EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)

FASE GENERAL

CURSO 2019–2020

MATERIA: MATEMÁTICAS II	(2)
	Convocatoria: SEPTIEMBRE

Instrucciones:

- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas libremente de los grupos A o B.
- En caso de presentar más de cuatro preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras.
- En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo el proceso.
- Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a internet.

GRUPO A

1. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

   a. Calcule: $\int_0^{\pi/2} x\cos x dx$ 1.25 ptos

   b. Halle las asíntotas de la función: $f(x)=\dfrac{x^3+5x^2}{x^2-1}$ 1.25 ptos

2. Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 9 \\ 10 & -3 & 5 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 9 \\ 10 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

   Se plantea la siguiente ecuación matricial: $X\cdot A - C^t = X\cdot B$

   a. Justifique razonadamente cuál es la dimensión de la matriz X. 0.5 ptos

   b. Halle la matriz X que cumple la ecuación. 2 ptos

3. Dada la recta $r:\begin{cases} x=-2\lambda \\ y=2+\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases}$, y dado el plano $\pi \equiv x-3y+5z=2$

   a. ¿Cuál es la posición relativa de la recta r y el plano π. 1.25 ptos

   b. Calcular el plano π´ que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π. 1.25 ptos

4. Si una bombilla fluorescente presenta un 90% de posibilidades de tener una vida útil de al menos 800 horas, seleccionando 20 bombillas fluorescentes de este tipo, justificar si las siguientes afirmaciones son ciertas:

   a. Al seleccionar exactamente 18 bombillas fluorescentes, más del 30% tienen una vida útil de al menos 800 horas. 1 pto

   b. La probabilidad de que dos bombillas fluorescentes o menos NO tengan una duración de al menos 800 horas es menor que 0,7. 1 pto

   c. El valor esperado de bombillas con una vida útil de al menos 800 horas si se toma una muestra de 100 bombillas fluorescentes es igual a 10 0.5 ptos

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU)
FASE GENERAL
CURSO 2019–2020

MATERIA: MATEMÁTICAS II (3)

Convocatoria: SEPTIEMBRE

Instrucciones:
- Configure su examen con cuatro preguntas seleccionadas libremente de los grupos A o B.
- En caso de presentar más de cuatro preguntas, sólo se corregirán las cuatro primeras.
- En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo el proceso.
- Se permite la utilización de calculadora científica, no programable ni con conexión a internet.

GRUPO B

1. Halle los valores de a y b para que la recta de ecuación $y = 6x + a$ sea tangente a la curva $f(x) = \dfrac{bx-1}{bx+1}$ en el punto de abscisa $x = 0$.
   Escriba las funciones que se obtienen. 2.5 ptos

2. Sea el siguiente sistema de ecuaciones:
$$\left.\begin{array}{l} kx + 2y + 6z = 0 \\ 2x + ky + 4z = 2 \\ 2x + ky + 6z = k - 2 \end{array}\right\}$$
   a. Discuta el sistema según los valores del parámetro k. 1.75 ptos
   b. Resuelva el sistema para $k = 0$ 0.75 ptos

3. Consideremos el punto $A(1,2,1)$, y la recta $r : \begin{cases} x + y = 5 \\ 3y + z = 14 \end{cases}$
   a. Encuentre la ecuación del plano π que contiene al punto A y es perpendicular a la recta r. 1.5 ptos
   b. Consideremos $P(1,4,2)$, un punto de la recta r. Y sea s la recta determinada por los puntos A y P. Calcule el ángulo que forman las rectas r y s. 1 pto

4. Mi despertador no funciona muy bien, pues el 20% de las veces no suena. Cuando suena, llego tarde a clase el 20% de las veces; pero si no suena, la probabilidad de que llegue tarde es 0,9
   a. Represente el diagrama de árbol del problema. 0.5 ptos
   b. Justifique si el porcentaje de veces que llego tarde a clase y ha sonado el despertador es mayor que el 20%. 0.75 ptos
   c. Justifique si la probabilidad de que no llegue tarde a clase es menor que 0,5 0.75 ptos
   d. Si un día llego tarde a clase, ¿cuál es la probabilidad de que haya sonado el despertador? 0.5 ptos

SOLUCIONES

GRUPO A

1. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

a. Calcule: $\int_0^{\pi/2} x\cos x dx$ 1.25 ptos

b. Halle las asíntotas de la función: $f(x)=\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}$ 1.25 ptos

a.

$$\int_0^{\pi/2} x\cos x dx = \ldots$$

$$\boxed{\int x\cos x dx = \left\{\begin{array}{l}\text{Integración por partes}\\ u=x\rightarrow du=dx\\ dv=\cos x dx\rightarrow v=\int \cos x dx = senx\end{array}\right\} = xsenx-\int senxdx = xsenx+\cos x+K}$$

$$\ldots=\left[xsenx+\cos x\right]_0^{\pi/2}=\left[\frac{\pi}{2}sen\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{2}\right]-\left[0\cdot sen0+\cos 0\right]=\boxed{\frac{\pi}{2}-1}$$

b.

El dominio de la función $f(x)=\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}$ son todos los valores reales menos los que anulen el denominador.

$$x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$$

Dominio de $f(x)$ es $\mathbb{R}-\{-1,1\}$

Asíntota vertical. $x=a$

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}=\frac{4}{0}=\infty$$

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}=\frac{6}{0}=\infty$$

Las asíntotas verticales son $x=-1$ y $x=1$

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim_{x\to\infty}x=\infty$$

No tiene asíntotas horizontales.

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3+5x^2}{x^2-1}}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+5x^2}{x^3-x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x^3}=\lim_{x\to\infty}1=1$$

$$n = \lim_{x \to \infty} \left(f(x) - mx \right) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x^3 + 5x^2}{x^2 - 1} - x \right) =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^3} + 5x^2 \cancel{- x^3} + x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 + x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to \infty} \frac{5x^2}{x^2} = \lim_{x \to \infty} 5 = 5$$

La asíntota oblicua tiene ecuación $y = x + 5$

2. Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&2&9\\10&-3&5\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}2&2&0\\1&3&9\\10&-3&4\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}-1&0\\-3&-1\\6&0\end{pmatrix}$$

Se plantea la siguiente ecuación matricial: $X\cdot A-C^t=X\cdot B$

a. Justifique razonadamente cuál es la dimensión de la matriz X. 0.5 ptos

b. Halle la matriz X que cumple la ecuación. 2 ptos

a. Despejamos X en la ecuación matricial.

$$X\cdot A-C^t=X\cdot B\Rightarrow X\cdot A-X\cdot B=C^t\Rightarrow X\cdot(A-B)=C^t\Rightarrow X=C^t\cdot(A-B)^{-1}$$

Para despejar he supuesto que la matriz $A-B$ es invertible.

$$A-B=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&2&9\\10&-3&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2&0\\1&3&9\\10&-3&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow|A-B|=\begin{vmatrix}-1&0&1\\0&-1&0\\0&0&1\end{vmatrix}=1\neq 0$$

La matriz A–B tiene determinante distinto de cero y es invertible.

La matriz $(A-B)^{-1}$ tiene dimensión 3×3.

Veamos la dimensión de C^t

$$C=\begin{pmatrix}-1&0\\-3&-1\\6&0\end{pmatrix}\Rightarrow C^t=\begin{pmatrix}-1&-3&6\\0&-1&0\end{pmatrix}$$

La dimensión de C^t es 2×3.

Estudiemos la dimensión de X.

$$C^t\cdot(A-B)^{-1}=X$$

$$2\times 3\quad\cdot\quad 3\times 3\longrightarrow 2\times 3$$

Coinciden el número de columnas de primer factor del producto con el número de filas del segundo factor, por lo que se puede hacer dicho producto y se obtiene una matriz (X) con el número de filas del primer factor del producto y número de columnas del segundo factor del producto. X es de dimensión 2×3. Tiene 2 filas y 3 columnas.

b.

$$(A-B)^{-1}=\frac{Adj\left((A-B)^t\right)}{|A-B|}=\frac{Adj\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\1&0&1\end{pmatrix}}{1}=\begin{pmatrix}+\begin{vmatrix}-1&0\\0&1\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}0&0\\1&1\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}0&-1\\1&0\end{vmatrix}\\-\begin{vmatrix}0&0\\0&1\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}-1&0\\1&1\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}-1&0\\1&0\end{vmatrix}\\+\begin{vmatrix}0&0\\-1&0\end{vmatrix}&-\begin{vmatrix}-1&0\\0&0\end{vmatrix}&+\begin{vmatrix}-1&0\\0&-1\end{vmatrix}\end{pmatrix}$$

$$(A-B)^{-1}=\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$X=C^t\cdot(A-B)^{-1}=\begin{pmatrix}-1&-3&6\\0&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&-1+6\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&5\\0&1&0\end{pmatrix}$$

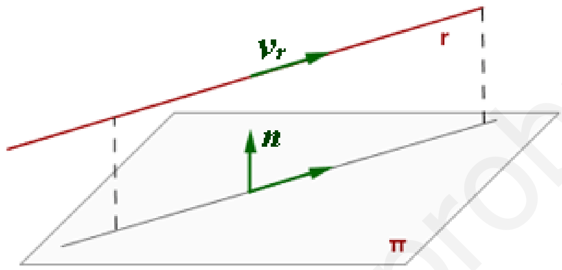
3. Dada la recta $r:\begin{cases} x=-2\lambda \\ y=2+\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases}$, y dado el plano $\pi \equiv x-3y+5z=2$

a. ¿Cuál es la posición relativa de la recta *r* y el plano π. 1.25 ptos
b. Calcular el plano π´ que contiene a la recta *r* y es perpendicular al plano π. 1.25 ptos

a. La recta *r* tiene como vector director $\overrightarrow{v_r}=(-2,1,1)$ y un punto de la recta es $P_r(0,2,2)$.
Veamos si el vector director de la recta y el normal del plano son ortogonales (recta y plano paralelos).

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{v_r}=(-2,1,1) \\ \vec{n}=(1,-3,5) \end{array}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}\cdot\vec{n}=(-2,1,1)(1,-3,5)=-2-3+5=0$$

Recta y plano son paralelos.

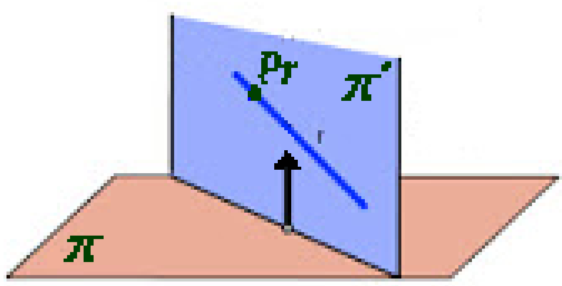


b. El plano π´ que contiene a la recta *r* y es perpendicular al plano π contiene el punto $P_r(0,2,2)$ y tiene como vectores directores $\overrightarrow{v_r}=(-2,1,1)$, el vector director de la recta *r* y $\vec{n}=(1,-3,5)$, el normal del plano π.

$$\left.\begin{array}{l} P_r(0,2,2)\in\pi´ \\ \vec{u}=\vec{n}=(1,-3,5) \\ \vec{v}=\overrightarrow{v_r}=(-2,1,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \pi´\equiv \begin{vmatrix} x & y-2 & z-2 \\ 1 & -3 & 5 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$-3x-10y+20+z-2-6z+12-y+2-5x=0$$

$$\boxed{\pi´\equiv -8x-11y-5z+32=0}$$



4. Si una bombilla fluorescente presenta un 90% de posibilidades de tener una vida útil de al menos 800 horas, seleccionando 20 bombillas fluorescentes de este tipo, justificar si las siguientes afirmaciones son ciertas:
a. Al seleccionar exactamente 18 bombillas fluorescentes, más del 30% tienen una vida útil de al menos 800 horas. 1 pto
b. La probabilidad de que dos bombillas fluorescentes o menos NO tengan una duración de al menos 800 horas es menor que 0,7. 1 pto
c. El valor esperado de bombillas con una vida útil de al menos 800 horas si se toma una muestra de 100 bombillas fluorescentes es igual a 10 0.5 ptos

X = Número de bombillas con vida útil superior a 800 horas de entre 20.
X es una distribución binomial, siendo *n = 20, p = 0.90, q = 1 – p = 0.1*.

X = B(20, 0.9)

a. ¿P(X = 18) > 0,3?

Calculamos la probabilidad y respondemos a la pregunta.

$$P(X=18)=\binom{20}{18}0.9^{18}\cdot 0.1^2=\frac{20!}{18!2!}0.9^{18}\cdot 0.1^2=\frac{20\cdot 19}{2}0.9^{18}\cdot 0.1^2=0.2852$$

No es cierto que al seleccionar exactamente 18 bombillas fluorescentes, más del 30% tienen una vida útil de al menos 800 horas, pues esta probabilidad es 28.52 %.

b. "Dos bombillas fluorescentes o menos NO tengan una duración de al menos 800 horas" es lo mismo que "18 o más tengan una duración de más de 800 horas"

¿$P(X\geq 18)<0.7$?

$$P(X\geq 18)=P(X=18)+P(X=19)+P(X=20)=$$
$$=0.2852+\binom{20}{19}0.9^{19}\cdot 0.1^1+\binom{20}{20}0.9^{20}\cdot 0.1^0=$$
$$=0.2852+20\cdot 0.9^{19}\cdot 0.1+0.9^{20}=0.677$$

Es cierto lo preguntado en este apartado, pues 0.677 < 0.7

c. El valor esperado es la media de la distribución Y = B(100, 0,9).

Media = n · p = 100 · 0.9 = 90 bombillas

Es falsa la afirmación de que sean 10, pues son 90.

GRUPO B

1. Halle los valores de a y b para que la recta de ecuación $y = 6x + a$ sea tangente a la curva $f(x) = \dfrac{bx-1}{bx+1}$ en el punto de abscisa $x = 0$.
Escriba las funciones que se obtienen. 2.5 ptos

La tangente a $f(x) = \dfrac{bx-1}{bx+1}$ en el punto de abscisa $x = 0$ tiene la expresión $y - f(0) = f\,´(0)\left(x-0\right)$.

$$f(x) = \frac{bx-1}{bx+1} \Rightarrow f\,´(x) = \frac{b\left(bx+1\right)-b\left(bx-1\right)}{\left(bx+1\right)^2} = \frac{b^2x+b-b^2x+b}{\left(bx+1\right)^2} = \frac{2b}{\left(bx+1\right)^2}$$

$$\left.\begin{array}{r} f(0) = \dfrac{0-1}{0+1} = -1 \\ f\,´(0) = \dfrac{2b}{\left(0+1\right)^2} = 2b \end{array}\right\} \Rightarrow y - \left(-1\right) = 2b\left(x-0\right) \Rightarrow y+1 = 2bx \Rightarrow y = 2bx-1$$

Como la tangente es $y = 6x + a$ entonces $2bx - 1 = 6x + a \Rightarrow \begin{cases} 2b = 6 \rightarrow b = 3 \\ a = -1 \end{cases}$

Los valores buscados son $a = -1$ y $b = 3$. La función es $f(x) = \dfrac{3x-1}{3x+1}$ y la tangente es $y = 6x - 1$

2. Sea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} kx+2y+6z=0 \\ 2x+ky+4z=2 \\ 2x+ky+6z=k-2 \end{array}\right\}$$

a. Discuta el sistema según los valores del parámetro *k*. 1.75 ptos
b. Resuelva el sistema para *k = 0* 0.75 ptos

a. La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A=\begin{pmatrix} k & 2 & 6 \\ 2 & k & 4 \\ 2 & k & 6 \end{pmatrix}$ con determinante

$$|A|=\begin{vmatrix} k & 2 & 6 \\ 2 & k & 4 \\ 2 & k & 6 \end{vmatrix}=6k^2+16+12k-12k-24-4k^2=2k^2-8.$$

Igualamos a cero → $|A|=0 \Rightarrow 2k^2-8=0 \Rightarrow k^2-4=0 \Rightarrow k^2=4 \Rightarrow k=\sqrt{4}=\pm 2$.
Estudiamos tres situaciones distintas según el valor de *k*.

CASO 1. $k\neq 2$ *y* $k\neq -2$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, al igual que el de la matriz ampliada A/B y el número de incógnitas.

El sistema es compatible determinado.

CASO 2. $k=2$

$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ El determinante es 0 y su rango no es 3.

¿El rango de A es 2?
Como la columna 1ª y 2ª son iguales, también la fila 1ª y 3ª consideramos el menor de orden 2 que resulta de quitar la fila y columna 1ª → $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=12-8=4\neq 0$. El rango de A es 2.

$$A/B=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

¿El rango de A/B es 3?
La columna 1ª y 2ª son iguales, por lo que considero el menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 1ª → $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ con determinante $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \end{vmatrix}=0$.

El rango de A/B no es 3.
El rango de A/B es 2 como el rango de A.
Rango de A = 2 = Rango de A/B < Nº incógnitas.

El sistema es compatible indeterminado.

CASO 3. $k=-2$

$A=\begin{pmatrix}-2 & 2 & 6\\ 2 & -2 & 4\\ 2 & -2 & 6\end{pmatrix}$ El determinante es 0 y su rango no es 3.

¿El rango de A es 2?

Como la columna 1ª y 2ª son proporcionales, consideramos el menor de orden 2 que resulta de quitar la fila y columna 1ª → $\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -2 & 6\end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix}-2 & 4\\ -2 & 6\end{vmatrix}=-12+8=-4\neq 0$. El rango de A es 2.

$A/B=\begin{pmatrix}-2 & 2 & 6 & 0\\ 2 & -2 & 4 & 2\\ 2 & -2 & 6 & -4\end{pmatrix}$

¿El rango de A/B es 3?

La columna 1ª y 2ª son proporcionales, por lo que considero el menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 1ª → $\begin{pmatrix}2 & 6 & 0\\ -2 & 4 & 2\\ -2 & 6 & -4\end{pmatrix}$ con determinante

$\begin{vmatrix}2 & 6 & 0\\ -2 & 4 & 2\\ -2 & 6 & -4\end{vmatrix}=-32-24+0-0-48-24=-128\neq 0$.

El rango de A/B es 3.

Rango de A = 2 $\neq$ 3 = Rango de A/B.

El sistema es incompatible.

b. Para $k=0$ estamos en el Caso 1 y el sistema es compatible determinado.

$$\left.\begin{array}{r}2y+6z=0\\ 2x\quad+4z=2\\ 2x\quad+6z=-2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}y+3z=0\\ x+2z=1\\ x+3z=-1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}y+3z=0\\ x=1-2z\\ x+3z=-1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}y+3z=0\\ 1-2z+3z=-1\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{r}y+3z=0\\ \boxed{z=-2}\end{array}\right\}\Rightarrow y+3(-2)=0\Rightarrow\boxed{y=6}\Rightarrow x=1-2(-2)\Rightarrow\boxed{x=5}$$

La solución es $x=5;\quad y=6;\quad z=-2$

3. Consideremos el punto *A(1,2,1)*, y la recta $r:\begin{cases} x+y=5 \\ 3y+z=14 \end{cases}$

a. Encuentre la ecuación del plano π que contiene al punto *A* y es perpendicular a la recta *r*. 1.5 ptos

b. Consideremos *P(1,4,2)*, un punto de la recta *r*. Y sea *s* la recta determinada por los puntos *A* y *P*. Calcule el ángulo que forman las rectas *r* y *s*. 1 pto

a. Determinamos el vector director de la recta *r* como el producto vectorial de los vectores normales de los planos que la definen.

$$r:\begin{cases} x+y=5 \\ 3y+z=14 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}=(1,1,0)\times(0,3,1)=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}=i+3k-j=i-j+3k=(1,-1,3)$$

Si el plano es perpendicular a la recta tendrá como vector normal el director de la recta.

$$\left.\begin{matrix} A(1,2,1)\in\pi \\ \vec{n}=\overrightarrow{v_r}=(1,-1,3) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} A(1,2,1)\in\pi \\ \pi\equiv x-y+3z+D=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1-2+3+D=0 \Rightarrow D=-2$$

$$\boxed{\pi\equiv x-y+3z-2=0}$$

b. Determinamos la ecuación de la recta *s*.

$$\left.\begin{matrix} P(1,4,2)\in s \\ A(1,2,1)\in s \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} P(1,4,2)\in s \\ \overrightarrow{v_s}=\overrightarrow{AP}=(1,4,2)-(1,2,1)=(0,2,1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow s:\begin{cases} x=1 \\ y=4+2\lambda \\ z=2+\lambda \end{cases}$$

El ángulo que forman las rectas es el ángulo agudo que forman sus vectores directores.

$$\left.\begin{matrix} \overrightarrow{v_r}\cdot\overrightarrow{v_s}=(1,-1,3)(0,2,1)=-2+3=1 \\ \left|\overrightarrow{v_r}\right|\cdot\left|\overrightarrow{v_s}\right|\cos\left(\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}\right)=\sqrt{1+1+9}\sqrt{4+1}\cos\left(\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}\right) \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1=\sqrt{11}\sqrt{5}\cos\left(\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}\right)=\frac{1}{\sqrt{55}} \Rightarrow \left(\overrightarrow{v_r},\overrightarrow{v_s}\right)=\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{55}}\right)\approx 82^{\circ}$$

Las rectas forman un ángulo de 82 grados, aproximadamente.

4. Mi despertador no funciona muy bien, pues el 20% de las veces no suena. Cuando suena, llego tarde a clase el 20% de las veces; pero si no suena, la probabilidad de que llegue tarde es 0,9

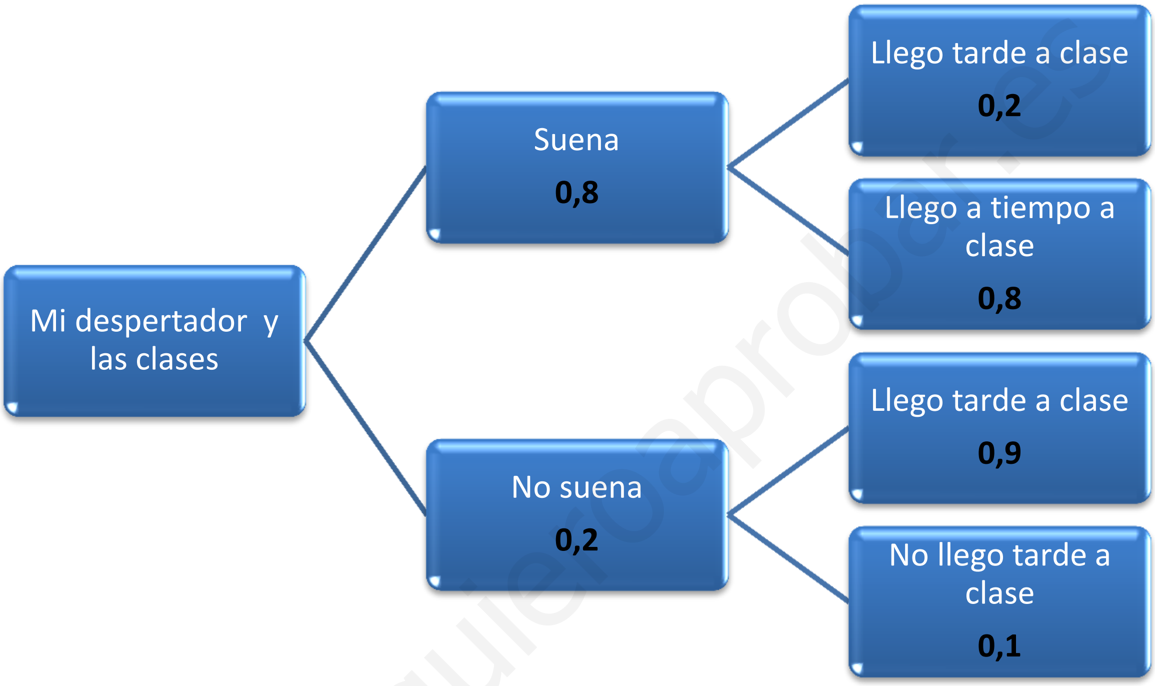
a. Represente el diagrama de árbol del problema. 0.5 ptos

b. Justifique si el porcentaje de veces que llego tarde a clase y ha sonado el despertador es mayor que el 20%. 0.75 ptos

c. Justifique si la probabilidad de que no llegue tarde a clase es menor que 0,5 0.75 ptos

d. Si un día llego tarde a clase, ¿cuál es la probabilidad de que haya sonado el despertador? 0.5 ptos

a.



b. $P(\text{Suena el despertador y llego tarde a clase}) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}16 = \boxed{16\%}$

No es cierto que ocurra más del 20% de las veces, pues son un 16%.

c.

$$P(\text{No llegue tarde a clase}) =$$
$$= P(\text{Suena el despertador})P(\text{No llegue tarde a clase/Suena el despertador}) +$$
$$+P(\text{No suena el despertador})P(\text{No llegue tarde a clase/No suena el despertador}) =$$
$$= 0{,}8 \cdot 0{,}8 + 0{,}2 \cdot 0{,}1 = 0{,}64 + 0{,}02 = \boxed{0{,}66}$$

No es cierto que sea menor de 0.5, pues esa probabilidad es 0,66.

d.

$$P(\text{Haya sonado el despertador / Ha llegado tarde a clase}) =$$
$$= \frac{P(\text{Haya sonado el despertador } \cap \text{ Ha llegado tarde a clase})}{P(\text{Ha llegado tarde a clase})} =$$
$$= \frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{1 - 0{,}66} = \frac{0{,}16}{0{,}34} = \boxed{\frac{8}{17} = 0{,}471}$$