Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad de Extremadura

Curso 2019-2020

Materia: Matemáticas II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN. El examen consta de 10 preguntas, cuyo valor es de 2 puntos cada una. El estudiante ha de elegir 5 preguntas.

Observación importante: En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen solo se tendrán en cuenta las cinco primeras preguntas respondidas. Se seguirá el orden en el que las respuestas aparezcan desarrolladas por el estudiante. Si se desea que alguna de ellas no sea tenida en cuenta, el estudiante ha de tacharla y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de las cuatro primeras preguntas sin tachar, se corregiría la que ocupe el siguiente lugar. Justificar las respuestas.

PREGUNTAS

1. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcule los productos de matrices $A\cdot B$ y $B\cdot A$. ¿Se cumple que $A\cdot B = B\cdot A$? (1 punto)

b) Compruebe si es cierta la igualdad $(A+B)^2 = A^2 + B^2$. (1 punto)

2. a) Estudie en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones. (1,25 puntos)

$$\left.\begin{aligned} x + \quad + \lambda z &= 1 \\ x + y + \lambda z &= 1 \\ \lambda x - y + z &= 1 \end{aligned}\right\}$$

b) Resuelve el sistema (si es posible) para $\lambda = 1$. (0,75 puntos)

3. Sean los vectores $\vec{u} = (4,3,\alpha)$, $\vec{v} = (\alpha,1,0)$ y $\vec{w} = (2\alpha,1,\alpha)$ (con $\alpha \in \mathbb{R}$)

(a) Determine los valores de α para que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente independientes. (1 punto)

(b) Para el valor $\alpha = 1$ exprese $\vec{w}$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. (1 punto)

4. Dados el plano π_1 determinado por los puntos (0, 1, 1), (2, 0, 2) y (1, 2, 6) y el plano π_2 dado por la ecuación $x - y + z = 3$. Calcule una recta paralela a los dos planos y que no esté contenida en ninguno de ellos. (2 puntos)

5. Sea la función $f(x) = \dfrac{4x}{1+x^2}$.

a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función $f(x)$. (1,5 puntos)

b) Con los datos obtenidos en el apartado anterior, represente de forma aproximada la gráfica de la función *f(x)*. (0,5 puntos)

6. Calcule los valores de a y b sabiendo que la siguiente función *f(x)* es derivable en todo su dominio: (2 puntos)

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+ax+b & si \quad x\le 1 \\ -2+\ln(x) & si \quad x>1 \end{cases}$$

7. Sean las funciones $f(x)=1-x^2$ y $g(x)=-3$.

a) Represente la región plana encerrada por las funciones $f(x)$ y $g(x)$. (0,5 puntos)

b) Calcule el área de la región anterior. (1,5 puntos)

8. Calcule la integral (2 puntos)

$$\int \frac{3x}{x^2-x-2}\,dx$$

9. Se realizaron dos debates electorales, uno el lunes y otro el martes. Se hizo una encuesta a 1500 personas para estimar la audiencia, de las cuales: 1100 personas vieron el debate del lunes, 1000 vieron el debate del martes y 300 no vieron ninguno. Eligiendo al azar a uno de los encuestados:

a) Calcule la probabilidad de que viera los dos debates. (1 punto)

b) Si vio el debate el lunes, calcule la probabilidad de que viera el del martes. (1 punto)

10. El radio de un pistón se distribuye según una distribución normal de media 5 cm y desviación típica de 0,01 cm.

a) Calcule la probabilidad de que un pistón tenga un radio mayor que 5,01. (1 punto)

b) Calcule la probabilidad de que un pistón tenga un radio entre 4,98 y 5 cm. (1 punto)

SOLUCIONES

1. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$

a) Calcule los productos de matrices $A\cdot B$ y $B\cdot A$. ¿Se cumple que $A\cdot B=B\cdot A$? (1 punto)

b) Compruebe si es cierta la igualdad $(A+B)^2=A^2+B^2$. (1 punto)

a)

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-4 & 1+1\\ 2+4 & 2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 6 & 1\end{pmatrix}$$

$$B\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+2 & -1+1\\ 4-2 & -4-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 2 & -5\end{pmatrix}$$

Evidentemente $\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 6 & 1\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}3 & 0\\ 2 & -5\end{pmatrix}$, tienen la misma dimensión, pero son diferentes cada uno de los elementos de cada matriz (–3 ≠3, 2 ≠ 0, …). $A\cdot B\neq B\cdot A$

b) Calculamos el valor de cada miembro de la igualdad y luego los comparamos.

$$(A+B)^2=\left[\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}\right]^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 6 & 0\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 6 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 0\\ 6 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 12 & 0\end{pmatrix}$$

$$A^2+B^2=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2 & -1-1\\ 2+2 & -2+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1+4 & 1-1\\ 4-4 & 4+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 4 & 4\end{pmatrix}$$

No es cierta la igualdad planteada.

2. a) Estudie en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones. (1,25 puntos)

$$\left.\begin{array}{r} x+ \quad +\lambda z=1 \\ x+ \ y+\lambda z=1 \\ \lambda x-y+ \ z=1 \end{array}\right\}$$

b) Resuelve el sistema (si es posible) para $\lambda=1$. (0,75 puntos)

a) La matriz de coeficientes y ampliada son:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda \\ \lambda & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad A/B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & \lambda & 1 \\ 1 & 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculamos el determinante de la matriz de coeficientes.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda \\ \lambda & -1 & 1 \end{vmatrix}=1-\lambda-\lambda^2+\lambda=1-\lambda^2$$

Lo igualamos a cero.

$$|A|=0 \Rightarrow 1-\lambda^2=0 \Rightarrow \lambda^2=1 \Rightarrow \lambda=\sqrt{1}=\pm 1$$

Hay 3 situaciones que estudiamos por separado.

CASO 1. $\lambda \neq 1 \; y \; \lambda \neq -1$

En este caso el determinante de A es no nulo y el rango de A es 3, al igual que el rango de la matriz ampliada A/B e igual al número de incógnitas (3).

El sistema es compatible determinado.

CASO 2. $\lambda=-1$

El sistema queda:

$$\left.\begin{array}{r} x+ \quad -z=1 \\ x+ \ y-z=1 \\ -x-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=1+z \\ x+ \ y-z=1 \\ -x-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 1+z+y-z=1 \\ -1-z-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=0 \\ -y=2 \end{array}\right\}$$

¡Tiene dos soluciones distintas de “y”!

No es posible. **El sistema es incompatible**.

CASO 3. $\lambda=1$

El sistema queda:

$$\left.\begin{array}{r} x+z=1 \\ x+y+z=1 \\ x-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} \boxed{x=1-z} \\ x+y+z=1 \\ x-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 1-z+y+z=1 \\ 1-z-y+z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=0 \\ -y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{y=0}$$

La solución del sistema es $x=1-t;\; y=0;\; z=t$.

Son infinitas soluciones. **El sistema es compatible indeterminado**.

b) Para $\lambda=1$ el sistema tiene infinitas soluciones, obtenidas en el apartado anterior.

La solución del sistema es $x=1-t;\; y=0;\; z=t$.

3. Sean los vectores $\vec{u}=(4,3,\alpha)$, $\vec{v}=(\alpha,1,0)$ y $\vec{w}=(2\alpha,1,\alpha)$ (con $\alpha\in\mathbb{R}$)

(a) Determine los valores de α para que $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ sean linealmente independientes. (1 punto)

(b) Para el valor $\alpha=1$ exprese $\vec{w}$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$. (1 punto)

(a) Para que sean linealmente dependientes el determinante de la matriz formada por sus coordenadas debe ser nulo.

$$\left[\vec{u},\vec{v},\vec{w}\right]=\begin{vmatrix}4 & 3 & \alpha\\ \alpha & 1 & 0\\ 2\alpha & 1 & \alpha\end{vmatrix}=4\alpha+\alpha^2-2\alpha^2-3\alpha^2=-4\alpha^2+4\alpha$$

Lo igualamos a cero.

$$-4\alpha^2+4\alpha=0\Rightarrow 4\alpha(-\alpha+1)=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha=0\\ -\alpha+1=0\Rightarrow\alpha=1\end{cases}$$

Para cualquier valor de α distinto de 0 y 1 el determinante es no nulo y los vectores son linealmente independientes.

(b) Para el valor $\alpha=1$ los vectores quedan $\vec{u}=(4,3,1)$, $\vec{v}=(1,1,0)$ y $\vec{w}=(2,1,1)$. Sabemos que son linealmente dependientes y existe la combinación que se pide.

Planteamos la igualdad y la resolvemos:

$$\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$$
$$(2,1,1)=a(4,3,1)+b(1,1,0)$$
$$(2,1,1)=(4a+b,3a+b,\mathrm{a})\Rightarrow\begin{cases}2=4a+b\\ 1=3a+b\\ a=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2=4+b\\ 1=3+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2=b\\ -2=b\end{cases}\Rightarrow b=-2$$

Se cumple que $\boxed{\vec{w}=\vec{u}-2\vec{v}}$.

4. Dados el plano π_1 determinado por los puntos (0, 1, 1), (2, 0, 2) y (1, 2, 6) y el plano π_2 dado por la ecuación $x-y+z=3$. Calcule una recta paralela a los dos planos y que no esté contenida en ninguno de ellos. (2 puntos)

Determinamos la ecuación del plano π_1.

$$\vec{u}=(0,\ 1,\ 1)-(2,\ 0,\ 2)=(-2,1,-1)$$
$$\vec{v}=(0,\ 1,\ 1)-(1,\ 2,\ 6)=(-1,-1,-5)$$

$$\left.\begin{array}{l}(0,\ 1,\ 1)\in\pi_1\\ \vec{u}=(-2,1,-1)\\ \vec{v}=(-1,-1,-5)\end{array}\right\}\Rightarrow \pi_1\equiv\begin{vmatrix}x & y-1 & z-1\\ -2 & 1 & -1\\ -1 & -1 & -5\end{vmatrix}=0\Rightarrow -5x+y-1+2z-2+z-1-10y+10-x=0$$

$$-6x-9y+3z+6=0\Rightarrow \pi_1\equiv 2x+3y-z-2=0$$

Una recta que sea paralela a cada plano debe ser perpendicular al vector normal de cada uno de ellos. Un vector director de la recta es el producto vectorial de los vectores normales de cada plano.

El vector normal de $\pi_1\equiv 2x+3y-z-2=0$ es $\vec{n_1}=(2,3,-1)$

El vector normal de $\pi_2\equiv x-y+z=3$ es $\vec{n_2}=(1,-1,1)$

El vector director de la recta pedida es:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{n_1}=(2,3,-1)\\ \vec{n_2}=(1,-1,1)\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{n_1}\times\vec{n_2}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 2 & 3 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=3i-j-2k-3k-2j-i=2i-3j-5k=(2,-3,-5)$$

Elegimos un punto que no pertenezca a ninguno de los dos planos, por ejemplo P(0, 0 0) que no cumple ninguna de las ecuaciones:

$$\pi_1\rightarrow ¿0+0+0+2=0?\ ¡NO! \qquad \pi_2\rightarrow ¿0-0+0=3?\ ¡NO!$$

Y junto al vector director obtenido en el producto vectorial obtenemos la ecuación de una recta paralela a ambos planos.

$$\left.\begin{array}{l}P(0,0,0)\in r\\ \vec{w}=(2,-3,-5)\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{r\equiv\begin{cases}x=2\lambda\\ y=-3\lambda\\ z=-5\lambda\end{cases}}$$

5. Sea la función $f(x)=\dfrac{4x}{1+x^2}$.

a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función $f(x)$. (1,5 puntos)

b) Con los datos obtenidos en el apartado anterior, represente de forma aproximada la gráfica de la función *f(x).* (0,5 puntos)

a) El dominio de esta función es $\mathbb{R}$, pues el denominador nunca se anula.

$$1+x^2=0 \Rightarrow x=\sqrt{-1} \quad \text{¡Imposible!}$$

Asíntota vertical. $x=a$

No tiene, pues el dominio es todo $\mathbb{R}$.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{1+x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x}=\frac{4}{\infty}=0$$

La asíntota horizontal es $y=0$

Asíntota oblicua. $y=mx+n$

No existe pues existe asíntota horizontal.

Estudiamos la monotonía averiguando primero la expresión de la derivada.

$$f(x)=\frac{4x}{1+x^2} \Rightarrow f'(x)=\frac{4\left(1+x^2\right)-2x\left(4x\right)}{\left(1+x^2\right)^2}=\frac{4+4x^2-8x^2}{\left(1+x^2\right)^2}=\frac{4-4x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$$

Igualamos a cero la derivada.

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{4-4x^2}{\left(1+x^2\right)^2}=0 \Rightarrow 4-4x^2=0 \Rightarrow 4x^2=4 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{1}=\pm 1$$

Los puntos críticos son x = –1, x = 1.

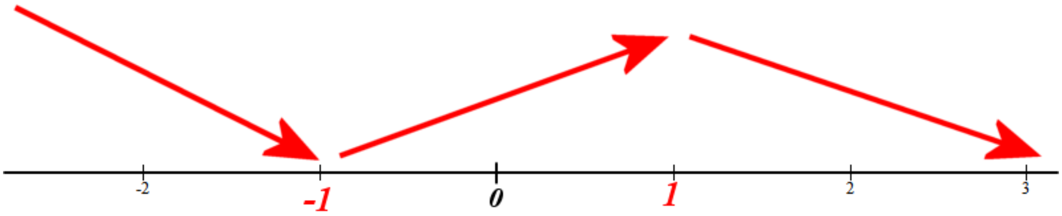
Veamos la evolución de la función antes de –1, entre –1 y 1 y después de 1.

- En $(-\infty,-1)$ tomamos $x=-2$ y la derivada vale $f'(-2)=\dfrac{4-4(-2)^2}{\left(1+(-2)^2\right)^2}=\dfrac{-12}{25}<0$.

  La función decrece en $(-\infty,-1)$.

- En $(-1,1)$ tomamos $x=0$ y la derivada vale $f'(0)=\dfrac{4}{1}=4>0$. La función crece en $(-1,1)$.

- En $(1,+\infty)$ tomamos $x=2$ y la derivada vale $f'(2)=\dfrac{4-16}{(1+4)^2}=-\dfrac{12}{25}<0$. La función decrece en $(1,+\infty)$.



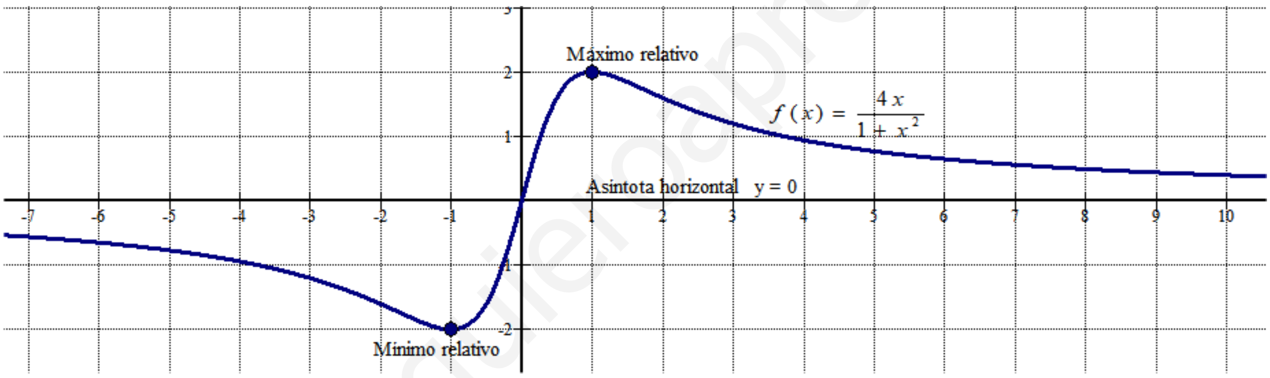
Monotonía → La función decrece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y crece en $(-1,1)$.

Extremos relativos → La función tiene un mínimo relativo en *x* = *–1* y un máximo relativo en *x* = *1*.

$f(-1)=\dfrac{-4}{1+(-1)^2}=\dfrac{-4}{2}=-2 \Rightarrow$ Mínimo relativo en (–1, –2)

$f(1)=\dfrac{4}{1+1^2}=\dfrac{4}{2}=2 \Rightarrow$ Máximo relativo en (1, 2)

b) Resumimos lo que tenemos: Dominio = $\mathbb{R}$, la asíntota horizontal es $y=0$, la función decrece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ y crece en el intervalo $(-1,1)$, un mínimo relativo en el punto (–1, –2) y un máximo relativo en el punto (1, 2).



6. Calcule los valores de a y b sabiendo que la siguiente función *f(x)* es derivable en todo su dominio: (2 puntos)

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+ax+b & si \quad x\le 1\\ -2+\ln(x) & si \quad x>1\end{cases}$$

La función debe ser continua en x = 1.

- $f(1)=2+a+b$
- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} 2x^2+ax+b=2+a+b\\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} -2+\ln(x)=-2+\ln 1=-2\end{array}\right\}\Rightarrow -2=2+a+b\Rightarrow a+b=-4$
- $f(1)=\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

Las tres condiciones se cumplen si $a+b=-4$.

La función es derivable en $\mathbb{R}-\{1\}$ y la expresión de la derivada es:

$$f\,'(x)=\begin{cases}4x+a & si \quad x<1\\ \dfrac{1}{x} & si \quad x>1\end{cases}$$

Para que sea derivable en *x = 1* debe ser iguales sus derivadas laterales.

$$\left.\begin{array}{l}f\,'(1^-)=4+a\\ f\,'(1^+)=\dfrac{1}{1}=1\end{array}\right\}\Rightarrow 4+a=1\Rightarrow \boxed{a=-3}$$

Sustituimos en la ecuación obtenida al principio.

$$\left.\begin{array}{l}a+b=-4\\ a=-3\end{array}\right\}\Rightarrow -3+b=-4\Rightarrow \boxed{b=-1}$$

Los valores buscados son $a=-3$ y $b=-1$

7. Sean las funciones $f(x)=1-x^2$ y $g(x)=-3$.

a) Represente la región plana encerrada por las funciones $f(x)$ y $g(x)$. (0,5 puntos)

b) Calcule el área de la región anterior. (1,5 puntos)

a) Hallamos los puntos de corte de ambas gráficas.

$$f(x)=g(x) \Rightarrow 1-x^2=-3 \Rightarrow 4=x^2 \Rightarrow x=\sqrt{4}=\pm 2$$

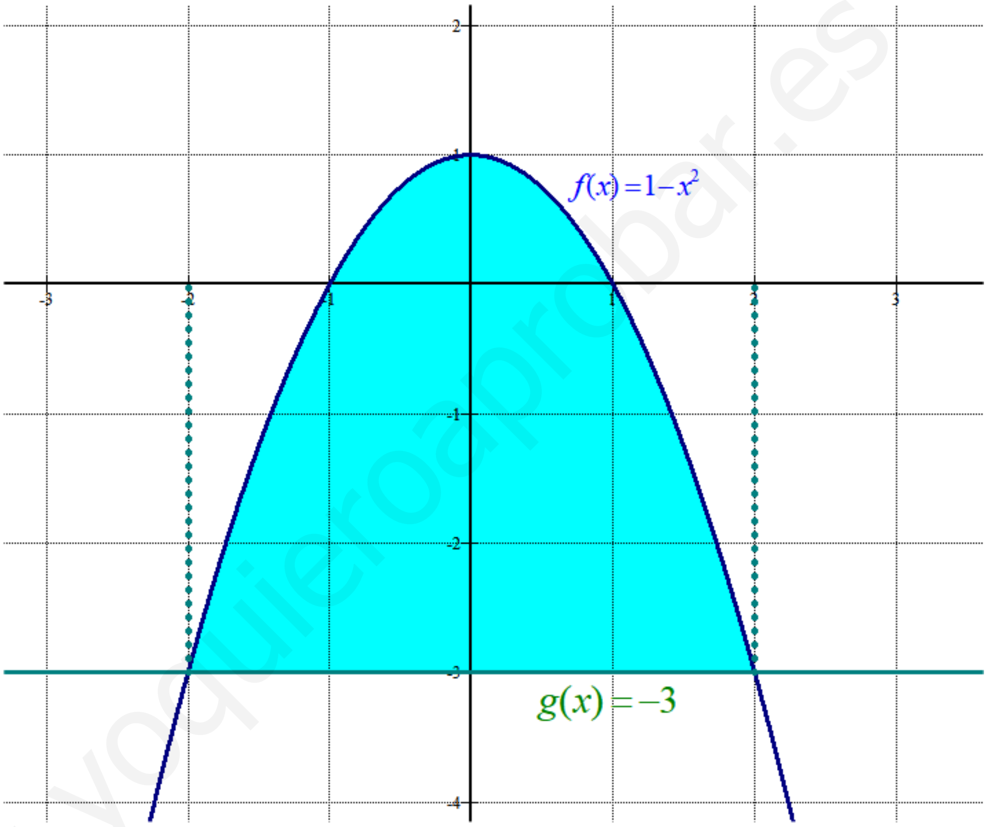
Hacemos una tabla de valores y dibujamos las gráficas de las funciones, pudiendo estimar el valor del área del recinto contando cuadraditos.

$f(x)=1-x^2$

x	$y=1-x^2$
-3	-8
-2	-3
0	1
2	-3
3	-8

$g(x)=-3$

x	$y=-3$
-2	-3
2	-3



b) El valor del área del recinto de color azul se obtiene con la integral definida de *f(x) – g(x)* entre –2 y 2.

$$\int_{-2}^{2} f(x)-g(x)dx=\int_{-2}^{2} 1-x^2-(-3)dx=\int_{-2}^{2} 4-x^2dx=\left[4x-\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2}=$$

$$=\left[8-\frac{2^3}{3}\right]-\left[-8-\frac{(-2)^3}{3}\right]=8-\frac{8}{3}+8-\frac{8}{3}=\frac{32}{3}=\boxed{10,66\,u^2}$$

Mirando el dibujo el área del recinto azul es aproximadamente de 10 cuadraditos. Por lo que concuerda con lo obtenido analíticamente.

8. Calcule la integral (2 puntos)

$$\int \frac{3x}{x^2-x-2}\,dx$$

La integral la resolvemos descomponiendo la fracción de la integral en fracciones simples.

$$x^2-x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\left\{\begin{array}{l}\frac{1+3}{2}=2=x\\ \frac{1-3}{2}=-1=x\end{array}\right\} \Rightarrow x^2-x-2=(x-2)(x+1)$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\frac{3x}{x^2-x-2}=\frac{3x}{(x-2)(x+1)}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}\\ \\ \frac{3x}{(x-2)(x+1)}=\frac{A(x+1)+B(x-2)}{(x-2)(x+1)}\\ \\ 3x=A(x+1)+B(x-2)\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x=-1\to -3=-3B\to B=1\\ x=2\to 6=3A\to A=2\end{array}\right.\\ \\ \frac{3x}{(x-2)(x+1)}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+1}\end{array}}$$

$$\int \frac{3x}{x^2-x-2}\,dx=\int \frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+1}\,dx=\int \frac{2}{x-2}\,dx+\int \frac{1}{x+1}\,dx=2\ln|x-2|+\ln|x+1|+K$$

$$\boxed{\int \frac{3x}{x^2-x-2}\,dx=\ln(x-2)^2|x+1|+K}$$

9. Se realizaron dos debates electorales, uno el lunes y otro el martes. Se hizo una encuesta a 1500 personas para estimar la audiencia, de las cuales: 1100 personas vieron el debate del lunes, 1000 vieron el debate del martes y 300 no vieron ninguno. Eligiendo al azar a uno de los encuestados:

a) Calcule la probabilidad de que viera los dos debates. (1 punto)

b) Si vio el debate el lunes, calcule la probabilidad de que viera el del martes. (1 punto)

Hacemos una tabla de contingencia para tener todos los números relativos al problema.

	Vieron el debate del martes	No vieron el debate del martes	
Vieron el debate del lunes			**1100**
No vieron el debate del lunes		**300**	
	1000		**1500**

Completamos la tabla.

	Vieron el debate del martes	No vieron el debate del martes	
Vieron el debate del lunes	**900**	**200**	**1100**
No vieron el debate del lunes	**100**	**300**	**400**
	1000	**500**	**1500**

a) Aplicamos la regla de Laplace.

$$P(\text{Viera los dos debates}) = \frac{\text{Nº de personas que vieron los 2 debates}}{\text{Nº total de personas encuestadas}} = \frac{900}{1500} = \boxed{\frac{3}{5} = 0,6}$$

b) Aplicamos la regla de Laplace.

$$P(\text{Viera el del martes / Vio el debate del lunes}) =$$

$$= \frac{\text{Nº de personas que vieron el debate el lunes y el martes}}{\text{Nº de personas que vieron el debate el lunes}} =$$

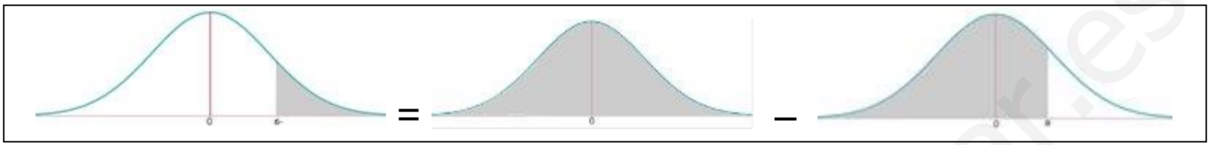
$$= \frac{900}{1100} = \boxed{\frac{9}{11} = 0,818}$$

10. El radio de un pistón se distribuye según una distribución normal de media 5 cm y desviación típica de 0,01 cm.
a) Calcule la probabilidad de que un pistón tenga un radio mayor que 5,01. (1 punto)
b) Calcule la probabilidad de que un pistón tenga un radio entre 4,98 y 5 cm. (1 punto)

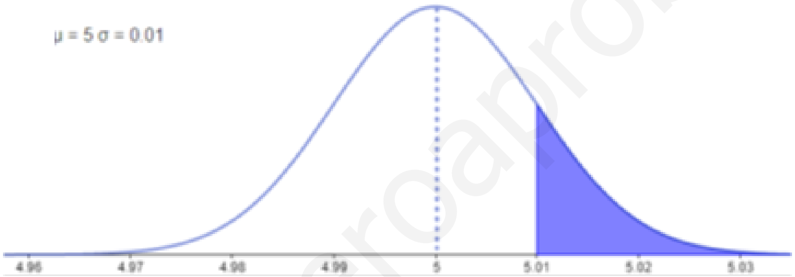
X = Radio de un pistón.
X = N(5, 0.01)

a)

$$P(X > 5.01) = \{Tipificamos\} = P\left(Z > \frac{5.01-5}{0.01}\right) = P(Z > 1) =$$



$$= 1 - P(Z \le 1) = \{\text{Buscamos en la tabla N(0, 1)}\} = 1 - 0.8413 = \boxed{0.1587}$$



b)

$$P(4.98 \le X \le 5) = \{Tipificamos\} = P\left(\frac{4.98-5}{0.01} \le Z \le \frac{5-5}{0.01}\right) = P(-2 \le Z \le 0) =$$
$$= P(Z \le 0) - P(Z \le -2) = P(Z \le 0) - P(Z \ge 2) = P(Z \le 0) - (1 - P(Z \le 2)) =$$
$$= P(Z \le 0) - 1 + P(Z \le 2) = 0.5 - 1 + 0.9772 = \boxed{0.4772}$$