Monotonía, extremos relativos, curvatura y puntos de inflexión

1. Calcula monotonía, extremos relativos, curvatura y puntos de inflexión de las siguientes funciones:

   a) $f(x)=x^3-4x;$ b) $f(x)=x^4-6x^2;$ c) $f(x)=3x-x^3$

   Sol: a) $M\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};\frac{4\sqrt{3}}{9}\right)$, $m\left(\frac{2\sqrt{3}}{3};-\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$, $P.I.(0,\ 0);$

   b) $m\left(-\sqrt{3},-9\right)$, $M(0,0)$, $m\left(\sqrt{3},-9\right)$, $P.I.(-1,-5)$, $P.I.(1,-5)$

   c) $m(-1,-2)$, $M(1,2)$, $P.I.(0,0)$

2. Estudia las asíntotas, monotonía y curvatura de la función $f(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$. ¿presenta máximos y mínimos? ¿Y puntos de inflexión? *Sol*: A.V. x = −1; A.H. y = 0 .No presenta puntos críticos ni P.I.

3. Representa gráficamente la función $f(x)=\left|x^2-7\right|$. Determina la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x=1. Halla sus máximos y mínimos relativos.

4. Dada la función $f(x)=2x^3+ax^2+bx-5$, halla los valores de a y b de forma que $f(x)$ tenga un máximo en x=1 y un mínimo en x=2. *Sol*: a=−9 b=12.

5. Estudia los intervalos de crecimiento de las siguientes funciones y di cuáles son sus máximos y mínimos.

   a) $f(x)=x^3-3x^2-9x+1;$ b) $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4};$ c) $f(x)=e^x(x^2-3x+1)$

   Sol: a) $M(-1,6);$ $m(3,-26)$;b) $M(-2\sqrt{3},-3\sqrt{3});$ $m(2\sqrt{3},3\sqrt{3});$

   c) $M(-1,5e^{-1});m(2,-e^2)$

6. Sea la función $f(x)=\frac{bx}{x^2+1}$ con b un parámetro real distinto de cero.

   a) Determina las asíntotas de $f(x)$ para cualquier valor del parámetro b. *Sol* y=0.

   b) Determina el valor del parámetro b para que la función $f(x)$ tenga un máximo en el punto $P(1,3)$ *Sol*: b=6.

7. Halla los puntos de inflexión y estudia la concavidad de estas funciones:

   a) $f(x)=1-(2-x)^5;$ b) $f(x)=xe^{-x}$ *Sol*: a) $P.I.(2,1)$; b) $P.I.(2,2e^{-2})$

8. Halla los coeficientes *a, b, c, d* de la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ sabiendo que la ecuación de la tangente a la curva en el punto de inflexión $(1,0)$ es $y=3-3x$ y que la función tiene un extremo relativo en $x=0$. *Sol*: $a=1;$ $b=-3;$ $c=0;$ $d=2$