Probabilidad

1. (3p) La probabilidad de que a un habitante de un pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es 0,55; la probabilidad de que no le guste la música clásica es igual a 0,60 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,35. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que:

- **a.** Le gusten los dos tipos de música.
- **b.** Si no le gusta la música clásica, le guste la música moderna.
- **c.** Sólo le guste la música clásica.

2. (2p) Un día determinado, en una tienda de ropa joven, se han realizado 400 ventas, de las que la mitad han sido pagadas con la tarjeta V, 150 ventas han sido pagadas con la tarjeta MC y el resto en efectivo. Se comprueba que 40 de las ventas pagadas con la tarjeta V superan los 150 €, mientras que la cuarta parte de las compras pagadas con la tarjeta MC superan esa cantidad y tan sólo 5 de las ventas pagadas en metálico superan los 150 €. Se extrae al azar un comprobante de las ventas del día:

- **a.** ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra que supera los 150 €?
- **b.** Si la compra es inferior a 150 €, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido pagada en efectivo?

3. (2p) La probabilidad de que una flecha lanzada por un arquero dé a la diana es del 55 %. Si lanza 8 flechas, halla la probabilidad de que:

- **a.** Alguna flecha de en la diana.
- **b.** Al menos 6 flechas den en la diana.

4. (3p) La producción diaria de leche, medida en litros, de una granja familiar de ganado vacuno se puede aproximar por una variable aleatorio con distribución normal $N(950, 50)$. Calcula la probabilidad de que, elegido un día al azar, la producción de leche en la granja:

- **a.** Sea superior a 915 litros.
- **b.** Esté comprendida entre 900 y 1012 litros.
- **c.** Esté comprendida entre 814 y 916 litros.

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.

z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

SOLUCIÓN

1. La probabilidad de que a un habitante de un pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es 0,55; la probabilidad de que no le guste la música clásica es igual a 0,60 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,35. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que:

Se designan los sucesos C (gustar música clásica) y M (gustar música moderna).

Los datos son:

$P(M) = 0{,}55$

$P(\bar{C}) = 0{,}6$

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C)$$
$$0{,}6 = 1 - P(C)$$
$$P(C) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

$P(\bar{C} \cap \bar{M}) = 0{,}35$

$$P(\bar{C} \cap \bar{M}) = 1 - P(C \cup M)$$
$$0{,}35 = 1 - P(C \cup M)$$
$$P(C \cup M) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$$

a. Le gusten los dos tipos de música.

$$P(C \cap M) = P(C) + P(M) - P(C \cup M) = 0{,}4 + 0{,}55 - 0{,}65 = 0{,}3$$

b. Si no le gusta la música clásica, le guste la música moderna.

$$P(M/\bar{C}) = \frac{P(M \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(M) - P(M \cap C)}{0{,}6} = \frac{0{,}55 - 0{,}3}{0{,}6} = \frac{0{,}25}{0{,}6} = 0{,}417$$

c. Sólo le guste la música clásica.

$$P(C \cap \bar{M}) = P(C) - P(C \cap M) = 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}1$$

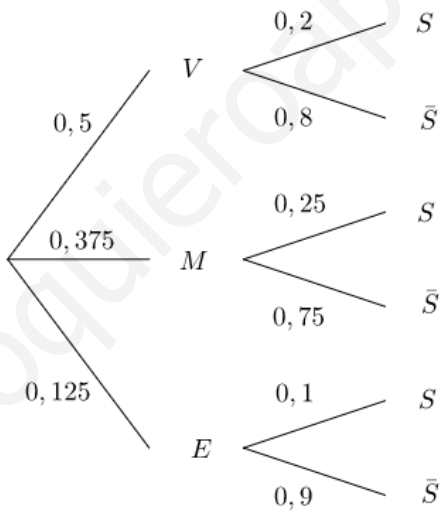
2. Un día determinado, en una tienda de ropa joven, se han realizado 400 ventas, de las que la mitad han sido pagadas con la tarjeta V, 150 ventas han sido pagadas con la tarjeta MC y el resto en efectivo. Se comprueba que 40 de las ventas pagadas con la tarjeta V superan los 150 €, mientras que la cuarta parte de las compras pagadas con la tarjeta MC superan esa cantidad y tan sólo 5 de las ventas pagadas en metálico superan los 150 €. Se extrae al azar un comprobante de las ventas del día:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que corresponda a una compra que supera los 150 €?

Se consideran los sucesos V (pagar con tarjeta V), M (pagar con tarjeta MC), E (pagar en efectivo) y S (superar los 150 €). Las probabilidades reflejadas en el siguiente diagrama de árbol son:

$$P(V) = \frac{200}{400} = 0{,}5 \qquad P(M) = \frac{150}{400} = 0{,}375 \qquad P(E) = \frac{50}{400} = 0{,}125$$

$$P(S/V) = \frac{40}{200} = 0{,}2 \qquad P(S/M) = \frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad P(S/E) = \frac{5}{50} = 0{,}1$$



$$P(S) = P(V) \cdot P(S/V) + P(M) \cdot P(S/M) + P(E) \cdot P(S/E) =$$
$$0{,}5 \cdot 0{,}2 + 0{,}375 \cdot 0{,}25 + 0{,}125 \cdot 0{,}1 = 0{,}1 + 0{,}09375 + 0{,}0125 = 0{,}20625$$

b. Si la compra es inferior a 150 €, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido pagada en efectivo?

$$P(E/\bar{S}) = \frac{P(\bar{S}/E) \cdot P(E)}{P(\bar{S})} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}125}{1 - 0{,}20625} = 0{,}1417$$

3. La probabilidad de que una flecha lanzada por un arquero dé a la diana es del 55 %. Si lanza 8 flechas, halla la probabilidad de que:

a. Alguna flecha de en la diana.

Se consideran los sucesos:

$$A = \text{Acertar} \quad \rightarrow \quad p = 0{,}55$$

$$\bar{A} = \text{Fallar} \quad \rightarrow \quad q = 0{,}45$$

Siendo $n = 8$:

$$p(\text{Algún acierto}) = 1 - p(\text{Ningún acierto}) = 1 - p(\text{k} = 0)$$

$$p(k = 0) = \binom{8}{0} \cdot 0{,}55^0 \cdot 0{,}45^8 = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}45^8 = 1{,}683 \cdot 10^{-3}$$

$$p(\text{Algún acierto}) = 1 - p(\text{k} = 0) = 1 - 1{,}683 \cdot 10^{-3} = 0{,}9983$$

b. Al menos 6 flechas den en la diana.

$$p(\text{Al menos 6 aciertos}) = p(\text{k} = 6) + p(\text{k} = 7) + p(\text{k} = 8)$$

$$p(k = 6) = \binom{8}{6} \cdot 0{,}55^6 \cdot 0{,}45^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} \cdot 0{,}55^6 \cdot 0{,}45^2 = 0{,}1569$$

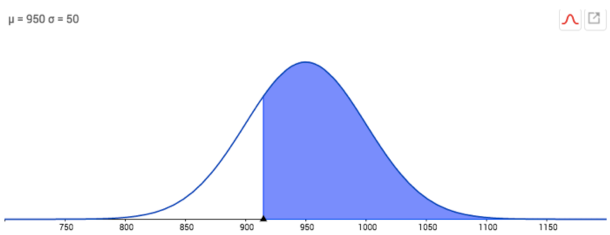
$$p(k = 7) = \binom{8}{7} \cdot 0{,}55^7 \cdot 0{,}45 = \frac{8!}{7! \cdot 1!} \cdot 0{,}55^7 \cdot 0{,}45 = 0{,}0548$$

$$p(k = 8) = \binom{8}{8} \cdot 0{,}55^8 \cdot 0{,}45^0 = 1 \cdot 0{,}55^8 \cdot 1 = 8{,}373 \cdot 10^{-3}$$

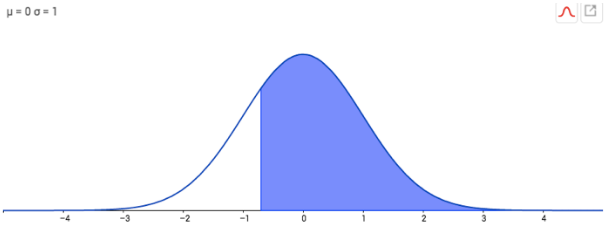
$$p(\text{Al menos 6 aciertos}) = 0{,}1569 + 0{,}0548 + 8{,}373 \cdot 10^{-3} = 0{,}2201$$

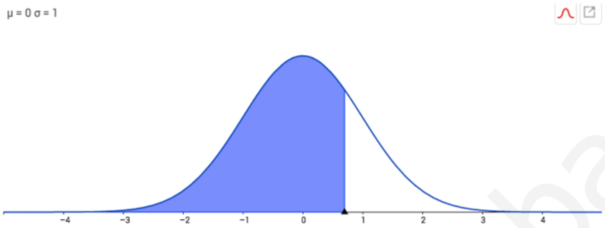
4. La producción diaria de leche, medida en litros, de una granja familiar de ganado vacuno se puede aproximar por una variable aleatorio con distribución normal $N(950, 50)$. Calcula la probabilidad de que, elegido un día al azar, la producción de leche en la granja:

a. Sea superior a 915 litros.



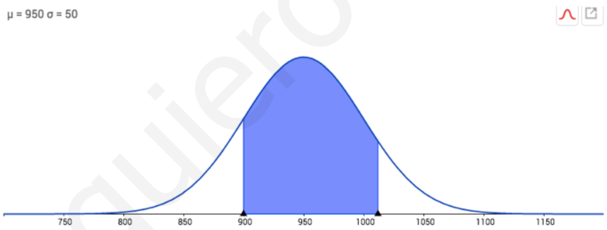
$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{915-950}{50} = -0{,}70$$



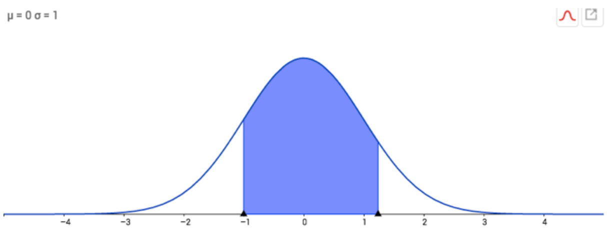


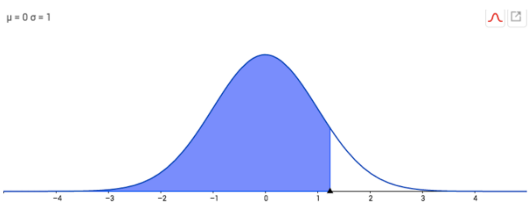
$$p(x \geq 915) = p(z \geq -0{,}70) = p(z \leq 0{,}70) = 0{,}7580$$

b. Esté comprendida entre 900 y 1012 litros.

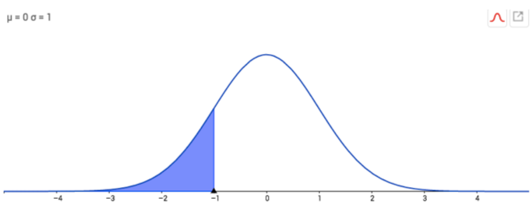


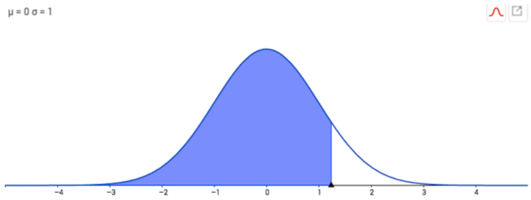
$$\begin{Bmatrix} z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{900-950}{50} = -1{,}00 \\ z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1012-950}{50} = 1{,}24 \end{Bmatrix}$$



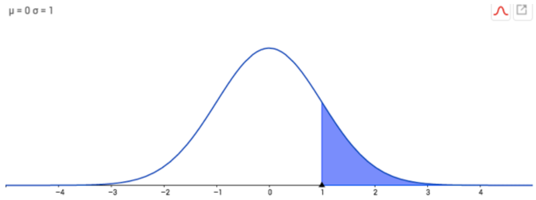


-





-

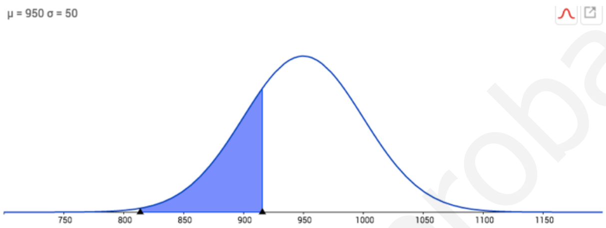


$$p(900 \leq x \leq 1012) = p(-1{,}00 \leq z \leq 1{,}24) = p(z \leq 1{,}24) - p(z \leq -1{,}00) =$$

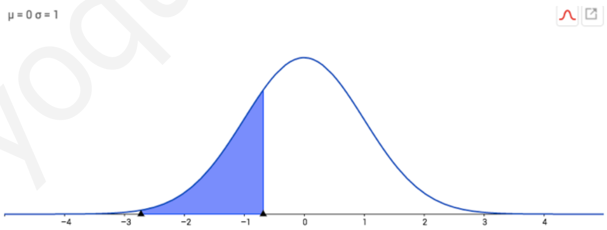
$$p(z \leq 1{,}24) - p(z \geq 1{,}00) = p(z \leq 1{,}24) - \big(1 - p(z \leq 1{,}00)\big) =$$

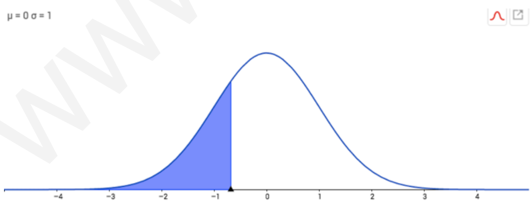
$$0{,}8925 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}7338$$

c. Esté comprendida entre 814 y 916 litros.

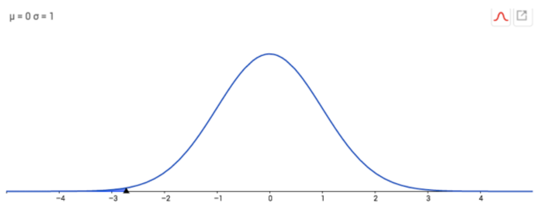


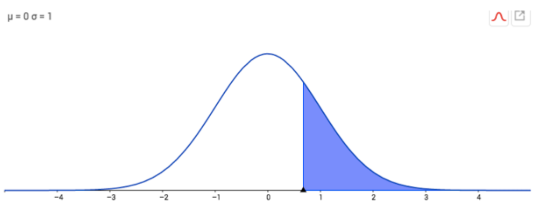
$$\left\{ \begin{aligned} z &= \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{814-950}{50} = -2{,}72 \\ z &= \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{916-950}{50} = -0{,}68 \end{aligned} \right\}$$





-





-

$p(814 \leq x \leq 916) == p(-2{,}72 \leq z \leq -0{,}68) = p(z \leq -0{,}68) - p(z \leq -2{,}72) =$

$p(z \geq 0{,}68) - p(z \geq 2{,}72) = \big(1 - p(z \leq 0{,}68)\big) - \big(1 - p(z \leq 2{,}72)\big) =$

$(1 - 0{,}7517) - (1 - 0{,}9966) = 0{,}2449$