Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2019-2020

Materia: Matemáticas II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN. El examen consta de 10 preguntas, cuyo valor es de 2 puntos cada una. El estudiante ha de elegir 5 preguntas.

Observación importante: En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen solo se tendrán en cuenta las cinco primeras preguntas respondidas. Se seguirá el orden en el que las respuestas aparezcan desarrolladas por el estudiante. Si se desea que alguna de ellas no sea tenida en cuenta, el estudiante ha de tacharla y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de las cuatro primeras preguntas sin tachar, se corregiría la que ocupe el siguiente lugar. Justificar las respuestas.

PREGUNTAS

1. Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & -k & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Estudie los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que la matriz tiene inversa. (1 punto)
b) Calcule la inversa para $k = 1$. (1 punto)

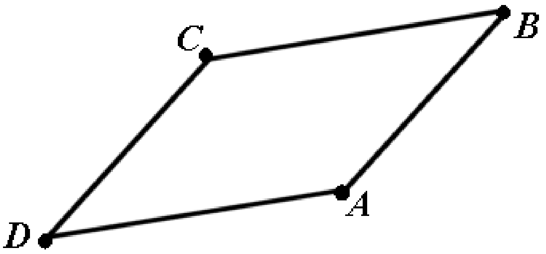
2. Discuta en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones. (2 puntos)

$$\left.\begin{array}{r} x + \lambda y - z = 1 \\ -\lambda x + y = \lambda \\ (\lambda+3)y - 2z = 4 \end{array}\right\}$$

3. Sean el plano π de ecuación $2x + y - z - 2 = 0$ y la recta r dada por $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-1}{3}$

(a) Estudie la posición relativa de la recta respecto del plano. (1 punto)
(b) Calcule la distancia de la recta al plano. (1 punto)

4. Tres vértices consecutivos de un paralelogramo son $A(1,3,-2)$, $B(4,3,1)$ y $C(1,0,1)$ como podemos observar en la siguiente representación:



a) Calcule el cuarto vértice D. (1 punto)
b) Calcule el área del paralelogramo. (1 punto)

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2019-2020

Materia: Matemáticas II Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

5.

a) Estudie la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función $f(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)$. (1 punto)

b) Justifique si existe algún valor de *x* tal que *f(x) = 2*. (1 punto)

6. Considere la función *f(x)*, donde $a\in\mathbb{R}$, dada por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^x}{x} & si \quad x\neq 0\\ a & si \quad x=0\end{cases}$$

a) Calcule el valor de *a* para que la función sea continua. (1 punto)

b) Calcule la ecuación de la recta tangente en $x=1$. (1 punto)

7. Dadas las funciones $f(x)=x^2-4x+1$ y $g(x)=-x+1$, se pide:

a) Represente de forma aproximada la región delimitada por las dos curvas. (0,5 puntos)

b) Calcule el área de dicha región. (1,5 puntos)

8. Resuelva la integral (2 puntos)

$$\int \frac{-x+7}{x^2+x-2}dx$$

9. Una librería compra lotes de material escolar a tres empresas *A*, *B* y *C*. A la empresa *A* le compra el 40% de los lotes, a *B* el 25% y a *C* el resto. De la empresa *A* le viene defectuoso el 1% de los lotes, de *B* el 2% y de *C* el 3%. Elegido un lote al azar, se pide:

a) Calcule la probabilidad de que sea defectuoso. (1 punto)

b) Si sabemos que no es defectuoso, calcule la probabilidad de que lo haya fabricado la empresa *B*. (1 punto)

10. Se ha hecho un estudio de un famoso jugador de baloncesto de la ACB y se sabe que tiene una probabilidad de encestar un triple del 60%. Si realiza 8 tiros a canasta

a) Calcule la probabilidad de que enceste 5 triples. (0,75 puntos)

b) Calcule la probabilidad de que enceste al menos 2. (0,75 puntos)

c) Determine la media y la desviación típica de la distribución. (0,5 puntos)

SOLUCIONES

1. Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & -k & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Estudie los valores de $k \in \mathbb{R}$ para los que la matriz tiene inversa. (1 punto)
b) Calcule la inversa para $k = 1$. (1 punto)

a) Para que una matriz tenga inversa debe tener determinante no nulo.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & k \\ 2 & -k & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = k - 1 - 2k + k^2 - 2 + 1 = k^2 - k - 2$$

Igualamos a cero el determinante.

$$k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 + 8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{1+3}{2} = 2 = k \\ \frac{1-3}{2} = -1 = k \end{cases}$$

Este determinante es no nulo y por tanto la matriz tiene inversa cuando $k \neq 2 \ y \ k \neq -1$

b) Para $k = 1$ la matriz tiene determinante no nulo y se puede calcular su inversa.

La matriz queda $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y su inversa es:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^T}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{Adj\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}}{1 - 1 - 2 + 1 - 2 + 1} =$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}}{-2} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3/2 & 1 & -1/2 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}$$

2. Discuta en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones. (2 puntos)

$$\left.\begin{array}{r} x+\lambda y-z=1 \\ -\lambda x+y=\lambda \\ (\lambda+3)y-2z=4 \end{array}\right\}$$

Consideramos la matriz de coeficientes asociada al sistema de ecuaciones:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 \\ -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda+3 & -2 \end{pmatrix}$$

Calculamos su determinante:

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & \lambda & -1 \\ -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda+3 & -2 \end{vmatrix}=-2+0+\lambda(\lambda+3)-0-2\lambda^2+0=-2+\lambda^2+3\lambda-2\lambda^2=-\lambda^2+3\lambda-2$$

Igualamos a cero el determinante y averiguamos cuando se anula.

$$|A|=0 \Rightarrow -\lambda^2+3\lambda-2=0 \Rightarrow \lambda=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-8}}{-2}=\begin{cases} \dfrac{-3+1}{-2}=1=\lambda \\ \dfrac{-3-1}{-2}=2=\lambda \end{cases}$$

Establecemos tres casos diferentes en función de que se anule este determinante o no.

CASO 1. $\lambda \neq 1 \text{ y } \lambda \neq 2$.

En este caso el determinante de la matriz de coeficientes *A* es no nulo y su rango es 3. El rango de la matriz ampliada es también 3 al igual que el número de incógnitas. Este sistema es compatible determinado y tiene una única solución.

CASO 2. $\lambda=1$.

En este caso la matriz *A* tiene determinante nulo y su rango no es 3.

La matriz para $\lambda=1$ queda $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$.

Comprobamos si su rango es 2 extrayendo el menor de orden 2 resultante de quitar la 1ª fila y 1ª columna → $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, su determinante es $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}=-2\neq 0$. El rango de *A* es 2.

Averigüemos el rango de la matriz ampliada $A/B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

El menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 2ª es $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ y su determinante

vale $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}=0+0+2-0-4+2=0$. El rango de *A/B* no es 3.

Como el rango de *A* es 2, el de *A/B* también es 2 y son iguales pero menores que el número de incógnitas (3), por lo que el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones que dependerán de un parámetro.

CASO 2. $\lambda = 2$.

En este caso la matriz *A* tiene determinante nulo y su rango no es 3.

La matriz para $\lambda = 2$ queda $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Comprobamos si su rango es 2 extrayendo el menor de orden 2 resultante de quitar la 1ª fila y la 1ª columna → $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$, su determinante es $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$. El rango de *A* es 2.

Averigüemos el rango de la matriz ampliada $A/B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

El menor de orden 3 que resulta de quitar la columna 2ª es $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ y su determinante vale $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 4 - 0 - 8 + 4 = 0$. El rango de *A/B* no es 3.

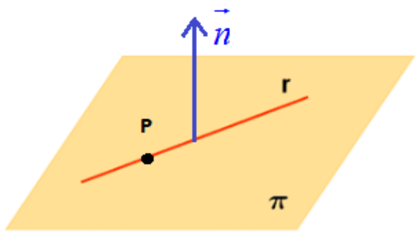
Como el rango de *A* es 2, el de *A/B* también es 2 y son iguales pero menores que el número de incógnitas (3), por lo que el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones que dependerán de un parámetro.

El sistema es compatible determinado si $\lambda \neq 1$ *y* $\lambda \neq 2$.
El sistema es compatible indeterminado cuando $\lambda = 1$ o $\lambda = 2$.

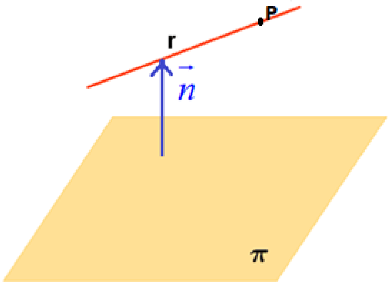
3. Sean el plano π de ecuación $2x+y-z-2=0$ y la recta r dada por $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-1}{3}$

a) Estudie la posición relativa de la recta respecto del plano. (1 punto)
b) Calcule la distancia de la recta al plano. (1 punto)

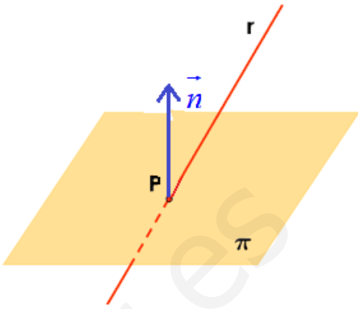
a) Recta y plano tienen tres posiciones relativas posibles.



Recta contenida en plano



Recta paralela a plano



Recta secante con plano

Para determinar en qué caso estamos vemos el ángulo que forman el vector normal $\vec{n}=(2,1,-1)$ del plano $2x+y-z-2=0$ y el vector director $\vec{v_r}=(3,-3,3)$ de la recta $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-1}{3}$.

¿Forman 90º?

$\vec{n}\cdot\vec{v_r}=(2,1,-1)(3,-3,3)=6-3-3=0$. Los vectores son perpendiculares.

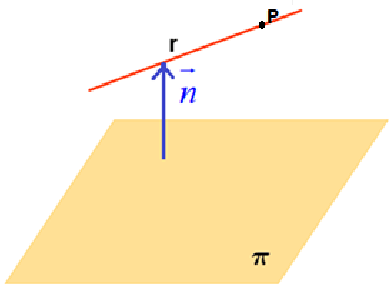
Forman 90º, por lo que la recta está contenida en el plano o es paralela al plano.

Para decidir en cuál de las dos situaciones estamos basta comprobar si el punto $P(0,2,1)$ de la recta pertenece al plano.

$$\left.\begin{array}{l} P(0,2,1) \\ 2x+y-z-2=0 \end{array}\right\} \Rightarrow ¿2\cdot 0+2-1-2=0? \Rightarrow ¿-1=0? \text{ ¡NO!}$$

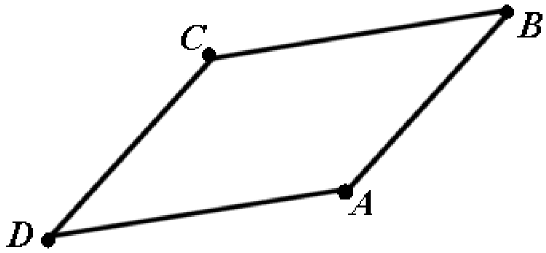
La respuesta es que el punto P de la recta no pertenece al plano y por tanto **son paralelos**.

b) En la situación del gráfico la distancia de recta a plano es la distancia de un punto cualquiera de la recta al plano, pues todos están a la misma distancia del plano.



$$d(r,\pi)=d(P,\pi)=\left\{\begin{array}{l} P(0,2,1) \\ \pi: 2x+y-z-2=0 \end{array}\right\}=\frac{|2\cdot 0+2-1-2|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\boxed{0,408\,u}$$

4. Tres vértices consecutivos de un paralelogramo son $A(1,3,-2)$, $B(4,3,1)$ y $C(1,0,1)$ como podemos observar en la siguiente representación:



a) Calcule el cuarto vértice D. (1 punto)
b) Calcule el área del paralelogramo. (1 punto)

a) Supongamos que el punto D tiene coordenadas $D(a,b,c)$.

Los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{DC}$ tienen las mismas coordenadas pues los lados son paralelos y de la misma longitud.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(4,3,1)-(1,3,-2)=(3,0,3)\\ \overrightarrow{DC}=(1,0,1)-(a,b,\mathrm{c})=(1-a,-b,1-c)\end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}\Rightarrow(3,0,3)=(1-a,-b,1-c)\Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{ll}3=1-a & a=-2\\ 0=b & \Rightarrow b=0\\ 3=1-c & c=-2\end{array}\right\}\Rightarrow \boxed{D(-2,0,-2)}$$

b) El área de un paralelogramo es el módulo del producto vectorial de los dos vectores que definen dos lados con vértice común.

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(3,0,3)\\ \overrightarrow{AD}=(-2,0,-2)-(1,3,-2)=(-3,-3,0)\end{array}\right\}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 3 & 0 & 3\\ -3 & -3 & 0\end{vmatrix}=-9j-9k+9i$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=9i-9j-9k=(9,-9,-9)$$

$$\text{\textit{Área de ABCD}}=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{9^2+(-9)^2+(-9)^2}=\boxed{\sqrt{243}=15,59\,u^2}$$

5.
a) Estudie la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función $f(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)$. (1 punto)
b) Justifique si existe algún valor de x tal que $f(x) = 2$. (1 punto)

a) Necesito la derivada de la función.

$$f(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)\Rightarrow f'(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)+e^x\left(2x-1\right)$$

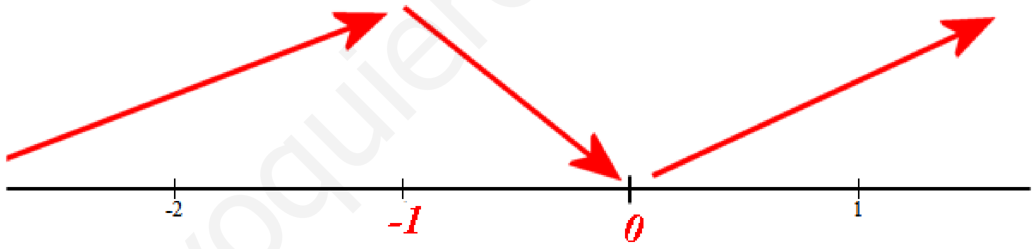
$$f'(x)=e^x\left(x^2-x+1+2x-1\right)=e^x\left(x^2+x\right)$$

Buscamos sus puntos críticos igualando a cero la derivada.

$$f'(x)=0\Rightarrow e^x\left(x^2+x\right)=0\Rightarrow x^2+x=0\Rightarrow x\left(x+1\right)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=-1\end{cases}$$

Con esos dos puntos críticos la recta real se nos divide en tres zonas. Veamos si la función crece o decrece en cada una de ellas.

- En $\left(-\infty,-1\right)$ tomamos $x=-2$ y la derivada vale $f'(-2)=e^{-2}\left(\left(-2\right)^2-2\right)=2e^{-2}>0$. La función crece en $\left(-\infty,-1\right)$.
- En $\left(-1,0\right)$ tomamos $x=-0,5$ y la derivada vale $f'(-0,5)=e^{-0,5}\left(\left(-0,5\right)^2-0,5\right)=-0,25e^{-0,5}<0$. La función decrece en $\left(-1,0\right)$.
- En $\left(0,+\infty\right)$ tomamos $x=1$ y la derivada vale $f'(1)=e^1\left(1^2+1\right)=2e>0$. La función crece en $\left(0,+\infty\right)$.



Según este esquema la función crece en $\left(-\infty,-1\right)\cup\left(0,+\infty\right)$ y decrece en $\left(-1,0\right)$.
Presenta un máximo local en $x=-1$ y un mínimo en $x=0$.

b) La función $f(x)=e^x\left(x^2-x+1\right)$ es una función continua y toma valores:

$$\text{en } x=-1\to f(-1)=e^{-1}\left(\left(-1\right)^2-\left(-1\right)+1\right)=\frac{3}{e}$$

$$\text{en } x=0\to f(0)=e^0\left(0^2-0+1\right)=1$$

$$x=1\to f(1)=e^1\left(1^2-1+1\right)=e$$

Si tomo $g(x)=f(x)-2$ es una función continua y cumple que
$g(0)=f(0)-2=1-2=-1<0$ y $g(1)=f(1)-2=e-2>0$.
Según el teorema de Bolzano existe un valor c en el intervalo (0, 1) donde la función se anula. Es decir, $g(c)=f(c)-2=0\Rightarrow f(c)=2$.
Existe el valor pedido y está en el intervalo (0, 1).

6. Considere la función *f(x)*, donde $a \in \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-e^x}{x} & si \quad x \neq 0 \\ a & si \quad x = 0 \end{cases}$$

a) Calcule el valor de *a* para que la función sea continua. (1 punto)
b) Calcule la ecuación de la recta tangente en $x = 1$. (1 punto)

a) Para que la función sea continua debe de serlo en *x = 0*.
Se debe cumplir que:

- Existe $\lim_{x\to 0} f(x)$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1-e^x}{x} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación (aplico L´Hôpital)} = \lim_{x\to 0} \frac{-e^x}{1} = -e^0 = -1$$

- Existe $f(0) = a$
- Son iguales → $\boxed{a = -1}$

b) La recta tangente a la función en $x = 1$ tiene ecuación: $y - f(1) = f\,'(1)(x-1)$

$$f(1) = \frac{1-e^1}{1} = 1-e$$

$$f\,'(x) = \frac{-e^x x - 1\cdot(1-e^x)}{x^2} = \frac{-e^x x - 1 + e^x}{x^2} \quad para\ x \neq 0$$

$$f\,'(1) = \frac{-e^1 \cdot 1 - 1 + e^1}{1^2} = -1$$

La recta tangente tiene ecuación:

$$y - (1-e) = (-1)(x-1) \Rightarrow y = -x + 1 + 1 - e \Rightarrow \boxed{y = -x + 2 - e}$$

7.	Dadas las funciones $f(x)=x^2-4x+1$ y $g(x)=-x+1$, se pide:	
a)	Represente de forma aproximada la región delimitada por las dos curvas.	(0,5 puntos)
b)	Calcule el área de dicha región.	(1,5 puntos)

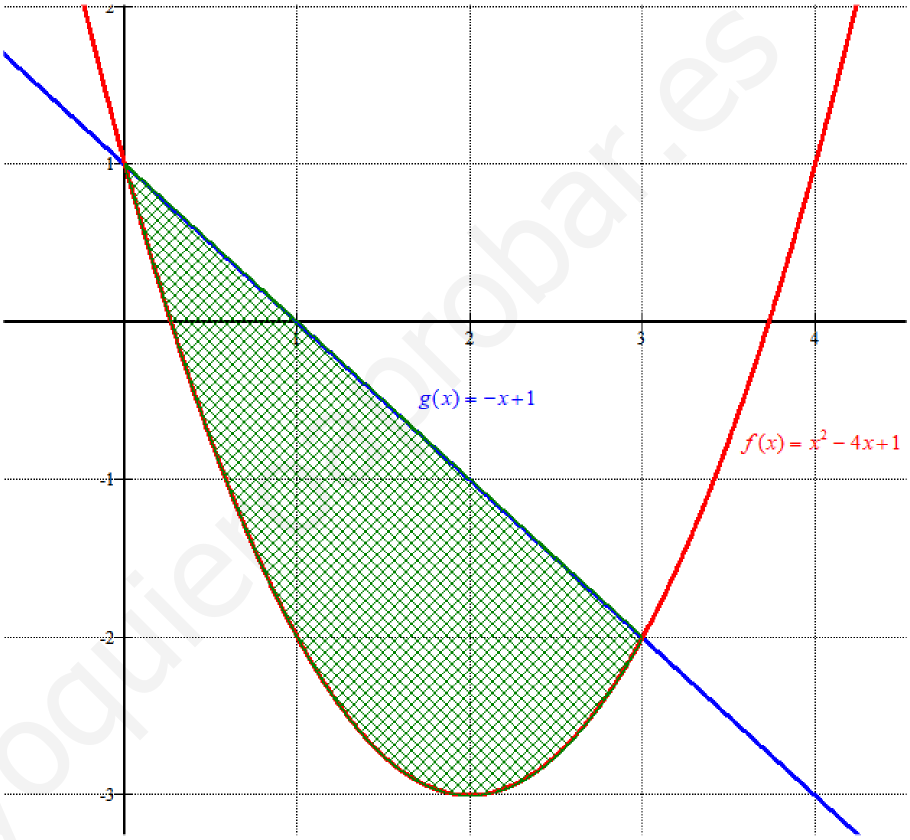
a) Hallamos los puntos de corte de dichas gráficas.

$$f(x)=g(x)\Rightarrow x^2-4x+1=-x+1\Rightarrow x^2-3x=0\Rightarrow x(x-3)=0\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Realizamos una tabla de valores para ambas funciones en el intervalo (0, 3)

x	$y=x^2-4x+1$
0	1
1	$1-4+1=-2$
2	$4-8+1=-3$
3	$9-12+1=-2$

x	$y=-x+1$
0	1
1	0
2	-1
3	-2



b) Esta área tiene un valor de 4 a 5 cuadraditos.
Calculamos su valor exacto con una integral definida entre 0 y 3 de la diferencia de funciones.

$$Área=\int_0^3 -x+1-\left(x^2-4x+1\right)dx=\int_0^3 -x+1-x^2+4x-1dx=\int_0^3 -x^2+3xdx=$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^3=\left[-\frac{3^3}{3}+\frac{3\cdot 3^2}{2}\right]-\left[-\frac{0^3}{3}+\frac{3\cdot 0^2}{2}\right]=-9+\frac{27}{2}=\frac{9}{2}=\boxed{4,5\,u^2}$$

8. Resuelva la integral (2 puntos)

$$\int \frac{-x+7}{x^2+x-2}dx$$

Para calcular la integral vamos a descomponer la fracción algebraica del integrando en fracciones simples.

$$x^2+x-2=0 \Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\begin{cases}\dfrac{-1+3}{2}=1=x\\ \dfrac{-1-3}{2}=-2=x\end{cases}$$

$$\frac{-x+7}{x^2+x-2}=\frac{-x+7}{(x-1)(x+2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2}$$

$$\frac{-x+7}{(x-1)(x+2)}=\frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)}$$

$$-x+7=A(x+2)+B(x-1)$$

$$x=1\to -1+7=A(1+2)+0\Rightarrow 6=3A\Rightarrow A=2$$

$$x=-2\to 2+7=0+B(-2-1)\Rightarrow 9=-3B\Rightarrow B=-3$$

La descomposición queda:

$$\frac{-x+7}{x^2+x-2}=\frac{2}{x-1}+\frac{-3}{x+2}$$

Y la integral se resuelve:

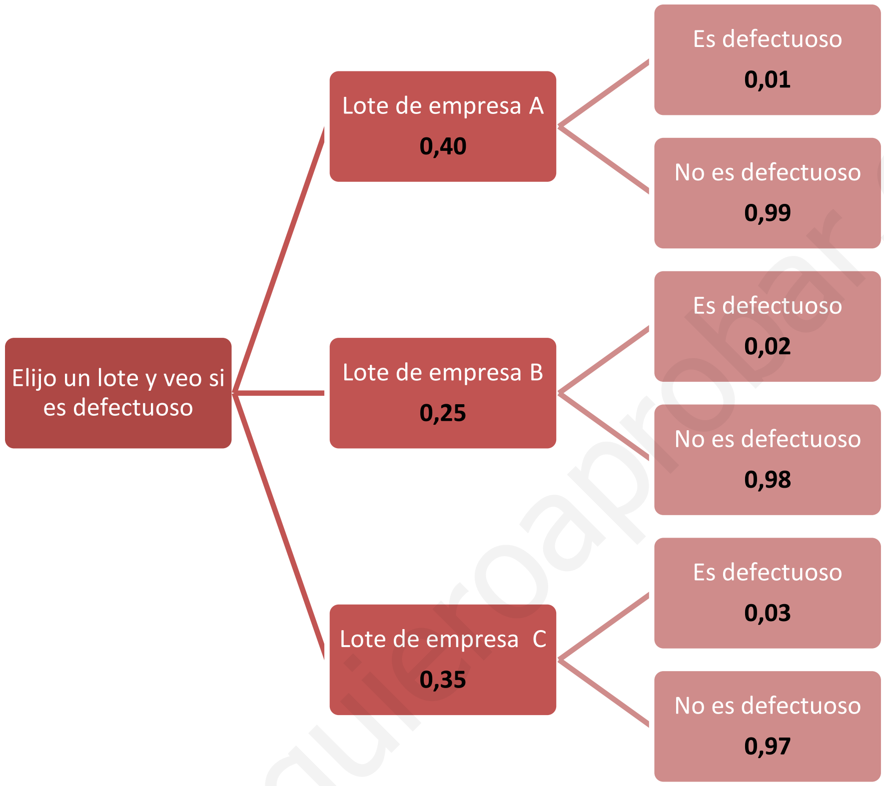
$$\int \frac{-x+7}{x^2+x-2}dx=\int \frac{2}{x-1}+\frac{-3}{x+2}dx=\int \frac{2}{x-1}dx+\int \frac{-3}{x+2}dx=\boxed{2\ln|x-1|-3\ln|x+2|+C}$$

9. Una librería compra lotes de material escolar a tres empresas *A*, *B* y *C*. A la empresa *A* le compra el 40% de los lotes, a *B* el 25% y a *C* el resto. De la empresa *A* le viene defectuoso el 1% de los lotes, de *B* el 2% y de *C* el 3%. Elegido un lote al azar, se pide:

a) Calcule la probabilidad de que sea defectuoso. (1 punto)

b) Si sabemos que no es defectuoso, calcule la probabilidad de que lo haya fabricado la empresa *B*. (1 punto)

Construyamos un diagrama de árbol para aclarar la situación planteada.



a)

$$P(\text{Sea defectuoso}) = 0,40 \cdot 0,01 + 0,25 \cdot 0,02 + 0,35 \cdot 0,03 =$$

$$= 0,0040 + 0,0050 + 0,0105 = \boxed{0,0195}$$

b) Esta es una probabilidad a posteriori, utilizamos el teorema de Bayes para su cálculo.

$$P(\text{Sea de la empresa B / No es defectuoso}) = \frac{P(\text{Sea de la empresa B } \cap \text{ No es defectuoso})}{P(\text{No sea defectuoso})} =$$

$$= \frac{0,25 \cdot 0,98}{1 - 0,0195} = \frac{0,245}{0,9805} = \frac{2450}{9805} = \boxed{0,2499}$$

10. Se ha hecho un estudio de un famoso jugador de baloncesto de la ACB y se sabe que tiene una probabilidad de encestar un triple del 60%. Si realiza 8 tiros a canasta

a) Calcule la probabilidad de que enceste 5 triples. (0,75 puntos)

b) Calcule la probabilidad de que enceste al menos 2. (0,75 puntos)

c) Determine la media y la desviación típica de la distribución. (0,5 puntos)

Sea X = Número de triples que encesta en 8 intentos.
Esta es una distribución binomial, pues cada repetición es independiente de la anterior y la probabilidad de acierto es la misma en cada intento.
Llamamos éxito a encestar. *P (éxito) = P (encestar un triple) = 0,6 = p*.
Las repeticiones son *n = 8*.

$$X = B(8,\ 0.6) \Rightarrow P(X = m) = \binom{8}{m} 0,6^m \cdot 0,4^{8-m}$$

a)

$$P(\textit{Enceste } 5 \textit{ triples}) = P(X = 5) = \binom{8}{5} 0,6^5 \cdot 0,4^3 = \frac{8!}{5! \cdot 3!} 0,6^5 \cdot 0,4^3 =$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \cancel{3 \cdot 2} \cdot 1} 0,6^5 \cdot 0,4^3 = 56 \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^3 = \boxed{0,2787}$$

b)

$$P(\textit{Obtengan como mínimo } 2 \textit{ triples}) = P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) =$$

$$= 1 - \left(P(X = 0) + P(X = 1)\right) =$$

$$= 1 - \left(\binom{8}{0} 0,6^0 \cdot 0,4^8 + \binom{8}{1} 0,6^1 \cdot 0,4^7\right) =$$

$$= 1 - \left(0,4^8 + 8 \cdot 0,6 \cdot 0,4^7\right) = \boxed{0,9915}$$

c) Media = $n \cdot p$ = 8 · 0,6 = 4,8. En torno a 5 aciertos de media en 8 lanzamientos.

Desviación típica = $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{8 \cdot 0,6 \cdot 0,4} = \sqrt{1,92} = 1,3856$ triples.