PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio D7
- Junio, Ejercicio D8
- Septiembre, Ejercicio D7
- Septiembre, Ejercicio D8

La vida útil, en años, de las lavadoras de un determinado modelo, se distribuye según una Ley Normal de varianza 7’84. En una muestra de 12 lavadoras, la vida útil en años ha sido:

9’5 9 10’2 8’6 11’4 10’8 12’6 11 11’8 14’5 10’4 9’8

a) (1’5 puntos) Con estos datos, determine un intervalo de confianza al 93’5 % para estimar la vida útil media de estas lavadoras.

b) (1 punto) Calcule el error máximo que se puede cometer al estimar la vida útil de este modelo de lavadoras, si se toma una muestra de 50 lavadoras y asumimos un nivel de confianza del 99 %.

SOCIALES II. 2020. JUNIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{9'5+9+10'2+8'6+11'4+10'8+12'6+11+11'8+11'5+10'4+9'8}{12}=\frac{129'6}{12}=10'8$$

$$\frac{1+0'935}{2}=0'9675\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'845$$

$$\text{Desviación típica } \sigma=\sqrt{7'84}=2'8$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=\left(10'8\mp 1'845\frac{2'8}{\sqrt{12}}\right)=(10'8\mp 1'491)=(9'309\ ;\ 12'291)$$

b) Calculamos el error máximo

$$\frac{1+0'99}{2}=0'995\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'575$$

$$E=2'575\cdot\frac{2'8}{\sqrt{50}}=1'02$$

La renta anual de los hogares andaluces, en miles de euros, se distribuye según una Ley Normal con desviación típica 5 y media desconocida μ.

a) (1 punto) Si se desea qu en el 99 % de las posibles muestras del mismo tamaño, elegidas entre los hogares andaluces, la media no difiera de la renta media anual poblacional de dichos hogares en más de una unidad, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de las muestras?.

b) (0'5 puntos) Si se consideran muestras de hogares andaluces de tamaño 100, ¿Qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria "Renta media anual muestral"?.

c) (1 punto) Suponiendo que la renta media anual poblacional de los hogares andaluces es $\mu = 24$ ¿cuál es la probabilidad de que en una muestra de tamaño 100 la renta media anual sea superior a 25?.

SOCIALES II. 2020. JUNIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Calculamos el tamaño de la muestra.

$$E = 1 = 2'575 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = 12'875 \Rightarrow n = 165'76 \simeq 166$$

b) Sigue una distribución: $N\left(24, \frac{5}{\sqrt{100}}\right) = (24, 0'5)$

c)

$$p(x \geq 25) = p\left(z \geq \frac{25-24}{0'5}\right) = p(z \geq 2) = 1 - p(z \leq 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$$

a) (1 punto) Una población de 25.000 personas se ha dividido en cuatro estratos con tamaños 15.000, 5.000, 3.000 y 2.000 personas respectivamente. En esa población se ha realizado un muestreo estratificado con afijación proporcional, en el que se han elegido al azar 36 personas del tercer estrato. Determine el tamaño de la muestra total obtenida con este muestreo y su composición.
b) (1'5 puntos) Dada la población $P=\{2,4,6\}$, construya todas las muestras posibles de tamaño 2 que se pueden formar mediante muestreo aleatorio simple y halle la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas esas muestras.
SOCIALES II. 2020 SEPTIEMBRE. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular el tamaño de la muestra.

$$\left.\begin{array}{l} 25.000 \rightarrow 3.000 \\ x \rightarrow 36 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 300 \text{ personas}$$

Calculamos la composición de esa muestra

$$\left.\begin{array}{l} 25.000 \rightarrow 15.000 \\ 300 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 180 \text{ personas del estrato 1}$$

$$\left.\begin{array}{l} 25.000 \rightarrow 5.000 \\ 300 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 60 \text{ personas del estrato 2}$$

36 personas del estrato 3

$$\left.\begin{array}{l} 25.000 \rightarrow 2.000 \\ 300 \rightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 24 \text{ personas del estrato 4}$$

b) Escribimos todas las muestras posibles de tamaño 2.

(2,2) (2,4) (2,6)
(4,2) (4,4) (4,6)
(6,2) (6,4) (6,6)

Las medias muestrales son:
2 3 4
3 4 5
4 5 6

Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
2	1	2	4
3	2	6	18
4	3	12	48
5	2	10	50
6	1	6	36
	9	36	156

Media $= \mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{36}{9} = 4$; Desviación típica $= \sigma = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2} = \sqrt{\dfrac{156}{9} - 4} = 1'15$

Se ha tomado una muestra de 16 pacientes tratados por un especialista y se ha observado que el tiempo de espera en su consulta, en minutos, ha sido de:

8 9’2 10 8’5 12 9 11’3 7 8’5 8’3 7’6 9 9’4 10’5 8’9 6’8

Supongamos que el tiempo de espera en esta consulta se distribuye según una ley Normal de varianza 4 y media desconocida.

a) (1’5 puntos) Halle un intervalo de confianza al 97’5% para estimar el tiempo medio de espera de los pacientes tratados por este especialista.

b) (1 punto) ¿Cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para asegurar, con un nivel de confianza del 90%, que el error cometido sea, a lo sumo, de 0’3 minutos?.

SOCIALES II. 2020. SEPTIEMBRE. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{8+9'2+10+8'5+12+9+11'3+7+8'5+8'3+7'6+9+9'4+10'5+8'9+6'8}{16} = 9$$

$$\frac{1+0'975}{2} = 0'9875 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'24$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(9 \mp 2'24\frac{2}{\sqrt{16}}\right) = (9 \mp 1'12) = (7'88\ ;\ 10'12)$$

b)

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

$$E = 0'3 = 1'645 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} \Rightarrow \quad = 120'26 \simeq 121 \text{ pacientes}$$