CAMPO GRAVITATORIO FCA 05 ANDALUCÍA

1. Un satélite describe una órbita circular alrededor de la Tierra. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
a) ¿Qué trabajo realiza la fuerza de atracción hacia la Tierra a lo largo de media órbita?
b) Si la órbita fuera elíptica, ¿cuál sería el trabajo de esa fuerza a lo largo de una órbita completa?

2. **a)** Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre un cuerpo de 1000 kg, situado en el punto medio entre la Tierra y la Luna y calcule el valor de la fuerza resultante. La distancia desde el centro de la Tierra hasta el de la Luna es $3{,}84 \cdot 10^{8}$ m.
b) ¿A qué distancia del centro de la Tierra se encuentra el punto, entre la Tierra y la Luna, en el que el campo gravitatorio es nulo?
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg ; $M_L = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

3. **a)** Considere un punto situado a una determinada altura sobre la superficie terrestre. ¿Qué velocidad es mayor en ese punto, la orbital o la de escape?
b) A medida que aumenta la distancia de un cuerpo a la superficie de la Tierra disminuye la fuerza con que es atraído por ella. ¿Significa eso que también disminuye su energía potencial? Razone las respuestas.

4. La misión Cassini a Saturno-Titán comenzó en 1997 con el lanzamiento de la nave desde Cabo Cañaveral y culminó el pasado 14 de enero de 2005, al posarse con éxito la cápsula Huygens sobre la superficie de Titán, el mayor satélite de Saturno, más grande que nuestra Luna e incluso más que el planeta Mercurio.
a) Admitiendo que Titán se mueve alrededor de Saturno describiendo una órbita circular de $1{,}2 \cdot 10^{9}$ m de radio, calcule su velocidad y periodo orbital.
b) ¿Cuál es la relación entre el peso de un objeto en la superficie de Titán y en la superficie de la Tierra?
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_{Saturno} = 5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg ; $M_{Titán} = 1{,}3 \cdot 10^{23}$ kg ;
$R_{Titán} = 2{,}6 \cdot 10^{6}$ m ; g = 10 m s^{-2}

5. **a)** Razone cuáles son la masa y el peso en la Luna de una persona de 70 kg.
b) Calcule la altura que recorre en 3 s una partícula que se abandona, sin velocidad inicial, en un punto próximo a la superficie de la Luna y explique las variaciones de energía cinética, potencial y mecánica en ese desplazamiento.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $M_L = 7{,}2 \cdot 10^{22}$ kg ; $R_L = 1{,}7 \cdot 10^{6}$ m

6. Dibuje en un esquema las líneas de fuerza del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Sean A y B dos puntos situados en la misma línea de fuerza del campo, siendo B el punto más cercano a M.
a) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a B, ¿aumenta o disminuye su energía potencial? ¿Por qué?
b) Si una masa, m, está situada en A y se traslada a otro punto C, situado a la misma distancia de M que A, pero en otra línea de fuerza, ¿aumenta o disminuye la energía potencial? Razone su respuesta.

CAMPO GRAVITATORIO FCA 05 ANDALUCÍA

1. -

a) Ninguno. Como se desprende de la expresión del potencial gravitatorio para cuerpos esféricos (la Tierra)

$$V = G \cdot \frac{M_T}{r}$$

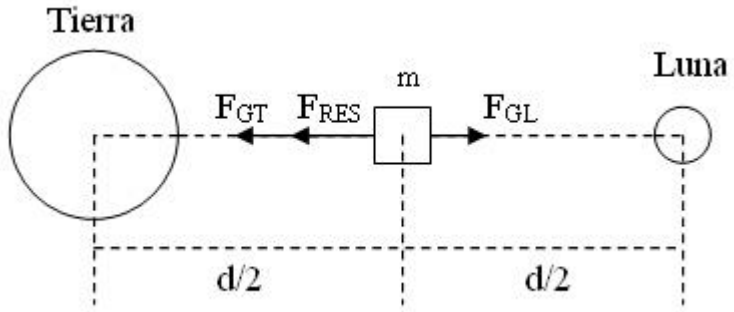
todos los puntos situados a la misma distancia r del centro de gravedad de la Tierra, tienen el mismo valor de potencial. Si unimos todos esos puntos mediante una superficie, esta será una "superficie equipotencial" que para el caso de la Tierra, toma la forma de una esfera.

Una de las implicaciones del carácter conservativo de la fuerza gravitatoria, es que esta no realiza trabajo alguno sobre un cuerpo que se mueva por una superficie equipotencial (una órbita circular pertenece a una superficie equipotencial). Puesto que el potencial es el mismo no hay variación de energía potencial y en consecuencia, el trabajo es nulo.

b) Otra de las implicaciones de los campos conservativos es que no se produce trabajo en trayectorias cerradas. Al ser el mismo el punto inicial que el final, no hay variación de energía potencial y por lo tanto el trabajo es nulo.

2. –

a)



$$F_{GT} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d/2)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{24}\, Kg \cdot 1000\, Kg}{\left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{2}\right)^2 m^2} = 10,82\, N$$

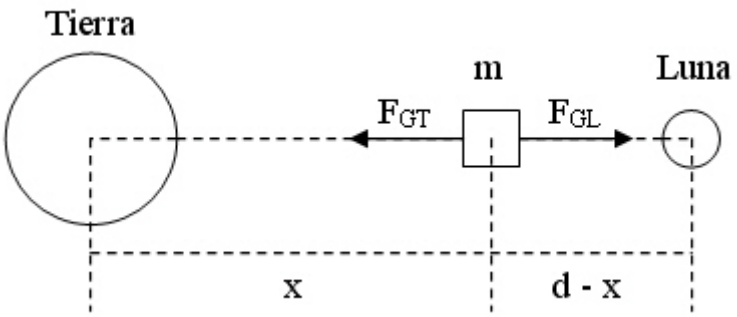
$$F_{GL} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(d/2)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22}\, Kg \cdot 1000\, Kg}{\left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{2}\right)^2 m^2} = 0,13\, N$$

$$F_{RES} = F_{GT} - F_{GL} = 10,69\, N$$

CAMPO GRAVITATORIO FCA 05 ANDALUCÍA

2. –

b)



Para que la fuerza resultante sea nula, los módulos de la fuerza gravitatoria de la Tierra y de la Luna han de ser iguales

$$F_{GT} = F_{GL} \qquad G \cdot \frac{M_T \cdot m}{x^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(d-x)^2}$$

$M_T \cdot (d-x)^2 = M_L \cdot x^2$ desarrollando obtenemos la siguiente ecuación de segundo grado $(M_T - M_L) \cdot x^2 - 2 \cdot M_T \cdot d \cdot x + M_T \cdot d^2 = 0$

sustituyendo $5,91 \cdot 10^{24} \cdot x^2 - 4,59 \cdot 10^{33} \cdot x + 8,82 \cdot 10^{41} = 0$ resolviendo

$$x = \frac{4,59 \cdot 10^{33} \pm \sqrt{\left(4,59 \cdot 10^{33}\right)^2 - 4 \cdot 5,91 \cdot 10^{24} \cdot 8,82 \cdot 10^{41}}}{2 \cdot 5,91 \cdot 10^{24}}$$

siendo los dos resultados

$x_1 = 4,28 \cdot 10^8\ m$ *y* $x_2 = 3,49 \cdot 10^8\ m$ como x ha de ser menor que d, en este caso el resultado que se nos pide es

$$x = 3,49 \cdot 10^8\ m$$

3. –

a) Las expresiones de ambas velocidades son: $v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

$v_{escp} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{2} \cdot v_{orb}$ la velocidad de escape es $\sqrt{2}$ veces mayor que la orbital.

b) No, la expresión de la energía potencial es $E_P = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$ al aumentar h, disminuye el valor numérico de la energía potencial, pero al ser esta negativa su valor real aumenta.

CAMPO GRAVITATORIO FCA 05 ANDALUCÍA

4. –

a) Como la fuerza gravitatoria actúa de fuerza centrípeta $F_{cpt} = F_G$

$$M_{Titán} \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M_{Saturno} \cdot M_{Titán}}{r^2} \quad \text{despejando}$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Saturno}}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11}\, N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2} \cdot 5,7 \cdot 10^{26}\, Kg}{1,2 \cdot 10^9\, m}} = 5.628 \frac{m}{s}$$

para calcular su periodo, utilizamos la tercera ley de

$$T^2 = K_{Saturno} \cdot r^3 = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M_{Saturno}} \cdot r^3 = \frac{4 \cdot \pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11}\, N \cdot m^2 \cdot Kg^{-2} \cdot 5,7 \cdot 10^{26}\, Kg} \cdot \left(1,2 \cdot 10^9\right)^3 m^3$$

$T = \sqrt{1,79 \cdot 10^{12}\, s^2} = 1,36 \cdot 10^6\, s$ que suponen unos 15,5 días

b) $$g_{Titán} = G \cdot \frac{M_{Titán}}{R_{Titán}{}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{13 \cdot 10^{23}\, Kg}{\left(2,6 \cdot 10^6\right)^2 m^2} = 1,28 \frac{m}{s^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_{Titán} = m \cdot g_{Titán} \\ \\ P_{Tierra} = m \cdot g_{Tierra} \end{array}\right\} \quad \text{dividiendo} \quad \frac{P_{Titán}}{P_{Tierra}} = \frac{g_{Titán}}{g_{Tierra}} = 0,128$$

5. –

a) La masa en la Luna es igual que en la Tierra o en cualquier otro lugar, puesto que dicha magnitud no depende del campo gravitatorio en que se encuentre, si no de la cantidad de materia del cuerpo.

$$g_{Luna} = G \cdot \frac{M_{Luna}}{R_{Luna}{}^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot \frac{7,2 \cdot 10^{22}\, Kg}{\left(1,7 \cdot 10^6\right)^2 m^2} = 1,66 \frac{m}{s^2}$$

$$P_{Luna} = m \cdot g_{Luna} = 70\, Kg \cdot 1,66 \frac{m}{s^2} = 116\, N$$

b) $v_0 = 0$ t = 3 s $$h = \frac{1}{2} \cdot g_{Luna} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,66 \frac{m}{s^2} \cdot 3^2\, s^2 = 7,47\, m$$

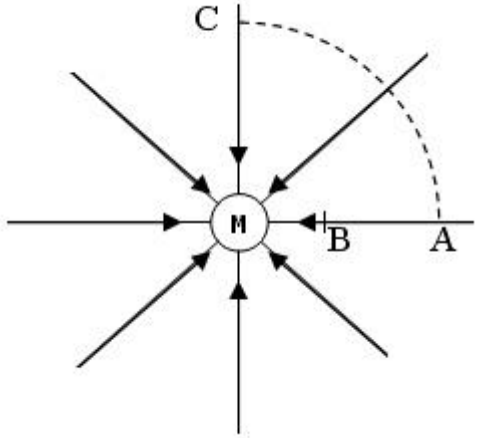
al caer libremente (no hay energía cinética inicial), la energía potencial disminuye convirtiéndose en energía cinética, ya que al estar en un campo conservativo la energía mecánica permanece constante

$$\Delta E_M = 0 \qquad E_C = -\Delta E_P$$

CAMPO GRAVITATORIO FCA 05 ANDALUCÍA

6. –

a)



$$E_{PA} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_A} \qquad E_{PB} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r_B}$$

como $r_A > r_B$ implica que $E_{PA} > E_{PB}$ luego la energía potencial disminuye.

b) La energía potencial no varía porque el cuerpo se desplaza por una superficie equipotencial (ver problema número 1 de esta relación).