Universitat de les Illes Balears
Proves d'accés a la Universitat
Matemàtiques II 2019

Model 1

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada questió es puntua sobre 10 punts. La qualifiació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemátic i no matemátic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de cálcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gráfica o programable, peró no s'autoritzará l'us de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left.\begin{array}{l}(a+2)x+(a-1)y-z=1\\ ax-y+z=-1\\ 11x+ay-z=a\end{array}\right\};$$

(7 punts)

b) Resoleu-lo en el cas en qué a = 0. (3 punts)

2. Les funcions $f(x)=x^4+ax^2+bx$ i $g(x)=x-cx^2$ passen pel punt (1, 0): Determinau els coeficients a, b i c perqué tinguin la mateixa recta tangent en aquest punt i calculau-la.

(10 punts)

3. Determinau la posició relativa del pla $x+y+z=1$ amb la recta d'equacions $x-1=y-1=\dfrac{z-1}{-2}$

(4 punts)

Calculau la projecció ortogonal de la recta sobre el pla. (6 punts)

4. Les alçades X dels estudiants de 18 anys dels instituts de Palma es modelen segons una llei normal de mitjana μ = 1.78 m i desviació típica σ = 0.65 m. Es demana:

a) Percentatge d'estudiants de 18 anys dels instituts de Palma que fan més d'1.90 m.

(4 punts)

b) Agafam una mostra de 100 estudiants de 18 anys dels instituts de Palma i en volem seleccionar els 30 més alts. Quina és l'alçada mínima que ha de fer un estudiant de 18 anys dels instituts de Palma per ser seleccionat? (6 punts)

Model 1

OPCIÓ B

1. Considerem la matriu i els vectors següents:

$$A=\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & y \end{pmatrix}, b=\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}, c=\begin{pmatrix} y \\ 2y \end{pmatrix}, d=\begin{pmatrix} 6-2y \\ -2 \end{pmatrix}$$

Calculau x i y perqué es verifiqui:

$$b-A\cdot c=A\cdot d$$

(10 punts)

2. Considerem la regió delimitada per la funció $f\left(x\right)=x^2-x^4$ i l'eix d'abscisses o eix OX.
Feu un esbós de la regió demanada (6 punts) i calculau l'área de la regió. (4 punts)

3. Considerem la recta $\frac{x-1}{2}=y+1=-z+1$ i el pla $x-y=0$. Calculau l'área del triangle format pel punt de tall entre la recta i el pla, el punt (1, –1, 1) de la recta i la projecció ortogonal d'aquest punt sobre el pla. (10 punts)

4. En una comunitat de 500 estudiants de segon de batxillerat, 200 estudien l'opció científica tecnológica. N'hi ha 150 que practiquen futbol i 100 que practiquen básquet (entenem que no n'hi ha cap que practiqui futbol i básquet a la vegada). Dels que practiquen básquet, 70 estudien l'opció científica tecnológica, i hi ha 150 estudiants que no practiquen esport ni fan l'opció científica tecnológica. Es demana:

a) Probabilitat que un estudiant estudiï l'opció científica tecnológica i no practiqui esport. (3 punts)

b) Sabent que un estudiant practica futbol, quina és la probabilitat que estudiï l'opció científica tecnológica? (3 punts)

c) Són independents els esdeveniments “practicar futbol" i “estudiar l'opció científica tecnológica". Raonau la resposta. (4 punts)

SOLUCIONES

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left.\begin{array}{l}(a+2)x+(a-1)y-z=1\\ ax-\ \ y\ +\ \ z=-1\\ 11x+\ ay-\ \ z=a\end{array}\right\}\ ;$$ (7 punts)

b) Resoleu-lo en el cas en qué a = 0. (3 punts)

a) Consideremos la matriz de los coeficientes del sistema.

$$A=\begin{pmatrix}a+2 & a-1 & -1\\ a & -1 & 1\\ 11 & a & -1\end{pmatrix}$$ con determinante

$$|A|=\begin{vmatrix}a+2 & a-1 & -1\\ a & -1 & 1\\ 11 & a & -1\end{vmatrix}=a+2+11a-11-a^2-11+a^2-a-a^2-2a=-a^2+9a-20$$

Si igualamos a cero.

$$|A|=0\Rightarrow -a^2+9a-20=0\Rightarrow a=\frac{-9\pm\sqrt{81-80}}{-2}=\frac{-9\pm 1}{-2}=\begin{cases}x=\frac{-9+1}{-2}=4\\ x=\frac{-9-1}{-2}=5\end{cases}$$

Hay tres situaciones distintas que estudiamos por separado.

CASO 1. $a\neq 4$ y $a\neq 5$

En este caso el rango de la matriz de coeficientes es 3 al igual que el rango de la matriz ampliada e igual al número de incógnitas. El sistema es compatible determinado. Tiene una única solución.

CASO 2. $a=4$

El sistema queda

$$\left.\begin{array}{l}6x+3y-z=1\\ 4x-y+z=-1\\ 11x+4y-z=4\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{rrrr}\multicolumn{4}{l}{6\cdot\text{Ecuación }2^{a}-4\cdot\text{Ecuación }1^{a}}\\ 24x & -6y & +6z & =-6\\ -24x & -12y & +4z & =-4\\ \hline & -18y & +10z & =-10\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{rrrr}\multicolumn{4}{l}{6\cdot\text{Ecuación }3^{a}-11\cdot\text{Ecuación }1^{a}}\\ 66x & +24y & -6z & =24\\ -66x & -33y & +11z & =-11\\ \hline & -9y & +5z & =13\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}6x+3y-z=1\\ -18y+10z=-10\\ -9y+5z=13\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\text{Simplifico la ecuación }2^{a}\\ \text{La divido por - 2}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}6x+3y-z=1\\ +9y-5z=5\\ -9y+5z=13\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{rrr}\multicolumn{3}{l}{\text{Ecuación }3^{a}+\text{Ecuación }2^{a}}\\ -9y & +5z & =13\\ 9y & -5z & =5\\ \hline & 0 & =18\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}6x+3y-z=1\\ +9y-5z=5\\ 0=18\end{array}\right\}$$

Este sistema es incompatible. No tiene solución.

CASO 3. $a=5$

El sistema queda

$$\left.\begin{array}{l} 7x+4y-z=1 \\ 5x-y+z=-1 \\ 11x+5y-z=5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 7\cdot\text{Ecuación } 2^{a} \text{ - } 5\cdot\text{Ecuación } 1^{a} \\ \begin{array}{cccc} 35x & -7y & +7z & =-7 \\ -35x & -20y & +5z & =-5 \\ \hline & -27y & +12z & =-12 \end{array} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} 7\cdot\text{Ecuación } 3^{a} \text{ - } 11\cdot\text{Ecuación } 1^{a} \\ \begin{array}{cccc} 77x & +35y & -7z & =35 \\ -77x & -44y & +11z & =-11 \\ \hline & -9y & +4z & =24 \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} 7x+4y-z=1 \\ -27y+12z=-12 \\ -9y+4z=24 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Simplifico la ecuación } 2^{a} \\ \text{Divido por - 3} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 7x+4y-z=1 \\ 9y-4z=4 \\ -9y+4z=24 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \text{Ecuación } 3^{a} + \text{Ecuación } 2^{a} \\ \begin{array}{ccc} -9y & +4z & =24 \\ 9y & -4z & =4 \\ \hline & 0 & =28 \end{array} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 7x+4y-z=1 \\ 9y-4z=4 \\ 0=28 \end{array}\right\}$$

Este sistema es incompatible.

b) Para $a=0$ el sistema es compatible determinado. Lo resolvemos con la regla de Cramer.

$$\left.\begin{array}{r} 2x-y-z=1 \\ -y+z=-1 \\ 11x \quad -z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 11 & 0 & -1 \end{pmatrix} \; y \; |A|=\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 11 & 0 & -1 \end{vmatrix}=2-11-11=-20$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{|A|}=\frac{1+1}{-20}=\frac{2}{-20}=\frac{-1}{10}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 11 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{|A|}=\frac{2+11-11}{-20}=\frac{2}{-20}=\frac{-1}{10}$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 11 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{|A|}=\frac{11+11}{-20}=\frac{22}{-20}=\frac{-11}{10}$$

2. Les funcions $f(x)=x^4+ax^2+bx$ i $g(x)=x-cx^2$ passen pel punt (1, 0): Determinau els coeficients a, b i c perquè tinguin la mateixa recta tangent en aquest punt i calculau-la.

(10 punts)

Si pasan por el punto (1, 0) debe cumplirse:

$f(1)=0 \Rightarrow 1^4+a1^2+b=0 \Rightarrow 1+a+b=0$

$g(1)=0 \Rightarrow 1-c1^2=0 \Rightarrow 1-c=0 \Rightarrow c=1$

Al tener la misma tangente debe tener la misma pendiente en el punto (1, 0).

Es decir, *g´(1)=f´(1)*

$$\left.\begin{array}{l} f'(x)=4x^3+2ax+b \Rightarrow f'(1)=4+2a+b \\ g'(x)=1-2x \Rightarrow g'(1)=1-2=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow -1=4+2a+b \Rightarrow 2a+b=-5$$

Nos queda por resolver el sistema formado por las dos ecuaciones obtenidas.

$$\left.\begin{matrix} 1+a+b=0 \\ 2a+b=-5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a=-1-b \\ 2a+b=-5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2(-1-b)+b=-5 \Rightarrow -2-2b+b=-5 \Rightarrow -b=-3 \Rightarrow b=3$$

$$a=-1-3=-4$$

El valor de los parámetros es a = –4, b = 3 y c = 1

La tangente a la gráfica de la función $f(x)=x^4+ax^2+bx$ en (1,0) es

$$f(x)=x^4-4x^2+3x \Rightarrow f'(x)=4x^3-8x+3 \Rightarrow f'(1)=4-8+3=-1$$

La recta tangente es $y-0=-1(x-1) \Rightarrow \boxed{y=-x+1}$

3. Determinau la posició relativa del pla $x+y+z=1$ amb la recta d'equacions $x-1=y-1=\frac{z-1}{-2}$

(4 punts)

Calculau la projecció ortogonal de la recta sobre el pla. (6 punts)

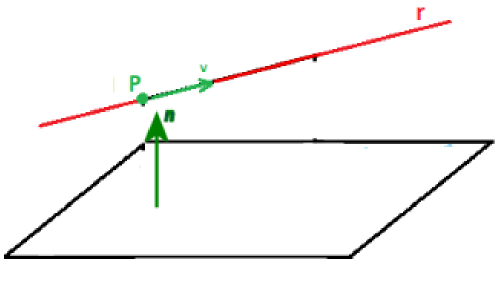
La posición relativa de recta y plano depende (en gran parte) de la posición del vector normal del plano $\vec{n}=(1,1,1)$ y del director de la recta $\vec{v}=(1,1,-2)$.

Veamos si son perpendiculares. En cuyo caso plano y recta son paralelos o el plano contiene a la recta.

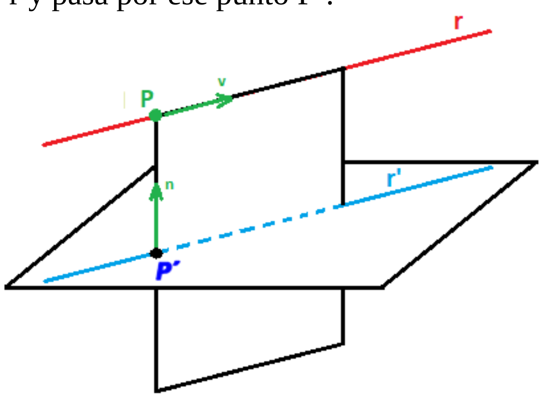
$\vec{n}\cdot\vec{v}=(1,1,1)(1,1,-2)=1+1-2=0$. Son perpendiculares. Falta ver si la recta está contenida en el plano o no. Basta con ver si uno de sus puntos, por ejemplo, P(1,1,1) está en el plano.

$$\left.\begin{matrix} x+y+z=1 \\ P(1,1,1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow ¿1+1+1=1?$$

Luego recta y plano son paralelos.



La proyección ortogonal de la recta en el plano, se obtiene según indica el dibujo. Basta proyectar el punto P(1,1,1) de la recta en el plano y la recta r´ pedida será la que tiene como vector director el mismo de r y pasa por ese punto P´:



Hallamos la ecuación de la recta perpendicular al plano que pasa por P(1,1,1).

$$\left.\begin{matrix} \vec{n}=(1,1,1) \\ \text{Pasa por P(1,1,1)} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{matrix}\right\}$$

El punto P´ será el corte del plano y esta recta que acabamos de obtener.

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}x=1+t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{array}\right\}\\ x+y+z=1\end{array}\right\}\Rightarrow 1+t+1+t+1+t=1\Rightarrow 3+3t=1\Rightarrow t=\frac{-2}{3}\Rightarrow \left\{\begin{array}{l}x=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\\ y=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\\ z=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\end{array}\right.$$

El punto P´ tiene coordenadas $P´\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

Y la proyección ortogonal es la recta de ecuación:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}=(1,1,-2)\\ \text{Pasa por el punto } P´\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{x-\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{1}{3}}{1}=\frac{z-\frac{1}{3}}{-2}\Rightarrow \boxed{x-\frac{1}{3}=y-\frac{1}{3}=\frac{z-\frac{1}{3}}{-2}}$$

4. Les alçades X dels estudiants de 18 anys dels instituts de Palma es modelen segons una llei normal de mitjana μ = 1.78 m i desviació típica σ = 0.65 m. Es demana:

a) Percentatge d'estudiants de 18 anys dels instituts de Palma que fan més d'1.90 m. (4 punts)

b) Agafam una mostra de 100 estudiants de 18 anys dels instituts de Palma i en volem seleccionar els 30 més alts. Quina és l'alçada mínima que ha de fer un estudiant de 18 anys dels instituts de Palma per ser seleccionat? (6 punts)

X = Estatura de los estudiantes. X = N(1.78, 0.65)

a)

$$P(X>1.9)=\{Tipificamos\}=P\left(\frac{X-1.78}{0.65}>\frac{1.9-1.78}{0.65}\right)=$$

$$=P(Z>0{,}1846)=1-P(Z<0{,}1846)=1-\frac{0.5714+0.5753}{2}=1-0{,}5733=0{,}4266$$

El porcentaje de alumnos de más de 1.90 metros es de 42,66%

b) Nos piden la altura h para que $P(X>h)=0{,}30$. Averigüémoslo, siguiendo los mismos pasos que en el apartado anterior.

$$P(X>h)=0{,}30\Rightarrow P\left(\frac{X-1.78}{0.65}>\frac{h-1.78}{0.65}\right)=0{,}30$$

$$P\left(Z>\frac{h-1.78}{0.65}\right)=0{,}3$$

$$1-P\left(Z<\frac{h-1.78}{0.65}\right)=0.3$$

$$P\left(Z<\frac{h-1.78}{0.65}\right)=0.7$$

Buscando en las tablas

$$\frac{h-1.78}{0.65}=0.52\Rightarrow h=1.78+0.52\cdot 0.65=\boxed{2.118\,m}$$

OPCIÓ B

1. Considerem la matriu i els vectors següents:

$$A=\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & y \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix},\ c=\begin{pmatrix} y \\ 2y \end{pmatrix},\ d=\begin{pmatrix} 6-2y \\ -2 \end{pmatrix}$$

Calculau x i y perqué es verifiqui:

$$b-A\cdot c=A\cdot d$$

(10 punts)

Calculamos $b-A\cdot c=A\cdot d$

$$b-A\cdot c=A\cdot d \Rightarrow b=A\cdot c+A\cdot d \Rightarrow b=A(c+d)$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & y \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} y \\ 2y \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6-2y \\ -2 \end{pmatrix}\right]$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6-y \\ 2y-2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6x-xy+2y^2-2y \\ 2y^2-2y \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} 2=6x-xy+2y^2-2y \\ \frac{3}{2}=2y^2-2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2=6x-xy+2y^2-2y \\ \frac{3}{2}=2y^2-2y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2=6x+y^2-2y \\ 0=4y^2-4y-3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{8}=\frac{4\pm 8}{8}=\begin{cases} y=\frac{4+8}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2} \\ y=\frac{4-8}{8}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=\frac{3}{2} \\ 2=6x-xy+2y^2-2y \end{array}\right\} \Rightarrow 2=6x-\frac{3}{2}x+2\frac{9}{4}-2\frac{3}{2} \Rightarrow 4=12x-3x+9-6 \Rightarrow 9x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{9}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=-\frac{1}{2} \\ 2=6x-xy+2y^2-2y \end{array}\right\} \Rightarrow 2=6x+\frac{1}{2}x+2\frac{1}{4}+1 \Rightarrow 4=12x+x+1+2 \Rightarrow 13x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{13}$$

Las soluciones son:

$$\boxed{x=\frac{1}{9} \text{ e } y=\frac{3}{2};\ x=\frac{1}{13} \text{ e } y=-\frac{1}{2}}$$

2. Considerem la regió delimitada per la funció $f(x)=x^2-x^4$ i l'eix d'abscisses o eix OX. Feu un esbós de la regió demanada (6 punts) i calculau l'área de la regió. (4 punts)

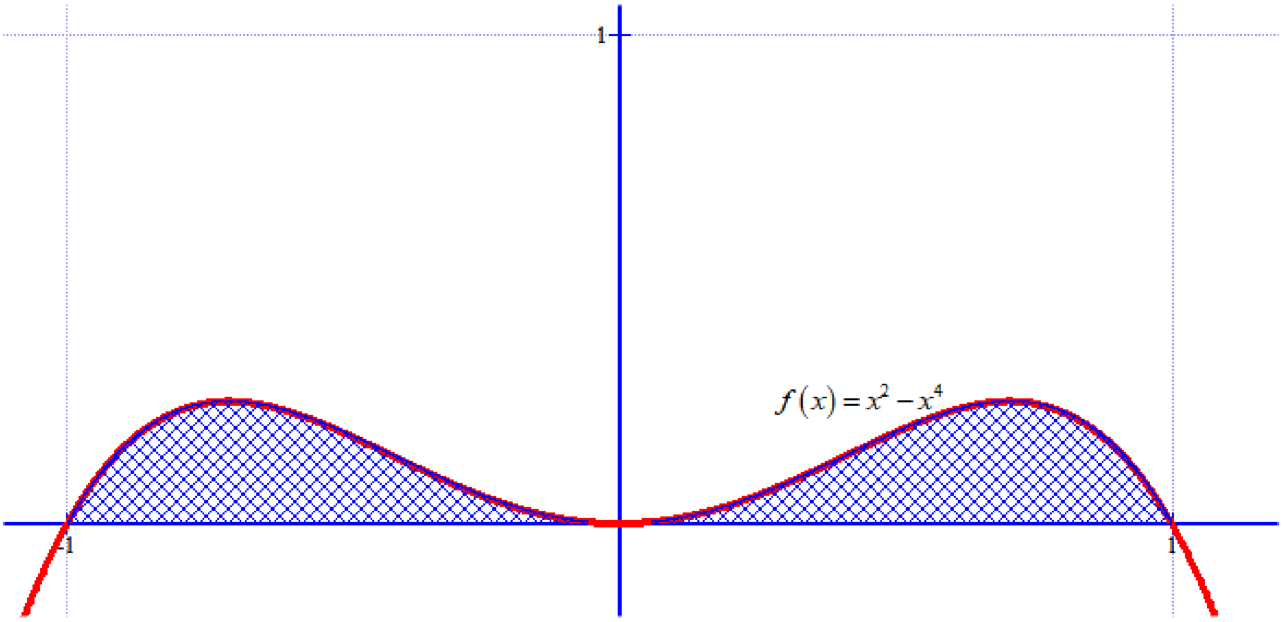
Veamos donde se corta la gráfica de la función $f(x)=x^2-x^4$ con el eje X (y = 0).

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 - x^4 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = x^2 - x^4 \Rightarrow 0 = x^2\left(1 - x^2\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

El recinto es el dibujado. Para hacer la gráfica basta con completar la tabla de valores de –1 a 1.
El valor del área es muy pequeño. Por la simetría basta hallar el área entre 0 y 1 y el área del recinto pedida será el doble de lo que se obtenga .

$$\int_0^1 x^2 - x^4 dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right]_0^1 = \left[\frac{1^3}{3} - \frac{1^5}{5}\right] - \left[\frac{0^3}{3} - \frac{0^5}{5}\right] = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} u^2$$

El área es $2 \cdot \frac{2}{15} = \boxed{\frac{4}{15} u^2}$



3. Considerem la recta $\frac{x-1}{2} = y + 1 = -z + 1$ i el pla $x - y = 0$. Calculau l'àrea del triangle format pel punt de tall entre la recta i el pla, el punt (1, –1, 1) de la recta i la projecció ortogonal d'aquest punt sobre el pla. (10 punts)

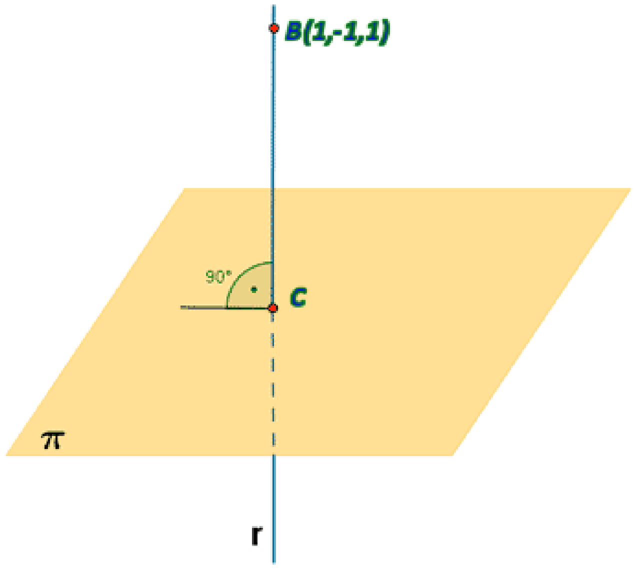
Calculemos las coordenadas de cada uno de los vértices del triángulo del que nos piden su área.
El punto de corte de recta y plano lo hallamos resolviendo el sistema formado por sus respectivas ecuaciones, previamente pasamos la ecuación continua de la recta a paramétricas.

$$\left.\begin{array}{l} x - y = 0 \\ \left.\begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{array}\right\} \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 2t + 1 - t = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 1 + 2t = 1 - 4 = -3 \\ y = -1 + t = -1 - 2 = -3 \\ z = 1 - t = 1 + 2 = 3 \end{array}\right\}$$

El vértice A(–3, –3, 3)

El vértice B(1, –1,1)

La proyección ortogonal del punto B sobre el plano es el otro vértice.



La recta r tiene ecuación

$$\left.\begin{array}{l}\vec{v}=\vec{n}=(1,-1,0)\\ \text{Pasa por } B(1,-1,1)\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=1+t\\ y=-1-t\\ z=1\end{array}\right\}$$

El punto C es el punto de corte de la recta y plano

$$\left.\begin{array}{l}x-y=0\\ \left.\begin{array}{l}x=1+t\\ y=-1-t\\ z=1\end{array}\right\}\end{array}\right\}\Rightarrow 1+t+1+t=0\Rightarrow 2+2t=0\Rightarrow t=-1\Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=1+t=1-1=0\\ y=-1-t=-1+1=0\\ z=1\end{array}\right\}$$

El vértice C tiene coordenadas C(0,0,1)

El triángulo de vértices A(–3, –3, 3); B(1, –1,1) y C(0,0,1) es la mitad del módulo del producto vectorial de los vectores que unen los tres vértices, por ejemplo, $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(1,-1,1)-(-3,-3,3)=(4,2,-2)\\ \overrightarrow{AC}=(0,0,1)-(-3,-3,3)=(3,3,-2)\end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 4 & 2 & -2\\ 3 & 3 & -2\end{vmatrix}=$$

$$=-4i-6j+12k-6k+8j+6i=2i+2j+6k=(2,2,6)$$

$$Área=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|}{2}=\frac{\sqrt{2^2+2^2+6^2}}{2}=\frac{\sqrt{44}}{2}=\boxed{\sqrt{11}\,u^2}$$

4. En una comunitat de 500 estudiants de segon de batxillerat, 200 estudien l'opció científica tecnológica. N'hi ha 150 que practiquen futbol i 100 que practiquen bàsquet (entenem que no n'hi ha cap que practiqui futbol i bàsquet a la vegada). Dels que practiquen bàsquet, 70 estudien l'opció científica tecnológica, i hi ha 150 estudiants que no practiquen esport ni fan l'opció científica tecnológica. Es demana:

a) Probabilitat que un estudiant estudiï l'opció científica tecnológica i no practiqui esport. (3 punts)

b) Sabent que un estudiant practica futbol, quina és la probabilitat que estudiï l'opció científica tecnológica? (3 punts)

c) Són independents els esdeveniments “practicar futbol" i “estudiar l'opció científica tecnológica". Raonau la resposta. (4 punts)

Realicemos una tabla de resumen de todos los datos aportados en el ejercicio

	Opción científica tecnológica	No opción científica tecnológica	
Futbol			**150**
Baloncesto	**70**		**100**
No hacen deporte		**150**	
	200		**500**

De aquí podemos completar la tabla.

	Opción científica tecnológica	No opción científica tecnológica	
Futbol	**30**	**120**	**150**
Baloncesto	**70**	**30**	**100**
No hacen deporte	**100**	**150**	**250**
	200	**300**	**500**

a) $P(\text{No hace deporte y opción científica}) = \dfrac{100}{500} = \boxed{0,2}$

b) $P(\text{Estudie opción científica / Practica futbol}) = \dfrac{30}{150} = \boxed{0,2}$

c) Para que sean independientes debe cumplirse que la probabilidad de la intersección de los sucesos sea igual al producto de las probabilidades de ambos sucesos.

$$P(\text{Practique futbol } \cap \text{estudie opción científica}) = \frac{30}{500} = \frac{3}{50}$$

$$P(\text{Practique futbol}) \cdot P(\text{ estudie opción científica}) = \frac{150}{500} \cdot \frac{200}{500} = \frac{30000}{250000} = \frac{3}{25}$$

Evidentemente no son iguales y por tanto son sucesos dependientes.