Una bicicleta circula por ciudad en línea recta a velocidad constante de 20,0 km/h. Justo cuando sobrepasa a una moto que estaba parada, ésta comienza a acelerar con una aceleración de 2,44 m/s^2 en la dirección y sentido de la bicicleta. Calcula cuándo y dónde alcanzará la moto a la bicicleta, y qué velocidad llevará en ese momento.

<u>Solución</u>

Consideramos como origen de coordenadas x=0 el punto en que la bicicleta sobrepasa a la moto y empezamos a contar el tiempo en ese mismo momento. Por tanto:

$${}_{0_{bicicleta}} = {}_{0_{moto}} = 0 \qquad\qquad t_{0_{bicicleta}} = t_{0_{moto}} = 0$$

$$a_{moto} = 2{,}44\ {}^{m}/_{s^2} \qquad v_{0_{moto}} = 0 \qquad v_{bicicleta} = 20{,}0\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 5{,}56\ {}^{m}/_{s}$$

$${}_{bicicleta} = {}_{0_{bicicleta}} + v_{bicicleta} \cdot t = 5{,}56 \cdot t$$

$${}_{moto} = {}_{0_{moto}} + v_{0_{moto}} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{moto} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}44 \cdot t^2$$

En el momento en que la moto alcance a la bicicleta, ambos tendrán la misma posición:

$${}_{moto} = {}_{bicicleta}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2{,}44 \cdot t^2 = 5{,}56 \cdot t$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2{,}44 \cdot t^2 - 5{,}56 \cdot t = 0$$

$$t \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2{,}44 \cdot t - 5{,}56\right) = 0$$

$t_1 = 0 \rightarrow$ esto es cuando la bicicleta sobrepasó a la moto. Obviamente, no es el resultado buscado.

$t_2 = \frac{5{,}56 \cdot 2}{2{,}44} =$ **$4{,}56\ s$ tarda la moto en alcanzar a la bicicleta.**

$${}_{moto} = {}_{bicicleta} = 5{,}56 \cdot 4{,}56 = \frac{1}{2} \cdot 2{,}44 \cdot 4{,}56^2 = 25{,}4\ m$$

La moto alcanza a la bicicleta a 25,4 m del punto donde la bicicleta la sobrepasó.

$$v_{f_{moto}} = v_{0_{moto}} + a_{moto} \cdot t = 2{,}44 \cdot 4{,}56 = 11{,}1\ {}^{m}/_{s}$$

$$v_{f_{moto}} = 11{,}1\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \cdot \frac{1\ km}{1000\ \cancel{m}} \cdot \frac{3600\ \cancel{s}}{1\ h} = 40{,}0\ \frac{km}{h}$$

Cuando la moto alcanza a la bicicleta lleva una velocidad de 40,0 km/h.

Dos objetos, A y B, están inicialmente en reposo, separados 15 m. El objeto A empieza a acelerar en línea recta dirigiéndose hacia B, con una aceleración de 2,2 m/s^2. El objeto B, al mismo tiempo, comienza a acelerar en línea recta con una aceleración de 1,1 m/s^2 dirigiéndose hacia A. Determine cuándo y dónde se cruzan estos dos objetos, y la velocidad que lleva cada uno cuando lo hacen.

Solución

Consideremos nuestro sistema de referencia la recta que une A y B, siendo la posición inicial de A el origen del sistema de referencia y estando B inicialmente en una posición positiva. Entonces:

${}_{0_A} = 0 \qquad x_{0_B} = 15\ m$

$v_{0_A} = v_{0_B} = 0$ (ya que inicialmente están en reposo)

Los dos objetos comienzan a acelerar a la vez así que consideraremos el instante inicial cuando comienzan a acelerar:

$t_{0_A} = t_{0_B} = 0$

La aceleración de A es positiva (por moverse hacia posiciones más grandes mientras aumenta el módulo de su velocidad) mientras que la aceleración de B es negativa (por ir hacia posiciones más pequeñas mientras aumenta el módulo de su velocidad).

$a_A = 2{,}2\ {}^{m}/_{s^2} \qquad a_B = -1{,}1\ {}^{m}/_{s^2}$

Cuando se crucen A y B, estarán en la misma posición:

${}_A = {}_B$

${}_{0_A} + v_{0_A} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2 = {}_{0_B} + v_{0_B} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t^2$

$\frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot t^2 = 15 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}1 \cdot t^2$

$\frac{1}{2} \cdot (2{,}2 + 1{,}1) \cdot t^2 = 15$

$\frac{1}{2} \cdot 3{,}3 \cdot t^2 = 15$

$t = \sqrt{\frac{15 \cdot 2}{3{,}3}} = 3{,}0\ s$

La solución negativa de la raíz cuadrada (t=-3,0 s) no nos interesa. Tardan 3,0 s en cruzarse desde que empezaron a acelerar.

$$_A = \quad _B = \frac{1}{2} \cdot 2{,}2 \cdot 3{,}0^2 = 9{,}9\ m$$

Se cruzan a 9,9 m de la posición inicial de A (a 15-9,9=5,1 m de la posición inicial de B).

$$v_{f_A} = v_{0_A} + a_A \cdot t = 2{,}2 \cdot 3{,}0 = 6{,}6\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad de A cuando se cruza con B es de 6,6 m/s (velocidad positiva porque va hacia posiciones mayores).

$$v_{f_B} = v_{0_B} + a_B \cdot t = -1{,}1 \cdot 3{,}0 = -3{,}3\ {}^{m}/_{s}$$

La velocidad de B cuando se cruza con A es de -3,3 m/s (velocidad negativa porque va hacia posiciones menores).

Pedro e Ismael están corriendo en el parque, ambos con velocidad constante y con la misma dirección y sentido. En un momento dado, Ismael está 40,0 m delante de Pedro. Calcula en qué momento y en qué lugar Pedro alcanzará a Ismael, si Ismael corre con una velocidad de 7,50 m/s y Pedro lo hace con una velocidad de 9,25 m/s.

<u>Solución</u>

$$= \ _0 + v \cdot t$$

$$_{Pedro} = 9{,}25 \cdot t \qquad\qquad x_{Ismael} = 40{,}0 + 7{,}50 \cdot t$$

En el momento en el que Pedro alcance a Ismael, sus posiciones serán las mismas:

$$9{,}25 \cdot t = 40{,}0 + 7{,}50 \cdot t$$

$$1{,}75 \cdot t = 40{,}0$$

$$t = \frac{40{,}0}{1{,}75} = 22{,}9\ s$$

Pedro alcanza a Ismael aproximadamente 23 segundos después del momento inicial.

$$= 9{,}25 \cdot 22{,}9 = 212\ m$$

Pedro alcanza a Ismael 212 m más adelante de su posición inicial (172 m más adelante de la posición inicial de Ismael).

La distancia entre Madrid y Jaén es de 331,8 km. Un camión sale de Jaén hacia Madrid a las 9:00 con una velocidad constante de 80,00 km/h. A las 9:30 sale de Madrid con dirección a Jaén un coche con una velocidad constante de 90,00 km/h. Calcula a qué hora y dónde se cruzan el coche y el camión.

Solución

$$= \ {}_0 + v \cdot \Delta t$$

Tomo como origen (x=0) Madrid, así que Jaén está en x=331,8 km. Tomo como tiempo inicial el comienzo del viaje del camión, las 9:00, por lo que el coche sale 30 minutos más tarde, que son 0,5 horas.

$${}_{camión} = 331{,}8 - 80{,}00 \cdot t \qquad x_{coche} = 90{,}00 \cdot (t - 0{,}5) = 90{,}00 \cdot t - 45{,}00$$

Cuando se crucen, la posición del camión y la del coche será la misma:

$331{,}8 - 80{,}00 \cdot t = 90{,}00 \cdot t - 45{,}00$

$376{,}8 = 170{,}00 \cdot t$

$t = \frac{376{,}8}{170{,}00} = 2{,}216\ h$

$0{,}216\ \cancel{h} \cdot \frac{60\ min}{1\ \cancel{h}} \approx 13\ min$

Tardan 2 h y 13 minutos en cruzarse, contando desde las 9:00, es decir, se cruzan a las 11:13.

$$= 331{,}8 - 80{,}00 \cdot 2{,}216 = 154{,}5\ km$$

Se cruzan a 154 km y medio de Madrid.

Un ladrón roba una bicicleta y sale pedaleando con ella a una velocidad de 18,0 km/h. Un policía fuera de servicio que paseaba en bicicleta, que está 20,0 metros detrás, ve la escena, tarda un poco en reaccionar y 10,0 segundos más tarde empieza a perseguir al ladrón con una velocidad de 22,0 km/h, no demasiado rápido para que el ladrón no se dé cuenta de que es perseguido. ¿Cuándo y dónde atrapará el policía al ladrón?

<u>Solución</u>

$${}_{ladrón} = {}_{l} = 18{,}0\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 5{,}00\ m/s$$

$${}_{policía} = {}_{p} = 22{,}0\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = 6{,}11\ m/s$$

Tomo como origen el punto del robo y empiezo a contar el tiempo en el momento del robo:

$$x_{policía} = x_p = x_{p_0} + {}_{p} \cdot \Delta t$$

$$x_p = -20{,}0 + 6{,}11 \cdot (t - 10{,}0)$$

$$x_p = -20{,}0 + 6{,}11 \cdot t - 61{,}1$$

$$x_p = -81{,}1 + 6{,}11 \cdot t$$

$$x_{ladrón} = x_l = x_{l_0} + {}_{l} \cdot \Delta t$$

$$x_l = 0 + 5{,}00 \cdot t$$

$$x_l = 5{,}00 \cdot t$$

Cuando el policía coja al ladrón, las posiciones de ambos serán la misma.

$$x_p = x_l$$

$$-81{,}1 + 6{,}11 \cdot t = 5{,}00 \cdot t$$

$$1{,}11 \cdot t = 81{,}1$$

$$t = \frac{81{,}1}{1{,}11} = \boldsymbol{73{,}1\ segundos\ tarda\ en\ alcanzar\ al\ ladrón\ el\ policía,}$$

$$\boldsymbol{contando\ desde\ que\ se\ produjo\ el\ robo.}$$

$$x = 5{,}00 \cdot 73{,}1 = \boldsymbol{366\ metros}$$

$$\boldsymbol{El\ policía\ alcanza\ al\ ladrón\ a\ 366\ m\ de\ donde\ se\ produjo\ el\ robo.}$$

La distancia entre dos pueblos, A y B, es de 15,00 km. Un hombre empieza a conducir desde el pueblo A hacia el pueblo B a una velocidad constante de 100,0 km/h. Al mismo tiempo, una mujer empieza a conducir desde el pueblo B hacia el pueblo A a una velocidad constante de 90,00 km/h. Calcula cuándo y dónde se cruzarán.

Solución

Tomamos como origen el pueblo A.

A______________________________________B

0 15,00 km

v_{hombre}=100,0 km/h → ← v_{mujer}=-90,00 km/h

$$= {}_0 + v \cdot t$$

$${}_{hombre} = 100{,}0 \cdot t \qquad {}_{mujer} = 15{,}00 - 90{,}00 \cdot t$$

Cuando el hombre y la mujer se crucen, la posición de ambos será la misma:

$$100{,}0 \cdot t = 15{,}00 - 90{,}00 \cdot t$$

$$190{,}0 \cdot t = 15{,}00$$

$$t = \frac{15{,}00}{190{,}0} = 0{,}07895\ \cancel{h} \cdot \frac{60\ min}{1\ \cancel{h}} = 4{,}737\ min$$

$$0{,}737\ \cancel{min} \cdot \frac{60\ s}{1\ \cancel{min}} = 44{,}2\ s$$

Tardan 4 minutos y 44 segundos en cruzarse.

Para calcular la posición donde se cruzan, sustituimos el tiempo que tardan en cruzarse en la ecuación de la posición de cualquiera de los dos, del hombre o de la mujer.

$$= 100{,}0 \cdot 0{,}07895 = 15{,}00 - 90{,}00 \cdot 0{,}07895 = 7{,}895\ km$$

$$0{,}895\ \cancel{km} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} = 895\ m$$

Se cruzan a 7 km y 895 m del pueblo A.