

EXAMEN ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

1.- Efectúa las siguientes operaciones expresando el resultado en forma radical :

a) $\frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt[5]{9}}{9 \cdot \sqrt[3]{81}}$ 0,75 puntos

b) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 1 punto

2.- PLANTEA el siguiente problema mediante un SISTEMA de ecuaciones y halla la solución mediante el MÉTODO DE GAUSS: 1,5 puntos

En un cajero hay billetes de 10, 20 y 50 euros. En total hay 160 billetes, 3600 euros y además hay tantos billetes de 20 como de 10 y de 50 juntos. ¿Cuántos billetes hay de cada clase?

3.- a) Opera y simplifica el resultado: $\frac{x^2-1}{x^2-2x} \div \frac{x+1}{x}$ 1 punto

b) Simplifica : $\frac{(2x+1)(x-1)^3-4x(x-1)^4}{(x-1)^4}$ 1 punto

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones :

a) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$ 0,75 puntos

b) $2^{x+2} + 6 \cdot 2^{x-1} - 7=0$ 0,75 puntos

c) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = 5$ 0,75 puntos

5. -Si $\log a = 0,2$ y $\log b = 1,8$, calcula el valor de $\log \frac{a\sqrt{10b}}{b^3}$ 1 punto

6.- Resuelve la inecuación $\frac{x^2-9}{x} \leq 0$ 0,5 puntos

7.- Resuelve el sistema :

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= 11 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned}$$
1 punto

SOLUCIONES

EJERCICIO 1

$$a) \frac{\sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{9 \cdot \sqrt[3]{81}} = \frac{3^{3/2} \cdot 3^{2/3}}{3^2 \cdot 3^{4/3}} = \frac{3^{19/10}}{3^{10/3}} = 3^{-43/30} = \sqrt[30]{3^{-43}}$$

$$b) \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{14 - 4\sqrt{6}}{10}$$

$$= \frac{15\sqrt{6}}{10} + \frac{14 - 4\sqrt{6}}{10} = \frac{14 + 11\sqrt{6}}{10}$$

EJERCICIO 2

x = billetes de 10 y = billetes de 20 z = billetes de 50

$x + y + z = 160$)	1	1	1	160)	x10	→	10	10	10	1600
$10x + 20y + 50z = 3600$		10	20	50	3600		□		10	20	50	3600
$y = x + z$		1	-1	1	0		x10		10	-10	10	0

□)	10	10	10	1600)	$10x + 10y + 10z = 1600$	→	$x = 50$
F2 - F1		0	10	40	2000		$10y + 40z = 2000$		$z = 30$
F3 - F1		0	-20	0	-1600		$-20y = -1600$		$y = 80$

EJERCICIO 3

$$a) \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x} \div \frac{x+1}{x} = \frac{(x+1)(x-1)x}{x(x-2)(x+1)} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$b) \frac{(2x+1)(x-1)^3 - 4x(x-1)^4}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)^3((2x+1) - 4x(x-1))}{(x-1)^4} = \frac{-4x^2 + 6x + 1}{x-1}$$

EJERCICIO 4

$$a) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4} \rightarrow \frac{x-2}{x^2-4} + \frac{x+2}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-4} \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$b) 2^x \cdot 2^2 + 6 \cdot 2^x \cdot 2^{-1} - 7 = 0 \quad A = 2^x \quad 4A + 3A - 7 = 0 \quad A = 2^x = 1 \quad x = 0$$

$$c) \sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1} \quad \text{Elevamos a 2} \quad x+4 = 25 + x - 1 - 10\sqrt{x-1}$$

$$10\sqrt{x-1} = 24 + x - x - 4 = 20 \rightarrow \sqrt{x-1} = 2 \quad \text{Volvemos a elevar a 2}$$

$$x-1 = 5 \quad x = 5 \quad \text{Comprobación: } \sqrt{9} = 5 - \sqrt{4} \quad \text{Solución válida}$$

EJERCICIO 5

$$\log \frac{a\sqrt{10b}}{b^3} = \log a(10b)^{1/2} - \log b^3 = \log a + \log(10b)^{1/2} - \log b^3 =$$
$$\log a + \frac{1}{2}(\log 10 + \log b) - 3 \log b = 0.2 + \frac{1+1.8}{2} - 3 \cdot 1.8 = -3.8$$

EJERCICIO 6

$$x^2 - 9 = 0 \quad x = 3, -3 \quad x = 0$$

$\frac{+}{-} = -$	-3	$\frac{-}{-} = +$	0	$\frac{-}{+} = -$	3	$\frac{+}{+} = +$
-------------------	----	-------------------	---	-------------------	---	-------------------

Solución: $(-\infty, -3] \cup (0, 3]$

EJERCICIO 7

La segunda ecuación puede transformarse en $\log \frac{x}{y} = \log 10 \rightarrow \frac{x}{y} = 10 \rightarrow x = 10y$

Sustituyendo en la primera ecuación: $100y^2 - y^2 = 11 \quad y = \frac{1}{3} \text{ y } -\frac{1}{3}$

La solución negativa no es válida: $x = \frac{10}{3} \quad y = \frac{1}{3}$