

Problemas de Optimización

1. Descomponer el número 25 en dos sumandos tales que el doble del cuadrado del primero más el triple del cuadrado del segundo sea mínimo. *Solución:* $x = 15$; $y = 10$
2. Halla el triángulo rectángulo de superficie máxima entre todos los que tienen 10 cm. de hipotenusa.
Sol: $c_1 = c_2 = 5\sqrt{2}$ cm.
3. Se desea construir el marco para una ventana rectangular de 6 m^2 de superficie. El metro lineal del tramo horizontal cuesta 12 € y el tramo vertical 18 €. Calcular:
 - a) Las dimensiones de la ventana para que el coste del marco sea mínimo.
 - b) El coste del marco.
Sol: a) $x = 3$; $y = 2$; b) $6 \cdot 12 + 4 \cdot 18 = 144\text{€}$
4. Una hoja de papel debe contener 18 cm^2 de texto impreso. Los márgenes superior e inferior deben tener 2 cm. cada uno y los laterales 1 cm. Calcular las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo. *Sol:* 5 cm. y 10 cm.
5. Queremos diseñar un envase cuya forma sea un prisma regular de base cuadrada y capacidad 80 cm^3 . Para la tapa y la superficie lateral usamos un determinado material, pero para la base debemos emplear un material un 50% más caro. Hallar las dimensiones de este envase para que su precio sea el menor posible. *Sol:* $x = 5$; $y = 4$
6. A cada segmento de longitud x se le hace corresponder un rectángulo de base x y perímetro 12 cm. Hallar la función que expresa el área del rectángulo según el valor del segmento x . ¿Cuál es el dominio de esta función? ¿Para qué valor de x es máxima el área? *Sol:* El área máxima se alcanza para $x = 3$
7. Hallar los puntos de la curva $y = 3x^4 - 4x^3$ cuya recta tangente sea paralela al eje OX. ¿cuáles de esos puntos no son ni máximos ni mínimos?
8. Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $y = x^3 - 3x + 2$. Halla también sus máximos y mínimos.
9. Estudiar la monotonía, extremos relativos, curvatura y puntos de inflexión de la gráfica $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$.
10. El propietario de un inmueble tiene alquilados los cuarenta pisos del mismo a 180€ al mes cada uno. Por cada 6€ de aumento en el precio del alquiler pierde un inquilino, que se traslada a otro piso más económico. ¿Cuál es el alquiler que más beneficios produce al propietario?
Sol: $B(x) = (180 + 6x)(40 - x)$
11. El coste anual, en miles de euros, que supone para una productora cinematográfica la contratación de actores secundarios para sus películas se rige por la función:

$$f(x) = \frac{12x^2 + 360x + 4800}{x} \text{ con } x > 0,$$

donde x es el número de actores secundarios contratados.

- a) ¿Cuántos actores secundarios tiene que contratar la productora para que el coste anual sea mínimo? Justifica tu respuesta.
- b) ¿A cuánto asciende este coste mínimo? Justifica tu respuesta.