

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Julio de 2019

OPCIÓN A

Problema 1. Se da el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x + 3z = \alpha \\ x - 2y + 2z = 5 \\ 3x - y + 5z = \alpha + 1 \end{cases}$$
, donde α es

un parámetro real. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores de α para los que el sistema es compatible y determinado.
- Las soluciones del sistema cuando $\alpha = -1$.
- El valor de α para que el sistema tenga una solución (x, y, z) que verifique $x + y + z = 0$.

Problema 2. Se tiene el plano $\pi: 2x + y + 2z = 8$, y el punto $P = (10, 0, 10)$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La distancia del punto P al plano π .
- El área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C , obtenidos al hallar la intersección del plano π con los ejes de coordenadas.
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son P, A, B y C .

Problema 3. Se da función real h definida por $h(x) = \frac{x^3 + x^2 + 5x - 3}{x^2 + 2x + 5}$. Obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El dominio de la función h . Los límites $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$.
- La asíntota de la curva $y = h(x)$.
- La primitiva de la función h (es decir, $\int h(x) dx$) y el área de la superficie encerrada entre las rectas $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$ y la curva $y = h(x)$.

OPCIÓN B

Problema 1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Obtener razonadamente, todos los pasos del razonamiento utilizado.

- Los valores de α para los que la ecuación matricial $AX = \alpha X$ sólo admite una solución.
- Todas las soluciones de la ecuación matricial $AX = 5X$.
- Comprobar que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una solución de la ecuación matricial $AX = 2X$ y, sin calcular la matriz A^{100} , obtener el valor β tal que $A^{100} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Problema 2. Se dan en el espacio la recta $r: \frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi: x+2y+3z=6$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La posición relativa de la recta r y el plano π en función de los parámetros reales α y β .
- La distancia entre la recta r y plano π cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$.
- La ecuación del plano que pasa por $(0,0,0)$ y que no corta al plano π .

Problema 3. Un proyectil está unido al punto $(0,2)$ por una cuerda elástica y tensa. El proyectil recorre la curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La función de la variable x que expresa la distancia entre un punto cualquiera $(x, 4 - x^2)$ de la curva $y = 4 - x^2$ y el punto $(0,2)$.
- Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a mayor distancia absoluta del punto $(0,2)$ para $-2 \leq x \leq 2$.
- Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a menor distancia absoluta del punto $(0,2)$ para $-2 \leq x \leq 2$.
- El área de la superficie por la que se ha movido la cuerda elástica, es decir, el área comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = 2 - |x|$ cuando $-2 \leq x \leq 2$.