

Una bicicleta circula por ciudad en línea recta a velocidad constante de 20,0 km/h. Justo cuando sobrepasa a una moto que estaba parada, ésta comienza a acelerar con una aceleración de 2,44 m/s<sup>2</sup> en la dirección y sentido de la bicicleta. Calcula cuándo y dónde alcanzará la moto a la bicicleta, y qué velocidad llevará en ese momento.

### Solución

Consideramos como origen de coordenadas x=0 el punto en que la bicicleta sobrepasa a la moto y empezamos a contar el tiempo en ese mismo momento. Por tanto:

$$x_{bicicleta} = x_{moto} = 0 \qquad t_{0_{bicicleta}} = t_{0_{moto}} = 0$$

$$a_{moto} = 2,44 \text{ m/s}^2 \quad v_{0_{moto}} = 0 \quad v_{bicicleta} = 20,0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 5,56 \text{ m/s}$$

$$x_{bicicleta} = x_{0_{bicicleta}} + v_{bicicleta} \cdot t = 5,56 \cdot t$$

$$x_{moto} = x_{0_{moto}} + v_{0_{moto}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{moto} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot t^2$$

En el momento en que la moto alcance a la bicicleta, ambos tendrán la misma posición:

$$x_{moto} = x_{bicicleta}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot t^2 = 5,56 \cdot t$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot t^2 - 5,56 \cdot t = 0$$

$$t \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot t - 5,56 \right) = 0$$

$t_1 = 0 \rightarrow$  esto es cuando la bicicleta sobrepasó a la moto. Obviamente, no es el resultado buscado.

$$t_2 = \frac{5,56 \cdot 2}{2,44} = \mathbf{4,56 \text{ s tarda la moto en alcanzar a la bicicleta.}}$$

$$x_{moto} = x_{bicicleta} = 5,56 \cdot 4,56 = \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot 4,56^2 = 25,4 \text{ m}$$

**La moto alcanza a la bicicleta a 25,4 m del punto donde la bicicleta la sobrepasó.**

$$v_{f_{moto}} = v_{0_{moto}} + a_{moto} \cdot t = 2,44 \cdot 4,56 = 11,1 \text{ m/s}$$

$$v_{f_{moto}} = 11,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 40,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**Cuando la moto alcanza a la bicicleta lleva una velocidad de 40,0 km/h.**

Dos objetos, A y B, están inicialmente en reposo, separados 15 m. El objeto A empieza a acelerar en línea recta dirigiéndose hacia B, con una aceleración de  $2,2 \text{ m/s}^2$ . El objeto B, al mismo tiempo, comienza a acelerar en línea recta con una aceleración de  $1,1 \text{ m/s}^2$  dirigiéndose hacia A. Determine cuándo y dónde se cruzan estos dos objetos, y la velocidad que lleva cada uno cuando lo hacen.

### Solución

Consideremos nuestro sistema de referencia la recta que une A y B, siendo la posición inicial de A el origen del sistema de referencia y estando B inicialmente en una posición positiva. Entonces:

$$x_{0A} = 0 \quad x_{0B} = 15 \text{ m}$$

$v_{0A} = v_{0B} = 0$  (ya que inicialmente están en reposo)

Los dos objetos comienzan a acelerar a la vez así que consideraremos el instante inicial cuando comienzan a acelerar:

$$t_{0A} = t_{0B} = 0$$

La aceleración de A es positiva (por moverse hacia posiciones más grandes mientras aumenta el módulo de su velocidad) mientras que la aceleración de B es negativa (por ir hacia posiciones más pequeñas mientras aumenta el módulo de su velocidad).

$$a_A = 2,2 \text{ m/s}^2 \quad a_B = -1,1 \text{ m/s}^2$$

Cuando se crucen A y B, estarán en la misma posición:

$$x_A = x_B$$

$$x_{0A} + v_{0A} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2 = x_{0B} + v_{0B} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot t^2 = 15 - \frac{1}{2} \cdot 1,1 \cdot t^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (2,2 + 1,1) \cdot t^2 = 15$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot t^2 = 15$$

$$t = \sqrt{\frac{15 \cdot 2}{3,3}} = 3,0 \text{ s}$$

La solución negativa de la raíz cuadrada ( $t = -3,0 \text{ s}$ ) no nos interesa. Tardan  $3,0 \text{ s}$  en cruzarse desde que empezaron a acelerar.

$$x_A = x_B = \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 3,0^2 = 9,9 \text{ m}$$

Se cruzan a 9,9 m de la posición inicial de A (a 15-9,9=5,1 m de la posición inicial de B).

$$v_{fA} = v_{0A} + a_A \cdot t = 2,2 \cdot 3,0 = 6,6 \text{ m/s}$$

La velocidad de A cuando se cruza con B es de 6,6 m/s (velocidad positiva porque va hacia posiciones mayores).

$$v_{fB} = v_{0B} + a_B \cdot t = -1,1 \cdot 3,0 = -3,3 \text{ m/s}$$

La velocidad de B cuando se cruza con A es de -3,3 m/s (velocidad negativa porque va hacia posiciones menores).

Pedro e Ismael están corriendo en el parque, ambos con velocidad constante y con la misma dirección y sentido. En un momento dado, Ismael está 40,0 m delante de Pedro. Calcula en qué momento y en qué lugar Pedro alcanzará a Ismael, si Ismael corre con una velocidad de 7,50 m/s y Pedro lo hace con una velocidad de 9,25 m/s.

### Solución

$$x = x_0 + v \cdot t$$

$$x_{Pedro} = 9,25 \cdot t$$

$$x_{Ismael} = 40,0 + 7,50 \cdot t$$

En el momento en el que Pedro alcance a Ismael, sus posiciones serán las mismas:

$$9,25 \cdot t = 40,0 + 7,50 \cdot t$$

$$1,75 \cdot t = 40,0$$

$$t = \frac{40,0}{1,75} = 22,9 \text{ s}$$

**Pedro alcanza a Ismael aproximadamente 23 segundos después del momento inicial.**

$$x = 9,25 \cdot 22,9 = 212 \text{ m}$$

**Pedro alcanza a Ismael 212 m más adelante de su posición inicial (172 m más adelante de la posición inicial de Ismael).**

La distancia entre Madrid y Jaén es de 331,8 km. Un camión sale de Jaén hacia Madrid a las 9:00 con una velocidad constante de 80,00 km/h. A las 9:30 sale de Madrid con dirección a Jaén un coche con una velocidad constante de 90,00 km/h. Calcula a qué hora y dónde se cruzan el coche y el camión.

### Solución

$$= x_0 + v \cdot \Delta t$$

Tomo como origen ( $x=0$ ) Madrid, así que Jaén está en  $x=331,8$  km. Tomo como tiempo inicial el comienzo del viaje del camión, las 9:00, por lo que el coche sale 30 minutos más tarde, que son 0,5 horas.

$$x_{\text{camión}} = 331,8 - 80,00 \cdot t \qquad x_{\text{coche}} = 90,00 \cdot (t - 0,5) = 90,00 \cdot t - 45,00$$

Cuando se crucen, la posición del camión y la del coche será la misma:

$$331,8 - 80,00 \cdot t = 90,00 \cdot t - 45,00$$

$$376,8 = 170,00 \cdot t$$

$$t = \frac{376,8}{170,00} = 2,216 \text{ h}$$

$$0,216 \text{ h} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \approx 13 \text{ min}$$

**Tardan 2 h y 13 minutos en cruzarse, contando desde las 9:00, es decir, se cruzan a las 11:13.**

$$= 331,8 - 80,00 \cdot 2,216 = 154,5 \text{ km}$$

**Se cruzan a 154 km y medio de Madrid.**

Un ladrón roba una bicicleta y sale pedaleando con ella a una velocidad de 18,0 km/h. Un policía fuera de servicio que paseaba en bicicleta, que está 20,0 metros detrás, ve la escena, tarda un poco en reaccionar y 10,0 segundos más tarde empieza a perseguir al ladrón con una velocidad de 22,0 km/h, no demasiado rápido para que el ladrón no se dé cuenta de que es perseguido. ¿Cuándo y dónde atrapará el policía al ladrón?

### Solución

$$ladrón = v_l = 18,0 \frac{\cancel{km}}{h} \cdot \frac{1000 m}{1 \cancel{km}} \cdot \frac{1 h}{3600 s} = 5,00 m/s$$

$$policía = v_p = 22,0 \frac{\cancel{km}}{h} \cdot \frac{1000 m}{1 \cancel{km}} \cdot \frac{1 h}{3600 s} = 6,11 m/s$$

Tomo como origen el punto del robo y empiezo a contar el tiempo en el momento del robo:

$$x_{policía} = x_p = x_{p_0} + v_p \cdot \Delta t$$

$$x_{ladrón} = x_l = x_{l_0} + v_l \cdot \Delta t$$

$$x_p = -20,0 + 6,11 \cdot (t - 10,0)$$

$$x_l = 0 + 5,00 \cdot t$$

$$x_p = -20,0 + 6,11 \cdot t - 61,1$$

$$x_l = 5,00 \cdot t$$

$$x_p = -81,1 + 6,11 \cdot t$$

Cuando el policía coja al ladrón, las posiciones de ambos serán la misma.

$$x_p = x_l$$

$$-81,1 + 6,11 \cdot t = 5,00 \cdot t$$

$$1,11 \cdot t = 81,1$$

$$t = \frac{81,1}{1,11} = 73,1 \text{ segundos tarda en alcanzar al ladrón el policía,}$$

**contando desde que se produjo el robo.**

$$x = 5,00 \cdot 73,1 = 366 \text{ metros}$$

**El policía alcanza al ladrón a 366 m de donde se produjo el robo.**

