

1. Razón y proporción

PIENSA Y CALCULA

Una pescadería cobra 160 € por 8 kg de bogavantes. ¿Cuánto cobrará por un kilo?

Solución:

$$160 : 8 = 20 \text{ €/kg}$$

Carné calculista 409,6 : 68 | C = 6,02; R = 0,24

APLICA LA TEORÍA

1 Calcula mentalmente las razones entre las cantidades siguientes, e interpreta el resultado:

- a) 2 kg de nueces cuestan 7 €
- b) Un tren en 3 h recorre 360 km
- c) 25 paquetes de folios cuestan 75 €
- d) 5 kg de detergente se gastan en 40 lavados.

Solución:

- a) $7 : 2 = 3,5 \text{ €/kg} \Rightarrow$ Es el precio por kilo de las nueces.
- b) $360 : 3 = 120 \text{ km/h} \Rightarrow$ Es la velocidad media.
- c) $75 : 25 = 3 \text{ €/paquete} \Rightarrow$ Es el precio del paquete de folios.
- d) $40 : 5 = 8 \text{ lavados/kg} \Rightarrow$ Es el número de lavados por kilo.

2 Calcula mentalmente las razones entre las siguientes cantidades e interpreta el resultado:

- a) Una varilla mide 120 cm, y otra, 240 cm
- b) Una casa tiene 100 m², y otra, 125 m²
- c) José marcha a 4 km/h, y Diego, a 5 km/h
- d) Un paquete de galletas contiene 250 g, y otro, 1 000 g

Solución:

- a) $240 : 120 = 2 \Rightarrow$ La longitud de la varilla más larga es el doble de la más corta.

b) $125 : 100 = 1,25 \Rightarrow$ La casa de mayor superficie es 1,25 veces la de la pequeña.

c) $5 : 4 = 1,25 \Rightarrow$ Diego marcha a una velocidad de 1,25 veces la de José.

d) $1\ 000 : 250 = 4 \Rightarrow$ El peso de la caja grande es 4 veces el de la pequeña.

3 Calcula mentalmente y completa para que formen proporción:

$$\text{a) } \frac{3}{4} = \frac{\dots}{32}$$

$$\text{b) } \frac{\dots}{9} = \frac{21}{27}$$

$$\text{c) } \frac{4}{\dots} = \frac{2}{1,5}$$

$$\text{d) } \frac{2}{1,5} = \frac{10}{\dots}$$

Solución:

$$\text{a) } \frac{3}{4} = \frac{24}{32}$$

$$\text{b) } \frac{7}{9} = \frac{21}{27}$$

$$\text{c) } \frac{4}{3} = \frac{2}{1,5}$$

$$\text{d) } \frac{2}{1,5} = \frac{10}{7,5}$$

4 Calcula el cuarto proporcional:

$$\text{a) } \frac{x}{9} = \frac{8}{3}$$

$$\text{b) } \frac{0,5}{1,5} = \frac{4,2}{x}$$

$$\text{c) } \frac{5,2}{4,3} = \frac{x}{8,6}$$

$$\text{d) } \frac{3,6}{x} = \frac{1,8}{2,3}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } x &= \frac{8 \cdot 9}{3} = 24 & \text{b) } x &= \frac{1,5 \cdot 4,2}{0,5} = 12,6 \\ \text{c) } x &= \frac{5,2 \cdot 8,6}{4,3} = 10,4 & \text{d) } x &= \frac{3,6 \cdot 2,3}{1,8} = 4,6 \end{aligned}$$

5 Calcula el medio proporcional:

$$\text{a) } \frac{10,8}{x} = \frac{x}{1,2} \qquad \text{b) } \frac{5,12}{x} = \frac{x}{12,5}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 &= 12,96 \Rightarrow x = \pm 3,6 \\ \text{b) } x^2 &= 64 \Rightarrow x = \pm 8 \end{aligned}$$

6 Calcula los valores de x e y sabiendo que:

$$\begin{aligned} x + y &= 20 \\ \frac{4}{x} &= \frac{12}{y} \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{4}{x} &= \frac{12}{y} = \frac{16}{20} \\ \frac{4}{x} &= \frac{16}{20} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 20}{16} = 5 \\ \frac{12}{y} &= \frac{16}{20} \Rightarrow y = \frac{12 \cdot 20}{16} = 15 \end{aligned}$$

2. Magnitudes proporcionales

PIENSA Y CALCULA

Se han invertido 6 h en recorrer cierta distancia, a una velocidad de 10 km/h. ¿A qué velocidad se debe ir para invertir una hora en recorrer la misma distancia?

Solución:

$$10 \cdot 6 = 60 \text{ km/h}$$

Carné calculista

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{3}{4} : \frac{5}{3} = \frac{3}{4}$$

APLICA LA TEORÍA

7 Si 6 cajas de ciruelas cuestan 9,72 €, ¿cuánto costarán 21 cajas iguales?

Solución:

Nº de cajas	(D)	Dinero (€)
6	→	9,72
21	→	x

$$\frac{6}{21} = \frac{9,72}{x} \Rightarrow x = 34,02 \text{ €}$$

9 De una fuente manan 4 150 litros de agua en 4 h. ¿Cuántos litros de agua manarán en 2 días?

Solución:

Tiempo (horas)	(D)	Capacidad (litros)
4	→	4 150
48	→	x

$$\frac{4}{48} = \frac{4 150}{x} \Rightarrow x = 49 800 \text{ litros.}$$

8 Si 14 obreros tardan 45 días en hacer una obra, ¿cuántos días necesitarán 30 obreros en hacer la misma obra trabajando al mismo ritmo?

Solución:

Nº de obreros	(I)	Tiempo (días)
14	→	45
30	→	x

$$\frac{30}{14} = \frac{45}{x} \Rightarrow x = 21 \text{ días.}$$

10 Una cuadrilla de obreros canaliza 80 m de tubería en 4 días. ¿Cuántos días tardarán, trabajando al mismo ritmo, en canalizar 120 m?

Solución:

Longitud (m)	(D)	Tiempo (días)
80	→	4
120	→	x

$$\frac{80}{120} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 6 \text{ días.}$$

- 11** Cinco grifos llenan un depósito en 30 h. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar el mismo depósito 3 grifos iguales a los anteriores?

Solución:

<u>Nº de grifos</u>	(I)	<u>Tiempo (horas)</u>
5	—————→	30
3	—————→	x

$\frac{3}{5} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = 50$ horas.

3. Porcentajes

PIENSA Y CALCULA

De los 600 alumnos que hay en un centro escolar, el 10% ha participado en un concurso de poesía. ¿Cuántos alumnos han participado en el concurso?

Solución:

$$600 \cdot 0,1 = 60 \text{ alumnos.}$$

Carné calculista 574 : 7,5 | C = 76,53; R = 0,025

APLICA LA TEORÍA

- 12** Por el gasto de 90 € en una compra realizada en un supermercado, nos han descontado el 5% gracias a un bono. ¿Cuánto dinero han descontado?

Solución:

$$\text{Han descontado: } 90 \cdot 0,05 = 4,5 \text{ €}$$

- 13** El 60% del alumnado de una clase ha aprobado el examen de Literatura. Si han aprobado 15 estudiantes, ¿cuántos estudiantes hay en la clase?

Solución:

En la clase hay:

$$15 : 0,6 = 25 \text{ alumnos.}$$

- 14** En un paquete de 250 g de mezcla de café, hay 60 g de café torrefacto. Calcula el tanto por ciento que hay de este café en la mezcla.

Solución:

$$60 : 250 = 0,24 = 24\% \text{ de café torrefacto.}$$

- 15** Durante el transporte de 12 500 kg de tomates se ha estropeado el 8%. ¿Cuántos kilos de tomates han quedado?

Solución:

$$12\,500 \cdot 0,92 = 11\,500 \text{ kg}$$

- 16** Un comerciante paga el metro de tela a 8 €. Si quiere ganar el 20% del precio de costo, ¿a qué precio debe vender el metro de tela?

Solución:

$$\text{Precio de venta: } 8 \cdot 1,2 = 9,6 \text{ € el metro de tela.}$$

- 17** Alberto pagó el año pasado 350 € por un servicio de teléfono móvil. Si este año ha pagado 378 €, ¿qué tanto por ciento ha aumentado en el gasto de teléfono?

Solución:

El aumento porcentual es:

$$378 : 350 = 1,08$$

El tanto por ciento es:

$$1,08 - 1 = 0,08 = 8\%$$

4. Proporcionalidad compuesta

PIENSA Y CALCULA

Analiza en la siguiente situación si la cantidad de días es directa o inversamente proporcional a la cantidad de pienso y al número de vacas: un ganadero necesita 600 kg de pienso para alimentar a 40 vacas durante 8 días. ¿Durante cuántos días podrá alimentar a 20 vacas con 1 500 kg de pienso?

Solución:

El número de kilos y el número de días es directa. El número de vacas y el número de días es inversa.

Carné calculista $\left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right) : \frac{5}{8} = \frac{2}{3}$

APLICA LA TEORÍA

- 18** Un obrero gana 540 € por trabajar durante 15 días a razón de 6 h diarias. ¿Cuánto ganará por 8 días de trabajo a razón de 9 h diarias?

Solución:

(D)		
↓	↓	↓
Tiempo (días)	Tiempo (h/día)	Dinero (€)
15	6	540
8	9	x
} $\frac{15}{8} \cdot \frac{6}{9} = \frac{540}{x} \Rightarrow x = 432 \text{ €}$		

- 19** Durante unas vacaciones, 7 personas gastan en alimentación 63 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 30 días con 3 240 €

Solución:

(D)		
↓	↓	↓
Dinero (€)	Tiempo (días)	Nº personas
63	1	7
3 240	30	x
} $\frac{63}{3 240} \cdot \frac{30}{1} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ personas.}$		

- 20** Un trabajo se ha realizado con 50 obreros que emplearon 15 días trabajando 10 h diarias. Si el trabajo se hiciese con 75 obreros durante 20 días, ¿cuántas horas diarias tendrían que trabajar?

Solución:

(I)		
↓	↓	↓
Nº obreros	Tiempo (días)	Tiempo (h/día)
50	15	10
75	20	x
} $\frac{75}{50} \cdot \frac{20}{15} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 5 \text{ horas/día.}$		

- 21** Calcula el interés producido por un capital de 900 € al 4,5% en 2 años.

Solución:

$$I = 900 \cdot 0,045 \cdot 2 = 81 \text{ €}$$

- 22** ¿Qué capital se debe depositar al 3% para que después de 5 años produzca 750 €?

Solución:

$$c \cdot 0,03 \cdot 5 = 750 \Rightarrow c = 5 000 \text{ €}$$

- 23** ¿A qué rédito se debe depositar un capital de 5 280 € para que produzca un interés de 264 € en 15 meses?

Solución:

$$\frac{5 280 \cdot r \cdot 15}{12} = 264 \Rightarrow r = 0,04 \Rightarrow R = 4\%$$

- 24** ¿Durante cuántos meses se deben dejar depositados 4 800 € al 5% para obtener un capital total de 5 160 €?

Solución:

$$I = 5 160 - 4 800 = 360 \text{ €}$$

$$\frac{4 800 \cdot 0,05 \cdot t}{12} = 360 \Rightarrow t = 18 \text{ meses.}$$

Ejercicios y problemas

1. Razón y proporción

25 Calcula mentalmente las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:

- Un jamón de 9 kg cuesta 72 €
- Un coche en 5 h recorre 450 km
- Rocío tiene 4 €, y Luis, 20 €
- Una finca tiene 25 ha, y otra, 100 ha

Solución:

- $72 : 9 = 8 \text{ €/kg} \Rightarrow$ Es el precio por kilo de jamón.
- $450 : 5 = 90 \text{ km/h} \Rightarrow$ Es la velocidad media.
- $20 : 4 = 5 \Rightarrow$ Luis tiene 5 veces la cantidad de Rocío.
- $100 : 25 = 4 \Rightarrow$ La 2ª finca es 4 veces más grande que la 1ª

26 Completa para que formen proporción:

- $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{28}$
- $\frac{\dots}{3} = \frac{35}{15}$
- $\frac{3}{\dots} = \frac{5}{2,5}$
- $\frac{6}{0,5} = \frac{12}{\dots}$

Solución:

- $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$
- $\frac{7}{3} = \frac{35}{15}$
- $\frac{3}{1,5} = \frac{5}{2,5}$
- $\frac{6}{0,5} = \frac{12}{1}$

27 Calcula el cuarto proporcional:

- $\frac{x}{6} = \frac{5}{0,4}$
- $\frac{1,8}{2,5} = \frac{5,4}{x}$
- $\frac{0,2}{1,3} = \frac{x}{3,9}$
- $\frac{0,24}{x} = \frac{0,02}{0,3}$

Solución:

- $x = \frac{6 \cdot 5}{0,4} = 75$
- $x = \frac{2,5 \cdot 5,4}{1,8} = 7,5$
- $x = \frac{0,2 \cdot 3,9}{1,3} = 0,6$
- $x = \frac{0,24 \cdot 0,3}{0,02} = 3,6$

28 Calcula el medio proporcional:

- $\frac{6,4}{x} = \frac{x}{2,5}$
- $\frac{7,2}{x} = \frac{x}{0,8}$

Solución:

- $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$
- $x^2 = 5,76 \Rightarrow x = \pm 2,4$

2. Magnitudes proporcionales

29 Un reloj se adelanta 4 minutos cada 28 h. ¿Cuánto tiempo se adelantará cada semana?

Solución:

Tiempo (h)	(D)	Tiempo (min)
28	→	4
168	→	x

$\frac{28}{168} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 24 \text{ minutos.}$

30 Un grifo vierte 30 litros por minuto y tarda 3 h en llenar un depósito. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar el mismo depósito otro grifo que vierte 45 litros por minuto?

Solución:

Caudal (l/min)	(l)	Tiempo (h)
30	→	3
45	→	x

$\frac{45}{30} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 2 \text{ horas.}$

31 Una pieza de tela de 42 m vale 210 €. ¿Cuánto costará una pieza de 64 m de la misma tela?

Solución:

Longitud (m)	(D)	Dinero (€)
42	→	210
64	→	x

$\frac{42}{64} = \frac{210}{x} \Rightarrow x = 320 \text{ €}$

32 El tablero de una mesa tiene 120 cm de largo por 80 cm de ancho. Si se desea una mesa de 150 cm de largo y con la misma superficie, ¿cuánto debe medir de ancho?

Solución:

Longitud (m)	(l)	Longitud (m)
120	→	80
150	→	x

$\frac{150}{120} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 64 \text{ cm}$

3. Porcentajes

33 En la compra de un televisor de 300 €, se ha realizado un descuento del 15%. ¿Cuánto dinero se ha descontado?

Solución:

Se descuenta: $300 \cdot 0,15 = 45 \text{ €}$

34 En una mezcla de azúcar, el 20% es azúcar morena. Si hay 150 g de azúcar morena en la mezcla, ¿cuánto pesa el total de la misma?

Solución:

Peso de la mezcla: $150 : 0,2 = 750 \text{ g}$

35 En una fiesta de cumpleaños hay 60 botellas de refresco. Si hay 9 botellas de limón, ¿cuál es el tanto por ciento de este tipo de refresco?

Solución:

Tanto por ciento de refresco:

$9 : 60 = 0,15 = 15\%$

36 En una planta de envasado de fruta, el 3% de las cajas tiene algún defecto. Si se han envasado 12 500 cajas en total, ¿cuántas cajas hay sin defecto?

Solución:

Nº de cajas sin defecto:

$12\,500 \cdot 0,97 = 12\,125 \text{ cajas.}$

37 Un comerciante paga 12 € por unas figuras de cristal. Si se desea ganar el 64% del precio de costo, ¿a qué precio se debe vender cada figura?

Solución:

Precio de venta: $12 \cdot 1,64 = 19,68 \text{ €}$

4. Proporcionalidad compuesta

38 El precio por transportar 800 kg de mercancía a una distancia de 120 km es de 80 €. ¿Qué precio se pagará por transportar 1 200 kg a 450 km?

Solución:

Peso (kg)	Longitud (km)	Dinero (€)
800	120	80
1 200	450	x

$\frac{800}{1\,200} \cdot \frac{120}{450} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 450 \text{ €}$

39 Una obra se hace con 24 obreros durante 18 días a razón de 8 h diarias. ¿Con cuántos obreros se haría la misma obra en 12 días a razón de 9 h diarias?

Solución:

Tiempo (días)	Tiempo (h/día)	Nº obreros
18	8	24
12	9	x

$\frac{12}{18} \cdot \frac{9}{8} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 32 \text{ obreros.}$

40 Cinco grifos abiertos 15 h diarias han vertido agua por valor de 25 €. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 6 h diarias durante el mismo período de tiempo?

Solución:

Nº de grifos	Tiempo (h/día)	Dinero (€)
5	15	25
12	6	x

$\frac{5}{12} \cdot \frac{15}{6} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 24 \text{ €}$