

# Progresiones

## Progresiones Geométricas:

Son sucesiones en las que cada término se consigue multiplicando el anterior por una misma cantidad, **r**, llamada **razón**. Su término general es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica se calcula mediante:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^n - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

La suma de todos los términos de una progresión geométrica en la que su razón verifique:  $0 < |r| < 1$ , se expresa como  $S_\infty$  y se calcula:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}$$

**36.-** Prueba cuales de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y cuáles no. Y de las que sean calcula su razón. **a)** 5, 5/3, 5/9, 5/27,... **b)** 3, 12, 60, ... **c)** 54, 36, 24, 16, ...

Sol: a) Si  $r=1/3$ ; b) No; c) Si  $r=2/3$

**37.-** Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, ...

Sol:  $a_{10} = 2^{10}$

**38.-** Hallar el décimo término de la progresión: 1/64, 1/32, 1/16, ...

Sol:  $r = 2$ ,  $a_{10} = 8$

**39.-** Determinar los seis primeros términos de una P.G. si los dos primeros valen 5 y 3, respectivamente.

Sol: 5, 3, 9/5, 27/25, 81/125, 243/625

**40.-** El término  $a_5$  de una progresión geométrica vale 324 y la razón vale 3. Hallar el primer término.

Sol: 4

**41.-** En una progresión geométrica se sabe que  $a_5=48$  y  $a_{10}=1.536$ . Hallar el primer término y la razón.

Sol:  $a_1 = 3$ ,  $r = 2$

**42.-** En una P.G.  $a_{10}=64$  y la  $r=1/2$ . Hallar  $a_8$

Sol:  $a_8 = 256$

**43.-** Indica la razón de las siguientes progresiones:

**a)** 1, 4, 16, 64... **b)** 3, -9, 27, -81... **c)** -2, 10, -50, 250...  
**d)** 27, 9, 3, 1.... **e)** 2, 1/2, 1/8, 1/32... **f)** 24, -8, 8/3, -8/9...

Sol: a) 4; b) -3; c) -5; d) 1/3; e) 1/4; f) -1/3

**44.-** Calcula el octavo término de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...

Sol: 384

**45.-** En una P.G.  $a_1=10$  y  $a_{10}=5.120$ . Hallar  $a_5$ .

Sol:  $a_5 = 160$

**46.-** Dos términos consecutivos de una P.G. son 54 y 81, respectivamente. Hallar el lugar que ocupan en la progresión, si el primer término vale 24.

Sol: puestos 3 y 4

**47.-** En una progresión geométrica  $a_5=2$  y  $a_7=8$ . Hallar la razón y los primeros 5 términos.

Sol: a)  $r = 2$ ; b) 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2

**48.-** Halla el término 12 de la progresión: 1/3, 1, 3, 9, 27...

Sol: 59.049

**49.-** Halla el primer término de una P.G. sabiendo que la razón es  $1/2$  y el octavo término es 17/64.

Sol: 34

**50.-** A Isabel y Andrés les han confiado, a las nueve de la mañana, un secreto. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo han contado a tres amigos. Estos a otros tres,...,etc. ¿Cuánta gente lo sabrá a las 2 de la tarde?

Sol: Aproximadamente 3.500 millones de personas.

**51.-** Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.

Sol: 3

**52.-** En una progresión geométrica  $a_2=5$  y la razón 3, hallar el lugar que ocupa el término que vale 10.935.

Sol:  $n = 9$

**53.-** Intercalar 4 términos entre 4 y 972 de modo que formen una progresión geométrica.

Sol:  $r = 3$ . 12,36, 108, 324

**54.-** Interpoliar 6 términos entre 64 y 1/2 de modo que formen progresión geométrica.

Sol:  $r = 1/2$ . 32, 16, 8, 4, 2, 1

**55.-** Intercalar 3 términos entre 5 y 405 de modo que formen progresión geométrica.

Sol:  $r = 3$ . 15, 45, 135

**56.-** En una P.G.  $a_1=2$  y la razón  $r=3$ , hallar el término  $a_5$  y el producto de los cinco primeros términos.

Sol:  $a_5 = 162$ ;  $P = 1.889.568$

**57.-** Hallar tres números en progresión geométrica con  $r>0$ , sabiendo que su suma es 31 y su producto 125.

Sol: 1, 5, 25 ( $r=5$ )

**58.-** Hallar el producto de los 7 primeros términos de una P.G. sabiendo que el central vale 5.

Sol: 78125

**59.-** Halla la suma de los cinco primeros términos de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...

Sol: 93

**60.-** Hallar tres números en progresión geométrica, sabiendo que su suma vale 12 y su producto -216.

Sol: 3, -6, 12.

**61.-** Determinar cuatro números en P.G. tal que los dos primeros sumen 9 y los dos últimos 36.

Sol: 3, 6, 12, 24

**62.-** Halla la suma de los términos de las siguientes progresiones decrecientes e ilimitadas:

**a)** 6, 3, 3/2, 3/4... **b)** 1/2, 1/6, 1/18, 1/54...

**c)** 18, 6, 2, 2/3... **d)** 27, 9, 3, 1, ...

Sol: a) 12; b) 3/4; c) 27; d) 81/2

**63.-** Una máquina de café cuesta 1.500 €, al cabo de unos años se vende a mitad de precio. Pasados unos años más, se vende por la mitad y así sucesivamente. **a)** Formar la progresión de los precios sucesivos de la máquina. **b)** ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?. **c)** Si este proceso continuara, ¿cuál será la suma total pagada por esa máquina?

Sol: a)  $a_n = 1500 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ; b) 93,75 €; c) 3.000 €

**64.-** En cierta enfermedad, el organismo es atacado por unas bacterias, que se reproducen partiéndose en dos cada 24 horas. Si inicialmente se han introducido 10000 bacterias, ¿cuántas habrá al quinto día? ¿Y al décimo?.

Sol:  $S_5=310.000$ ;  $S_{10}=10.230.000$

**65.-** Sea un cuadrado de 8 cm. de lado. Uniendo los puntos medios se obtiene otro cuadrado inscrito en el anterior, si repetimos este proceso obtenemos una sucesión de infinitos cuadrados. Comprobar que las áreas de los infinitos cuadrados forman una progresión geométrica y calcular la suma de todas las áreas.

Sol:  $a_n = 64 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^6 \cdot 2^{1-n} = 2^{7-n} \rightarrow S_\infty = \frac{64}{1-0,5} = 128 \text{ cm}^2$

**66.-** La población de una ciudad ha aumentado en P.G. de 59.049 individuos que era en 1.953 a 100.000 en 1958. ¿Cuál es la razón de crecimiento por año?

Sol:  $10^9$