CAMPO GRAVITATORIO FCA 04 ANDALUCÍA

1. a) Al desplazarse un cuerpo desde una posición A hasta otra B, su energía potencial disminuye. ¿Puede asegurarse que su energía cinética en B es mayor que en A? Razone la respuesta.

b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m, situado a una altura h sobre la superficie terrestre, puede expresarse en las dos formas siguientes: mgh o $-GMTm/R_T+h$. Explique el significado de cada una de esas expresiones y por qué corresponden a diferentes valores (y signo).

2. a) Determine la densidad media de la Tierra.

b)¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio terrestre se reduce a la tercera parte?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $R_T = 6370$ km ; $g = 10$ m s^{-2}

3. a) La energía potencial de un cuerpo de masa m en el campo gravitatorio producido por otro cuerpo de masa m' depende de la distancia entre ambos. ¿Aumenta o disminuye dicha energía potencial al alejar los dos cuerpos? ¿Por qué?

b) ¿Qué mide la variación de energía potencial del cuerpo de masa m al desplazarse desde una posición A hasta otra B? Razone la respuesta.

4. Razone la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) El peso de un cuerpo en la superficie de un planeta cuya masa fuera la mitad que la de la Tierra sería la mitad de su peso en la superficie de la Tierra.

b) El estado de "ingravidez" de los astronautas en el interior de las naves espaciales orbitando alrededor de la Tierra se debe a que la fuerza que ejerce la Tierra sobre ellos es nula.

5. a) El origen elegido habitualmente para la energía potencial gravitatoria lleva a que ésta tome valores negativos. ¿Por qué la energía potencial gravitatoria terrestre, en las proximidades de la superficie de la Tierra, toma valores positivos e iguales a mgh?

b) Discuta la siguiente afirmación: "Puesto que el valor de g disminuye al aumentar la distancia al centro de la Tierra, la energía potencial mgh disminuye con la altura sobre el suelo".

CAMPO GRAVITATORIO FCA 04 ANDALUCÍA

6. a) Defina la energía potencial. ¿Para qué tipo de fuerzas puede definirse? ¿Por qué?

b) ¿Un satélite de masa m describe una órbita circular de radio r alrededor de un planeta de masa M. Determine la energía mecánica del satélite explicando el razonamiento seguido.

7. Explicando las leyes físicas que utiliza, calcule:

a) A qué altura sobre la superficie de la Tierra la intensidad del campo gravitatorio terrestre es de 2 m s^{-2}.

b) Con qué velocidad debe lanzarse verticalmente un cuerpo para que se eleve hasta una altura de 500 km sobre la superficie de la Tierra.

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $R_T = 6370$ km ; $g = 10$ m s^{-2}

CAMPO GRAVITATORIO FCA 04 ANDALUCÍA

1. –

a) Si estamos hablando de energía potencial es porque estamos en un campo de fuerzas conservativo en el cual la energía mecánica permanece constante

$$E_M = E_P + E_C \qquad \begin{cases} E_{MA} = E_{PA} + E_{CA} \\ E_{MB} = E_{PB} + E_{CB} \end{cases}$$

como $E_{MA} = E_{MB}$ y $E_{PB} < E_{PA}$ esto implica que $E_{CB} > E_{CA}$

b) $E_P = -\dfrac{M_T \cdot m}{R_T + h}$ esta ecuación nos da la energía potencial del sistema formado por la Tierra y un cuerpo de masa m situado a una altura h sobre su superficie, su valor es negativo porque se considera que la energía potencial es cero en el infinito y que disminuye al decrecer la distancia.

$\Delta E_P = m \cdot g \cdot h$ esta ecuación nos da el valor de la "variación" de energía potencial para pequeñas diferencias de altura ($h << R_T$) en la superficie terrestre, su valor es positivo porque la energía potencial aumenta con la altura.

2. –

a) La densidad de un cuerpo es la relación entre su masa y el volumen que ocupa, para el caso de la Tierra:

$$d_T = \frac{M_T}{V_T} = \frac{M_T}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_T^{\,3}} \quad \text{como} \quad g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^{\,2}} \quad \text{despejando la masa de la}$$

Tierra $M_T = \dfrac{g \cdot R_T^{\,2}}{G}$ y sustituyendo en la ecuación de la densidad

$$d_T = \frac{g \cdot R_T^{\,2}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot G \cdot R_T^{\,3}} = \frac{3 \cdot g}{4 \cdot \pi \cdot G \cdot R_T} = 5.619 \frac{Kg}{m^3}$$

b)

$$\left.\begin{aligned} g &= G \cdot \frac{M_T}{R_T^{\,2}} \\ \frac{1}{3} \cdot g &= G \cdot \frac{M_T}{\left(R_T + h\right)^2} \end{aligned}\right\} \text{dividiendo nos queda} \quad 3 = \frac{\left(R_T + h\right)^2}{R_T^{\,2}}$$

$$\sqrt{3} = \frac{R_T + h}{R_T} \text{ y despejando h}$$

$$h = \left(\sqrt{3} - 1\right) \cdot R_T = 4.663\, Km$$

CAMPO GRAVITATORIO FCA 04 ANDALUCÍA

3. –

a) la ecuación de la energía potencial para dos cuerpos de masas m y m' separados una distancia r es la siguiente:

$$E_P = -G \cdot \frac{m \cdot m'}{r}$$

al separarlos, aumenta r y disminuye el valor absoluto de la energía potencial, pero como su signo es negativo, la energía potencial aumenta

b) El trabajo realizado por las fuerzas conservativas del campo gravitatorio, equivale a la variación negativa de la energía potencial del sistema.

$$W = -\Delta E_P = E_{PA} - E_{PB}$$

4. –

a) En la Tierra $g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^{\,2}}$ en el planeta X $g_X = G \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot M_T}{R_X^{\,2}}$

como el peso de un cuerpo es $P = m \cdot g$ la cuestión planteada en este apartado será verdadera siempre y cuando se cumpla que $g_X = \frac{1}{2} \cdot g_T$ para lo cual es necesario que $R_T = R_X$ como se deduce de las ecuaciones anteriores.

b) Es falsa, a la altura que orbitan los astronautas la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre ellos es considerable (sin ella seguirían una trayectoria rectilínea), pero al llevar una velocidad v perpendicular a la fuerza gravitatoria, esta actúa como fuerza centrípeta y la "ingravidez" se debe a su estado permanente de caída libre.

5. –

a) Ver apartado b del problema número 1 de esta relación.

b) Es cierto que el valor de g disminuye al aumentar h (altura sobre la superficie)

$$g = G \cdot \frac{M_T}{\left(R_T + h\right)^2}$$

pero $m \cdot g \cdot h$ mide la variación de la energía potencial (ΔE_P), no el valor de la energía potencial

$$E_P = -\frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$$

que disminuye con la altura en valor absoluto, pero que al ser negativo aumenta por lo tanto la variación de la energía potencial ($\Delta E_P = m \cdot g \cdot h$) aumenta con la altura.

CAMPO GRAVITATORIO FCA 04 ANDALUCÍA

6. –

a) Ver problema número 3 de la relación DINÁMICA FCA 04

b) La energía mecánica es la suma de la cinética y la potencial $E_M = E_C + E_P$
la energía potencial

$$E_P = -G\frac{M \cdot m}{r}$$

la energía cinética $E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ como la fuerza gravitatoria ejerce de fuerza centrípeta

$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ despejando $m \cdot v^2 = G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$ sustituyendo en la ecuación de la energía cinética $E_C = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot r}$

$$E_M = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r} + G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot r} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot r}$$

7. –

a) La gravedad en la superficie $g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T{}^2}$ a una altura h $g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$

dividiendo ambas ecuaciones miembro a miembro $\frac{g_0}{g} = \frac{(R_T + h)^2}{R_T{}^2}$ sustituyendo y

despejando h $\frac{10}{2} = \frac{(R_T + h)^2}{R_T{}^2}$ $\sqrt{5} = \frac{R_T + h}{R_T}$ $h = (\sqrt{5} - 1) \cdot R_T = 7.873\,Km$

b) La energía cinética que hay que comunicar al cuerpo ha de ser igual ala variación de la potencial $E_C = \Delta E_P$, desarrollando esta ecuación:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -G\frac{M_T \cdot m}{R_T + h} - \left(-G\frac{M_T \cdot m}{R_T}\right) = G \cdot M_T \cdot m \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h}\right)$$

$\frac{1}{2} \cdot v^2 = G \cdot M_T \cdot \frac{h}{R_T \cdot (R_T + h)}$ como $g = G \cdot \frac{M_T}{R_T{}^2}$ $G \cdot M_T = g \cdot R_T{}^2$ sustituyendo

$\frac{1}{2} \cdot v^2 = g \cdot R_T{}^2 \cdot \frac{h}{R_T \cdot (R_T + h)}$ $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{R_T \cdot h}{R_T + h}} = 3.045\frac{m}{s}$