frac{m_1 - m_2 e}{m_1+m_2} v_1^i$$

$$\boxed{v_1^f = -\left(\frac{m_1 - m_2 e}{m_1 + m_2}\right)\sqrt{2gd}}$$

Justo después del choque, toda la energía de las dos partículas es energía cinética. De nuevo por conservación de la energía podemos calcular cuál será la altura máxima que alcanzarán (en ese punto la velocidad se anula):

$$\cancel{m} g d_{max} = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v^2 \Rightarrow d_{max} = \frac{v^2}{2g}$$

Así, para la partícula 2 después del choque:

$$d_{max,2} = \frac{(v_2^f)^2}{2g} = \frac{m_1^2(1+e)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot (\cancel{2g}d) \cdot \frac{1}{\cancel{2g}} = \frac{m_1^2(1+e)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot d$$

$$d_{max,1} = \frac{(v_1^f)^2}{2g} = \frac{(m_1 - m_2 e)^2}{(m_1+m_2)^2} \cdot d$$

b) Sustituyendo los datos del problema:

$m_1 = 0.1$

$m_2 = 0.2$

$d = 0.2$

- Si choque perfectamente elástico, $e = 1$

$$\boxed{d_{max,2}} = \frac{(0.1)^2 \cdot 2^2}{(0.3)^2} \times 0.2 = \frac{0.04}{0.09} \times 0.2 = 0.0888 m = \boxed{8.8 \text{ cm}}$$

$$\boxed{d_{max,1}} = \frac{(0.1 - 0.2)^2}{(0.3)^2} \times 0.2 = \frac{0.01}{0.09} \times 0.2 = 0.0222 m = \boxed{2.2 \text{ cm}}$$

- Si choque perfectamente inelástico, $e = 0$

$$\boxed{d_{max,2}} = \frac{(0.1)^2}{(0.3)^2} \times 0.2 = \boxed{2.22 \text{ cm}}$$

$$\boxed{d_{max,1}} = \frac{(0.1)^2}{(0.3)^2} \times 0.2 = \boxed{2.22 \text{ cm}}$$

- Si choque es parcialmente elástico con $e = 0.9$

$$\boxed{d_{max,2} = 7{,}96 \text{ cm}}$$

$$\boxed{d_{max,1} = 1{,}43 \text{ cm}}$$

c) El apartado c se realiza de manera análoga al anterior, pero intercambiando el papel que juegan las masas.

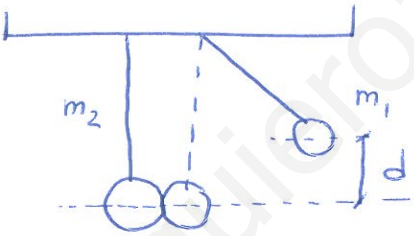
Problema 11-1 En el esquema adjunto, si se suelta m_1 desde la distancia d y choca con m_2 con coeficiente de restitución e calcular:

a) Las alturas alcanzadas después del choque por cada una de las masas, en función de m_1, m_2, e y d.

b) Si $m_1 = 0.1$ kg, $m_2 = 0.2$ kg y $d = 0.2$ m calcular las alturas de las dos masas después del choque si éste es:

- perfectamente elástico.
- perfectamente inelástico
- parcialmente elástico con $e = 0.9$

c) Resolver el apartado anterior también para el caso en que la masa m_2 es elevada y soltada contra la masa m_1.



a) Podemos calcular la velocidad con la que la partícula 1 llega a contactar con la partícula 2 aplicando el principio de conservación de la energía.

Inicialmente, toda su energía es potencial gravitatoria. Tomando como origen de energías potenciales la posición inicial de la partícula 2 (línea discontinua larga en el dibujo) esta vale:

$$U_p^1 = mg \cdot d$$

Cuando la partícula 1 contacta con la 2, toda la energía es cinética:

$$K = \frac{1}{2} m v_1^2$$

Igualando las dos expresiones $\cancel{m}g \cdot d = \frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gd}$

En el momento en el que la partícula 1 contacta con la 2 se produce un choque:

$$v_2^{inicial} = 0 \qquad v_1^{inicial} = -\sqrt{2gd}$$

El signo menos se debe a que la partícula 1 se mueve hacia la izquierda

Podemos calcular las velocidades finales de las dos partículas a través de:

① Conservación de la cantidad de movimiento.

$$m_1 \cdot v_1^{inicial} + \cancel{m_2 v_2^{inicial}} = m_1 v_1^{final} + m_2 v_2^{final} \quad (1)$$

(la partícula 2 está inicialmente en reposo)

② El coeficiente de restitución:

$$e = -\frac{v_2^{final} - v_1^{final}}{\cancel{v_2^{inicial}} - v_1^{inicial}} = \frac{v_2^f - v_1^f}{v_1^i} \quad (2)$$

De la ecuación (1):

$$v_1^f = \frac{m_1 v_1^i - m_2 v_2^f}{m_1} = v_1^i - \frac{m_2}{m_1} v_2^f$$

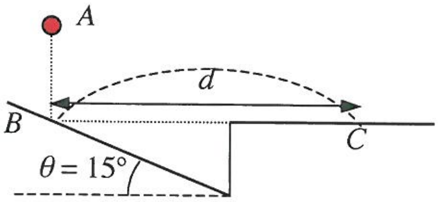
Sustituyendo en (2):

$$v_2^f = e v_1^i + v_1^f = e v_1^i + v_1^i - \frac{m_2}{m_1} v_2^f$$

$$\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) v_2^f = (1+e)\, v_1^i$$

$$\boxed{v_2^f = \frac{m_1 (1+e)}{m_1 + m_2} v_1^i = -\frac{m_1 (1+e)}{m_1 + m_2}\sqrt{2gd}}$$

Una bola de acero A cae desde una altura h = 1.2m para chocar con una placa B también de acero y rebotar al punto C. Sabiendo que el coeficiente de restitución es $e = 0.8$, calcular la distancia d.



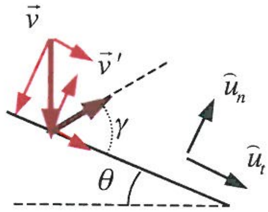
Solución:

Primeramente aplicaremos el principio de conservación de la energía para calcular el módulo de la velocidad con la que la bola impacta con la placa B (tomamos el nivel nulo de energía potencial gravitatoria a la altura del impacto):

$$\left.\begin{array}{l} E_{inicial} = mgh \\ \\ E_{final} = \dfrac{1}{2}mv^2 \end{array}\right\} \qquad E_{inicial} = E_{final} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

En el choque la componente tangencial de la velocidad permanece constante:

$$v_t' = v_t = \sqrt{2gh}\,\mathrm{sen}\theta$$



Para la componente normal utilizamos la expresión del coeficiente de restitución:

$$e = -\frac{v_n'}{v_n} \quad \Rightarrow \quad v_n' = -e\,v_n = e\sqrt{2gh}\cos\theta$$

El módulo de la velocidad a la salida del choque será:

$$v' = \sqrt{v_t'^2 + v_n'^2} = \sqrt{2gh}\sqrt{\mathrm{sen}^2\theta + e^2\cos^2\theta} = 3.95\,\mathrm{m/s}$$

El ángulo γ que forma dicha velocidad con el plano inclinado será:

$$\mathrm{tg}\gamma = \frac{v_n'}{v_t'} = e\,\mathrm{ctg}\theta \quad \Rightarrow \quad \gamma = 71.48°$$

El ángulo β que formará dicha velocidad con la horizontal será: $\beta = \gamma - \theta = 56.48°$

Después del choque la bola realizará un movimiento parabólico con velocidad inicial v' formando un ángulo β con la horizontal. Si tomamos el origen de coordenadas en el punto de impacto, ponemos a cero el cronómetro en el instante del choque, y orientamos los ejes X e Y horizontal y verticalmente, las ecuaciones del movimiento serán:

$$x(t) = v'\cos\beta\, t \qquad y(t) = v'\,\mathrm{sen}\beta\, t - \frac{1}{2}g t^2$$

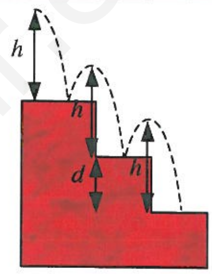
Si la bola golpea en el punto C en el instante $t = t_c$:

$$y(t_c) = 0 \quad \Rightarrow \quad v' \operatorname{sen}\beta \, t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_c = \frac{2v' \operatorname{sen}\beta}{g}$$

La distancia d que nos piden será la coordenada x de la bola en ese instante:

$$d = x(t_c) = v' \cos\beta \, t_c = \frac{2v'^2 \cos\beta \operatorname{sen}\beta}{g} = \frac{v'^2 \operatorname{sen}(2\beta)}{g} = \boxed{1.47\,\mathrm{m}}$$

Una bola se deja caer desde una altura h sobre el rellano de una escalera y desciende rebotando como se muestra en la figura. ¿cuál será el valor del coeficiente de restitución e para el cual la pelota rebotará a la misma altura sobre cada escalón?



Solución: I.T.I. 01, I.T.T. 01

Primeramente aplicaremos el principio de conservación de la energía para calcular la velocidad con la que la bola impacta con el escalón superior. Tomando el nivel nulo de energía potencial gravitatoria a la altura del impacto, los ejes X e Y horizontal y vertical respectivamente, y teniendo en cuenta que la componente x de la velocidad no cambia en el movimiento parabólico de la bola:

$$\left.\begin{aligned} E_{inicial} &= mgh + \frac{1}{2} m v_x^2 \\ E_{final} &= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m\left(v_x^2 + v_y^2\right) \end{aligned}\right\} \quad E_{inicial} = E_{final} \quad \Rightarrow \quad v_y = -\sqrt{2gh}$$

La componente x de la velocidad no cambia en el choque. Para hallar la componente y aplicamos la ecuación del coeficiente de restitución:

$$e = -\frac{v'_y}{v_y} \quad \Rightarrow \quad v'_y = -e\, v_y = e\sqrt{2gh}$$

Aplicando de nuevo el principio de la energía para calcular la altura h' hasta la que rebota: