EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2016

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

www.emestrada.org

a) Defina velocidad de escape de un planeta y deduzca su expresión.
b) Se coloca un satélite en órbita circular a una altura h sobre la Tierra. Deduzca las expresiones de su energía cinética mientras orbita y calcule la variación de energía potencial gravitatoria que ha sufrido respecto de la que tenía en la superficie terrestre.
FISICA. 2016. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

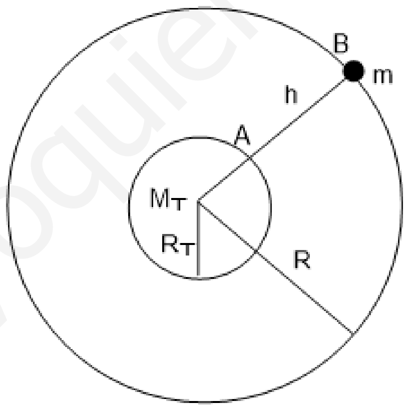
a) La velocidad de escape de un planeta es la velocidad mínima que hay que comunicar a un cuerpo de masa m para que salga del campo gravitatorio de un planeta, es decir, llegar al infinito.

En ausencia de rozamiento, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A) = E_m(+\infty) \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = \cancel{E_{pg}(+\infty)} + \cancel{E_c(+\infty)} = 0$$

$$\left(-G \cdot \frac{M \cdot m}{R}\right) + \frac{1}{2} m \cdot v_{escape}^2 = 0 \Rightarrow v_{escape} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$$

b)



$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_{orbital}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{G \cdot M_T}{R} = \frac{1}{2} G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$$

$$\Delta E_{pg} = E_{pg}(B) - E_{pg}(A) = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R} + G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T} = G \cdot M_T \cdot m \left(-\frac{1}{R} + \frac{1}{R_T}\right) =$$

$$= G \cdot M_T \cdot m \left(-\frac{1}{R_T + h} + \frac{1}{R_T}\right) = \frac{G \cdot M_T \cdot m \cdot h}{R_T(R_T + h)}$$

www.yoquieroaprobar.es

Dos partículas de masas $m_1 = 3\,kg$ y $m_2 = 5\,kg$ se encuentran situadas en los puntos $P_1 = (-2,1)$ m y $P_2 = (3,0)$ m, respectivamente.

a) Represente el campo gravitatorio resultante en el punto $O = (0,0)$ y calcule su valor.

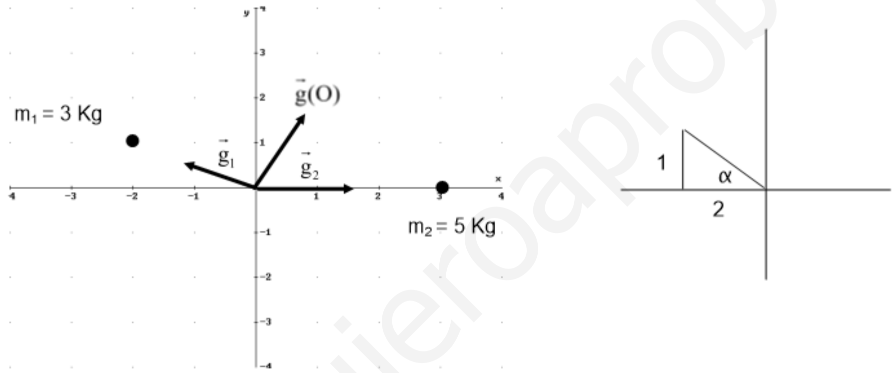
b) Calcule el trabajo realizado para desplazar otra partícula de 2 kg desde el punto $O = (0,0)$ m al punto $P = (3,1)$ m. Justifique si es necesario especificar la trayectoria seguida en dicho desplazamiento.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$

FISICA. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)



Aplicamos el principio de superposición: $\vec{g}(O) = \vec{g}_1(O) + \vec{g}_2(O)$

$$\left|\vec{g}_1(O)\right| = G\frac{m_1}{R_1^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{3}{5} = 4 \cdot 10^{-11}$$

$$\left|\vec{g}_2(O)\right| = G\frac{m_2}{R_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{5}{9} = 3'71 \cdot 10^{-11}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 26'57^{\circ}$$

Luego, el campo gravitatorio en el punto $O = (0,0)$ es:

$$\vec{g}(O) = 4 \cdot 10^{-11}(-\cos 26'57\,\vec{i} + \operatorname{sen} 26'57\,\vec{j}) + 3'71 \cdot 10^{-11}\,\vec{i} = 1'3 \cdot 10^{-10}\,\vec{i} + 1'79 \cdot 10^{-11}\,\vec{j} \quad m \cdot s^{-2}$$

b) Al ser el campo gravitatorio un campo conservativo, no es necesario indicar la trayectoria entre O y P.

$$E_{pg}(P) = E_{pg1}(P) + E_{pg2}(P) = -G\frac{m_1 \cdot m}{R_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{3 \cdot 2}{5} + \frac{5 \cdot 2}{1}\right) = -7'47 \cdot 10^{-10}$$

$$E_{pg}(O) = E_{pg1}(O) + E_{pg2}(O) = -G\frac{m_1 \cdot m}{r_1} - G\frac{m_2 \cdot m}{r_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{3 \cdot 2}{\sqrt{5}} + \frac{5 \cdot 2}{3}\right) = -4'01 \cdot 10^{-10}$$

$$W(F_g) = -\left[E_{pg}(P) - E_{pg}(O)\right] = -\left[-7'47 \cdot 10^{-10} + 4'01 \cdot 10^{-10}\right] = 3'46 \cdot 10^{-10}\ J$$

a) Enuncie las leyes de Kepler.
b) Dos satélites de igual masa, m, describen órbitas circulares alrededor de un planeta de masa M. Si el radio de una de las órbitas es el doble que el de la otra, razone la relación que existe entre los periodos de los dos satélites ¿Y entre sus velocidades?
FISICA. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)

1ª Ley: Los planetas se mueven alrededor del Sol en órbitas elípticas. En uno de los focos se encuentra el Sol.

2ª Ley: El radio vector que une el planeta con el Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales durante su movimiento alrededor del Sol.

3ª Ley: El cociente entre el cuadrado del periodo de un planeta y el cubo del semieje mayor de su elipse es constante.

$$\frac{T^2}{a^3}=\text{cte}$$

b)

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\frac{2\pi R_1}{v_1}}{\frac{2\pi R_2}{v_2}}=\frac{v_2}{v_1}\cdot\frac{R_1}{R_2}=\frac{\sqrt{G\frac{M}{R_2}}\cdot R_1}{\sqrt{G\frac{M}{R_1}}\cdot R_2}=\frac{\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_2}}\cdot\frac{R_1}{R_2}=\frac{\sqrt{R}\cdot R}{\sqrt{2R}\cdot 2R}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sqrt{G\frac{M}{R_1}}}{\sqrt{G\frac{M}{R_2}}}=\frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}}=\frac{\sqrt{2R}}{\sqrt{R}}=\sqrt{2}$$

www.emestrada.es

La masa de la Tierra es aproximadamente 81 veces la masa de la Luna y la distancia entre sus centros es de $3'84 \cdot 10^5$ km .

a) Deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite en torno a un planeta y calcule el período de revolución de la Luna alrededor de la Tierra.

b) Calcule la energía potencial de un satélite de 500 kg situado en el punto medio del segmento que une los centros de la Tierra y la Luna.

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg

FISICA. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

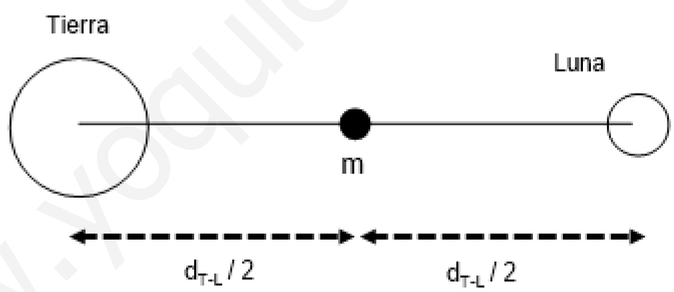
R E S O L U C I O N

a) Se aplica la 2ª Ley de Newton

$$G\frac{M_T \cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

$$T_{Luna} = \frac{2\pi R}{v_{orbital}} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\frac{M_T}{R}}} = \frac{2\pi \cdot 3'84 \cdot 10^8}{\sqrt{6'67 \cdot 10^{-11}\frac{6 \cdot 10^{24}}{3'84 \cdot 10^8}}} = 2363405\ s = 27'35\ dias$$

b)



Aplicamos el principio de superposición.

$$E_{pg} = E_{pg}(\text{Tierra}) + E_{pg}(\text{Luna}) = -G\frac{M_T \cdot m}{R_1} - G\frac{M_L \cdot m}{R_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{6 \cdot 10^{24} \cdot 500}{\frac{3'84}{2} \cdot 10^8} + \frac{\frac{6 \cdot 10^{24}}{81} \cdot 500}{\frac{3'84}{2} \cdot 10^8}\right) =$$

$$= -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 500}{3'84 \cdot 10^8} \cdot \left(2 + \frac{2}{81}\right) = -1'055 \cdot 10^9\ \text{Julios}$$

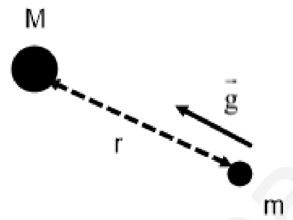
Se puede apreciar que la energía potencial debida a la Luna es del orden de 100 veces menor que la de la Tierra, $\frac{2}{81}$ frente a 2.

www.yoquieroaprobar.es

a) Explique las características del campo y del potencial gravitatorios creados por una masa puntual.
b) Una partícula de masa m, situada en un punto A se mueve en línea recta hacia otro punto B, en una región en la que existe un campo gravitatorio creado por una masa M. Si el valor del potencial gravitatorio en el punto B es menor que en el punto A, razone si la partícula se acerca o se aleja de M.
FISICA. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



Una masa puntual M produce a su alrededor un campo gravitatorio $\vec{g}$, que es el cociente entre la fuerza gravitatoria y la masa m que se coloca a una distancia r de M

$$\vec{g}=\frac{\vec{F}_g}{m} \qquad \left|\vec{g}\right|=G\frac{M}{r^2}$$

- $\vec{g}$ es un vector atractivo, es un vector central (de centro de M a centro de m)
- $\vec{g}$ no depende del medio que rodea a M y m, ya que G (constante de gravitación universal) no depende del medio.
- La M produce también un potencial gravitatorio (V_g) a su alrededor. Es una magnitud escalar.

$$V_g=\frac{E_{pg}}{m}=-G\frac{M}{r}$$

- V_g no depende de la masa m que se coloque.
- V_g es el trabajo de las fuerzas gravitatorias por unidad de masa.

b) $V_g(B)<V_g(A)\Rightarrow -G\frac{M}{R_B}<-G\frac{M}{R_A}\Rightarrow -\frac{1}{R_B}<-\frac{1}{R_A}\Rightarrow \frac{1}{R_B}>\frac{1}{R_A}\Rightarrow R_B<R_A$

Luego, al pasar de A a B, se acerca a M

El satélite español PAZ de observación de la Tierra, de 1400 kg, se lanza con el propósito de situarlo en una órbita circular geoestacionaria.
a) Explique qué es un satélite geoestacionario y calcule el valor de la altura respecto de la superficie terrestre a la que se encuentra dicho satélite.
b) Determine las energías cinética y potencial del satélite en órbita.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}\ ;\ M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a) Un satélite geoestacionario es aquel que gira con la misma velocidad angular de la Tierra, es decir, da una vuelta cada 24 horas. Esto significa que está siempre en la misma vertical sobre un punto de la Tierra.

$$\omega_T = \omega_{\text{satélite}} \Rightarrow \frac{1 \text{ vuelta}}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{G\frac{M_T}{R}}}{R} \Rightarrow R^2 \cdot \left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\right)^2 = G\frac{M_T}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R^3 = \frac{G \cdot M_T}{\left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\right)^2} \Rightarrow R = 4'23 \cdot 10^7 \text{ m} = 42297'52 \text{ km} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = 42297'52 - 6370 = 35.927'52 \text{ km}$$

b)

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mG\frac{M_T}{R} = \frac{1}{2}m \cdot \omega^2 \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot 1400 \cdot \left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600}\right)^2 \left(4'23 \cdot 10^7\right)^2 = 6'62 \cdot 10^9 \text{ Julios}$$

$$E_{pg} = -G\frac{M_T \cdot m}{R} = -2E_c = -1'32 \cdot 10^{10} \text{ Julios}$$

emestrada.es

a) Enuncie la ley de gravitación universal y comente el significado físico de las magnitudes que intervienen en ella.
b) Una partícula se mueve en un campo gravitatorio uniforme. ¿Aumenta o disminuye su energía potencial gravitatoria al moverse en la dirección y sentido de la fuerza ejercida por el campo? ¿Y si se moviera en una dirección perpendicular a dicha fuerza? Razone las respuestas.
FISICA. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

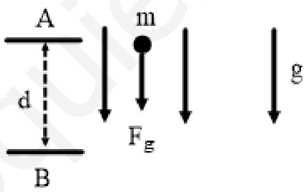
R E S O L U C I O N

a) Dos masas se atraen con una fuerza proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional a la distancia entre ellas al cuadrado.

$$F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

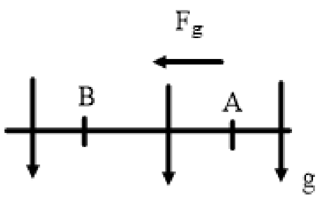
M y $m =$ son las masas (kg)
$r =$ distancia (m)
$G =$ constante de gravitación universal
$F_g =$ fuerza gravitatoria (N)

b)



$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} \Rightarrow W(\vec{F}_g) = F_g \cdot d \cdot \cos 0^o = F_g \cdot d > 0 \Rightarrow W(\vec{F}_g) = -\left[E_{pg}(B) - E_{pg}(A) \right] > 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_{pg}(A) - E_{pg}(B) > 0 \Rightarrow E_{pg}(A) > E_{pg}(B)$$

Luego, disminuye la energía potencial gravitatoria.



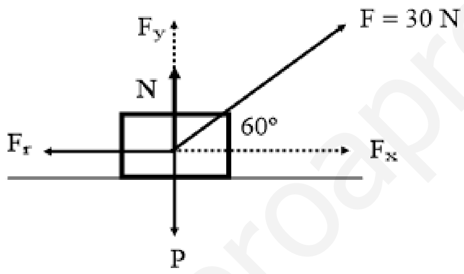
$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} \Rightarrow W(\vec{F}_g) = F_g \cdot d \cdot \cos 90^o = 0 \Rightarrow W(\vec{F}_g) = -\left[E_{pg}(B) - E_{pg}(A) \right] = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_{pg}(A) - E_{pg}(B) = 0 \Rightarrow E_{pg}(A) = E_{pg}(B)$$

Luego, no varía la energía potencial gravitatoria al moverse perpendicular a la fuerza.

Un bloque de 5 kg desliza por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 30 N en una dirección que forma 60º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre la superficie y el cuerpo es 0,2.
a) Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule el valor de dichas fuerzas.
b) Calcule la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I O N

a)



$P = m \cdot g = 5 \cdot 9'8 = 49\ N$

$$\text{Eje X: } F \cdot \cos 60º - F_r = m \cdot a$$
$$\text{Eje Y: } N + F \cdot \text{sen}\, 60º = P$$

$N + F \cdot \text{sen}\, 60º = P \Rightarrow N = 49 - 30 \cdot \text{sen}\, 60º = 49 - 25'98 = 23'02\ N$

$F_r = \mu \cdot N = 0'2 \cdot 23'02 = 4'6\ N$

b) Mediante el teorema de la energía cinética: $W(\vec{R}) = \Delta E_c$

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_r = F \cos 60º - F_r = 30 \cdot \frac{1}{2} - 4'6 = 10'4$$

$$W(\vec{R}) = R \cdot d \cdot \cos 0º = 10'4 \cdot 0'5 = 5'2\ \text{Julios} = \Delta E_c$$

a) Energía potencial asociada a una fuerza conservativa
b) Explique por qué en lugar de energía potencial en un punto debemos hablar de diferencia de energía potencial entre dos puntos.
FISICA. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

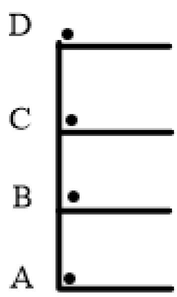
R E S O L U C I O N

a) Las fuerzas conservativas son capaces de devolver todo el trabajo que se ha realizado contra ellas. Dicho de otra manera, una fuerza es conservativa cuando su trabajo entre dos puntos no depende de la trayectoria entre esos dos puntos.
Esto produce que para el cálculo del trabajo no sea necesario hacer una integral a lo largo de un camino sino que se define una función potencial (llamada también energía potencial) que depende del punto de cálculo. Entonces el trabajo de la fuerza conservativa se puede calcular como la variación de la función potencial entre dos puntos (el punto inicial y el punto final).

$$W_{A\to B}(F) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$$

b) La energía potencial en un punto no tiene sentido físico porque depende del origen que tomemos como energía potencial cero. Sin embargo, la variación de energía potencial si tiene sentido físico porque no depende del origen de energía potencial.

Ejemplo: Tenemos un bloque de pisos de 3 m de altura y un cuerpo de masa 2 kg. Si bajamos el cuerpo desde D hasta C, vemos que:



$E_{pg}(D) = 0$ si tomo la referencia de altura en D

$E_{pg}(D) = mgh = 2\cdot 10\cdot 3 = 60$ si tomo la referencia de altura en C

$E_{pg}(D) = mgh = 2\cdot 10\cdot 6 = 120$ si tomo la referencia de altura en B

$E_{pg}(D) = mgh = 2\cdot 10\cdot 9 = 180$ si tomo la referencia de altura en A

Sin embargo, la diferencia de potencial gravitatoria vale

$$E_{pg}(D) - E_{pg}(C) = mgh(D) - mgh(C) = mg\,\Delta h = 2\cdot 10\cdot 3 = 60 \text{ Julios}$$

Independientemente de donde tome referencia cero.

Un satélite artificial de 400 kg describe una órbita circular a una altura h sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura, g, es la tercera parte de su valor en la superficie de la Tierra, g_0.

a) Explique si hay que realizar trabajo para mantener el satélite en esa órbita y calcule el valor de h.

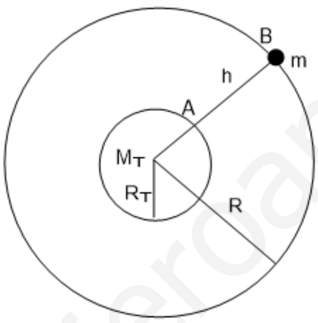
b) Determine el periodo de la órbita y la energía mecánica del satélite.

$g_0 = 9'8\ m\cdot s^{-2}$; $R_T = 6370$ km

FISICA. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I O N

a)



a) No hay que realizar trabajo para mantener el satélite en órbita, ya que el satélite se mueve sobre una superficie equipotencial. Dicho de otra forma, la fuerza gravitatoria forma 90º con el desplazamiento y no se produce trabajo.

$$g(B) = \frac{1}{3} g(B) = \frac{1}{3} g_0$$

$$g(B) = \frac{1}{3} g_0 \Rightarrow G\frac{M_T}{R_B^2} = \frac{1}{3} G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow \frac{1}{R_B^2} = \frac{1}{3R_T^2} \Rightarrow \frac{1}{(R_T+h)^2} = \frac{1}{3R_T^2} \Rightarrow \sqrt{3}R_T = R_T + h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = R_T\left(\sqrt{3}-1\right) = 6370\cdot\left(\sqrt{3}-1\right) = 4663'16\ \text{km}$$

b) $g_0 = G\dfrac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow G\cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2$

Luego:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\frac{M_T}{R}}} = \frac{2\pi\left(R_T+h\right)}{\sqrt{9'8\frac{R_T^2}{R_T+h}}} = \frac{2\pi\left(6.370.000+4.663.160\right)}{\sqrt{9'8\frac{6.370.000^2}{6.370.000+4.663.160}}} = \frac{69.323.388'8}{6003'47} = 11547\ s = 3'2\ \text{horas}$$

$$E_m = -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R} = -\frac{1}{2}\frac{9'8R_T^2\cdot m}{R} = -\frac{1}{2}\frac{9'8\left(6.370.000\right)^2\cdot 400}{\left(6.370.000+4.663.160\right)} = -7'21\cdot 10^9\ \ J$$