CAMPO ELÉCTRICO FCA 10 ANDALUCÍA

1. a) Explique la relación entre campo y potencial electrostáticos.
b) Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razone si, de ese comportamiento, puede deducirse el signo de la carga.

2. Una carga de $3 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en el origen de coordenadas y otra carga de $-3 \cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto (1,1) m.
a) Dibuje en un esquema el campo eléctrico en el punto B (2,0) m y calcule su valor. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto B?
b) Calcule el trabajo necesario para desplazar una carga de $10 \cdot 10^{-6}$ C desde el punto A (1,0) m hasta el punto B (2,0) m.
$K = 9 \cdot 10^{9}$ N m^2 C^{-2}

3. Una partícula de $5 \cdot 10^{-3}$ kg y carga eléctrica $q = - 6 \cdot 10^{-6}$ C se mueve con una velocidad de 0,2 m s^{-1} en el sentido positivo del eje X y penetra en la región $x > 0$, en la que existe un campo eléctrico uniforme de 500 N C^{-1} dirigido en el sentido positivo del eje Y.
a) Describa, con ayuda de un esquema, la trayectoria seguida por la partícula y razone si aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en su desplazamiento.
b) Calcule el trabajo realizado por el campo eléctrico en el desplazamiento de la partícula desde el punto (0, 0) m hasta la posición que ocupa 5 s más tarde.
$g = 10$ m s^{-2}

4. a) Explique la interacción de un conjunto de cargas puntuales.
b) Considere dos cargas eléctricas +Q y –Q, situadas en dos puntos A y B. Razone cuál sería el potencial electrostático en el punto medio del segmento que une los puntos A y B. ¿Puede deducirse de dicho valor que el campo eléctrico es nulo en dicho punto?

5. Una pequeña esfera de $5 \cdot 10^{-3}$ kg y carga eléctrica q cuelga del extremo inferior de un hilo aislante, inextensible y de masa despreciable, de 0,5 m de longitud. Al aplicar un campo eléctrico horizontal de $2 \cdot 10^{2}$ V m^{-1} el hilo se separa de la vertical hasta formar un ángulo de 30º.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre la esfera y determine el valor de la carga q.
b) Haga un análisis energético del proceso y calcule el cambio de energía potencial de la esfera.
$g = 10$ m s^{-2}

CAMPO ELÉCTRICO FCA 10 ANDALUCÍA

1.- a) Cuando situamos una carga de prueba Q´ en el seno de un campo eléctrico, este ejerce sobre ella una fuerza $\vec{F} = Q'\vec{E}$. Esta fuerza realiza un trabajo a medida que la carga se desplaza bajo su acción en el campo. El trabajo realizado por el campo al desplazar la carga entre dos puntos cualesquiera A y B es:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\,\vec{r} = Q'\int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r}$$

Como el campo eléctrico es conservativo, podemos decir $W = -\Delta E_P$, quedándonos la expresión anterior de la siguiente manera

$$-\Delta E_P = Q'\int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_P = -Q'\int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r}$$

$$E_P(B) - E_P(A) = -Q'\int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r}$$

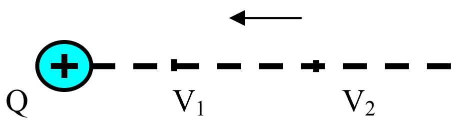
por la definición de potencial, V, en un punto, podemos escribir

$$\frac{E_P(B) - E_P(A)}{Q'} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\,\vec{r}$$

Esta expresión también podemos ponerla en su forma diferencial

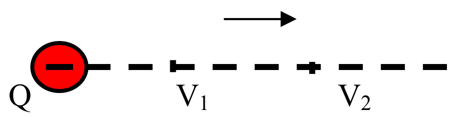
$$d\,V = -\vec{E} \cdot d\,\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -\frac{d\,V}{d\,\vec{r}}$$

b) Teniendo en cuenta que el potencial creado por una carga en un punto es inversamente proporcional a la distancia entre la carga y el punto y que este es del mismo signo que la carga que crea el campo ($V = K\dfrac{Q}{r}$), si suponemos que la carga que crea el campo, Q, es positiva, al alejarnos de ella el potencial disminuye



$V_1 > V_2$

Si Q' se mueve espontáneamente hacia V_1 está claro que será una carga negativa.
Si suponemos que la carga que crea el campo es negativa (potenciales negativos)

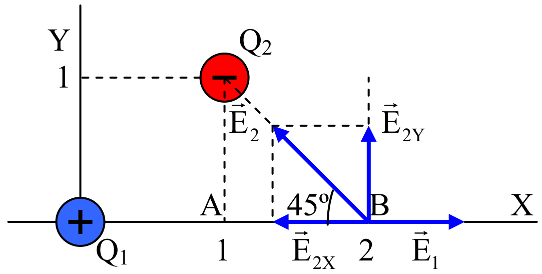


$V_2 > V_1$

Si Q' se mueve espontáneamente hacia V_2 está claro que será una carga negativa, como en el caso anterior. Por lo tanto de ese comportamiento se deduce que la carga es negativa, independientemente del signo de la carga que crea el campo.

CAMPO ELÉCTRICO FCA 10 ANDALUCÍA

2.- a) $Q_1 = 3\cdot10^{-6}$ C $Q_2 = -\ 3\cdot10^{6}$ C $r_1 = 2$ m $r_2 = \sqrt{2}$ m



$$\vec{E}_B = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{i} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{3\cdot10^{-6}\,C}{2^2\,m^2} = 6750\,\vec{i}\ NC^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2X} + \vec{E}_{2Y}$$

$$\vec{E}_{2X} = -E_2\cos45^{\text{o}}\,\vec{i} = -K\frac{Q_2}{r_2^2}\cos45^{\text{o}}\,\vec{i} = -9546\,\vec{i}\ NC^{-1}$$

$$\vec{E}_{2Y} = E_2 sen45^{\text{o}}\,\vec{j} = K\frac{Q_2}{r_2^2}sen45^{\text{o}}\,\vec{j} = 9546\,\vec{j}\ NC^{-1}$$

$$\vec{E}_B = 6750\,\vec{i} + \left(-9546\,\vec{i} + 9546\,\vec{j}\right) = -2796\,\vec{i} + 9546\,\vec{j}\ NC^{-1}$$

Calculamos el potencial en el punto B $V_B = V_1 + V_2$

$$V_1 = k\frac{Q_1}{r_1} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{3\cdot10^{-6}C}{2\,m} = 13500V$$

$$V_2 = k\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{-3\cdot10^{-6}\,C}{\sqrt{2}\,m} = -19092V$$

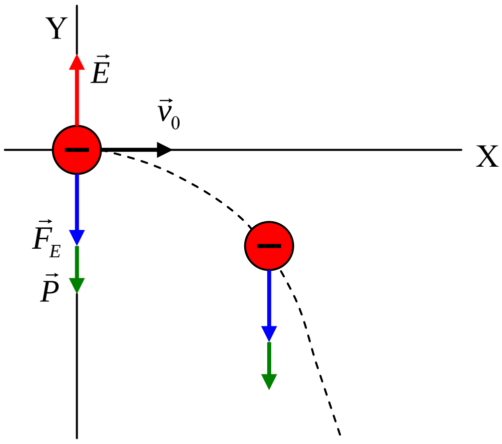
$$V_B = 13500V - 19092V = -5592V$$

b) Las cargas son iguales en valor numérico y de distinto signo, como las distancias de ambas al punto A son iguales, el potencial en A es cero ($V_A = 0$).
Calculamos el trabajo para trasladar Q’ = $10\cdot10^{-6}$ C desde A hasta B

$$W = Q'\left(V_A - V_B\right) = 10\cdot10^{-6}\,C\left[0 - \left(-5592V\right)\right] = 0{,}056\,J$$

3.- a) En el momento en que la carga entra en la región x > 0 sobre ella actúan dos fuerzas, la gravitatoria (peso) y la eléctrica, ambas dirigidas hacia los valores negativos del eje Y; son constantes en módulo, dirección y sentido ya que el campo eléctrico es uniforme, la fuerza resultante es

$$\vec{F}_{RES} = \vec{F}_E + \vec{P} = -QE\,\vec{j} - mg\,\vec{j} = -\left(QE + mg\right)\vec{j} = -0{,}053\,\vec{j}\,N$$



El hecho de que la fuerza resultante sea constante y perpendicular a la velocidad inicial nos dice que estamos ante un tiro horizontal y por tanto la trayectoria es parabólica.
La partícula está sometida a dos campos conservativos, gravitatorio y eléctrico, en ambos casos, el trabajo lo realizan las fuerzas del campo a costa de la disminución de la energía potencial, es decir, la energía potencial, tanto gravitatoria como eléctrica, de la partícula disminuyen en su desplazamiento.

b) Calculamos la aceleración de la partícula

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{RES}}{m} = \frac{-0{,}053\,\vec{j}\,N}{5\cdot 10^{-3}\,kg} = -10{,}6\,\vec{j}\,ms^{-2}$$

El movimiento de la partícula lo estudiamos como una composición de un movimiento uniforme en el eje X y otro uniformemente acelerado en el eje Y con aceleración $-10'6\,\vec{j}\,ms^{-2}$.Calculamos la posición para t = 5 s

Eje X: $x = x_0 + v_0 t$ $\quad (x_0 = 0\,;\ v_0 = 0{,}2\,ms^{-1})$ $\quad x = 1m$

Eje Y: $y = y_0 + v_{0Y} t + \frac{1}{2} a t^2$ $\quad (y_0 = 0; v_{0Y} = 0; a = -10{,}6\,ms^{-2})$ $\quad y = -132{,}5\,m$

La posición de la partícula a los 5 s es el punto (1, -132,5) m, como la posición inicial es el punto (0, 0) podemos escribir el vector desplazamiento

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{i} - 132{,}5\,\vec{j}\ \ m$$

3.- b) (continuación) Al ser la fuerza eléctrica constante a lo largo del desplazamiento, podemos calcular el trabajo eléctrico mediante la ecuación

$$W = \vec{F}_E \cdot \Delta\vec{r}$$

para lo cual, calculamos primero la fuerza eléctrica

$$\vec{F}_E = Q \cdot \vec{E} = -6 \cdot 10^{-6}\, C \cdot 500\, \vec{j}\ \ NC^{-1} = -3 \cdot 10^{-3}\, \vec{j}\ \ N$$

El trabajo eléctrico será

$$W = \vec{F}_E \cdot \Delta\vec{r} = -3 \cdot 10^{-3}\, \vec{j}\, N \cdot (\vec{i} - 132{,}5\, \vec{j})\, m = 0{,}3975\, J$$

También podemos calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico, usando criterios energéticos en lugar de dinámicos, como el campo eléctrico es conservativo se cumple

$$W = -\Delta E_P$$

Como el campo eléctrico es uniforme, la variación de energía potencial eléctrica viene dada por la expresión

$$\Delta E_P = -Q \cdot E \cdot d$$

siendo d la distancia recorrida en la dirección del campo, en este caso d = -132,5 m, por lo tanto

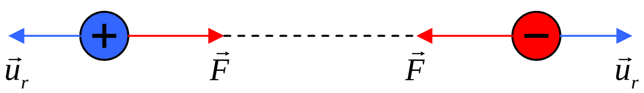
$$\Delta E_P = -(-6 \cdot 10^{-6}\, C \cdot 500\, NC^{-1} \cdot -132{,}5\, m) = -0{,}3975\, J$$

$$W = -\Delta E_P = 0{,}3975\, J$$

4.- a) Entendemos por interacción electrostática la fuerza que se ejerce entre cargas en reposo, está regulada por la **ley de Coulomb:**

"La fuerza con que se repelen o se atraen dos cargas es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa". Podemos escribir la expresión anterior de la siguiente forma:

$$\vec{F} = k\frac{QQ'}{r^2}\vec{u}_r$$



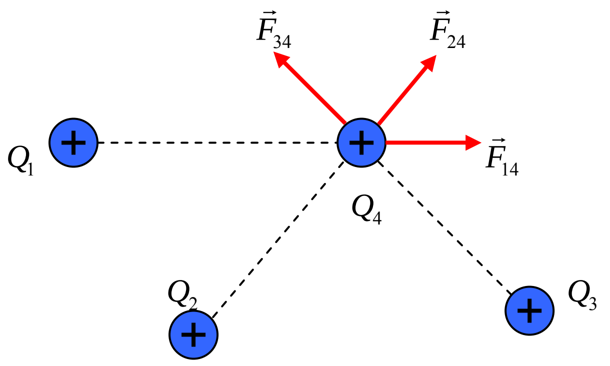
En esta expresión, $\vec{u}_r$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une Q y Q' y cuyo sentido apunta hacia la separación relativa de las cargas como se ve en la figura. De este modo si las cargas son de distinto signo, la fuerza tiene signo negativo, lo que significa que la atracción es atractiva y si son del mismo signo, es repulsiva.

4.- a) (continuación) El valor de la constante k depende del medio en que se encuentren las cargas. No es pues una constante universal y tiene en el vacío el valor

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

La ley de Coulomb describe lo que ocurre cuando dos cargas en reposo interaccionan. Pero ¿cambia la fuerza que actúa entre esas dos cargas cuando en sus proximidades situamos otra u otras cargas puntuales? Las evidencias experimentales permiten afirmar:

- La fuerza de interacción entre dos cargas puntuales no varía en presencia de otras cargas.
- La fuerza resultante que actúa sobre una carga dada es igual a la suma vectorial de las fuerzas individuales que sobre dicha carga ejercen las demás.



Si nos fijamos en el sistema de la figura, vemos que la fuerza que actúa sobre la carga Q_4 es :

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}$$

Por tanto

$$\vec{F}_{total} = k\left(\frac{Q_1Q_4}{r_{14}^2}\vec{u}_{14} + \frac{Q_2Q_4}{r_{24}^2}\vec{u}_{24} + \frac{Q_3Q_4}{r_{34}^2}\vec{u}_{34}\right)$$

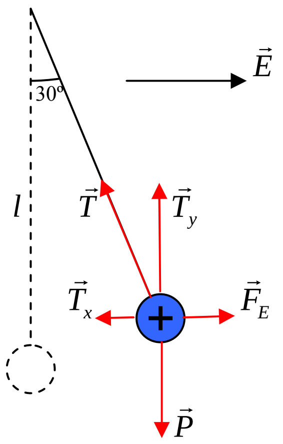
b) Las cargas son iguales en valor numérico y de distinto signo, como las distancias de ambas al punto medio del segmento que las une son iguales, el potencial en dicho punto es cero (V = 0).

Como vemos en la figura, el vector intensidad de campo que crea una carga positiva es saliente, mientras que el que crea una carga negativa es entrante

por lo tanto es imposible que se anule el vector intensidad de campo eléctrico en cualquier punto del segmento que une a dos cargas de distinto signo sea cual sea su valor, porque ambos vectores tendrán la misma dirección y sentido.

CAMPO ELÉCTRICO FCA 10 ANDALUCÍA

5.- a) m = $5\cdot10^{-3}$ kg l = 0,5 m E = 200 NC^{-1} α = 30º



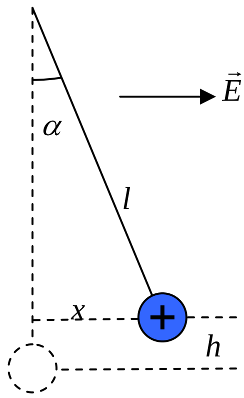
Aplicando las condiciones de equilibrio en los ejes:

$$\text{eje OX:} \quad T_X = F_E \qquad T\cdot sen\,30º = Q\cdot E \quad (1)$$
$$\text{eje OY:} \quad T_Y = m\cdot g \qquad T\cdot\cos\,30º = m\cdot g \quad (2)$$

dividiendo entre sí las ecuaciones (1) y (2)

$$tag\,30º = \frac{Q\cdot E}{m\cdot g} \qquad Q = \frac{m\cdot g\cdot tag\,30º}{E} = 1,44\cdot10^{-4}C$$

b) $x = l\cdot sen\alpha \qquad h = l - l\cdot\cos\alpha = l(1-\cos\alpha)$



Cuando se aplica el campo eléctrico la energía potencial del sistema es de dos tipos, gravitatoria y eléctrica. Ambas varían con el ángulo α (la gravitatoria crece con α y la eléctrica decrece). Como el sistema está en equilibrio la energía potencial ha de ser mínima.

La variación de energía potencial total del sistema viene dada por la expresión

$$\Delta E_P = \Delta E_{P(grav)} + \Delta E_{P(elec)}$$

5.- b) (continuación) la variación de energía potencial gravitatoria es

$$\Delta E_{P(grav)} = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot l \left(1 - \cos\alpha\right)$$

para calcular la variación de energía potencia eléctrica, lo hacemos por el trabajo que realiza la fuerza eléctrica sobre la carga al desplazarla una distancia x (distancia recorrida en la dirección del campo)

$$W_{(elec)} = -\Delta E_{P(elec)}$$

$$\Delta E_{P\,elec} = -W_{elec} = -F_E \cdot x = -Q \cdot E \cdot l \cdot sen\,\alpha$$

sustituyendo en la ecuación de la variación de energía potencial total

$$\Delta E_P = m \cdot g \cdot l \left(1 - \cos\alpha\right) - Q \cdot E \cdot l \cdot sen\,\alpha = -3,85 \cdot 10^{-3}\ J$$

La variación de la energía potencial total es negativa ya que al estar el sistema en equilibrio su energía potencial y por lo tanto menor que en cualquier otra posición.