

<b>Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud</b>	
<b>ENUNCIADOS</b>	<b>Julio de 2018</b>

**OPCIÓN A**

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ (a - 1)y + z = 0 \\ x + ay + (a - 1)z = a \end{cases},$$
 donde  $a$  es

un parámetro real, se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores del parámetro  $a$  para los cuales el sistema es compatible.
- Las soluciones del sistema cuando  $a = 1$ .
- Las soluciones del sistema cuando  $a = 0$ .

**Problema 2.** Se tiene el plano  $\pi : x - y + z - 3 = 0$ , la recta  $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$  y el

punto  $A(1,1,1)$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La recta que pasa por  $A$ , corta a la recta  $s$  y es paralela al plano  $\pi$ .
- El plano que pasa por  $A$ , es perpendicular al  $\pi$  y paralelo a la recta  $s$ .
- Discute si el punto  $(3,2,1)$  está en la recta paralela a  $s$  que pasa por  $(5,3,1)$ .

**Problema 3.** Consideremos la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx \cdot \cos(\pi x)$ , que depende de los parámetros  $a, b, c$ . Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La relación entre los coeficientes  $a, b, c$  sabiendo que  $f(x)$  toma el valor 21 cuando  $x=1$ .
- La relación que deben verificar los coeficientes  $a, b$  y  $c$  para que sea horizontal la recta tangente a la curva  $y = f(x)$  en el punto  $P$ , sabiendo que la abscisa del punto  $P$  es  $x=1$ .
- $\int_0^1 x \cdot \cos(\pi x) dx$ .

**OPCIÓN B**

**Problema 1.** Resolver los siguientes apartados, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Dadas  $A$  y  $B$ , matrices cuadradas del mismo orden tales que  $AB = A$  y  $BA = B$ , deducir que  $A^2 = A$  y  $B^2 = B$ .

b) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ , se pide encontrar los parámetros  $a, b$  para que la

matriz  $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$  cumpla que  $B^2 = B$  pero  $AB \neq A$  y  $BA \neq B$ .

c) Sabiendo que  $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$ , obtener razonadamente los determinantes:

$$\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix} \text{ y } \begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

**Problema 2.** Dada la recta  $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ , se pide obtener razonadamente,

escribiendo todos los pasos del razonamiento:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$ .

b) La ecuación del plano  $\pi$  que es paralelo a  $r$  y pasa por los puntos  $(5,0,1)$  y  $(4,1,0)$ .

c) La distancia entre la recta  $r$  y el plano  $\pi$  obtenido en el apartado anterior.

**Problema 3.** Dentro de un acartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo  $R$  de  $600 \text{ cm}^2$  de área de manera que:

Por encima y por debajo de  $R$  deben quedar unos márgenes de  $3 \text{ cm}$  de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y a derecha de  $R$  deben tener una anchura de  $2 \text{ cm}$  cada uno.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento:

a) El área de la cartulina en función de la base  $x$  del rectángulo  $R$ .

b) El valor de  $x$  para el cual el área de la cartulina es máxima.

c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima.