

1. Determinar el rango de la matriz:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ Sol: } 3$$

2. Calcular el rango de la matriz A según los diferentes valores del parámetro real a:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \\ 5 & a+4 & -4 & -3 \end{pmatrix} \text{ Sol: } a \neq -4 \quad r(A) = 3; \quad a = -4 \quad r(A) = 2$$

3. Para cada a se considera la matriz A(a) dada por:

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Encontrar el rango de la matriz } A^2(a) - A^t(a) \text{ en función del valor de a.}$$

$$\text{Sol: } a \neq 0, \pm\sqrt{2} \quad r = 3 \quad a = 0 \quad r = 2 \quad a = \pm\sqrt{2} \quad r = 2$$

4. Considerar las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & x \\ 1 & x & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) ¿Para qué valores de x la matriz A posee inversa? **Sol:** $x \neq -2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}$

b) Calcular la inversa de A para $x = -1$. **Sol:** $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5.

a) Determinar la matriz X para que la ecuación $C(A + X)B = I$ tenga solución, donde A, B y C son matrices con inversa de orden n, e I es la matriz identidad de orden n.

b) Aplicar el resultado anterior para $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ **Sol:** $X = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

6. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Se pide:}$$

a) Hallar A^{-1} . **Sol:** $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) Hallar la matriz X, tal que:

$$A.X.A^t = B \quad \text{donde } A^t \text{ significa la matriz traspuesta de A. Sol: } X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$