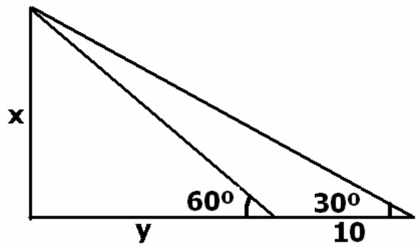
$\boxed{1}$ Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de 60^{o}, y si se retrocede 10 m se ve bajo un ángulo de 30^{o}. Calcula la altura del árbol y la anchura del río. (Da los resultados redondeados a las décimas). *(2,6 puntos)*



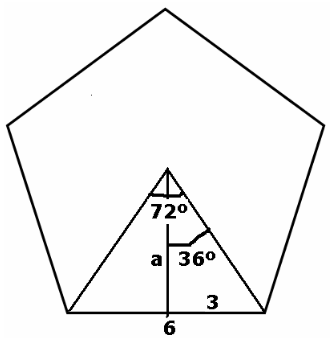
$$\begin{cases} \text{tg } 60^{o} = \dfrac{x}{y} \\ \text{tg } 30^{o} = \dfrac{x}{y+10} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y\,\text{tg } 60^{o} \\ x = (y+10)\,\text{tg } 30^{o} \end{cases} \rightarrow \; y \text{ tg } 60^{o} = (y + 10) \text{ tg } 30^{o}$$

$$y \text{ tg } 60^{o} = y \text{ tg } 30^{o} + 10 \text{ tg } 30^{o} \rightarrow y \text{ tg } 60^{o} - y \text{ tg } 30^{o} = 10 \text{ tg } 30^{o} \rightarrow y \,.\, (\text{tg } 60^{o} - \text{tg } 30^{o}) = 10 \text{ tg } 30^{o}$$

$$y = \frac{10\,\text{tg } 30^{o}}{\text{tg}60^{o} - \text{tg}30^{o}} = \frac{10 \,.\, 0{,}577}{1{,}732 - 0{,}577} = \frac{5{,}77}{1{,}155} = 5 \quad ; \quad x = y \text{ tg } 60^{o} = 5 \,.\, 1{,}732 = 8{,}7$$

Por tanto, el árbol mide 8,7 m y la anchura del río es 5 m

$\boxed{2}$ Halla el área de un pentágono regular de 30 cm de perímetro. (Da el resultado redondeado a las centésimas). *(2 puntos)*

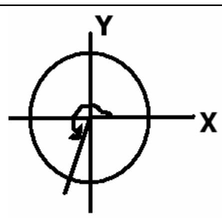


$$\begin{cases} \text{Cada lado del pentágono mide } 30 : 5 = 6 \text{ cm} \\ \text{El ángulo central mide } 360^{o} : 5 = 72^{o} \end{cases} \qquad \text{tg } 36^{o} = \frac{3}{a} \rightarrow a = \frac{3}{\text{tg } 36^{o}} = \frac{3}{0{,}727} = 4{,}13$$

La fórmula del área del polígono regular es $A = \dfrac{\text{perímetro . apotema}}{2}$; en este caso, el área es: $A = \dfrac{30 \,.\, 4{,}13}{2} = 61{,}95 \text{ cm}^2$

$\boxed{3}$ Dado el ángulo $\alpha = \dfrac{7\pi}{5}$ rad. Dibújalo en posición normal, indica en qué cuadrante está y halla sus r.t. con la calculadora redondeando a las milésimas. *(1 punto)*

$$\alpha = \frac{7\pi}{5} \text{ rad} = \frac{7.180^{o}}{5} = 252^{o}$$



$\alpha \in$ III cuadrante $\begin{cases} \text{sen } 252^{o} = -0{,}951 \\ \cos 252^{o} = -0{,}309 \\ \text{tg } 252^{o} = 3{,}078 \end{cases}$

$\boxed{4}$ Usando las fórmulas que relacionan las r.t. de un ángulo, calcula las demás r.t. de α , sabiendo que

$$\text{sen } \alpha = \frac{-2}{5} \quad , \quad 180º < \alpha < 270º$$ *(1,7 puntos)*

(Da los resultados sin usar decimales)

$$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \rightarrow \quad \cos^2 \alpha = 1 - \text{sen}^2 \alpha \quad \rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha}$$

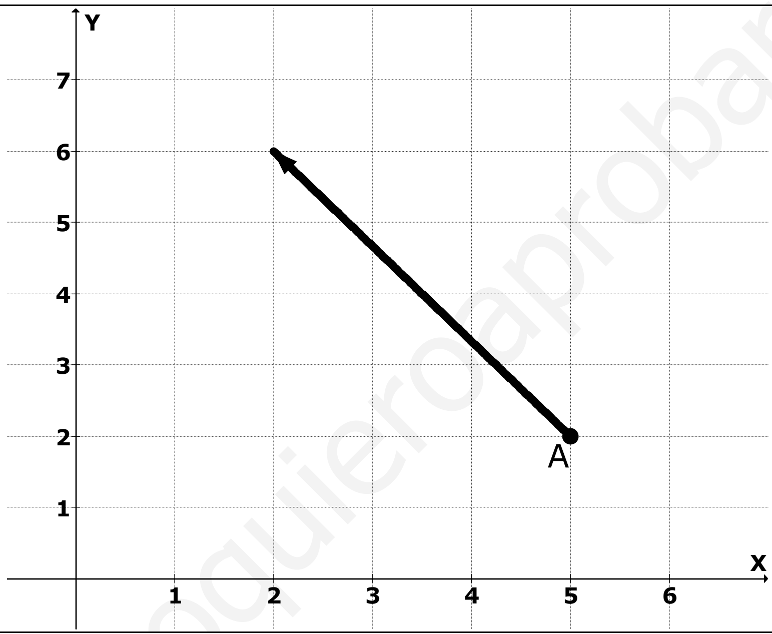
Como $180º < \alpha < 270º$, entonces $\alpha \in$ III cuadrante y, por tanto, cos α es negativo.

$$\cos \alpha = - \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = - \sqrt{1-\left(\frac{-2}{5}\right)^2} = - \sqrt{1-\frac{4}{25}} = - \sqrt{\frac{21}{25}} = - \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-2/5}{-\sqrt{21}/5} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

$\boxed{5}$ Resuelve los siguientes apartados relacionados con los vectores:

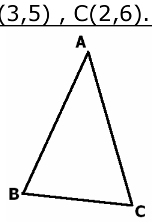
a) Dibuja el vector de componentes (-3,4) y cuyo origen es el punto A(5,2). *(0,7 puntos)*



b) Si $\vec{u}$ = (-1,-3) , $\vec{v}$ = (4,-5) , calcula $2\vec{v} - 7\vec{u}$ *(0,5 puntos)*

$$2\vec{v} - 7\vec{u} = 2.(4,-5) - 7.(-1,-3) = (8,-10) + (7,21) = (15,11)$$

c) Calcula el perímetro del triángulo de vértices A(-1,2) , B(3,5) , C(2,6). (Da el resultado redondeado a las milésimas) *(1,5 puntos)*



$$\overrightarrow{AB} = (3,5) - (-1,2) = (4,3) \quad ; \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2+3^2} = 5$$

$$\overrightarrow{AC} = (2,6) - (-1,2) = (3,4) \quad ; \quad |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$$

$$\overrightarrow{BC} = (2,6) - (3,5) = (-1,1) \quad ; \quad |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{2}$$

El perímetro es la suma de sus lados: $P = 5 + 5 + \sqrt{2} = 10 + \sqrt{2} = 11{,}414$