MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio A1
- Septiembre, Ejercicio A1

Sean *A*, *B*, *X*, *Y* matrices invertibles que verifican: $A\cdot X=B$ *y* $B\cdot Y=A$.

a) (1 punto) Compruebe que $Y^{-1}=X$.

b) (1'5 puntos) Para $A=\begin{pmatrix}1&2\\1&3\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}$, halle *X* e *Y*.

SOCIALES II. 2020 JUNIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

a) Sustituimos la primera ecuación en la segunda

$$\left.\begin{array}{l}A\cdot X=B\\ B\cdot Y=A\end{array}\right\}\Rightarrow A\cdot X\cdot Y=A$$

Multiplicamos los dos términos por A^{-1} a la izquierda

$$A\cdot X\cdot Y=A\Rightarrow A^{-1}\cdot A\cdot X\cdot Y=A^{-1}\cdot A\Rightarrow X\cdot Y=I$$

Multiplicamos los dos términos por Y^{-1} a la derecha

$$X\cdot Y=I\Rightarrow X\cdot Y\cdot Y^{-1}=I\cdot Y^{-1}\Rightarrow X=Y^{-1}$$

b) Resolvemos las ecuaciones matriciales

$$A\cdot X=B\Rightarrow\begin{pmatrix}1&2\\1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\a+3c&b+3d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a+2c=2\\ a+3c=0\\ b+2d=1\\ b+3d=-1\end{array}\right\}\Rightarrow a=6;b=5;c=-2;d=-2\Rightarrow X=\begin{pmatrix}6&5\\-2&-2\end{pmatrix}$$

$$B\cdot Y=A\Rightarrow\begin{pmatrix}2&1\\0&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\1&3\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix}2a+c&2b+d\\-c&-d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\1&3\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{r}2a+c=1\\ -c=1\\ 2b+d=2\\ -d=3\end{array}\right\}\Rightarrow a=1;b=\frac{5}{2};c=-1;d=-3\Rightarrow Y=\begin{pmatrix}1&\frac{5}{2}\\-1&-3\end{pmatrix}$$

Tres institutos piden presupuesto de alojamiento en Roma en dos agencias de viajes, que les dan el precio por noche según tipo de habitación, individual, doble y triple.
La primera agencia ofrece los siguientes precios: individual a 65 euros, doble a 85 euros y triple a 104 euros. La segunda agencia oferta la individual a 78 euros, la doble a 83 euros y la triple a 106 euros. El primer instituto necesita tres habitaciones individuales, quince dobles y dos triples, el segundo dos individuales, doce dobles y cinco triples y el tercer instituto una individual, dieciséis dobles y siete triples.
a) (1 punto) Exprese, mediante una matriz A, los precios de las dos agencias según el tipo de habitación y con otra matriz D la demanda de los tres individuos.
b) (1 punto) Mediante operaciones con las matrices anteriores, calcule el precio por noche que cada agencia facilita a los distintos institutos por el total de habitaciones solicitadas. ¿Qué agencia le interesa a cada instituto?
c) (0'5 puntos) ¿Existe inversa de la matriz D? ¿Y de la matriz A? Justifique las respuestas.
SOCIALES II. 2020 SEPTIEMBRE EJERCICIO A1

R E S O L U C I Ó N

a) Llamamos: $A_1 = Agencia\ 1$; $A_2 = Agencia\ 2$
$In = Individual$; $Do = Doble$; $Tr = Triple$
$I_1 = Instituto 1$; $I_2 = Instituto 2$; $I_3 = Instituto\ 3$

Las matrices que nos piden son:

$$A = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} In & Do & Tr \end{array} \\ \begin{pmatrix} 65 & 85 & 104 \\ 78 & 83 & 106 \end{pmatrix} \end{array} \qquad D = \begin{array}{c} \\ In \\ Do \\ Tr \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} I_1 & I_2 & I_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 15 & 12 & 16 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$$

b) Calculamos la matriz $A \cdot D$

$$A \cdot D = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} In & Do & Tr \end{array} \\ \begin{pmatrix} 65 & 85 & 104 \\ 78 & 83 & 106 \end{pmatrix} \end{array} \cdot\ D = \begin{array}{c} \\ In \\ Do \\ Tr \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} I_1 & I_2 & I_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 15 & 12 & 16 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} I_1 & I_2 & I_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1678 & 1670 & 2153 \\ 1691 & 1682 & 2148 \end{pmatrix} \end{array}$$

Vemos que al Instituto 1 e Instituto 2, le interés la Agencia 1. Mientras que al Instituto 3 le interesa la Agencia 2.

c) La matriz A no tiene inversa ya que no es cuadrada.

Calculamos el determinante de la matriz D

$$|D| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 15 & 12 & 16 \\ 2 & 5 & 7 \end{vmatrix} = 252 + 64 + 75 - 24 - 210 - 240 = -83 \neq 0 \Rightarrow \text{Si tiene inversa}$$