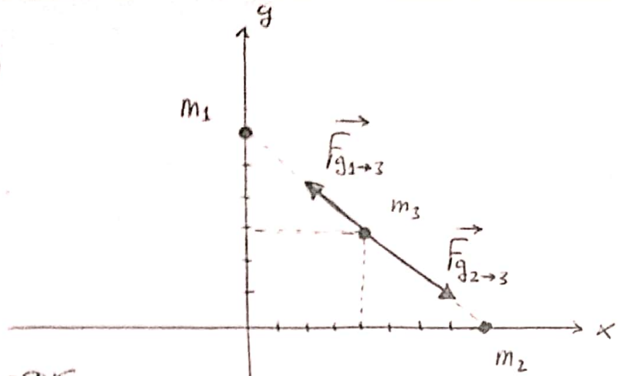
3. Dos masas, $m_1$ = 50 kg y $m_2$ = 100 kg, están situadas en los puntos A(0,6) y B(8,0) m, respectivamente.

a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre una masa $m_3$ = 20 kg situada en el punto P(4,3) m y calcule la fuerza resultante que actúa sobre ella. ¿Cuál es el valor del campo gravitatorio en este punto?

b) Determine el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria al trasladar la masa de 20 kg desde el punto (4,3) hasta el punto (0,0) m. Explique si ese valor del trabajo depende del camino seguido.

$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$

3




$$\vec{F}_{g_{1\to3}} = -\frac{G m_1 m_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13}$$

$$\vec{F}_{g_{2\to3}} = -\frac{G m_2 m_3}{r_{23}^2}\hat{r}_{23}$$

$m_1$ = 50 kg

$m_2$ = 100 kg

$\hat{r}_{13}$, $\hat{r}_{23}$ vectores unitarios que van desde el cuerpo atrayente hasta el cuerpo atraído

$$\vec{r}_{13} = +4\hat{i} - 3\hat{j}\ \text{m}$$
$$|\vec{r}_{13}| = \sqrt{(+4)^2+(-3)^2} = 5\ \text{m}$$
$$\hat{r}_{13} = \frac{\vec{r}_{13}}{|\vec{r}_{13}|} = +\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}$$

$$\vec{r}_{23} = -4\hat{i} + 3\hat{j}\ \text{m}$$
$$|\vec{r}_{23}| = \sqrt{(-4)^2+(+3)^2} = 5\text{m}$$
$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} = -\frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}$$

$$\vec{F}_{g_{1\to3}} = -\frac{G m_1 m_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13} = -\frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\cdot 50kg\cdot 20kg}{(5m)^2}\cdot\left(+\frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}\right)\ N$$

$$\Longrightarrow \vec{F}_{g_{1\to3}} = -2'13\cdot10^{-9}\hat{i} + 1'6\cdot10^{-9}\hat{j}\ N$$

$$\vec{F}_{g_{2\to3}} = -\frac{G m_2 m_3}{r_{23}^2}\hat{r}_{23} = -\frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{kg^2}\cdot 100kg\cdot 20kg}{(5m)^2}\cdot\left(-\frac{4}{5}\hat{i} + \frac{3}{5}\hat{j}\right)\ N$$

$$\Longrightarrow \vec{F}_{g_{2\to3}} = 4'27\cdot10^{-9}\hat{i} - 3'2\cdot10^{-9}\hat{j}\ N$$

Principio superposición: $\vec{F}_{g\,tot} = \vec{F}_{g_{1\to3}} + \vec{F}_{g_{2\to3}}$

$$\vec{F}_{g\,total} = (-2'13\cdot10^{-9}\hat{i} + 1'6\cdot10^{-9}\hat{j}) + (4'27\cdot10^{-9}\hat{i} - 3'2\cdot10^{-9}\hat{j}) = 2'14\cdot10^{-9}\hat{i} - 1'6\cdot10^{-9}\hat{j}\ N$$

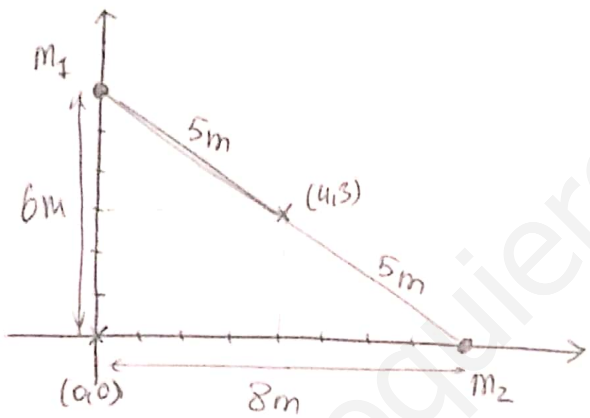
$$|\vec{F}_{g\,total}| = \sqrt{(2'14\cdot10^{-9})^2 + (-1'6\cdot10^{-9})^2} = 2'67\cdot10^{-9}\ N$$

a) Como $\vec{F}_{g_{Total(4,3)}} = m_3 \cdot \vec{g}_{Total(4,3)}$ despejando el vector campo gravitatorio; $\vec{g}_{Total(4,3)} = \dfrac{\vec{F}_{g_{Total(4,3)}}}{m_3}$

$$\vec{g}_{Total(4,3)} = \frac{2'14\cdot10^{-9}\,\vec{i} - 1'6\cdot10^{-9}\,\vec{j}\ N}{20\,Kg} = 1'07\cdot10^{-10}\,\vec{i} - 8\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ N/Kg$$

$$|\vec{g}_{Total(4,3)}| = \sqrt{(1'07\cdot10^{-10})^2 + (-8\cdot10^{-11})^2} = 1'35\cdot10^{-11}\ N/Kg$$

b)




Principio superposición

$$V_{g(4,3)} = V_{g_1}(4,3) + V_{g_2}(4,3)$$

$$V_{g(0,0)} = V_{g_1}(0,0) + V_{g_2}(0,0)$$

$$V_g(4,3) = \left(-\frac{Gm_1}{5m}\right) + \left(-\frac{Gm_2}{5m}\right) = -\frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{Kg^2}\cdot 50Kg}{5m} - \frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{Kg^2}\cdot 100Kg}{5m}$$

$$\Longrightarrow V_g(4,3) = -2\cdot10^{-9}\ J/Kg$$

$$V_g(0,0) = \left(-\frac{Gm_1}{6m}\right) + \left(-\frac{Gm_2}{8m}\right) = -\frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{Kg^2}\cdot 50Kg}{6m} - \frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{N\cdot m^2}{Kg^2}\cdot 100Kg}{8m}$$

$$\Longrightarrow V_g(0,0) = -1'39\cdot10^{-9}\ J/Kg$$

$$W_{\vec{F}_g} = -m\cdot\Delta V_g = -m\cdot\left[V_g(0,0) - V_g(4,3)\right] = -20Kg\cdot\left[\left(-1'39\cdot10^{-9}\frac{J}{Kg}\right) - \left(-2\cdot10^{-9}\frac{J}{Kg}\right)\right]$$

El trabajo debe realizarlo una fuerza externa

$$W_{\vec{F}_g} = -1'22\cdot10^{-8}\ J$$

No depende del camino seguido porque $\vec{F}_g$ es conservativa y el $W_{\vec{F}_g}$ sólo depende de la posición inicial y final.

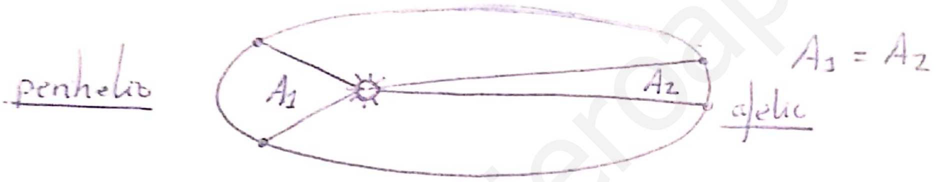
1. a) Enuncie las leyes de Kepler.

b) Dos satélites A y B se encuentran en órbitas circulares alrededor de la Tierra, estando A al doble de distancia que B del centro de la Tierra. ¿Qué relación guardan sus respectivos periodos orbitales?

(1A) a) Dichas leyes explican el movimiento de los planetas.

1ª Ley de Kepler (1609): los planetas se mueven alrededor del Sol en una trayectoria elíptica, de modo que el Sol se encuentra situado en uno de los focos de la elipse (las elipses son de poca excentricidad)

2ª Ley de Kepler (1609): El vector de posición de un planeta respecto al Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.




Como consecuencia un planeta se mueve más rápido cuanto más cerca del Sol se encuentra

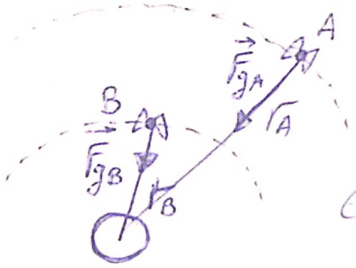
3ª Ley de Kepler (1619): El cuadrado del periodo de revolución "T" de cualquier planeta alrededor del Sol es proporcional al cubo de la distancia media "$r_M$" del planeta al Sol

$$T^2 = K \cdot r_M^3$$

K constante de proporcionalidad para todos los planetas igual

Para cualquier pareja de planetas: $\frac{T_1^2}{r_{M_1}^3} = \frac{T_2^2}{r_{M_2}^3}$

b) Sobre un satélite en órbita, actúa la fuerza gravitatoria que se comporta como fuerza centrípeta al describir un movimiento circular alrededor de la Tierra




$r_A = 2 r_B$

En módulo $F_g = m \cdot a_c \Rightarrow \dfrac{G M_T \cancel{m}}{r^2} = \cancel{m} \dfrac{v^2}{r}$

$$\left.\begin{array}{l} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ v = \omega \cdot r \end{array}\right\} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{G M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \Rightarrow T^2 = K \cdot r^3$$

$$\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{r_A^3}{r_B^3} = \frac{(2 r_B)^3}{r_B^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{T_B^2} = 8$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

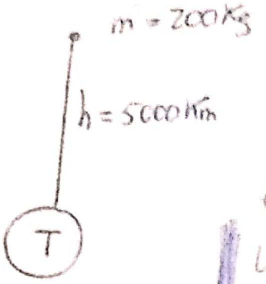
3. Un cuerpo de 200 kg situado a 5000 km de altura sobre la superficie terrestre cae a la Tierra.

a) Explique las transformaciones energéticas que tienen lugar suponiendo que el cuerpo partió del reposo y calcule con qué velocidad llega a la superficie.

b) ¿A qué altura debe estar el cuerpo para que su peso se reduzca a la tercera parte de su valor en la superficie terrestre?

$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m$^2$ kg$^{-2}$ ; $M_T = 6{,}0\cdot10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km

3B




Despreciando el rozamiento con el aire, la Emec se conserva. De modo que la $E_{p_g}$ inicial va disminuyendo a medida que cae y va aumentando la Ec hasta llegar a la superficie donde su valor será máximo y una parte estará en forma de $E_{p_g}$ (superficie)

$$E_{mec}(h) = E_{mec}(sup)$$

$$E_{p_g}(h) = E_{p_g}(sup) + E_c(sup)$$

$$-\frac{GM_T m}{R_T+h} = -\frac{GM_T m}{R_T} + \frac{1}{2} m v_{sup}^2 \; ; \; v_{sup}^2 = 2\left(\frac{GM_T}{R_T} - \frac{GM_T}{R_T+h}\right)$$

$$v_{sup} = \sqrt{2GM_T\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right)} = \sqrt{2\cdot 6'67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{Kg^2}\cdot 6\cdot10^{24}Kg\left(\frac{1}{6'37\cdot10^6 m} - \frac{1}{(6'37+5)\cdot10^6 m}\right)}$$

$$v_{sup} \simeq 7433 \text{ m/s}$$

b) Si $F_g(sup) = 3F_g(h) \Rightarrow \frac{GM_T m}{R_T^2} = 3\frac{GM_T m}{(R_T+h)^2}$ ;

$$(R_T+h)^2 = 3\cdot R_T^2 \Rightarrow \sqrt{(R_T+h)^2} = \sqrt{3R_T^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_T + h = \sqrt{3}R_T \Rightarrow h = \sqrt{3}R_T - R_T = R_T(\sqrt{3}-1)$$

$$h = 6'37\cdot10^6 m\,(\sqrt{3}-1) = 4'663\cdot10^6 m \sim 4663 \text{ Km}$$

1. a) Explique las características del campo gravitatorio terrestre.

b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa m, situado a una altura h sobre la superficie de la Tierra, se puede calcular con la fórmula $E_p = mgh$. Explique el significado y los límites de validez de dicha expresión. ¿Se puede calcular la energía potencial gravitatoria de un satélite utilizando la fórmula anterior? Razone la respuesta.

1B a) Un campo gravitatorio se caracteriza por el vector intensidad de campo gravitatorio $\vec{g}$, que es la fuerza que actúa sobre la unidad de masa situada en el punto donde se mide dicha intensidad.

$\vec{g} = \frac{\vec{F_g}}{m}$ Unidad S.I. N/Kg o m/s² (pequeñas alturas)

La Tierra al igual que otro astro o planeta con gran masa, crea un campo gravitatorio a su alrededor y la característica más relevante es que se crea como si toda la masa del astro estuviera concentrada en su centro.

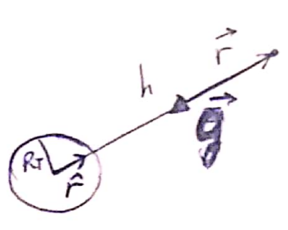
$M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ Kg y $R_T = 6370$ Km

- La dirección y sentido de $\vec{g}$ en un punto es el de la $\vec{F_g}$ en dicho punto
- Para la Tierra $\vec{g} = -\frac{GM_T}{R_T^2}\hat{r}$ (en su superficie)

o $\vec{g} = -\frac{GM_T}{(R_T+h)^2}\hat{r}$ si nos encontramos a una altura h sobre la superficie. Es una expresión vectorial y tiene sentido contrario al vector unitario $\hat{r}$ que va desde $M_T$ hasta el punto.

- Si en un punto del espacio ejercen influencia varias masas, $\vec{g}_{total}$ se obtiene por el principio de superposición

$\vec{g}_{total} = \sum_i \vec{g_i}$




En módulo $|\vec{g}| = \frac{GM_T}{r^2}$

$G = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$ constante Universal de gravitación

$M_T = 5'98 \cdot 10^{24}$ Kg masa de la Tierra

r: distancia del centro de la Tierra al punto P

$r = R_T + h$

b)


$E_{p_g} = mgh$ Esta expresión indica el trabajo que habría que realizar para colocar una masa m a una altura h sobre la superficie terrestre

Debido a que $|\vec{g}| = \frac{GM_T}{(R_T+h)^2}$, el campo gravitatorio $\vec{g}$ depende de la altura h, y por tanto, no será constante a medida que se asciende. De ahí que la validez de la expresión $E_p = mgh$ sea para h pequeñas y se puede usar la aproximación $R_T + h \simeq R_T$ y entonces el valor de $g \simeq g_{sup}$

De modo que para un satélite no se podría usar dicha expresión, ya que se encuentran a una altura considerable y no se puede usar la aproximación de $R_T + h \simeq R_T$. Hay que usar $E_{p_g} = -\frac{GM_T m}{R_T+h}$ estando el valor de referencia $E_{p_g} = 0$ en $r \to \infty$

3. La masa de Marte es $6{,}4\cdot10^{23}$ kg y su radio 3400 km.

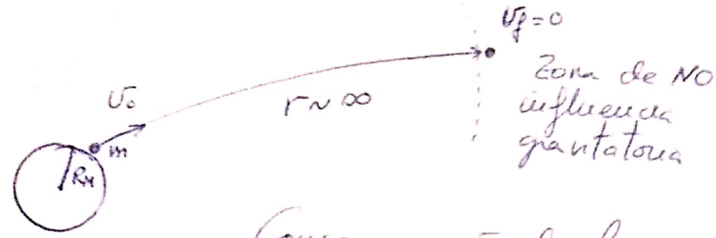
a) Haciendo un balance energético, calcule la velocidad de escape desde la superficie de Marte.

b) Fobos, satélite de Marte, gira alrededor del planeta a una altura de 6000 km sobre su superficie. Calcule razonadamente la velocidad y el periodo orbital del satélite.

$G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

3B $\quad M_M = 6'4\cdot10^{23}\ Kg \qquad R_M = 3400\ Km$

a)




Se desprecia el rozamiento con la atmósfera

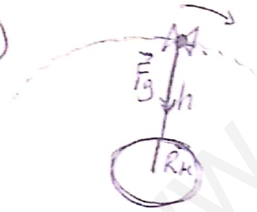
Conservación de la energía

$E_{mec}(sup) = E_{mec}(r\sim\infty)$ ; $E_{p_g}(sup) + E_c(sup) = E_{p_g}(\infty) + E_c(\infty)$

$$-\frac{GM_M m}{R_M} + \frac{1}{2}mv_e^2 = -\underbrace{\frac{GM_M m}{\infty}}_{0} + \underbrace{\frac{1}{2}mv_f^2}_{0} \;;\; -\frac{GM_M \cancel{m}}{R_M} = -\frac{1}{2}\cancel{m}v_e^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}}$$

b)




$\vec{F_g}$ única fuerza que actúa sobre el satélite

$\vec{F_g} \perp \vec{v} \Rightarrow$ Se curva la trayectoria y $\vec{F_g}$ actúa como $F_{centrípeta}$.

En módulos $F_g = m\cdot a_c$ ; $\frac{GM_M \cancel{m}}{(R_M+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v_{orb}^2}{\cancel{(R_M+h)}}$

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM_M}{R_M+h}} = \sqrt{\frac{6'67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{Kg^2}\cdot 6'4\cdot10^{23}\ Kg}{(3'4\cdot10^6 m + 6\cdot10^6 m)}} \simeq 2131\ m/s$$

Suponiendo una órbita circular:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ v &= \omega\cdot(R_M+h) \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \frac{2\pi\cdot(R_M+h)}{T}$$

7h 41min 56seg

$$T = \frac{2\pi\cdot(R_M+h)}{v} = \frac{2\pi\,(3'4\cdot10^6 m + 6\cdot10^6 m)}{2131\ m/s} \simeq 27716\ s$$

Razone la respuesta.

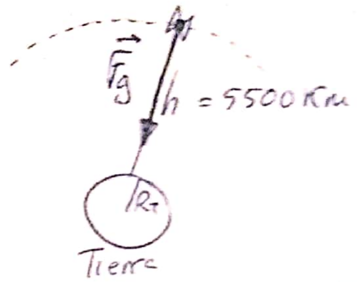
3. Una nave espacial se encuentra en órbita terrestre circular a 5500 km de altitud.

a) Calcule la velocidad y periodo orbitales.

b) Razone cuál sería la nueva altitud de la nave en otra órbita circular en la que: i) su velocidad orbital fuera un 10% mayor; ii) su periodo orbital fuera un 10% menor.

$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$ ; $R_T = 6370$ km

3A




$R_T = 6370\,Km$

$g_{sup} = 9'8\ m/s^2$

$\vec{F_g}$ única fuerza que actúa y es $\perp \vec{v}$ se curva la trayectoria y $\vec{F_g} = \vec{F_{cent}}$

$$F_g = m \cdot a_c \rightarrow \frac{G M_T \cdot \cancel{m}}{(R_T+h)^2} = \cancel{m}\frac{v_{orb}^2}{\cancel{(R_T+h)}} \rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T+h}}$$

Como $g_{sup} = \dfrac{G M_T}{R_T^2} = 9'8 \Rightarrow G M_T = 9'8\, R_T^2$

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{9'8\, R_T^2}{R_T+h}} = \sqrt{\frac{9'8\,(6'37\cdot 10^6 m)^2}{6'37\cdot 10^6 m + 5'5\cdot 10^6 m}} \simeq 5788\ m/s$$

órbita circular.

$$\left.\begin{array}{l} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ v = \omega\cdot(R_T+h) \end{array}\right\} v = \frac{2\pi\cdot(R_T+h)}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi\cdot(R_T+h)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi\cdot(6'37\cdot 10^6 m + 5'5\cdot 10^6 m)}{5788\ m/s} \simeq 12886\ s$$

b) Si $v'_{orb} = v_{orb} + 10\%$ de $v_{orb} = 1'1\, v_{orb}$

$$1'1\cdot v_{orb} = \sqrt{\frac{9'8\cdot R_T^2}{R_T+h'}} \Rightarrow (1'1\cdot v_{orb})^2 = \frac{9'8\cdot R_T^2}{R_T+h'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (R_T+h') = \frac{9'8\cdot R_T^2}{(1'1\cdot v_{orb})^2} \Rightarrow h' = \frac{9'8\cdot R_T^2}{(1'1\cdot v_{orb})^2} - R_T$$

$$h' = \frac{9'8\ m/s^2\,(6'37\cdot 10^6 m)^2}{1'1^2\cdot(5788\ m/s)^2} - 6'37\cdot 10^6 m \simeq 4'42\cdot 10^6\ m$$

Aprox 4420 Km

1. a) Explique los conceptos de campo y potencial gravitatorios y la relación entre ellos.

b) Dibuje en un esquema las líneas del campo gravitatorio creado por una masa puntual M. Otra masa puntual m se traslada desde un punto A hasta otro B, más alejado de M. Razon[e] si aumenta o disminuye su energía potencial.

(1B) a) Se denomina campo gravitatorio a la región del espacio que rodea una masa M y que es perturbada por su presencia. La perturbación se manifiesta por la interacción que se ejerce sobre cualquier masa que se coloque en cualquier punto del campo.

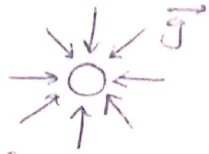
Dicho campo gravitatorio se caracteriza por el vector intensidad de campo gravitatorio $\vec{g}$: "Es la fuerza que actúa sobre la unidad de masa situada en el punto donde se quiere medir la intensidad de campo"

$$\vec{g} = \frac{\vec{F_g}}{m} \quad N/Kg \text{ o } m/s^2 \text{ (pequeñas alturas)}$$

Dirección y sentido de $\vec{g}$ igual que el de $\vec{F_g}$

Su expresión vectorial $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$ y si estamos en la superficie de un planeta (en módulo) $g = \frac{GM}{R^2}$, siendo R el radio del planeta y M su masa.

Se representa mediante líneas de campo (línea imaginaria tal que $\vec{g}$ es tangente en todos sus puntos)




El potencial gravitatorio, $V_g$, en un punto del campo gravitatorio se define como la energía potencial gravitatoria por unidad de masa que se coloque en ese punto

$$V_g = \frac{E_{p_g}}{m} \quad \text{Magnitud escalar, unidad } J/Kg$$

Su expresión: $V_g = \frac{-\frac{GMm}{r}}{m} = -\frac{GM}{r}$

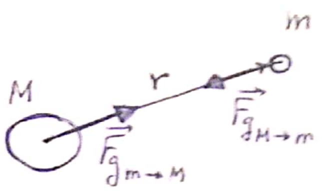
Ambos, $\vec{g}_{Total}$ y $V_{g\,Total}$ cumplen el principio de superposición

1. a) Escriba la ley de Gravitación Universal y explique el significado de las magnitudes que intervienen en ella y las características de la interacción entre dos masas puntuales.

b) Una masa, m, describe una órbita circular de radio R alrededor de otra mayor, M, ¿qué trabajo realiza la fuerza que actúa sobre m? ¿Y si m se desplazara desde esa distancia, R, hasta infinito? Razone las respuestas.

JUNIO

(1A) a) Ley de Gravitación Universal: Dos cuerpos cualesquiera del Universo se atraen entre sí con una fuerza cuyo valor es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre sus centros (r). La dirección de la fuerza es la de la recta que une sus centros, punto de aplicación el cuerpo atraído y sentido hacia el cuerpo atrayente



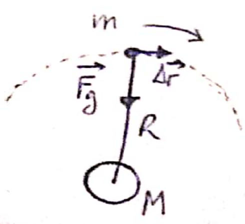

$$F_{g_{m\to M}} = F_{g_{M\to m}} = \frac{GMm}{r^2}$$

Ambas fuerzas son iguales en módulo y de sentidos contrarios

G es una constante de proporcionalidad, constante de gravitación universal $G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N\,m^2/kg^2$. M y m son las masas de los cuerpos que se atraen y r la distancia entre sus centros

- La fuerza gravitatoria es una interacción universal, se da entre todos los cuerpos del universo, pues todos tienen masa
- Esta interacción se presenta siempre en parejas acción-reacción
- Es una interacción atractiva
- Debido al pequeño valor de G, para que el efecto de la fuerza sea apreciable debe ser entre cuerpos de gran masa
- Es una fuerza central, pasa por un punto fijo y en general depende del cuerpo al punto fijo. Todas las fuerzas centrales son conservativas (puede demostrarse)

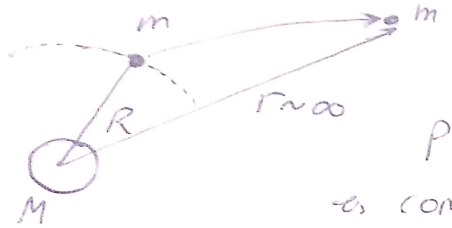
b)




Para pequeños desplazamientos $W_{\vec{F_g}} = \vec{F_g}\cdot\vec{\Delta r}$

y como $\vec{F_g} \perp \vec{\Delta r} \Rightarrow W_{\vec{F_g}} = F_g\cdot\Delta r\cdot\cos 90° = 0$

Por tanto $W_{\vec{F_g}} = 0$




Si el desplazamiento es hasta un punto situado en $r \to \infty$, la $\vec{F_g}$ no es constante, por tanto

$$W_{R\to\infty}^{F_g} = \int_R^{\infty} \vec{F_g} \cdot d\vec{r} = \int_R^{\infty} -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} \cdot dr\hat{r} = \left[\frac{GMm}{r}\right]_R^{\infty}$$

$$W_{R\to\infty}^{F_g} = \frac{GMm}{\infty} - \frac{GMm}{R} \Rightarrow W_{R\to\infty}^{F_g} = -\frac{GMm}{R}$$

Es un trabajo negativo $W_{R\to\infty}^{F_g} = -E_{P_g}(R)$ ya que el desplazamiento debe ser realizado por una fuerza externa en contra del campo gravitatorio

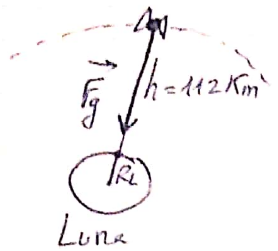
3. Durante la misión del Apolo 11 que viajó a la Luna en julio de 1969, el astronauta Michael Collins permaneció en el módulo de comando, orbitando en torno a la Luna a una altura de 112 km de su superficie y recorriendo cada órbita en 2 horas.

a) Determine razonadamente la masa de la Luna.

b) Mientras Collins orbitaba en torno a la Luna, Neil Armstrong descendió a su superficie. Sabiendo que la masa del traje espacial que vestía era de 91 kg, calcule razonadamente el peso del traje en la Luna ($P_{Luna}$) y en la Tierra ($P_{Tierra}$).

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$ ; $R_{Luna} = 1740\ km$ ; $g_{Tierra} = 9{,}8\ m\ s^{-2}$

3A




$T = 2h = 7200 s$

$G$, $R_{Luna}$, $g_{sup\ Tierra}$ (Datos)

Sobre el satélite actúa una única fuerza, la fuerza gravitatoria, perpendicular a $\vec{v}$ y por tanto le obliga al satélite a curvar su trayectoria, actuando como fuerza centrípeta

$$\vec{F_g} = \vec{F_c} \Rightarrow F_g = m \cdot a_c \Rightarrow \frac{G M_L \cancel{m}}{(R_L+h)^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v_{orb}^2}{\cancel{(R_L+h)}}$$

Como se suponen órbitas circulares: $\left.\begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ v = \omega \cdot (R_L+h) \end{array}\right\} v = \frac{2\pi (R_L+h)}{T}$

$$\frac{G M_L}{(R_L+h)} = \frac{4\pi^2 (R_L+h)^2}{T^2} \Rightarrow M_L = \frac{4\pi^2 (R_L+h)^3}{G \cdot T^2}$$

$$M_L = \frac{4 \cdot \pi^2 (1'74 \cdot 10^6 m + 1'12 \cdot 10^5 m)^3}{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot (7200 s)^2} \simeq 7'25 \cdot 10^{22}\ Kg$$

b) En la superficie de la Luna, el campo gravitatorio tiene la expresión: $g_L = \frac{G M_L}{R_L^2}$ y por tanto la fuerza gravitatoria con la que la Luna atrae al traje:

$$P_{Luna} = \frac{G M_L}{R_L^2} \cdot m = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \cdot 7'25 \cdot 10^{22} Kg \cdot 91 Kg}{(1'74 \cdot 10^6 m)^2} \simeq 145'3 N$$

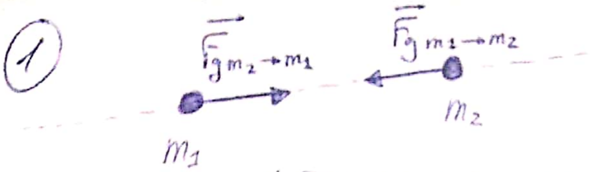
y similar en la Tierra

$$P_{Tierra} = \frac{G M_T}{R_T^2} \cdot m = g_{sup\ Tierra} \cdot m = 9'8\ m/s^2 \cdot 91\ Kg = 891'8 N$$

1. a) Explique las características de la interacción gravitatoria entre dos masas puntuales.

b) Dos partículas puntuales de masa m están separadas una distancia r. Al cabo de un cierto tiempo la masa de la primera se ha reducido a la mitad y la de la segunda a la octava parte. Para que la fuerza de atracción entre ellas tenga igual valor que el inicial, ¿es necesario acercarlas o alejarlas? Razone la respuesta.

(1)




Constante de gravitación universal

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N\, m^2}{kg^2}$$

LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Dos cuerpos cualesquiera del universo se atraen entre sí con una fuerza cuyo valor es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros. La dirección es la de la recta que une sus centros, punto de aplicación el cuerpo atraído y sentido hacia el cuerpo adyacente $\vec{F}_g = -\frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r}$

(*)

b)


(Módulo) $F_g = \frac{G m^2}{r^2}$

$$F_g' = \frac{G \frac{m}{2} \frac{m}{8}}{r'^2} = \frac{G m^2}{16 r'^2}$$

Si se quiere que las fuerzas de atracción tengan el mismo módulo, $F_g = F_g'$

$$\frac{G m^2}{r^2} = \frac{G m^2}{16 r'^2} \Rightarrow 16 r'^2 = r^2 \Rightarrow \boxed{r' = \frac{r}{4}}$$

Las partículas puntuales deben acercarse

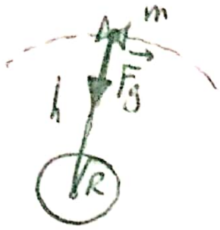
(*) Es una interacción de carácter universal y se presenta siempre en parejas acción-reacción. Es una interacción atractiva y debido al pequeño valor de G, debe darse entre cuerpos de gran masa.

Es una fuerza central y por tanto de carácter conservativo

1. a) Explique qué es la velocidad orbital de un satélite y deduzca su expresión.

b) Indique qué es un satélite geoestacionario. ¿Con qué período de revolución y a qué altura debe orbitar en torno a la Tierra?

(1B) a) La velocidad orbital de un satélite es la velocidad con la que se mueve en su órbita para poder mantenerse orbitando alrededor del planeta




Sobre el satélite actúa $F_g$ que es fuerza central y $\perp$ a $\vec{v}$. Le obliga a curvar la trayectoria. Actúa como $F_{centrípeta}$

$$|\vec{F_g}| = m \cdot |\vec{a_c}| \quad ; \quad \frac{GMm}{(R+h)^2} = m\frac{v_{orb}^2}{(R+h)} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

b) Un satélite geoestacionario es aquel que orbita en torno a la Tierra con período de rotación igual al de la Tierra, es decir, 24 horas. La órbita que describe orbitas sobre el ecuador terrestre con la misma velocidad angular que la Tierra. Permanece inmóvil sobre un punto determinado del globo terráqueo

órbita circular : $\left.\begin{matrix} v = \omega \cdot (R+h) \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{matrix}\right\} \quad v = \frac{2\pi \cdot (R+h)}{T}$

Igualando expresiones : $\frac{2\pi \cdot (R+h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ y

elevando al cuadrado : $\frac{4\pi^2 \cdot (R+h)^2}{T^2} = \frac{GM}{R+h}$ ; $(R+h)^3 = \frac{GM}{4\pi^2} \cdot T^2$

$$\sqrt[3]{(R+h)^3} = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2}T^2} \quad ; \quad h = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2}T^2} - R$$