Representa la gráfica posición-tiempo y la gráfica velocidad-tiempo de un móvil que se desplaza con un MRU sabiendo que en t=2 s está a 90 m del origen (en posición positiva del eje X) y en t=10 s está a 10 m del origen (en posición positiva del eje X). Representa la gráfica hasta t=20 s, si sigue con el MRU todo ese tiempo.

<u>Solución</u>

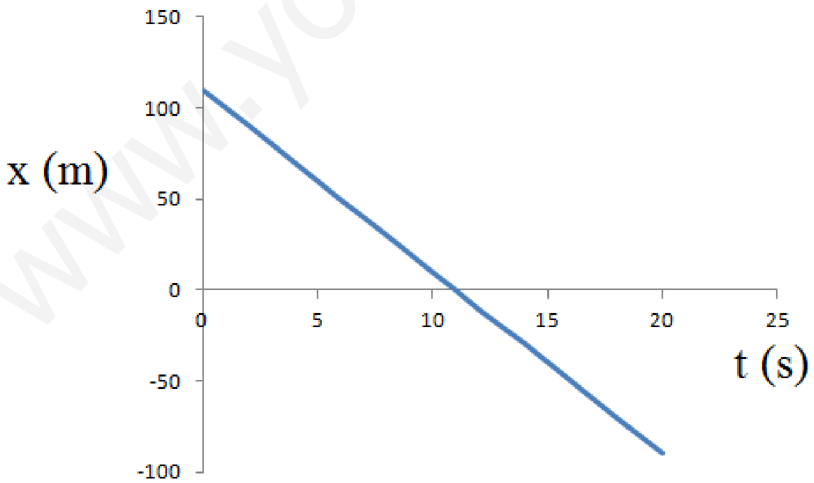
$$= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{10-90}{10-2} = -10 \ {}^{m}/_{s}$$

$$x = x_0 + \quad \cdot \Delta t = 90 - 10 \cdot (t-2) = 90 - 10 \cdot t + 20 = 110 - 10 \cdot t$$

$$\boldsymbol{x = 110 - 10 \cdot t \ (ecuación\ del\ movimiento)}$$

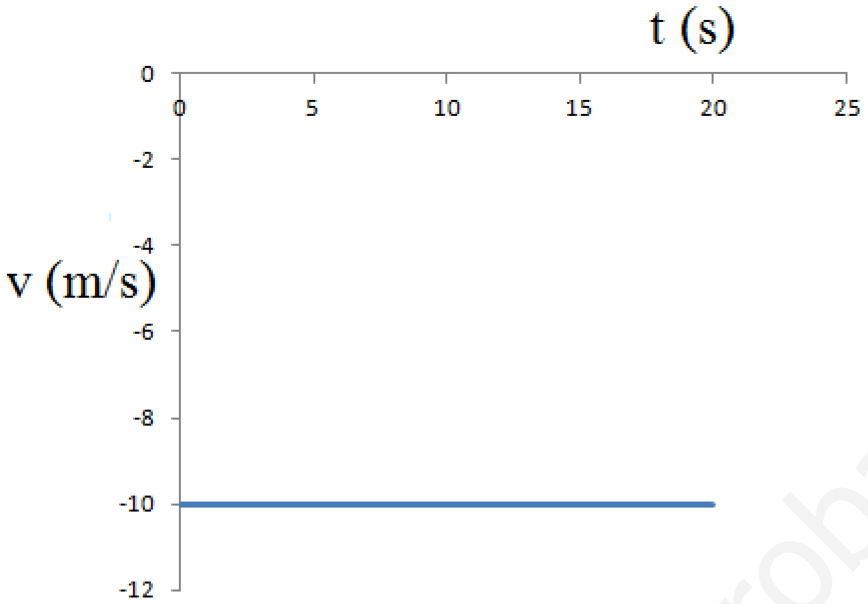
$$0 = 110 - 10 \cdot t \rightarrow t = 11\ s\ (pasa\ por\ el\ origen\ en\ t = 11\ s)$$

t (s)	**x=110-10·t (m)**
0	110-10·0=110
2	90
4	110-10·4=70
6	110-10·6=50
8	110-10·8=30
10	10
11	0
12	110-10·12=-10
14	110-10·14=-30
16	110-10·16=-50
18	110-10·18=-70
20	110-10·20=-90

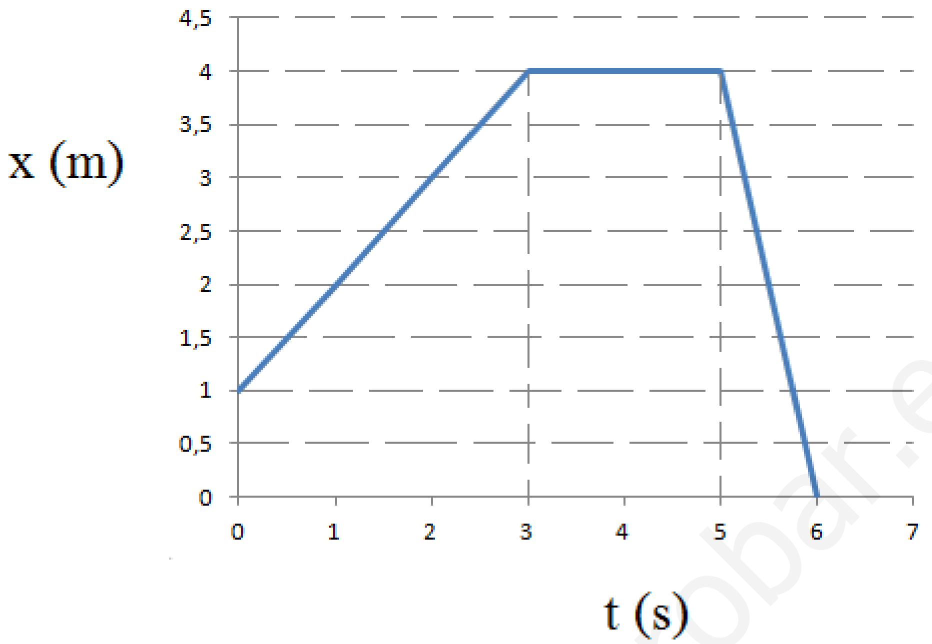


El móvil tiene velocidad negativa, así que cuando está en posiciones positivas del eje (de t=0 a t=11 s), se acerca al origen. En t=11 s llega al origen. En cuanto pasa a posiciones negativas (de t=11 s a t=20 s), al tener velocidad negativa, el móvil se aleja del origen, hacia posiciones más negativas.

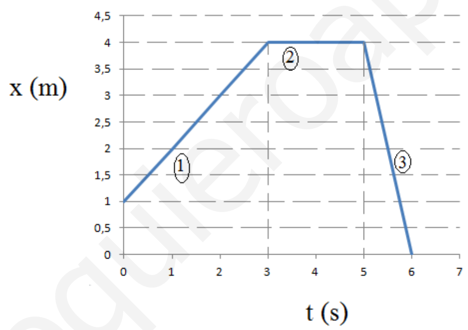
La gráfica velocidad-tiempo es una línea recta horizontal puesto que la velocidad es constante:



Esta gráfica representa la posición de un móvil frente al tiempo. Calcula la velocidad media en cada uno de los tres tramos que se ven:



Solución



$$_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}$$

1ª etapa

$$_{media} = \quad = \frac{4-1}{3-0} = 1\ m/s$$

El movimiento es un MRU por lo que la v_{media} coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido. La velocidad es positiva porque el móvil se aleja del origen.

2ª etapa

$$_{media} = \quad = \frac{4-4}{5-3} = 0\ m/s$$

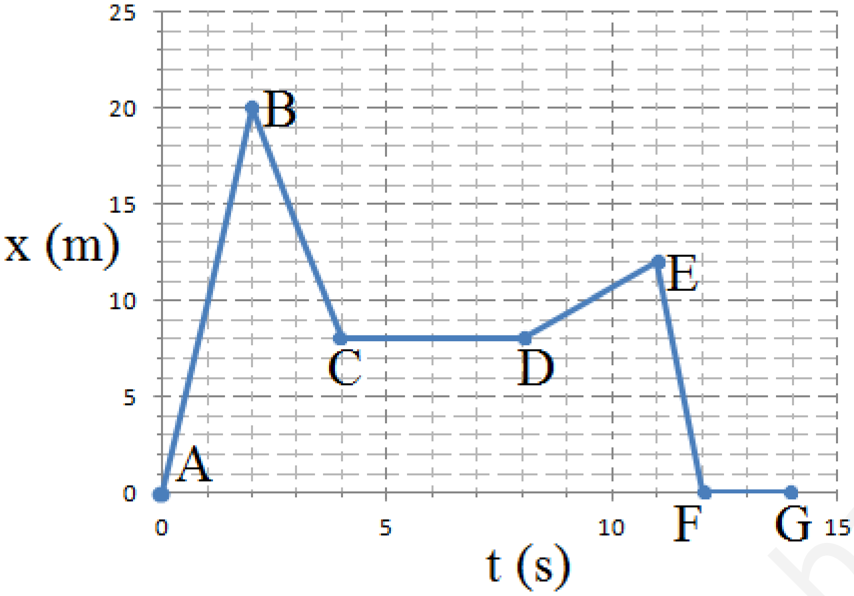
El móvil no cambia de posición en todo el tramo (línea horizontal). Está parado.

3ª etapa

$$_{media} = \quad = \frac{0-4}{6-5} = -4\ m/s$$

El movimiento es un MRU por lo que la v_{media} coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido. La velocidad es negativa porque el móvil se acerca al origen.

Un objeto se mueve en línea recta. La siguiente gráfica muestra su posición frente al tiempo. Describe el tipo de movimiento y calcula la velocidad media en cada parte de la gráfica.



Solución

Desde A hasta B: Movimiento Rectilíneo Uniforme. La velocidad media coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido.

$$_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{20-0}{2-0} = 10\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad es positiva porque el objeto se aleja del origen.

Desde B hasta C: Movimiento Rectilíneo Uniforme. La velocidad media coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido.

$$_{BC} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{8-20}{4-2} = -6\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad es negativa porque el objeto se acerca al origen.

Desde C hasta D: en reposo (el objeto no se mueve).

$$_{CD} = 0$$

Desde D hasta E: Movimiento Rectilíneo Uniforme. La velocidad media coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido.

$$_{DE} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{12-8}{11-8} = \frac{4}{3}\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad es positiva porque el objeto se aleja del origen.

Desde E hasta F: Movimiento Rectilíneo Uniforme. La velocidad media coincide con la velocidad instantánea en cualquier punto del recorrido.

$$_{EF} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{0-12}{12-11} = -12\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad es negativa porque el objeto se acerca al origen.

Desde F hasta G: en reposo (el objeto no se mueve).

$$_{FG} = 0$$

Un cuerpo tiene una velocidad inicial de 2,00 m/s y una aceleración constante de 3,00 m/s^2.

a) Completa las siguientes tablas. Considera la posición inicial en el origen:

tiempo (s)	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00
posición (m)					

tiempo (s)	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00
velocidad (m/s)					

b) Dibuja las gráficas posición frente a tiempo y velocidad frente a tiempo.

<u>Solución</u>

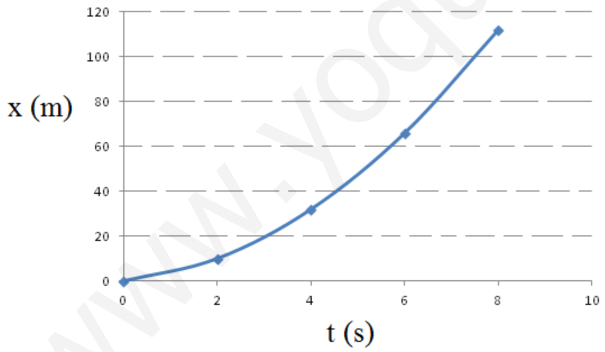
a) $= {}_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0{,}00 + 2{,}00 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3{,}00 \cdot t^2$

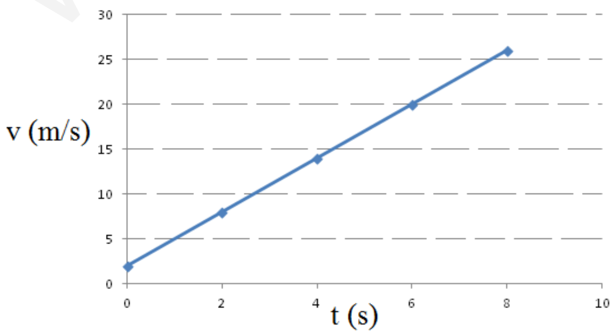
tiempo (s)	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00
posición (m)	0,00	10,0	32,0	66,0	112

$v = v_0 + a \cdot t = 2{,}00 + 3{,}00 \cdot t$

tiempo (s)	0,00	2,00	4,00	6,00	8,00
velocidad (m/s)	2,00	8,00	14,0	20,0	26,0

b)





Un cuerpo está en reposo y comienza a moverse con una aceleración de 3,500 m/s^2.

a) Completa la siguiente tabla (considera que el cuerpo está inicialmente en el origen):

tiempo (s)	0,000	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000
posición (m)						
velocidad (m/s)						

b) Dibuja las gráficas posición frente a tiempo y velocidad frente a tiempo.

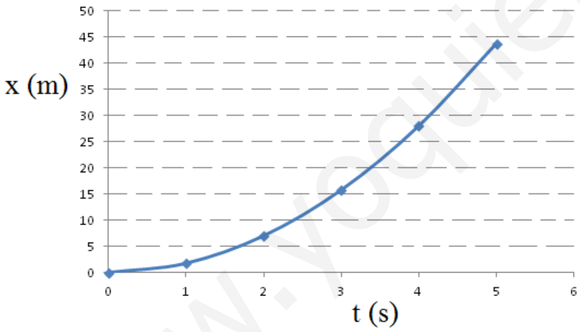
Solución

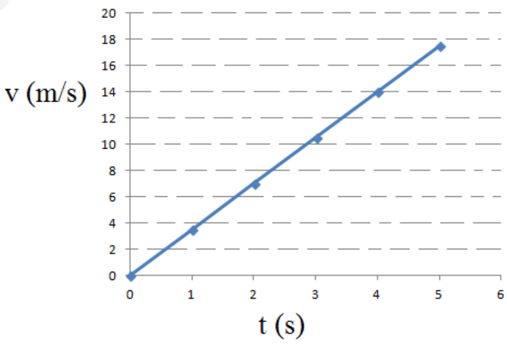
Un cuerpo está en reposo y comienza a moverse con una aceleración de 3,5 m/s^2.

a) Completa la siguiente tabla (considera que el cuerpo está inicialmente en el origen):

tiempo (s)	0,000	1,000	2,000	3,000	4,000	5,000
posición (m) $= {}_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 =$ $= \frac{1}{2} \cdot 3{,}500 \cdot t^2 =$ $= 1{,}750 \cdot t^2$	0,000	1,750	7,000	15,75	28,00	43,75
velocidad (m/s) $v = v_0 + a \cdot t =$ $= 3{,}500 \cdot t$	0,000	3,500	7,000	10,50	14,00	17,50

b) Dibuja las gráficas posición frente a tiempo y velocidad frente a tiempo.





GRÁFICAS EN EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es un movimiento en línea recta (rectilíneo) y con el módulo de la velocidad constante (uniforme).

<u>Gráfica de posición en función del tiempo en el MRU</u>

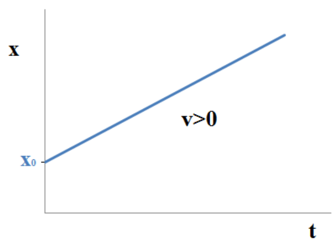
En el MRU la ecuación de la posición en función del tiempo es:

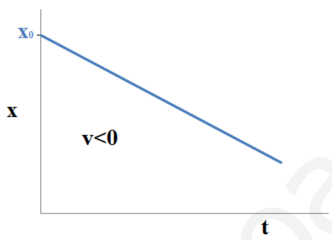
$$= \ {}_0 + v \cdot \Delta t$$

Como $\Delta t = t - t_0$, si consideramos $t_0 = 0$, esta ecuación resulta:

$$\boldsymbol{x = x_0 + v \cdot t}$$

Con una ecuación de este tipo la gráfica de posición en función del tiempo va a salir siempre una línea recta en la que la ordenada en el origen va a ser x_0 y la pendiente va a ser v. En función de si v es positiva o negativa, así será la pendiente de la recta.

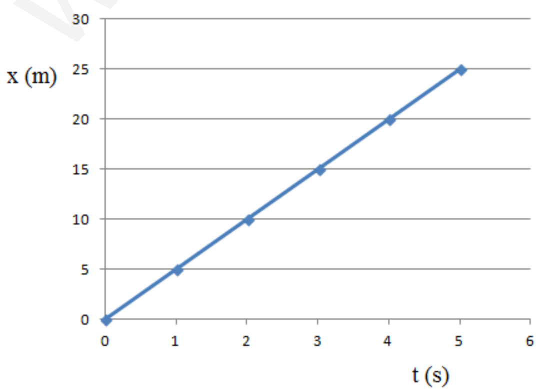




Veamos esto con un ejemplo en el que un objeto se mueve con velocidad constante $v = +5\ ^{m}/_{s}$. Consideramos que la posición inicial es 0 ($x_0 = 0$) y que empezamos a contar el tiempo cuando comienza el movimiento ($t_0 = 0$). Veamos cómo quedaría la gráfica posición en función del tiempo para este movimiento en los 5 primeros segundos de movimiento:

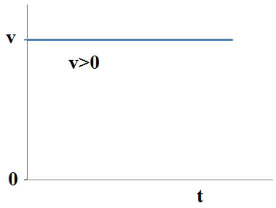
$t\ (s)$	$= \ {}_0 + v \cdot t = 5 \cdot t \qquad (m)$
0	0
1	$5 \cdot 1 = 5$
2	$5 \cdot 2 = 10$
3	$5 \cdot 3 = 15$
4	$5 \cdot 4 = 20$
5	$5 \cdot 5 = 25$

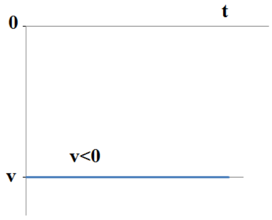
Si representamos la posición en función del tiempo, nos queda esta gráfica:



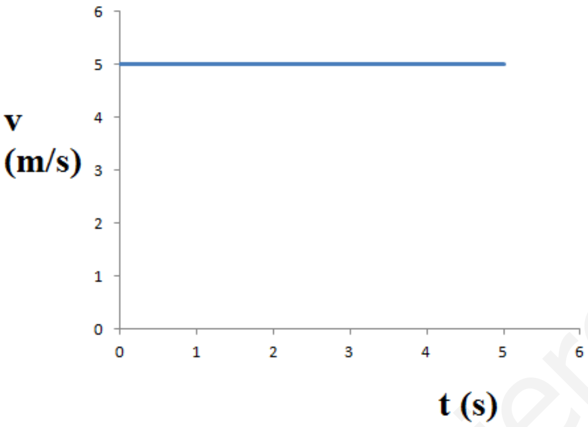
Gráfica de velocidad en función del tiempo en el MRU

Al ser la velocidad constante, en el MRU la gráfica de velocidad en función del tiempo es una línea recta horizontal.





Para el ejemplo anterior de un objeto a velocidad constante de $v = +5\ {}^{m}/{}_{s}$, la gráfica velocidad en función del tiempo resulta:



Gráfica de aceleración en función del tiempo en el MRU

Al ser la velocidad constante, la aceleración es 0 siempre.

GRÁFICAS EN EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA)

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es un movimiento en línea recta (rectilíneo) y con aceleración constante (uniformemente acelerado).

Las ecuaciones de la posición en función del tiempo y de la velocidad en función del tiempo son:

$$ = {}_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

En estas fórmulas se ha considerado que el tiempo inicial es 0 ($t_0 = 0$), por lo que $\Delta t = t - t_0 = t$.

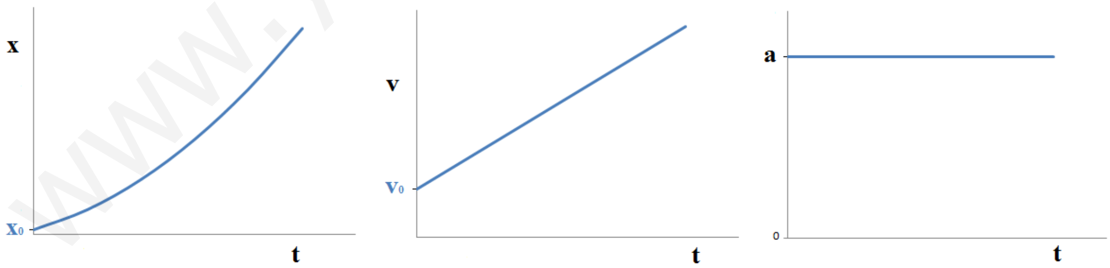
De la ecuación $= {}_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ se deduce que, al aparecer un término t^2, la forma de la gráfica de posición en función del tiempo va a ser una parábola.

De la ecuación $v = v_0 + a \cdot t$ se deduce que, al aparecer solamente un término t (de primer grado), la gráfica de la velocidad en función del tiempo va a ser una línea recta en la que la velocidad inicial, v_0, es la ordenada en el origen y la aceleración, a, es la pendiente de la recta.

Al ser constante la aceleración, $a = constante$, la gráfica de la aceleración en función del tiempo es una línea recta horizontal.

-

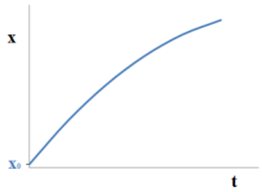
Gráficas de un objeto con MRUA en el que $\begin{Bmatrix} v_0 \geq 0 \\ a > 0 \end{Bmatrix}$:

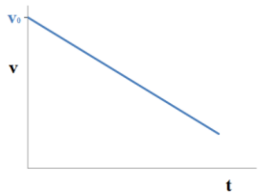


En estas condiciones, el módulo de la velocidad aumenta.

-

Gráficas de un objeto con MRUA en el que $\begin{Bmatrix} v_0 > 0 \\ a < 0 \end{Bmatrix}$:





En estas condiciones, el módulo de la velocidad disminuye hasta detenerse.

-

Veamos un ejemplo. Vamos a representar las gráficas posición en función del tiempo, velocidad en función del tiempo y aceleración en función del tiempo para un objeto que se mueve inicialmente a 21,0 m/s ($v_0 = 21{,}0\ {}^{m}/_{s}$) y empieza a frenar con $a = -3{,}00\ {}^{m}/_{s^2}$ (constante), hasta detenerse. Consideraremos que la posición inicial es 0 ($x_0 = 0$) y que el tiempo inicial es 0 ($t_0 = 0$).

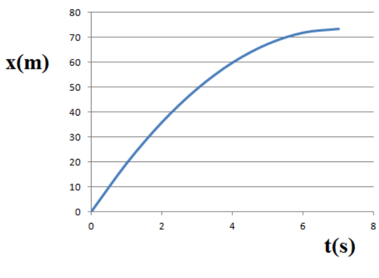
Primero, calcularemos el tiempo que tarda el objeto en detenerse ($v_f = 0$):

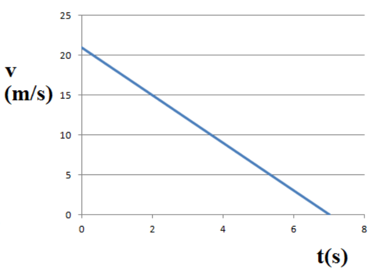
$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 21{,}0}{-3{,}00} = 7{,}00\ s$$

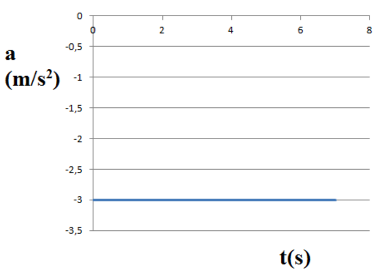
Como tarda 7 segundos en detenerse, vamos a calcular la posición y velocidad del objeto durante estos 7 segundos:

$t\ (s)$	$= {}_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $= 21{,}0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 3{,}00 \cdot t^2\ \ (m)$	$v = v_0 + a \cdot t$ $v = 21{,}0 - 3{,}00 \cdot t\ \ (\frac{m}{s})$
0	0	21,0
1,00	19,5	18,0
2,00	36,0	15,0
3,00	49,5	12,0
4,00	60,0	9,0
5,00	67,5	6,0
6,00	72,0	3,0
7,00	73,5	0,0

Con los valores de esta tabla, ya podemos representar las gráficas pedidas:







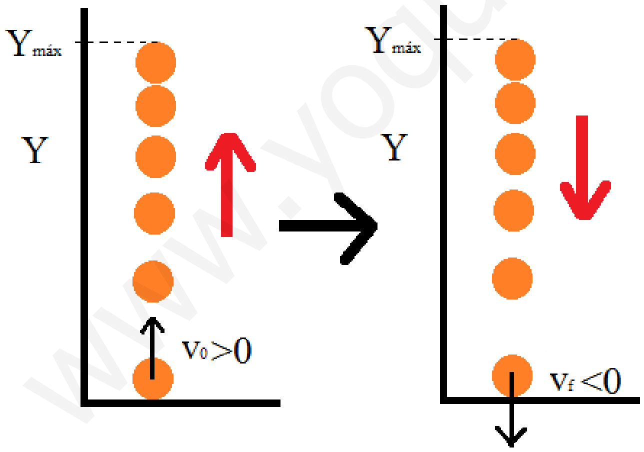
GRÁFICAS EN EL MRUA (continuación)

Cuando la aceleración de un objeto tiene signo contrario a su velocidad inicial, si el movimiento se alarga lo suficiente en el tiempo, la gráfica posición frente a tiempo (que es una parábola) tendrá un vértice. Este vértice se puede calcular sabiendo que en el tiempo t del vértice la velocidad es 0.

Veamos esto con un ejemplo: imaginemos el lanzamiento vertical hacia arriba de una pelota. Consideraremos para medir su posición un eje vertical (Y) en el que el origen $y = 0$) sea el suelo y las posiciones positivas estén dirigidas hacia arriba. Se lanza desde el suelo $y_0 = 0$) verticalmente hacia arriba la pelota, con una velocidad inicial $v_0 = +25{,}0\ ^{m}/_{s}$ (la velocidad inicial es positiva porque va dirigida hacia arriba). La aceleración de la pelota en este movimiento será la de la gravedad. Tomemos para este lanzamiento $a = -9{,}81\ ^{m}/_{s^2}$ (la aceleración es negativa porque va dirigida hacia abajo, por efecto de la fuerza de la gravedad).

El movimiento que describe la pelota se puede dividir en tres partes:

- Inicialmente irá hacia arriba pero se irá frenando por efecto de la gravedad: el módulo de la velocidad, positiva, irá disminuyendo.
- Llega un momento en que la pelota alcanza una altura máxima (esto ocurre cuando la velocidad es 0).
- Justo después de alcanzar la altura máxima la pelota descenderá, aumentando el módulo de su velocidad, siendo ésta negativa, pues el objeto se dirige hacia abajo.



Condiciones iniciales del problema, el cual tiene a=-9,81 m/s^2=constante:

$y_0 = 0 \qquad v_0 = +25{,}0\ ^{m}/_{s}$

Ecuaciones del movimiento:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 25{,}0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t = 25{,}0 - 9{,}81 \cdot t$$

Cálculo del tiempo en alcanzar la altura máxima (donde la velocidad es 0):

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 25{,}0 - 9{,}81 \cdot t \rightarrow t = \frac{25{,}0}{9{,}81} = 2{,}55\ s$$

La pelota tarda 2,55 s en alcanzar la altura máxima.

Cálculo de la altura máxima:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 25{,}0 \cdot 2{,}55 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}55^2 = 31{,}9\ m$$

La altura máxima que alcanza el objeto es 31,9 m.

Cálculo del tiempo en llegar al suelo:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow 0 = 25{,}0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t^2 \rightarrow 0 = t \cdot \ 25{,}0 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot t)$$

$t_1 = 0$ *obviamente en el momento inicial la pelota está en el suelo, pero esta solución no nos interesa)*

$t_2 = \frac{25{,}0 \cdot 2}{9{,}81} = 5{,}10$ *s tarda el objeto en llegar al suelo desde que se lanzó.*

Observa que el objeto tarda 2,55 s en subir y 2,55 s en bajar.

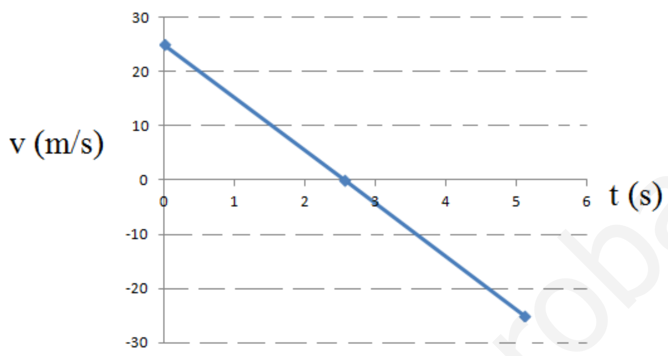
Cálculo de la velocidad al llegar al suelo:

$$v = v_0 + a \cdot t = 25{,}0 - 9{,}81 \cdot 5{,}10 = -25{,}0\ {}^{m}/_{s}$$

Observa que la velocidad al llegar al suelo es la misma, en módulo, que la velocidad con la que se lanzó el objeto hacia arriba, pero cambia el signo, por ir dirigida hacia abajo.

Con estos datos ya puedo dibujar la gráfica de velocidad frente a tiempo (si quiero algún punto más, puedo obtenerlo simplemente sustituyendo valores de t en la ecuación de la velocidad, aunque no es necesario puesto que esta gráfica es una línea recta).

t (s)	v (m/s)
0	25,0
2,55	0
5,10	-25,0



Para representar la gráfica de la posición frente al tiempo, al ser una parábola, sería recomendable tener algún punto más (se obtienen sustituyendo valores de t en la ecuación de la posición). Sé que el vértice de esta parábola está en t=2,55 s, pues en ese tiempo la velocidad es 0.

t (s)	y (m)
0	0
1,00	20,1
2,00	30,4
2,55	31,9
3,00	30,9
4,00	21,5
5,00	2,38
5,10	0