

FISICA

TEMA 3: ONDAS

- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

a) Explique las diferencias entre ondas armónicas y ondas estacionarias. Escriba un ejemplo de cada tipo de ondas.

b) Una onda transversal, que se propaga en sentido negativo del eje OX, tiene una amplitud de 2 m, una longitud de onda de 12 m y la velocidad de propagación es de  $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Escriba la ecuación de dicha onda sabiendo que la perturbación,  $y(x,t)$ , toma el valor máximo en el punto  $x = 0 \text{ m}$ , en el instante  $t = 0 \text{ s}$ .

**FISICA. 2019. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

a) Las ondas estacionarias son un tipo concreto de ondas armónicas, que proviene de la interferencia de dos ondas armónicas.

La onda estacionaria no se propaga por un medio y la onda viajera si lo hace. En la onda viajera la energía se propaga por el medio, pero en la onda estacionaria no se propaga energía. Esto se debe a que hay puntos del medio (nodos) que no vibran (mínimos) e impiden que se propague la energía.

En la onda viajera todos los puntos del medio alcanzan la máxima elongación, no ocurre así en la onda estacionaria. Sólo los vientres (máximos) alcanzan la máxima elongación.

Las ecuaciones matemáticas son diferentes:

- Onda viajera:  $y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t - k x)$

- Onda estacionaria:  $y(x, t) = 2A \text{ sen } \omega t \cdot \text{cos } k x$

b)  $y(x, t) = A \text{ sen } (\omega t + k x + \delta)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \text{ m}^{-1}$$

$$k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{\omega}{3} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$y(x, t) = 2 \text{ sen } \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{6} x + \delta \right)$$

$$y \left( \begin{matrix} x=0 \\ t=0 \end{matrix} \right) = 2 \Rightarrow 2 = 2 \text{ sen } (0 + 0 + \delta) \Rightarrow \text{sen } \delta = 1 \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$$

Luego:  $y(x, t) = 2 \text{ sen } \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{6} x + \frac{\pi}{2} \right)$  (SI)

a) Una onda transversal se propaga por una cuerda tensa con una velocidad  $v$ , una amplitud  $A_0$  y oscila con una frecuencia  $f_0$ . Si se aumenta al doble la longitud de onda, manteniendo constante la velocidad de propagación, conteste razonadamente en qué proporción cambiarían la velocidad máxima y la aceleración máxima de oscilación de las partículas del medio.

b) Si la ecuación de la onda que se propaga por la cuerda es:

$$y(x,t) = 0'02 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) \quad (\text{SI})$$

Calcule la longitud de onda, el periodo y la velocidad de propagación. Determine las ecuaciones de la velocidad de vibración y de la aceleración de vibración.

**FISICA. 2019. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

$$a) \left. \begin{array}{l} \lambda^* = 2\lambda \\ v^* = v \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda^* \cdot f^* = \lambda \cdot f_0 \Rightarrow 2\lambda \cdot f^* = \lambda \cdot f_0 \Rightarrow f^* = \frac{f_0}{2}$$

La ecuación de onda:  $y(x,t) = A_0 \text{sen}(\omega t - kx) = A_0 \text{sen}(2\pi f_0 t - kx)$

$$v = \frac{dy}{dt} = A_0 \cdot 2\pi f_0 \cos(2\pi f_0 t - kx) \Rightarrow v_{\max} = A_0 \cdot 2\pi f_0$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A_0 \cdot (2\pi f_0)^2 \text{sen}(2\pi f_0 t - kx) \Rightarrow a_{\max} = A_0 \cdot (2\pi f_0)^2$$

$v_{\max}^* = A_0 \cdot 2\pi f^* = A_0 \cdot 2\pi \frac{f_0}{2} = \frac{v_{\max}}{2}$  La nueva velocidad máxima de vibración es la mitad de la anterior.

$a_{\max}^* = A_0 \cdot (2\pi f^*)^2 = A_0 \cdot \left(2\pi \frac{f_0}{2}\right)^2 = \frac{A_0 \cdot (2\pi f_0)^2}{4} = \frac{a_{\max}}{4}$  La nueva aceleración máxima es la cuarta parte de la anterior.

b) Identificando coeficientes de la ecuación de onda:  $y(x,t) = 0'02 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x)$ , tenemos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{100\pi} = 0'02 \text{ segundos}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 40\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{40\pi} = 0'05 \text{ m}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0'05}{0'02} = 2'5 \text{ m/s}$$

Velocidad de vibración:  $v = \frac{dy}{dt} = 0'02 \cdot 100\pi \cos(100\pi t - 40\pi x) = 2\pi \cos(100\pi t - 40\pi x) \text{ m/s}$

Aceleración de vibración:  $a = \frac{dv}{dt} = -2\pi \cdot 100\pi \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) = -200\pi^2 \text{sen}(100\pi t - 40\pi x) \text{ m/s}^2$

a) Razone la veracidad o falsedad de las siguientes frases utilizando, si procede, algún ejemplo:  
 i) El espectro electromagnético está formado sólo por las ondas electromagnéticas que podemos percibir con nuestra vista. ii) Si al iluminar un objeto con luz blanca, lo vemos de color rojo, es debido a que el objeto absorbe las tonalidades rojas de la luz.

b) Un rayo de luz monocromático de frecuencia  $6 \cdot 10^{14}$  Hz incide con un ángulo de  $35^\circ$  sobre la superficie de separación de dos medios con diferente índice de refracción. Sabiendo que la luz viaja por el primer medio a una velocidad de  $2'4 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup> y que la longitud de onda en el segundo medio es de  $5 \cdot 10^{-7}$  m: i) Calcule el ángulo de refracción. ii) Determine el ángulo límite de incidencia a partir del cual se produciría la reflexión total.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

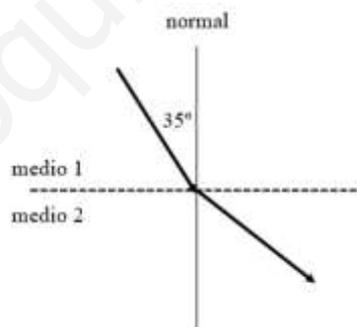
FISICA. 2019. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

### R E S O L U C I O N

a) (i) Es falsa. Ya que hay ondas electromagnéticas que no podemos percibir con nuestra vista, por ejemplo: rayos infrarrojos, gamma, rayos X, etc

(ii) Es falsa. Vemos el cuerpo de color rojo porque el cuerpo absorbe todos los demás colores de la luz blanca y refleja la luz roja, por eso lo vemos.

b)



(i)  $f_1 = f_2 = f$  no cambia

$$\text{Medio 1: } v_1 = \lambda_1 \cdot f$$

$$\text{Medio 2: } v_2 = \lambda_2 \cdot f = 5 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\text{Ley de Snell: } \frac{\hat{\text{sen}} \hat{i}}{\hat{\text{sen}} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\text{sen } 35^\circ}{\hat{\text{sen}} \hat{r}} = \frac{2'4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \hat{r} = 45'8^\circ$$

$$(ii) \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{2'4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \alpha = 53'13^\circ$$

Luego, para ángulos mayores que  $\alpha = 53'13^\circ$ , se produce reflexión total

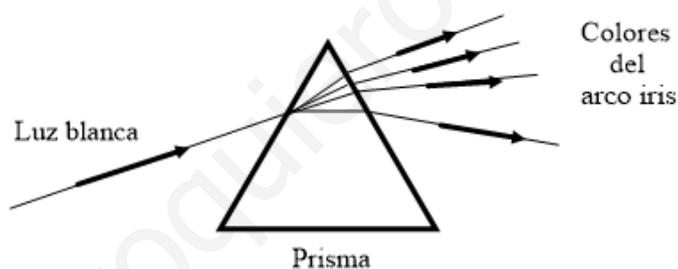
- a) Explique, con la ayuda de un esquema, en qué consiste el fenómeno de la dispersión de la luz blanca a través de un prisma de vidrio. ¿Ocurriría dicho fenómeno si la luz blanca incide perpendicularmente sobre una lámina de vidrio de caras plano paralelas? Razone su respuesta.
- b) Sobre una lámina de vidrio de caras plano paralelas de 0,03 m de espesor y situada en el aire incide un rayo de luz monocromática con un ángulo de incidencia de  $35^\circ$ . La velocidad de propagación del rayo en la lámina de vidrio es de  $2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (i) Determine el índice de refracción de la lámina de vidrio. (ii) Realice un esquema con la trayectoria del rayo y determine el ángulo de emergencia. (iii) Determine el tiempo que tarda el rayo en atravesar la lámina.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} ; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2019. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

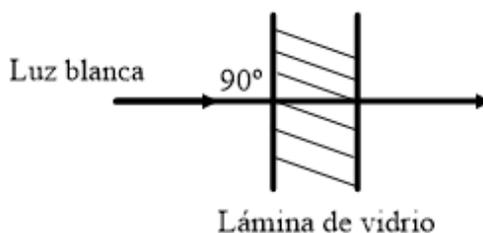
### RESOLUCION

a)



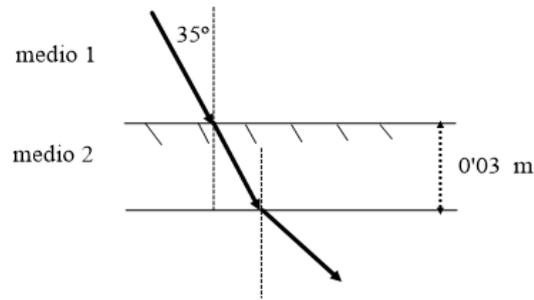
La luz blanca es la suma de varias luces (las del arco iris) es una luz policromática, es decir, contiene todas las luces del arco iris desde el rojo hasta el violeta.

Como las luces del arco iris tienen distinta velocidad, dentro del prisma óptico, se separan al refractarse en las superficies del prisma. Este fenómeno se llama dispersión de la luz blanca.



En este caso, no se produce dispersión ya que la luz pasa al otro medio sin desviarse. Se necesita un ángulo de incidencia distinto de cero para que se produzca dispersión y que las caras del prisma no sean paralelas.

b)



(ii) 1ª Refracción: Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } 35^\circ}{\text{sen } \hat{t}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} \Rightarrow \text{sen } \hat{t} = \frac{2}{3} \text{sen } 35^\circ \Rightarrow \hat{t} = 22'48^\circ$

2ª Refracción: Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } 22'48^\circ}{\text{sen } \hat{p}} = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \text{sen } \hat{p} = \frac{3}{2} \text{sen } 22'48^\circ \Rightarrow \hat{p} = 35^\circ$

Vemos que el ángulo de emergencia es igual al ángulo de incidencia.

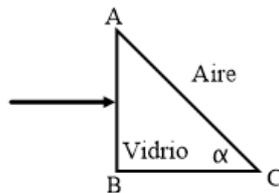
(iii)

$$\cos 22'48^\circ = \frac{0'03}{e} \Rightarrow e = 0'032$$

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow t = \frac{e}{v} = \frac{0'032}{2 \cdot 10^8} = 1'62 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

a) Explique con la ayuda de un dibujo en qué consiste la reflexión total y las condiciones en que se produce.

b) Perpendicularmente a la cara AB de un prisma de vidrio con índice de refracción 1,5 incide desde el aire un rayo de luz de longitud de onda  $6 \cdot 10^{-7}$  m, como se ilustra en la figura. Calcule: (i) La longitud de onda y frecuencia del rayo dentro del prisma. (ii) El valor más grande que puede tener el ángulo  $\alpha$  para que no se refracte el rayo hacia fuera del prisma por la cara AC.

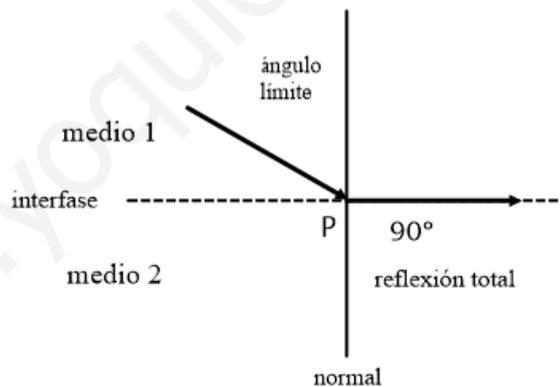


$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$

FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

### R E S O L U C I O N

a)



La reflexión total consiste en que la onda al llegar a la interfase se refleja totalmente. Esto ocurre cuando el ángulo de incidencia supera al ángulo límite, entonces el rayo incidente se refleja totalmente.

Para que exista ángulo límite, mediante la Ley de Snell:  $\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \text{sen } \hat{i} = \frac{v_1}{v_2} < 1 \Rightarrow v_1 < v_2$

Para que exista reflexión total, la onda debe pasar a un medio con mayor velocidad.

Si utilizamos los índices de refracción:  $\frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} < 1 \Rightarrow n_2 < n_1$ . Debe pasar a un medio con

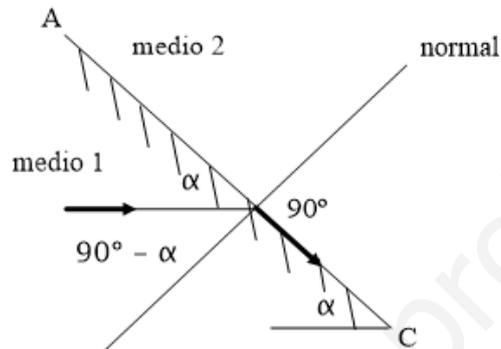
menor índice de refracción.

b) (i) En el aire:  $c = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} \cdot f_1 \Rightarrow f_1 = 5 \cdot 10^{14}$  Hz

La frecuencia es la misma en los dos medios  $\Rightarrow f_1 = f_2 = 5 \cdot 10^{14}$  Hz

En el prisma:  $v_2 = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \frac{c}{n_2} = \lambda_2 \cdot f \Rightarrow \lambda_2 = \frac{c}{n_2 \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1.5 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 4 \cdot 10^{-7}$  m

(ii)



$90^\circ - \alpha$  debe ser el ángulo límite para la reflexión total. Luego, por la Ley de Snell:

$$\frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.5} \Rightarrow 90^\circ - \alpha = 41'81'' \Rightarrow \alpha = 48'19''$$

Para valores mayores de  $90^\circ - \alpha$  no se refracta y para valores menores de  $\alpha = 48'19''$  no se refracta. Luego,  $\alpha_{\text{maximo}} = 48'19''$

a) Explique la doble periodicidad de una onda. Indique las magnitudes que la describe y realice esquemas.

b) Una onda viene dada por la ecuación:  $y(x,t) = 0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(2\pi t)$  (SI)

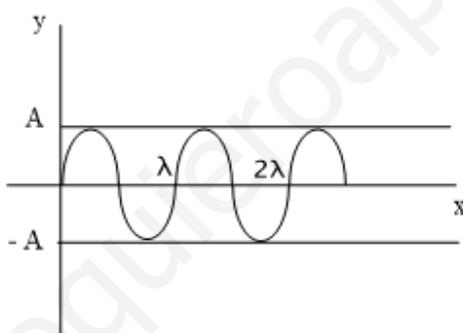
Indique de qué tipo de onda se trata y calcule su longitud de onda, frecuencia, y la velocidad y aceleración de oscilación de un punto situado en  $x = 2$  m para  $t = 0'25$  s.

**FISICA. 2019. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### R E S O L U C I O N

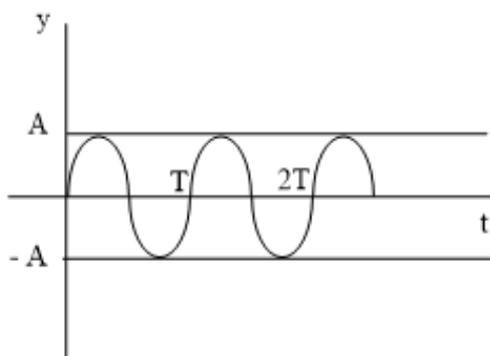
a) Toda onda tiene periodicidad en el espacio y en el tiempo, se dice que es doblemente periódica. La periodicidad espacial se puede ver cuando fijamos el tiempo y se observa la repetición en el espacio de las elongaciones. Por ejemplo: para una onda  $y(x,t) = A \text{sen}(\omega t - kx)$

Para  $t = t_0 \Rightarrow y(x,t_0) = A \text{sen}(\omega t_0 - kx)$  es una función senoidal que es periódica.



La periodicidad temporal se observa cuando fijamos el espacio ( $x = x_0$ , se estudia un punto del medio) y se observa la repetición en el tiempo de las elongaciones. Por ejemplo: para una onda  $y(x,t) = A \text{sen}(\omega t - kx)$

Para  $x = x_0 \Rightarrow y(x_0,t) = A \text{sen}(\omega t - kx_0)$  es una función senoidal que es periódica.



b)  $y(x, t) = 0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(2\pi t)$  (SI) Debido a su expresión matemática, se trata de una onda estacionaria.

Identificando coeficientes, tenemos:

$$\omega = 2\pi = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$$

Velocidad de oscilación:  $v = \frac{dy}{dt} = -0'4 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot 2\pi \sin(2\pi t)$

$$v\left(\begin{matrix} x = 2 \\ t = 0'25 \end{matrix}\right) = -0'4 \cdot 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \cdot \sin(2\pi \cdot 0'25) = -0'8\pi(-1) \cdot 1 = 2'51 \text{ m/s}$$

Aceleración de oscilación:  $a = \frac{dv}{dt} = -0'4 \cdot 2\pi \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot 2\pi \cos(2\pi t)$

$$a\left(\begin{matrix} x = 2 \\ t = 0'25 \end{matrix}\right) = -0'4 \cdot 4\pi^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2\right) \cdot \cos(2\pi \cdot 0'25) = -1'6\pi^2 \cos \pi \cdot \cos 0'5\pi = 0 \text{ m/s}^2$$

a) Escriba la ecuación general de una onda estacionaria. Explique el significado físico de cada una de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación y relaciónelas con los parámetros de las ondas que la han originado. ¿Cómo se denominan y cuál es el significado físico en los puntos de máxima y mínima amplitud?.

b) La ecuación de una onda armónica que se propaga en una cuerda es:

$$y(x, t) = 0'04 \operatorname{sen} \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{S.I.})$$

Calcule la amplitud, frecuencia, longitud de onda, velocidad de propagación y velocidad máxima de un punto de dicha cuerda.

**FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

### R E S O L U C I O N

a) La ecuación general de una onda estacionaria, puede ser de la forma:

$$y(x, t) = 2A \operatorname{sen} \omega t \cdot \cos kx$$

$$y(x, t) = 2A \operatorname{sen} \omega t \cdot \operatorname{sen} kx$$

$$y(x, t) = 2A \cos \omega t \cdot \cos kx$$

$$y(x, t) = 2A \cos \omega t \cdot \operatorname{sen} kx$$

Es un producto de senos y cosenos, donde:

- $A$  = es la amplitud de la onda incidente y de la onda reflejada que dan lugar a la onda estacionaria.
- $\omega$  = es la frecuencia angular
- $k$  = es el número de onda. Coinciden con los valores de las ondas incidente y reflejada.
- $x$  = es la variable espacio (distancia al foco)
- $t$  = es la variable tiempo
- $y$  = es la elongación.

Los puntos de máxima amplitud se denominan vientres y son los puntos donde la elongación es máxima.

Los puntos de mínima amplitud se denominan nodos. En ellos la elongación vale 0 y esos puntos nunca vibran.

b)  $y(x, t) = 0'04 \operatorname{sen} \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right)$

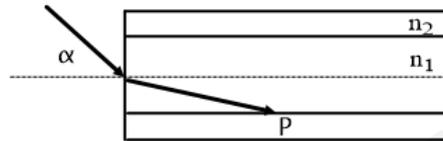
Identificando coeficientes, tenemos que:

- $A = 0'04$  es la amplitud
- $\omega = 8 = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{8}{2\pi} = \frac{4}{\pi}$  rad/s es la frecuencia
- $k = 5 = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5}$  m es la longitud de onda.
- $v_{\text{de vibración}} = \frac{dy}{dt} = 0'04 \cdot 8 \cdot \cos \left( 8t - 5x + \frac{\pi}{2} \right)$
- Cuando  $\cos = 1 \Rightarrow v_{\text{máxima}} = 0'04 \cdot 8 = 0'32$  m/s

a) El índice de refracción de un vidrio es mayor que el del aire. Razone cómo cambian las siguientes magnitudes al pasar un haz de luz del aire al vidrio: frecuencia, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Un rayo de luz de longitud de onda en el vacío de  $6'5 \cdot 10^{-7}$  m incide desde el aire sobre el extremo de una fibra óptica, formando un ángulo  $\alpha$  con el eje de la fibra (ver figura), siendo el índice de refracción de la fibra  $n_1 = 1'5$ . La fibra está recubierta de un material de índice de refracción  $n_2 = 1'4$ . Determine: (i) La longitud de onda de la luz dentro de la fibra. (ii) El valor máximo del ángulo  $\alpha$  para que se produzca reflexión total interna en el punto P.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; n_{\text{aire}} = 1$$



**FISICA. 2019. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B**

### RESOLUCIÓN

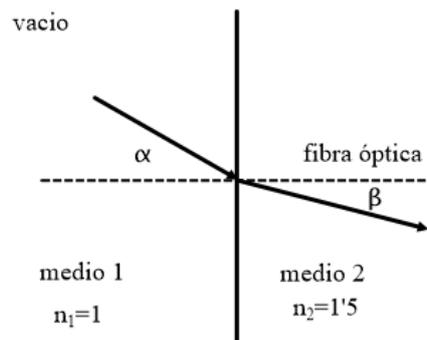
$$a) n_{\text{vidrio}} > n_{\text{aire}} \Rightarrow \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} > \frac{c}{v_{\text{aire}}} \Rightarrow v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}}$$

La frecuencia de la luz no cambia al pasar del vidrio al aire, ya que no depende del medio.

La luz al pasar del aire al vidrio disminuye su velocidad:  $v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}}$

La longitud de onda también disminuye, ya que:  $v_{\text{aire}} > v_{\text{vidrio}} \Rightarrow \lambda_{\text{aire}} \cdot f > \lambda_{\text{vidrio}} \cdot f \Rightarrow \lambda_{\text{aire}} > \lambda_{\text{vidrio}}$

b)(i)



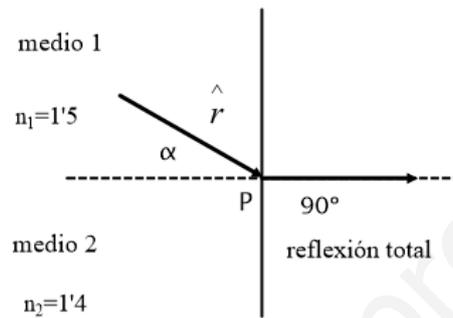
El vacío tiene el mismo índice de refracción que el aire.

$$\text{En el vacío: } c = \lambda \cdot f \Rightarrow 3 \cdot 10^8 = 6'5 \cdot 10^{-7} \cdot f \Rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} = 4'615 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

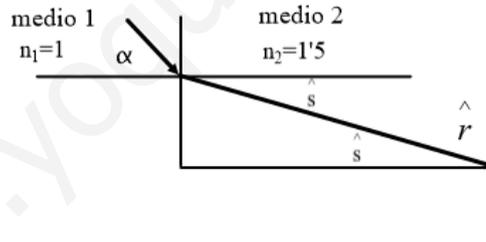
En la fibra óptica:

$$n_2 = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'5} ; v = \lambda \cdot f \Rightarrow \frac{3 \cdot 10^8}{1'5} = \lambda \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} \Rightarrow \lambda_{\text{fibra}} = \frac{3 \cdot 10^8}{6'5 \cdot 10^{-7}} = 4'33 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

(ii)



$$\text{Ley de Snell: } \frac{\sin \hat{r}}{\sin 90^\circ} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{r}}{1} = \frac{1'4}{1'5} \Rightarrow \hat{r} = 68'96^\circ \Rightarrow \hat{s} = 21'04^\circ$$



$$\text{Ley de Snell: } \frac{\sin \hat{\alpha}}{\sin \hat{s}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{\alpha}}{\sin 21'04^\circ} = \frac{1'5}{1} \Rightarrow \hat{\alpha} = 32'58^\circ \text{ valor máximo}$$